

비균일 조직에 따른 불균일 변형 해석을 위한 미시역학적 초소성 모델

김 태 원*

(2000년 12월 29일 접수, 2001년 8월 20일 심사완료)

Micromechanical Superplastic Model for the Analysis of Inhomogeneous Deformation in Heterogeneous Microstructure

Tae-Won Kim

Key Words : Micromechanics(미시역학), Inhomogeneous Deformation(불균일 변형), Failure(파손), Heterogeneous Microstructure(비균일 조직), State Variable(상태변수), Superplasticity(초소성)

Abstract

A micromechanical model is presented for superplasticity in which heterogeneous microstructures are coupled with deformation behavior. The effects of initial distributions of grain size, and their evolutions on the mechanical properties can be predicted by the model. Alternative stress rate models such as Jaumann rate and rotation incremental rate have been employed to analyze uniaxial loading and simple shear problems and the appropriate modeling was studied on the basis of hypoelasticity and elasto-viscoplasticity. The model has been implemented into finite element software so that full process simulation can be carried out. Tests have been conducted on Ti-6Al-4V alloy and the microstructural features such as grain size, distributions of grain size, and volume fraction of each phase were examined for the materials that were tested at different strain rates. The experimentally observed stress-strain behavior on a range of initial grain size distributions has been shown to be correctly predicted. In addition, the effect of volume fraction of the phases and concurrent grain growth were analyzed. The dependence of failure strain on strain rate has been explained in terms of the change in mechanism of grain growth that occurs with changing strain rate.

기호설명	
δm	: 요소 질량
δR	: 요소 면적
δt	: 시간 증분
δV	: 요소 체적
Δl	: 결정립 표본 크기
λ	: Lamé 상수
$\underline{\lambda}$: 고유값 행렬
$\xi(s_k)$: 분포함수
ρ	: 밀도
ρv	: 질량유속벡터
$\underline{\sigma}$: 진응력
$\underline{\dot{\sigma}}$: 응력증가율
$\underline{\sigma}'$: 편차응력
\underline{D}	: 전변형률속도
\underline{D}^e	: 탄성변형률속도
\underline{D}^p	: 소성변형률속도
\underline{E}	: 변형률텐서
$F(l)$: 빈도함수
F	: 변형구배

* 회원, 한양대학교 기계공학부
E-mail : twkim@hanyang.ac.kr
TEL : (02)2290-0421 FAX : (02)2298-4634

\dot{F}	: 변형구배속도
f_v^α, f_v^β	: α 및 β 체적분율
G	: 전단계수
l	: 단위텐서
$J(\underline{\sigma})$: 유효응력
k	: 항복응력
l	: 결정립 크기
N	: 총 결정립 수
P	: 작용 하중
\dot{p}	: 유효소성변형률속도
R	: 등방성강화변수
\underline{R}	: 회전텐서
s_k	: 내적변수
T	: 온도
V	: 체적
\underline{V}	: 대칭텐서
\underline{W}	: 스핀텐서
Z	: 미시상태의 물리량
$\alpha, \beta, \gamma, \alpha_1, \beta_1, \gamma_1, \mu, C_1$: 재료상수

1. 서 론

초소성(superplasticity)이란, 미소하중 상태의 재료가 파손되지 않은 채 거대한 연신(elongation)을 얻을 수 있는 현상을 말하며 Pearson 에 의해 Bi-Sn 합금에 대한 그 특성이 처음으로 발표되었다.⁽¹⁾ 초소성 특성을 이해함에 따라 네킹(necking)에 자유로운 연신을 이루기 위한 연구들이 실제적인 산업공정에 적용되기 시작하였고, 특히 항공우주, 자동차, 선박, 철도차량 등의 운송수단과 의료 및 전자장비 등에 많은 연구가 수행되어 왔다. 초소성 성형(superplastic forming)을 이용한 설계 및 생산 공정의 발전은 경제적 측면에서 보다 절감된 비용 효과와 재료의 무게 감량에 따른 효율 향상이 특히 항공우주산업에 주 관심 대상이 되었고, 이에 따라 엔진 내부의 터빈, 압축기 등의 익형 제작과 관련하여 티타늄합금, Ti-6Al-4V 등에 많은 연구가 수반되어 왔다.⁽²⁾

초소성 성형을 응용한 설계 및 최적화 기법은 이른바 성형모사를 통해 다양한 방법으로 모의해석할 수 있으며 온도, 압력, 변형률, 변형률속도 등과 함께 소재 및 다이의 기하학적인 형상을 변수로 한 계산 및 설계 등이 가능하게 되었다.⁽³⁾ 한편 초소성 거동을 위한 많은 성형모델이 제시되었음에도 불구하고^(4,5) 실제적으로 이러한 모델들은 초소성 거동 중 미시조직(microstructure)의 발전

(evolution)이 기계적 변형거동에 미치는 영향을 복합적으로 고려하지 않았으며 따라서 티타늄합금의 경우 비균질 조직(heterogeneous microstructure)과 연관된 불균일 변형(inhomogeneous deformation)이 수반되는 파손의 예측을 정확히 할 수 없었다.

미세 결정립(grain)은 초소성 재료로 사용되기 위한 중요한 조건으로 티타늄합금에 있어 특히 조직의 균질성 및 분포특성과 관련한 금속결정학적 인자는 필수적으로 고려되어야 할 사항이다. Paton과 Hamilton⁽⁶⁾에 의해 상업용 Ti-6Al-4V의 결정학적 특성과 결정립 크기 및 분포와 관련한 연구가 이루어 졌으며 평균 결정립 크기 4.4 μm 와 1~20 μm 의 분포 구조가 측정되었다. 미세 결정재료일수록 낮은 유효응력과 높은 변형률속도 민감계수(strain rate sensitivity)를 유도하고 따라서 더 많은 연신을 이루게 된다. 또한 α - β 의 이상(two-phase) 구조를 갖는 Ti-6Al-4V 합금의 경우 최적의 연성은 이 같은 두 상의 균형적인 조화에 의해 결정립이 고찰되었다.⁽⁶⁾

다결정 재료에 있어 통계적인 특성은 분포함수(distribution function)로 모사할 수 있으며⁽⁷⁾ 이때 빈도함수(frequency function), $F(l)$ 은 임의 재료의 직경 l 을 갖는 결정립 수로 나타낼 수 있다. 이러한 조직 내부의 결정립 크기 및 분포특성과 관련된 기계적 거동해석은 Ghosh 및 Raj⁽⁸⁾에 의해 간단한 분포함수로 모사되기도 하였으나 미시조직의 영향과 기계적 변형이 연관된 일반화된 이론으로는 발전할 수 없었다.

본 연구는 이상구조를 갖는 티타늄 Ti-6Al-4V 합금에 대해 미시조직의 특성과 기계적 변형거동의 상관 관계, 즉 변형 중 조직의 발전이 기계적 파손에 영향을 미치는 기구(mechanism)에 대해 보다 정확한 해석적 방법을 제시할 수 있는 미시역학적 모델(micromechanical model)의 개발과 응용에 그 목적을 두고 있으며, 특히 결정립의 비균일 분포와 불균일 변형 및 파손(failure)이 복합된 일반화된 이론을 제시하고자 한다. 이를 위하여 초기 결정립과 변형 후 결정립의 분포, 크기 그리고 각 상의 체적분율(volume fraction)이 실험적으로 측정되었으며 이를 바탕으로 구성방정식 개발이 수반되었고 유한요소법을 이용하여 전 변형과정 동안의 조직 변화와 거동을 함께 고찰하였다.

