

〈논 문〉

유체유동에 의한 복합재료 파이프의 안정성 해석  
Stability Analysis of Composite Material Pipes Conveying Fluid

최재운\* · 송오섭†

(Jae Woon Choi and Oh Seop Song)

(2001년 6월 7일 접수 : 2001년 10월 8일 심사완료)

**Key Words** : Composite Material Pipes(복합재료 파이프), Conveying Fluid(유체유동), Stability(안정성), Flow Induced Vibration(유체유발진동)

ABSTRACT

Static and oscillatory loss of stability of composite pipes conveying fluid is investigated. The theory of thin walled beams is applied and transverse shear, rotary inertia, primary and secondary warping effects are incorporated. The governing equations and the associated boundary conditions are derived through Hamilton's variational principle. The governing equations and the associated boundary conditions are transformed to an eigenvalue problem which provides the information about the dynamic characteristics of the system. Numerical analysis is performed by using extended Galerkin method. Variation of critical velocity of fluid with fiber angles and mass ratios of fluid to pipe including fluid is investigated.

1. 서론

유체유동에 의한 구조물 진동은 흔히 접할 수 있는 관악기의 아름다운 진동음에서부터 항공기 추락의 원인이 될 수 있는 파괴적 진동까지 많은 분야에서 볼 수 있다. 항공기 날개가 임계속도를 넘어 플러터(flutter)가 발생하거나 항공기 엔진의 열 차단기로 사용되는 얇은 셸(shell) 구조물의 진동에 의한 사고, 원자로 노심을 감시 및 제어 하기위해 액체 나트륨을 분출하는 튜브의 진동으로 원자로 노심 차폐벽을 깨고 노심을 녹이는 등 대형 사고가 일어날 수 있다.

따라서 최근에 더욱 가볍고, 유연하며, 진동발생이 쉬운 재료로 설계를 해야하는 구조 설계자는 유체유

동에 의한 진동이 더욱 중요시되고 있다.<sup>(1)</sup>

뿐만 아니라 과학기술의 발전으로 현대에 많은 진보된 새로운 재료가 생산되고 있으며 앞으로도 계속적으로 생산될 것이다. 특히 항공우주분야에서 그 재료의 특성 및 이론이 아주 잘 정립되어있는 복합재료는 그 이점이 많아 여러분야에 응용되고 있다. 복합재료는 재료를 강화시키는 유리, 보론, 탄소 등의 강화재(reinforcement)와 이를 구속시키는 폴리에스테르, 에폭시, 금속등 기지(matrix)로 구성되어 있으며 단일 재료보다 높은 비탄성률, 비강도, 내충격성, 내피로성, 내마모성, 치수안정성 등을 가질 수 있으며 최적 설계 개념에 의해 재료의 효율적인 사용이 가능하고 무게나 가격을 최소화할 수 있어 그 사용량이 증가되고 있으며, 또한 전기, 전자, 토목, 건설, 해양, 스포츠, 항공우주산업 등에 널리 사용되고 있다.<sup>(2,3)</sup>

Bernoulli-Euler 보 이론에 의한 등방성 파이프의 유체 유동 연구는 전단변형과 회전관성의 영향을 무시한 고전적 보이론(classical beam theory)에 기초하였다. 이것과 비교하여 복합재료 파이프는 전단변형

\* 충남대학교 기계공학과 대학원

† 책임저자, 정회원, 충남대학교 기계공학과

E-mail : songs@hanbat.chungnam.ac.kr

Tel : (042) 821-5650, Fax : (042) 822-5642

및 회전관성의 영향을 고려하며, 또한 1차, 2차 와핑의 영향을 고려한다. 복합재료 파이프는 박판보 이론(thin-walled beam theory)에 기초하며 복합재료 구조물 특성상 전단변형이 작지않기 때문에 이를 고려한다.

따라서 본 연구는 Bourrieres<sup>(4)</sup>부터 Paidoussis<sup>(8)</sup>까지 많은 실험 및 이론적 연구가 있어온 유체유동에 의한 파이프의 안정성 연구에 관하여, 신소재로 널리 쓰이고 있는 복합재료 파이프를 적용함으로써 그 이론을 정립하고 또한 적층각(ply angle)과 파이프 질량에 대한 유체질량비에 따른 파이프의 정·동적 안정성에 대하여 고찰한다.

## 2. 이론해석

### 2.1 변위장

각 변위 변수의 함수로 표시된 변위벡터는 다음과 같다(Fig. 1).

$$\begin{aligned}
 u(s, z, t) &= u_o(z, t) - y(s) \phi(z, t) \\
 v(s, z, t) &= v_o(z, t) + x(s) \phi(z, t) \\
 w(s, z, n, t) &= w_o + \theta_y(z, t) [x(s) + n \frac{dy}{ds}] \\
 &\quad + \theta_x(z, t) [y(s) - n \frac{dx}{ds}] \\
 &\quad - \phi'(z, t) [F_w(s) + na(s)]
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기에서  $u_o, v_o, w_o$ 는 각각  $x, y, z$  축 방향의 병진 변위함수이며,  $\theta_x, \theta_y, \phi$ 는  $x, y, z$  축에 대한 회전 변위함수이다. 또한  $F_w(s)$ 와  $na(s)$ 는 각각 1차 와핑함수와 2차 와핑함수로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 F_w(s) &= \int_0^s [r_n(s) - \frac{A_c}{\beta_1} s] ds \\
 r_n(s) &= x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \\
 A_c &= \frac{1}{2} \int_C r_n(s) ds, \quad \beta_1 = \int_C ds \\
 a(s) &= -y(s) \frac{dy}{ds} - x(s) \frac{dx}{ds}
 \end{aligned} \tag{2}$$

### 2.2 구성방정식

직교성(generally orthotropic) 복합재료의 응력-변형률 관계식은 다음과 같다.

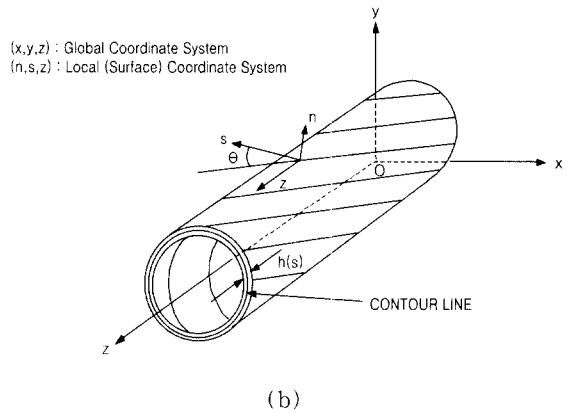
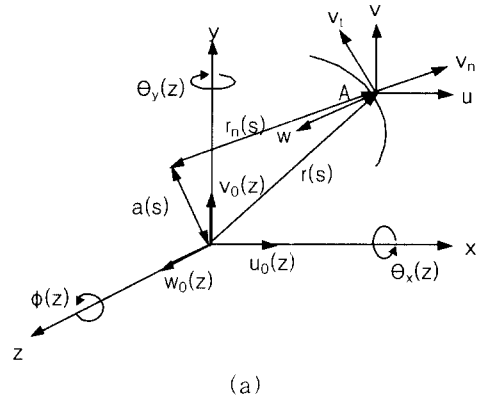


Fig. 1 Geometry of the thin-walled beam. (a) Displacement field, (b) Configuration of the circumferentially uniform stiffness (CUS) beam

$$\begin{bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{nn} \\ \sigma_{nz} \\ \sigma_{sn} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{13} & 0 & 0 & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{23} & 0 & 0 & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{13} & \overline{