2. 미시조직의 상태변수 모델

미시조직의 분포특성 연구와 관련한 상태변수(state-variable) 모델이 Haghi⁽⁹⁾에 의해 제시되었으

며, 이때 상태변수로는 외적변수(external variables)로써 온도, T , 응력, σ 등과 조직의 특성을 반영하는 내적변수(internal variables)로써 s_k 등이 사용되었다. 상태변수는 변형과 관련된 조직특성의 거시적 척도로서 조직의 발전과 관련된 다음식을 만족시킨다.

$$\dot{s}_k = \dot{s}_k(\sigma, T, s_k) \quad (1)$$

재료에 있어 변형률속도는 이와 같은 상태변수의 발전과 관련된 함수로 표현할 수 있으며 시간에 따른 적분 또한 가능하다. 미시적 재료물성의 함으로 나타낼 수 있는 거시적 재료는 합성분포함수(joint distribution function), $\xi(s_k)$ 로 표현할 수 있고 질량-밀도(mass-density)의 정의에 의해 재료의 총 질량을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int_{s_1} \int_{s_2} \cdots \int_{s_k} \xi(s_1, s_2, \dots, s_k) ds_1 ds_2 \cdots ds_k \\ &= \int_{s_1} \xi_1(s_1) ds_1 \int_{s_2} \xi_2(s_2) ds_2 \cdots \int_{s_k} \xi_k(s_k) ds_k = m \end{aligned} \quad (2)$$

한 개의 상태변수 만 고려할 경우, 미시적 상태의 임의의 값, Z 으로 나타낼 수 있는 재료특성은 따라서 부피 평균을 거시적 상태의 값으로 하여 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\bar{Z} = \frac{1}{V} \int_{s_1} Z \frac{\xi(s_1)}{\rho(s_1)} ds_1 \quad (3)$$

$$V = \int_{s_1} \frac{\xi(s_1)}{\rho(s_1)} ds_1 \quad (4)$$

상태변수는 재료의 변형거동과 관련하여 조직의 특성을 가장 효과적으로 반영할 수 있는 변수가 선정되어야 하며⁽¹⁰⁾ 변형 중 미시상태의 발전과 관련하여 다음과 같은 질량보존의 법칙을 만족시킨다.⁽¹¹⁾

$$\frac{\partial}{\partial t}(\delta m) = - \iint_{\delta R} \rho_V \cdot n dR \quad (5)$$

여기서 ρ_V 는 질량유동벡터(mass flux vector)이며 n 은 바깥방향으로의 단위벡터(unit normal) 그리고 $n dR$ 은 표면 δR 에 대한 요소면적으로 표현되고 δm 은 요소의 질량으로, 식 (2)로부터 분포함수 ξ 와 요소 내적변수 δs 항으로 다음과 같이 주어진다.

$$\delta m = \xi \delta s \quad (6)$$

또한 밀도는 다음과 같다.

$$\rho = \frac{\delta m}{\delta V} \quad (7)$$

이때 δV 는 요소의 부피이다. 식 (5-7)을 조합한 후 간략히 하면 다음과 같다.

$$\delta V \frac{\partial \xi}{\partial t} = - \iint_{\delta R} \xi \dot{s} \cdot n dR \quad (8)$$

여기서 \dot{s} 는 미시적 상태 재료에 대한 시간에 따른 발전을 의미하며 우변의 항은 divergence 이론을 적용하여 아래와 같이 변환할 수 있으며

$$\iint_{\delta R} \xi \dot{s} \cdot n dR = \delta V \nabla \cdot (\xi \dot{s}) \quad (9)$$

따라서 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi \dot{s}) = 0 \quad (10)$$

3. 초소성 거동

3.1 초소성 거동과 구성방정식

초소성 재료의 변형거동에 관한 구성방정식(constitutive equations)이 Zhou와 Dunne⁽⁴⁾에 의해 제시되었으며, 단축하중 상태에서의 응력-변형률, 응력-변형률속도, 변형률속도 민감계수 등과 재료의 결정립성장(grain growth)에 관한 실험 및 해석 결과가 Kim과 Dunne⁽¹²⁾에 의해서 발표되었다.

미소변형 하에서 진변형률(true strain)과 공칭변형률(nominal strain)은 같게 되고 따라서 선형탄성 조건에서는 변형에 따른 형상 치수의 차이는 무시할 수 있다. 그러나 회전(rotation)의 수반과 함께 대변형(large deformation) 조건에서는 변형률이 증대됨에 따라 형상의 차이는 점차로 증가하고 이른바 연속체의 유한변형(finite deformation)을 해석하기 위해서는 보다 정확한 응력 및 변형률 척도가 요구되어 진다. 이와 관련하여 연성재료에 대한 내부응력 및 강화(hardening)가 동반된 유한변형 해석 방법 등이 발표되었으며,^(13,14) 거대 연신이 수반되는 초소성 변형 또한 항복조건(yield criterion)⁽¹⁵⁾과 유한변형이론을 이용하여 다축형태의 일반화된 식으로 표현이 가능하게 되었다.

고온 변형은 확산과정(diffusion process)으로 모사

될 수 있으며 낮은 응력상태에서는 부과된 변형률 속도와 응력의 관계를 선형적으로 표현할 수 있는 반면, 높은 응력상태 하에서는 전위크리프(dislocation creep)에 따른 응력-변형률속도 관계가 비선형으로 주어진다.⁽¹⁶⁾ 일반적으로 초소성 변형 기구는 다음과 같은 세 가지의 기본 과정으로 구분할 수 있다.⁽¹⁷⁾ 확산크리프(diffusion creep), 결정립계의 미끄러짐(grain boundary sliding), 그리고 전위크리프(dislocation creep). 이와 같은 변형기구는 초소성 변형과정 동안 복합적으로 연관되어 있으며 따라서 소성변형, 결정립성장 및 강화기구 등이 구성방정식에 함께 고려되어야 한다. 한편 변형 중 조직의 발전과 기계적 거동을 함께 고려한 미시역학적 모델을 위하여 상태변수는 재료의 결정립 크기, l_i 가 사용되었으며 따라서 미시적 상태에서의 초소성 구성방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.^(4,12)

$$\underline{D}_i^p = \frac{3}{2} \frac{\alpha}{l_i^\mu} \sinh \beta [J(\underline{\sigma}_i) - R_i - k] \frac{\underline{\sigma}'_i}{J(\underline{\sigma}_i)} \quad (11)$$

$$\dot{R}_i = (C_i - \gamma_i R_i) \dot{p}_i \quad (12)$$

$$\dot{l}_i = \frac{\alpha_i}{l_i^\gamma} + \beta_i \dot{p}_i \quad (13)$$

$$\underline{\hat{\sigma}}_i = 2GD_i^e + \lambda \text{tr}(\underline{D}_i^e) \underline{I} \quad (14)$$

여기서 하첨자 i 는 미시적 상태의 값을 의미하며 \underline{D}^p 는 소성변형률속도(plastic deformation rate), $\underline{\sigma}$ 는 Cauchy 응력, R 은 등방성강화변수(isotropic hardening variable), l 은 결정립 크기, \dot{p} 는 유효 소성변형률속도(effective plastic strain rate), G 및 λ 는 탄성계수, k 는 항복응력, \underline{I} 는 단위텐서이며 또한 $\alpha, \beta, \mu, \gamma, C_i, \gamma_i, \alpha_i, \beta_i$ 는 각각 재료상수이다. 여기서 $J(\underline{\sigma})$ 는 유효응력을, $\underline{\sigma}'$ 는 편차응력텐서를 나타낸다. 탄성변형률속도(elastic deformation rate), \underline{D}_i^e 는 전변형률속도(total rate of deformation), \underline{D}_i 로부터 다음과 같이 계산된다.

$$\underline{D}_i^e = \underline{D}_i - \underline{D}_i^p \quad (15)$$

식 (11)은 전 변형과정 동안, 변형률속도와 유효응력에 상응하는 확산과 전위크리프의 영향이 모두 고려된 소성변형률속도가 \sinh 으로 표현되는 순응력(net stress)과 관계 있음을 보여주고, 이때 순응력이란 작용 응력(applied stress)과 등방성강화응력

(isotropic hardening stress) 및 항복응력의 편차가 됨을 알 수 있다. 강화과정(hardening process)을 모사하기 위하여 소성변형률과 선형적 관계가 있는 내부응력 R 이 사용되었으며 이는 Lemaitre 와 Chaboche⁽¹⁵⁾에 의해 광의(long-range)의 응력장 하에서 외부로부터의 전위 발생에 따른 효과를 모사하기 위해, 강화와 회복(recovery)이 조합된 기구로서 식 (12)와 같이 표현할 수 있다. 식 (13)은 변형에 따른 결정립 크기의 발전을 보여주고 있다. 이 식은 특히 정적 결정립성장(normal grain growth)과 소성변형률에 따라 수반되는 동적 결정립성장(dynamic grain growth)의 복합 형태임을 알 수 있다.⁽¹⁶⁾ 그리고 재료의 응력증가율(co-rotational stress rate)은 Hooke 의 법칙을 만족시키며 식 (14)와 같이 주어진다.

구성방정식 (11~14)에서 i 값으로 표현되는 미시적 상태에서의 재료는 공간 내에서 연속하는 한 개의 점에 대응되고, 따라서 거시적 상태는 이와 같은 미시적 재료의 합성으로 나타낼 수 있다. 즉 상태변수로서 결정립 크기 l_i 가 정의될 때 거시적 상태는 이 같은 결정립 분포의 평균값으로 계산될 수 있다. 또한 연속체 모델에서 거시적 상태의 재료는 한 개의 유한요소로 나타낼 수 있고, 이 요소에 대한 변형구배(deformation gradient), \underline{F} 및 속도구배(velocity gradient), \underline{L} 는 다음과 같다.

$$\underline{L} = \dot{\underline{F}} \underline{F}^{-1} \quad (16)$$

전변형률속도, \underline{D} 및 연속체의 회전텐서(spin tensor) \underline{W} 는 속도구배를 이용하여 각각 다음과 같이 표현할 수 있다.⁽¹⁸⁾

$$\underline{D} = \frac{1}{2} (\underline{L} + \underline{L}^T) \quad (17)$$

$$\underline{W} = \frac{1}{2} (\underline{L} - \underline{L}^T) \quad (18)$$

이때 미시-거시의 상관 해석을 위해 Taylor 가정이 다음과 같이 사용되었다.^(9,19)

$$\underline{D}_i = \underline{D} \quad \text{그리고} \quad \underline{W}_i = \underline{W} \quad (19)$$

초소성 구성방정식을 이용하여 미시 상태에서 재료에 대한 물성값을 계산한 후 응력변화율은 아래와 같이 구할 수 있으며

$$\underline{\hat{\sigma}}_i = \underline{\hat{\sigma}}_i + \underline{W} \underline{\sigma}_i - \underline{\sigma}_i \underline{W} \quad (20)$$

따라서 전진 Euler 방법에 의해 다음과 같이 응력을 계산할 수 있다.

$$\underline{\sigma}_i^{t+\delta t} = \underline{\sigma}_i^t + \underline{\dot{\sigma}}_i \delta t \quad (21)$$

여기서 δt 는 시간 증분량이다.

3.2 구성방정식 평가

응력증가율(co-rotational stress rate), $\underline{\dot{\sigma}}$ 을 계산하기 위해 다축형태의 구성방정식이 사용되었다. 또한 그 적합성을 고찰하기 위해 두 가지 형태의 적분과정, 즉 Jaumann 율 및 회전증분률(rotation incremental rate)이 이용되었으며 이에 따라 단축하중(uniaxial loading)과 단순전단(simple shear) 문제를 해석하였다. 첫째, Jaumann 율을 이용하여 재료의 등방성강화 모델에 적용하였으며 재료의 응력율은 식 (14) 및 (20)과 같이 정의되고 따라서 식 (21)을 이용하여 시간 $t + \delta t$ 에서의 응력을 구할 수 있다. 둘째, 회전텐서의 증분률을 이용할 경우, 이는 강체의 회전과 응력증분률을 합한 것으로 시간 t 로부터 $t + \delta t$ 까지의 응력의 변화는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\underline{\sigma}^{t+\delta t} = (\underline{R}^{\delta t}) \cdot \underline{\sigma}^t \cdot (\underline{R}^{\delta t})^T + \underline{\dot{\sigma}}^t \delta t \quad (22)$$

여기서 \underline{R} 은 회전텐서이다. 회전에 따른 증분은 polar decomposition 이론⁽²⁰⁾을 이용하여 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$\underline{R}^{\delta t} = (\underline{V}^{\delta t})^{-1} \cdot (\underline{F}^{\delta t}) \quad (23)$$

이때

$$\underline{F}^{\delta t} = (\underline{E}^{t+\delta t}) \cdot (\underline{E}^t)^{-1} \quad (24)$$

여기서 $\underline{V}^{\delta t}$ 는 symmetric positive stretch 텐서의 증분을 나타내며 $\underline{F}^{\delta t}$ 는 변형구배의 증분이다. 이때 고유값 대각화(eigenvalue diagonalisation)를 통해 신장텐서(stretch tensor)는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\underline{V}^{\delta t} = (\underline{E})(\underline{\lambda})^{1/2}(\underline{E})^T \quad (25)$$

단 \underline{E} 및 $\underline{\lambda}$ 는 각각 변형률텐서 및 고유값 행렬을 의미한다.

초소성 변형거동 해석과 관련한 모델의 적합성 검증에 위해 다양한 경우의 유한요소해석과 독립

된 수치해석 결과 및 적분수식의 풀이 결과를 각각 비교 검토하였다. 검증을 위해 고려한 경우는 다음과 같다.

- i) 단축 탄성(uniaxial elasticity)
- ii) 단축 탄-점소성(uniaxial elasto-viscoplasticity)
- iii) 단순전단 탄성(simple shear elasticity)
- iv) 단순전단 탄-점소성(simple shear elasto-viscoplasticity)

유한요소해석을 위하여 ABAQUS와 사용자 설정 부프로그램인 UMAT이 사용되었으며, 단축하중의 경우 bilinear axisymmetric quadrilateral 요소가, 단순전단 해석을 위하여 bilinear plane strain quadrilateral 요소가 각각 사용되었다. 알루미늄합금, Al-Zn-Mg, 788K 및 티타늄합금, Ti-6Al-4V, 927°C의 실험적 응력-변형률 특성과^(21,16) 구성방정식을 이용한 해석 결과가 비교되었으며 각각 8.2 μ m와 6.4 μ m의 평균 결정립 직경이 조직의 초기값으로 사용되었다. 따라서 이 경우 계산을 위한 조직의 분포특성은 고려되지 않았다. 첫 번째 모델인 Al-Zn-Mg, 788K 합금의 단축하중상태, 탄성해석에 있어 구성방정식을 이용한 해석 결과, 응력과 변형률 선도의 기울기가 1000MPa로 계산되었으며 이는 일반적인 Hooke의 법칙 적용에 따른 사용된 탄성계수 값과 일치함을 알 수 있었다. 또한 변형률성분 간의 관계에 있어, ϵ_{11} 혹은 ϵ_{33} 와 ϵ_{22} 의 비율, 즉 변형률선도의 구배는 사용된 포아송비 0.3과 같음을 알 수 있었다. 두 번째 경우, 알루미늄 Al-Zn-Mg, 788K 합금에 대한 단축하중상태의 탄-점소성 거동해석 결과는 Fig. 1과 같다. 인용된 실험값⁽²¹⁾ 및 해석을 위해 사용된 단축형태의 구성방정식 결과⁽¹²⁾와 다축형태의 결과가 일치함을 알 수 있었고, 이로서 다축형태로의 확장에 따른 모델의 적합성이 확인될 수 있었다. 세 번째 경우, Fig. 2(a)는 단순전단상태의 탄성거동해석 결과를 나타낸다 Jaumann 응력율을 사용한 아탄성(hypoelastic) 단순전단 문제의 해 즉, $\sigma_{11} = -\sigma_{22} = G(1 - \cos \gamma)$ 및

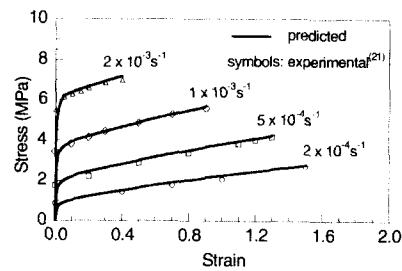


Fig. 1 True stress versus true strain for Al-Zn-Mg at 788K in uniaxial elasto-viscoplastic model

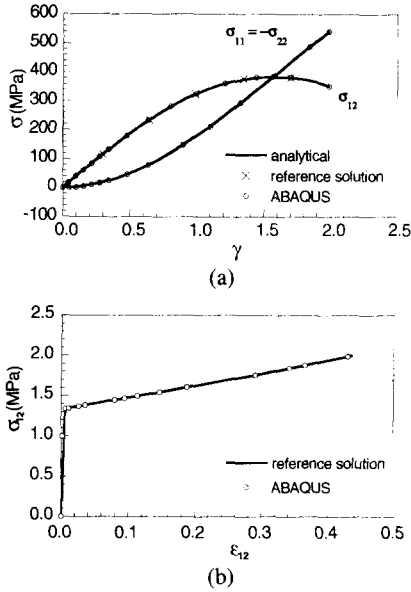


Fig. 2 Simple shear model for Al-Zn-Mg at 788K. (a) Stress responses for elasticity, and (b) shear stress versus shear strain for elasto-viscoplasticity

$\sigma_{12} = G \sin \gamma$ 등이 구성방정식을 이용한 수치해석 결과와 일치함을 알 수 있다. 이때 전단응력은 전단변형률의 증가에 따라 변동 응답(oscillatory response)이 나타남을 알 수 있으며 이는 전단변형률의 증가에 따른 단조증가(monotonically increase) 되는 전단응력과 물리적으로 일치하지 않는 경향을 보여주고 있다. 한편 소성변형에 따른 구성방정식의 물리적 특성과 관련하여 Jaumann 응력율의 적합성이 Prager⁽²²⁾에 의해 제시되었고, kinematic hardening의 경우 내부응력의 전단응력성분은 주기적으로 변화함에 반해 등방성 소성거동은 이와 같은 현상이 수반되지 않는다. 즉 Fig. 2(b)의 결과에서 알 수 있듯이 단순전단의 탄-점소성 해석의 경우 변형이 진행됨에 따라 전단응력이 적합하게 증가되는 것을 볼 수 있다. 이 경우 소성변형률속도는 구성방정식의 등방성강화 및 결정립 성장식에 의해 계산되었으며 따라서 탄-점소성식으로 표현되는 초소성거동의 해석에 있어 Jaumann 응력율이 효과적으로 사용되어 짐을 알 수 있다. 티타늄합금, Ti-6Al-4V, 927°C의 탄-점소성 모델 해석 결과와 실험값⁽¹⁶⁾의 비교는 Fig. 3과 같다. 알루미늄합금의 경우와 동일하게 단축 및 다축형태의 구성방정식을 이용한 결과가 일치하였으며 계산 및 실험결과 모두, 증가되는 변형률속도에 따라 유동응력이 증가함을 알 수 있었다. 이로서 단축하중과 단순전단 문제의 해석을 통해 제

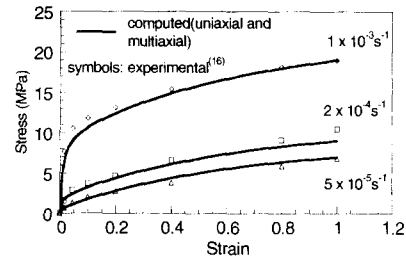


Fig. 3 True stress versus true strain for Ti-6Al-4V at 927°C in fully elasto-viscoplastic model

시한 모델들을 평가하였으며 Jaumann 응력율과 회전증분율을 사용한 해석 결과가 일치함을 확인하였다. 또한 등방성강화율을 이용한 아탄성 및 탄-점소성 해석을 통해 적절한 변형거동 모델이 고찰되었으며 유한요소를 이용한 해석의 유용성을 검증할 수 있었다.

3.3 결정립 분포와 변형거동

Ti-6Al-4V 재료에 있어 연성 및 파손에 직접적인 영향을 미치는 불균일 변형과 그에 따른 조직의 불균일 요소, 즉 결정립 크기, 분포, 균일성 등이 실험적으로 관찰되었다.^(6,8) 따라서 본 논문은 이와 같은 불균일 조직의 특성을 묘사하기 위해 결정립 크기, l 을 상태변수로 하였고 그 분포특성은 결정립 크기의 향으로 표현되는 분포함수(distribution function)를 이용하여 나타내었다. 이에 따라 식 (10)은 다음과 같이 표현할 수 있으며

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial l}(\xi l) = 0 \tag{26}$$

이는 결정립의 질량 분포, ξ 와 결정립 크기, l 의 함수로 이루어진 연속방정식이 됨을 알 수 있다. 실험적으로 측정된 결정립 분포는 빈도함수, $F(l)$ 로써 표현할 수 있으며 다음과 같다.

$$N = \frac{1}{\Delta l} \int_{l_1}^{l_2} F(l) dl \tag{27}$$

여기서 l_1, l_2 는 결정립 분포 내에서 각각 최소, 최대 결정립 크기이며 Δl 은 표본 간격이다. 따라서 구형(spherical)의 결정립이라고 가정하면 결정립 분포의 총 부피는 다음과 같다.

$$V = \frac{1}{\Delta l} \int_{l_1}^{l_2} \frac{\pi}{6} l^3 F(l) dl \tag{28}$$

식 (4)와 조합하면 따라서 $\xi(l)$ 과 $F(l)$ 에 대하여

다음과 같은 관계를 얻을 수 있다.

$$\xi(l) = \frac{\pi}{6\Delta l} l^3 \rho F(l) \quad (29)$$

한편 거시적 상태에서 재료는 이와 같은 미시적 재료의 합성으로 나타낼 수 있으며 결정립 분포의 평균값으로 계산될 수 있다. 따라서 거시적 상태에서의 응력은 다음과 같이 구할 수 있으며

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\rho V} \int_V \sigma_i \xi(l_i) dl \quad (30)$$

여기서

$$V = \frac{1}{\rho} \int_V \xi(l_i) dl \quad (31)$$

이때 결정립 분포는 각각의 결정립 및 분포함수를 이용하여 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\xi(l_i) \dot{l}_i(l_i, \dot{p}_i) = \xi_0(l_i) \dot{l}_0(l_i, \dot{p}_i) \quad (32)$$

여기서 하첨자 0는 초기상태의 값을 의미한다.

4. 모델 특성

초소성 티타늄합금, Ti-6Al-4V의 비균일 결정립 분포와 변형 중 조직의 발전을 고려한 미시역학적 해석에 앞서 간단하고 이상화된 모델을 이용하여 제시된 이론을 검증하였다. 이에 따라 균일 결정립 분포의 효과와 상응한 분포함수, 즉 델타함수(delta function) 및 임펄스함수(impulse function)를 각각 결정립 분포로 하여 다음과 같이 표현하였다.

$$F(l_i) = \frac{n}{\pi} \frac{1}{1+n^2(l_i - \bar{l})^2} \quad (33)$$

$$F(l_i) = \frac{n}{\pi} \quad i = \hat{k} \quad (34)$$

$$F(l_i) = 0 \quad \forall \quad i \neq \hat{k}$$

여기서 최고 빈도수는 각각의 경우 n/π 으로 동일하며 \bar{l} 는 평균 결정립 크기를, \hat{k} 값은 균일 분포에서의 결정립 크기를 나타낸다. 또한 n 값은 균일 결정립 분포를 모사하기 위해 델타 및 임펄스 함수에서 사용한 계수이다. 900°C에서 실험 측정된 초기 결정립 크기는 $7.5\mu\text{m}$ 이며, 구성방정식과 관련한 Ti-6Al-4V 합금의 재료상수는 참고문헌⁽¹²⁾과

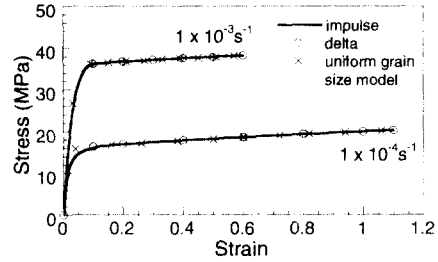


Fig. 4 Model validation: stress versus strain curves obtained by using two functions represented and a uniform grain size model⁽⁴⁾

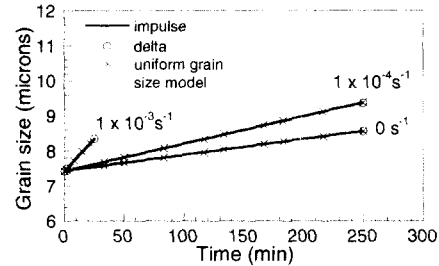


Fig. 5 Model validation: grain size versus time curves obtained by using two functions represented and a uniform grain size model⁽⁴⁾

같다. 균일 결정립 장(field) 해석을 위해 사용된 이상화된 수학적 모델의 결과와 Zhou 와 Dunne⁽⁴⁾의 결과에 대한 비교는 Fig. 4 및 Fig. 5와 같다. Fig. 4는 각각의 변형률속도에 대한 응력과 변형률 관계를 그리고 Fig. 5는 시간에 대한 결정립 크기의 변화를 보여준다. 결과에서 보듯이 비균일 장 해석을 위해 개발된 미시역학적 모델을 이용하여 균일장 모사를 위한 임의 수학적 모델을 적용한 경우, 제시된 두 함수 모두 균일 결정립 분포만을 가정한 Zhou 및 Dunne⁽⁴⁾의 결과와 정확히 일치함을 알 수 있다. 즉 실제의 델타함수 및 임펄스함수는 비균일 결정립 분포를 표현하는 식으로 구성되어 있으며 단지 균일 결정립 분포와 상응하는 계산을 위해, 실험 측정된 균일 결정립 크기와 결정립 수를 고려하였고 나머지 결정립 크기에 대한 구간에서는 결정립 수를 0의 값으로 처리하였다. 따라서 전 구간에서의 결정립 진전 및 구성방정식을 이용한 적분 과정은 비균일결정립 해석과 동일한 과정으로 수행되었으며 이로서 이론적 모델의 적용이 실제의 비균일 결정립 분포해석과 관련한 연구에 타당함을 입증할 수 있다.

5. 결과 및 고찰

본 연구는 비균일 조직을 갖는 초소성 Ti-6Al-

4V 재료의 불균일 변형거동 해석을 위해 미시역학적 모델과 실험 결과를 비교 분석하였다.

변형과 조직의 발전이 고려된 미시역학적 모델은 유한요소법을 이용하여 다축형태의 구성방정식을 통해 수치계산 하였으며 균일 결정립 분포와 불균일 결정립 분포에 대해 각각 해석하였다. 재료 모형은 8-절점, 4-변형, 평면응력(eight-node, quadrilateral, plane stress)을 갖는 80 개의 유한요소를 사용하여, 실험적으로 측정된 결정립 분포를 각각의 요소에 임의 분포시켰다. 이를 위한 가정은 첫째, 재료 모형의 평균 결정립 직경은 실험적으로 관측한 값과 동일하게 사용하였으며, 둘째, 결정립 크기 및 분포와 관련한 성질은 등방성으로 간주하였다.

한편 비균일 조직이 변형 및 파손에 미치는 영향을 실험적으로 고찰하기 위해 조직의 비균일 특성, 특히 결정립 크기, 분포 및 각 상의 체적분율 측정을 위한 초소성 인장실험이 Ti-6Al-4V 재료에 대해 900°C 에서 수행되었다. 실험에 사용된 시편은 Fig. 6 과 같이 시편 길이 $20 \times 5\text{mm}^2$, 두께 0.7mm 로 표준 초소성 인장실험에 맞게 제작되었으며 Instron 4505 를 이용하여 균일 변형률속도 $1 \times 10^{-1}\text{s}^{-1} \sim 1 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$ 를 부과하였다. 아르곤 환경 하에서 3-영역 노(three-zone furnace)를 이용하여 900°C 조건을 $\pm 0.5^{\circ}$ 로 이내로 설정할 수 있었으며 매 실험마다 목표 온도에 도달하기 위한 2 시간의 가열 및 30 분의 안정화 시간을 적용하였다. Ti-6Al-4V 재료의 결정립 크기 및 분포를 측정하기 위해 초기 조직은 900°C 에서 30 분 가열 후 수냉한 조직의 상태를 기준으로 하였으며 변형률속도 $1 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$ 를 부과한 경우 변형률 1.72 에서, $1 \times 10^{-3}\text{s}^{-1}$ 는 1.55, $1 \times 10^{-1}\text{s}^{-1}$ 은 0.55 변형률에서 각각 조직 검사 및 측정이 수행되었다. 광학 및 주사전자현미경(SEM)을 이용하였으며, 특히 결정립 분포 측정을 위하여 후방산란전자 검출기법(EBSD)과 전자 탐침 미량분석기법(EPMA) 및 디지털 처리과정(digital processing techniques)⁽²³⁾을 수행하였다. 조직의 성분 함유량에 따라 α - β 의 이상 구조를 구별할 수 있으며 이들의 화상처리 결

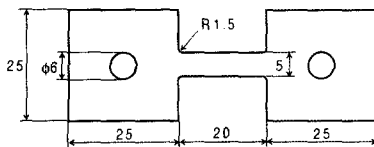


Fig. 6 Diagram showing the test specimen geometry (Units in mm)

과에 따라 결정립 분포, 크기 및 체적분율을 측정할 수 있었다. 초기 및 $1 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$ 의 변형률속도를 부과한 후 변형된 조직의 결정립 분포 사진은 Fig 7 과 같다. 모든 경우에 있어 α - β 의 이상구조를 볼 수 있으며 일반적으로 α 상(dark phase)은 알루미늄 성분(5.29~6.06%)이 β 상(light phase)은 바나듐 성분(3.58~4.88%)이 각각 많은 것으로 관측되었다. α - β 각 상의 결정립 분포에 대한 초기 및 변형 후 결정립 크기 및 수와 관련한 실험 및 계산 결과는 Fig. 8 및 Fig. 9 와 같다. 이를 통하여

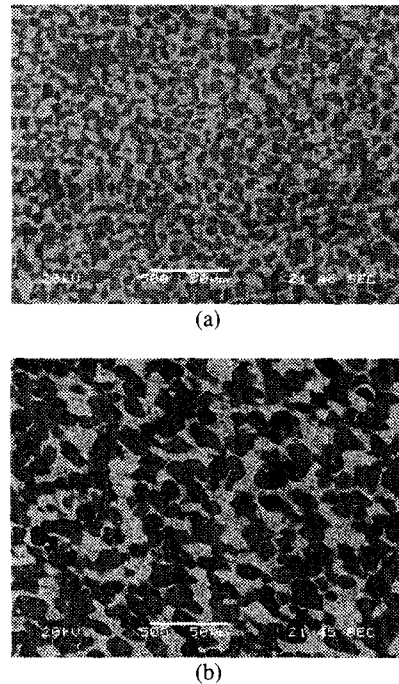


Fig. 7 Microphotographs obtained by SEM with EBSD showing (a) the initial microstructure, and (b) following deformation at a strain rate of $1 \times 10^{-4}\text{s}^{-1}$ for Ti-6Al-4V at 900°C

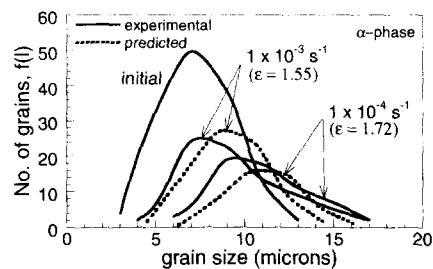


Fig. 8 Comparisons between experimental(solid line) and predicted(broken line) distributions of α grain size for Ti-6Al-4V at 900°C

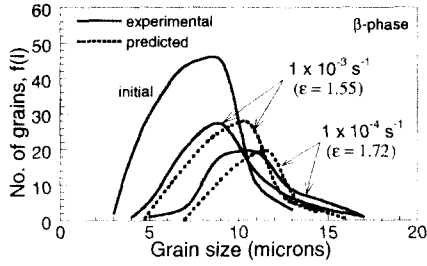


Fig. 9 Comparisons between experimental(solid line) and predicted(broken line) distributions of β grain size for Ti-6Al-4V at 900°C

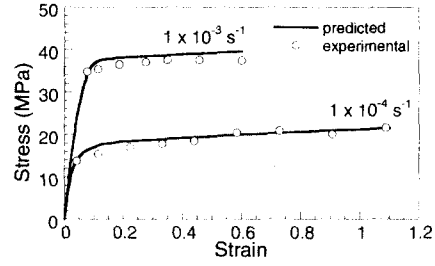


Fig. 10 Comparisons between predicted(line) and experimental(symbol) stress versus strain curves for Ti-6Al-4V at 900°C

Table 1 Experimentally measured and predicted mean grain size(microns) for Ti-6Al-4V at 900°C

Strain rate	initial	$1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$	$1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$	$1 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$
Experimental	7.50	10.76	9.19	7.94
Predicted	7.50	10.50	9.44	7.70

고려된 단위 면적 내 변형 후 조직의 평균 결정립 크기와 총 결정립 수는 초기 조직과 비교할 때 각각 증가 및 감소하였음을 알 수 있다. Fig. 8은 α 상에 대한 초기 결정립 분포 및 변형률속도 $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 와 $1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 에 대한 결정립 분포의 발전을 보여주며, β 상에 대한 결과는 Fig. 9와 같다. 실험 및 계산 결과가 비교적 잘 일치하는 것을 볼 수 있으며, α 및 β 상 모두 유사한 결정립 성장을 동반함을 알 수 있다. Ti-6Al-4V 합금의 경우 조밀육방격자(HCP) 구조를 갖는 α 상은 체심입방격자(BCC) 구조의 β 상에 비해 훨씬 적은 슬립기구를 가지며, 거대 연신을 동반하는 초소성변형의 경우 확산과 소성 유동에 대한 β 상의 역할이 중요함을 알 수 있다. 그러나 계속해서 증가되는 β 상의 결정립 크기는 오히려 초소성 능력을 감소시키게 되고 이때 α 상은 결정립 성장을 억제하는 상태로 조직을 안정화 시키는 작용을 하게 된다. 일반적으로 상-분율과 관련한 최적의 초소성 상태는 40~60%의 β 상 범위로 알려져 있으며 따라서 이와 같은 결정립 성장에 따른 α 와 β 의 균형적인 조화에 의해 최대의 연신을 이룰 수 있게 된다.⁽¹⁷⁾ 본 연구에서 실험 관측한 초기 체적분율은 α 와 β 각각 0.49 및 0.51이며, 변형률속도 $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 를 부과한 경우, 변형률 1.55에서 0.52 및 0.48로, 변형률속도 $1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 부과시 변형률 1.72에서 0.55 및 0.45로 각각 측정되었다. 한편

실험 측정된 평균 결정립 크기와 수치계산의 비교는 Table 1과 같고 α 와 β 결정립을 함께 고려한 평균 결정립 계산의 경우에도 미시역학적 예측 방법이 잘 활용될 수 있음을 알 수 있다. 결정립 분포를 이용한 미시역학적 모델로부터 변형률속도 $1 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 및 $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 를 부과한 경우 응력-변형률 특성과 관련한 계산 및 실험결과는 Fig. 10과 같다. 각 상의 체적분율을 고려한 재료의 거시적 응력은 합성법칙(rule of mixture)⁽²⁴⁾을 이용하여 다음과 같이 구할 수 있으며

$$\bar{\sigma}_{total} = f_v^\alpha \bar{\sigma}_\alpha + f_v^\beta \bar{\sigma}_\beta \quad (35)$$

여기서 f_v^α 및 f_v^β 는 각각 α 와 β 의 체적분율을 나타낸다. 그래프를 통해 보듯이 두 값이 상당히 잘 일치함을 알 수 있다.

현재까지의 계산에서는 결정립 분포가 유한요소 의 각 요소마다 동일하게 적용되었으며 따라서 시편 형상에 대해 결정립 분포가 부분별로 다르지 않다고 가정하였다. 그러나 실험 측정된 결과 시편의 각 부위마다 실제적으로는 7.18 ~ 7.50 μm 의 상이한 평균 결정립 분포를 알 수 있었으며 비록 편차가 크지는 않지만 불균일 변형과 그에 따른 최종 파손 단계를 유도하는 것을 알 수 있었다. 이와 같은 불균일 변형과 파손 변형률을 해석하기 위해 실험 측정된 결정립 분포를 임의 분포 형태로 모델에 적용하였으며 경계 및 변위 조건도 실험과 동일하게 설정하였다. Fig. 11(a)는 시편구간 (gauge length) 내 임의 측정된 불균일 결정립분포를 나타내며 이를 바탕으로 재료 모형에 임의로 부여한, 변형 전 유한요소 모델은 Fig. 11(b)와 같다. $1 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ 의 균일 변형률속도를 부과한 경우 ABAQUS를 이용한 해석 결과는 Fig. 11(c)-(d)와 같다. 시편 부위마다 작용하중 방향으로의 변형률 분포가 다름을 알 수 있으며 초기에 부여한 각 요

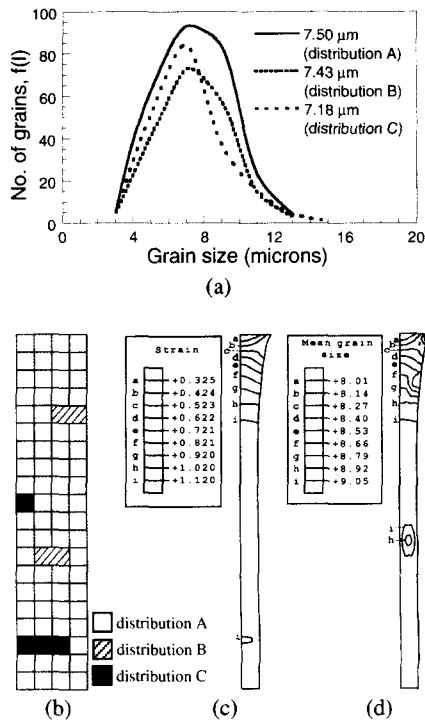


Fig. 11 (a) Experimentally determined distributions of grain size in a test-piece for Ti-6Al-4V at 900°C, (b) schematic diagram showing finite element representation, (c) predicted loading direction strain, and (d) predicted spatial variation of mean grain size

소의 결정립 크기가 변형에 따라 크게 증가한 것을 볼 수 있다. 한편 시편 부위에서의 응력은 작용 하중에 따라 다음과 같이 구할 수 있으며

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{A_0} \frac{A_0}{A} = \frac{P}{A_0} e^\epsilon \tag{36}$$

여기서 A_0 는 변형 전 시편의 단면적이며 P 는 로드셀에서 측정된 작용 하중이다. 유한요소를 이용한 계산에서는 따라서 이 같은 방법과 동일하게 작용 하중방향으로의 상부-경계(top boundary)에서의 절점-하중(nodal-force)의 합력을 구함으로써 해서 응력과 변형률을 각각 계산할 수 있다. 실험에 적용된 모든 변형률속도에 대하여 수치해석 하였으며, 변형률 증가에 따른 응력의 급격한 감소가 시작되는 변형률을 파손 변형률이라고 하고 실험과 계산에 의해서 구한 이 같은 파손 변형률을 Table 2에 나타내었다. 보는 바와 같이 변형률속도가 증가함에 따라 파손 변형률이 감소하는 것을 알 수

Table 2 Experimental and predicted failure strains for Ti-6Al-4V at 900°C

Strain rate (1/s)	Experimental failure strain	Predicted failure strain
$1 \times 10^{-4} s^{-1}$	1.72	1.81
$1 \times 10^{-3} s^{-1}$	1.55	1.17
$1 \times 10^{-1} s^{-1}$	0.55	0.66

있으며 각 요소마다 임의 결정립 분포가 적용되었음에도 불구하고 비교적 적절한 값을 예측할 수 있었다. 조직 내부의 결정립 성장은 식 (13)과 같이 주어지며 이는 낮은 변형률속도에서는 정적 성장이, 높은 변형률속도에서는 동적 성장이 각각 지배적임을 알 수 있다. 낮은 변형률속도에서 작은 평균 결정립 크기를 갖는 분포는 큰 결정립 크기를 갖는 분포와 비교할 때 높은 결정립 성장율의 지배를 받지만 높은 변형률 속도에서는 이와 반대의 결정립 성장기구가 설명된다. 동적 결정립 성장만 작용하고 있을 경우 결정립 성장율은 소성 변형률과 선형으로 비례하며 각각의 결정립의 크기와 무관하다. 따라서 결정립의 비균일 분포에 기인된 조직의 불균일성은 변형 과정 동안 변하지 않게 되고 결국 변형률의 선형 국부화와 그에 따른 파손을 초래하게 된다. 결국 변형률속도가 작아짐에 따라 동적 결정립 성장에 비해 상대적으로 정적 결정립 성장이 지배적이 되며 따라서 조직의 비균일성을 저하시키고 최종적인 국부화와 파손 발생을 지연시키게 된다.

6. 결론

초소성 변형거동 및 불균일 파손과 관련하여 조직의 비균일 분포특성과 거동 현상의 상관해석을 위한 미시역학적 모델이 제시되었으며 이 같은 모델을 이용하여 초기 결정립 분포에 따른 변형과 조직의 발전 및 기계적 특성을 예측할 수 있었다.

초소성변형에 수반되는 탄-점소성거동 해석과 관련하여 유한변형이론 및 항복이론에 근거한 다축형태의 구성방정식이 제시되었으며 그 유용성에 대한 평가가 수행되었다. 단축하중과 단순전단 문제의 해석을 통해 Jaumann 응력을 및 회전증분률을 이용한 재료의 응력율이 계산되었고 아탄성 및 탄-점소성 해석에 따른 모델의 적합성이 연구되었다.

결정립 및 결정립 분포의 발전에 대한 계산은 실험 결과를 바탕으로 효과적으로 수행할 수 있었으며 인가된 변형률속도에 대한 응력-변형률 특성

또한 적절하게 예측할 수 있었다. Ti-6Al-4V 티타늄 합금에 대한 실험 결과, 시편 각 부분에 대한 상이한 결정립 분포를 관측할 수 있었으며 비록 그 편차가 적을 지라도 불균일 변형과 그에 따른 변형률의 국부화 및 최종 불균일 파손이 유도됨을 알 수 있었다. 또한 최적의 초소성 조건은 α 와 β 상 체적분율의 균형적인 조화에 의해 결정됨을 알 수 있었고 변형에 따른 각 상의 발전을 인가된 변형률속도에 따라 명확히 관찰할 수 있었다.

인가된 변형률에 대한 파손 변형률은 결정립 성장 기구로 설명할 수 있으며 즉 낮은 변형률속도는 확산에 기인된 정적 성장과 관련되고 또한 작은 평균 결정립과 결정립 분포의 경우 보다 빠른 결정립 성장을 유도하게 됨에 따라 결국 전체적인 불균일성은 감소하게 된다. 반면에 높은 변형률속도의 경우, 변형과 관계된 동적 결정립 성장을 유도하게 되고 따라서 불균일성은 지속되며 파손 변형률이 작아지게 된다.

참고문헌

- (1) Johnson, R.H., 1970, "Superplasticity," *Met. Rev.* 15, pp. 115~134.
- (2) Winkler, P.-J., 1990, "Superplasticity in use: A Critical Review of its Status, Trends and Limits," *Superplasticity in Metals, Ceramics and Intermetallic* (Ed. M.J.Mayo, M.Kobayashi, J.Wadsworth), Proc. Symp., California, USA, pp. 123~136.
- (3) Wood, R.D. and Bonet, J., 1994, "Aspects of the Numerical Simulation of SPF Including Material Parameter Evaluation," *Superplasticity : 60 Years after Pearson* (Ed. N.Ridley), Proc. Conf., UMIST, UK, pp. 206~217.
- (4) Zhou, M. and Dunne, F.P.E., 1996, "Mechanisms-Based Constitutive Equations for the Superplastic Behaviour of a Titanium Alloy," *J. of Strain Analysis*, Vol. 31, pp 65~73.
- (5) Mosher, D.A. and Dawson, P.R., 1996, "A state Variable Constitutive Model for Superplastic Ti-6Al-4V Based on Grain Size," *J. of Eng. Mater. Tech.*, Vol. 118, pp. 162~168.
- (6) Paton, N.E. and Hamilton, C.H., 1979, "Microstructural Influence on Superplasticity in Ti-6Al-4V," *Met. Trans.*, Vol. 10A, pp. 241~250.
- (7) Shi, L. and Northwood, D.O., 1995, "Grain Size Effect in High Temperature Creep and Superplastic Deformation of Polycrystalline Materials," *Mater. Sci. Forum*, Vol. 189, pp. 335~340.
- (8) Ghosh, A.K. and Raj, R., 1986, "A Model for the Evolution of Grain Size Distribution During Superplastic Deformation," *Acta. Met. Mater.*, Vol. 34, No. 3, pp. 447~456.
- (9) Haghi, M., 1995, "A Frame Work for Constitutive Relations and Failure Criteria for Materials with Distributed Properties, with Application to Porous Viscoplasticity," *J. of Mech. Phys. Solid*, Vol. 43, pp. 573~597.
- (10) Stouffer, D.C. and Dame, L.T., 1996, *Inelastic Deformation of Metals*, John Wiley & Sons, Inc., New York.
- (11) Lai, W.M., Rubin, D. and Krempl, E., 1978, *Introduction to Continuum Mechanics*, Pergamon Press Oxford.
- (12) Kim, T-W. and Dunne, F.P.E., 1997, "Determination of Superplastic Constitutive Equations and Strain Rate Sensitivities for Aerospace Alloys," *Proc. Instn. Mech. Engrs.*, Vol. 211, Part G, pp. 367~380.
- (13) Suh, Y.S., 1998, "The Influence of Plastic-Strain-Induced Anisotropy Modeled as Combined Isotropic-Kinematic Hardening in the Tension-Torsion Straining Problem (I)," *KSME Int. J.*, Vol. 12, No. 4, pp. 572~582.
- (14) Suh, Y.S., 1998, "The Influence of Plastic-Strain-Induced Anisotropy Modeled as Combined Isotropic-Kinematic Hardening in the Tension-Torsion Straining Problem (II)," *KSME Int. J.*, Vol. 12, No. 4, pp. 583~597.
- (15) Lemaitre, L. and Chaboche, J-L., 1990, *Mechanics of Solid Materials*, Cambridge University Press, Cambridge.
- (16) Ghosh, A.K. and Hamilton, C.H., 1979, "Mechanical Behavior and Hardening Characteristics of a Superplastic Ti-6Al-4V Alloy," *Met. Trans. A*, Vol. 10A, pp. 699~706.
- (17) Nieh, T.G., Wadsworth, J. and Sherby, O.D., 1997, *Superplasticity in Metals and Ceramics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- (18) Khan, A.S. and Huang, S., 1995, *Continuum Theory of Plasticity*, Wiley, New York.
- (19) Taylor, G.I., 1938, "Plastic Strain in Metals," *J. Inst. Metals*, Vol. 62, pp. 307~324.
- (20) Spencer, A.J.M., 1980, *Continuum Mechanics*, Longman Group Limited, London.
- (21) Iwasaki, H., Hayami, s., Higashi, K. and Tanimura, S., 1990, "Instability of Superplastic Aluminium Alloys," *Superplasticity in Metals, Ceramics and Intermetallic* (Ed. M.J.Mayo, M.Kobayashi, J. Wadsworth), Proc. Symp., California, USA, pp. 233~238.
- (22) Prager, W., "An Elementary Discussion of Definitions of Stress Rate," 1961, *Quart. Appl. Math.*, Vol. 18, pp. 403~407.
- (23) Kurzydowski, K.J. and Ralph, B., 1995, *The Quantitative Description of the Microstructure of Materials*, CRS Press, New York.
- (24) Wart, J.A. and Paton, N.E., 1983, "Enhanced Superplasticity and Strength in Modified Ti-6Al-4V Alloys," *Met. Trans. A*, Vol. 14A, pp. 2535~2544.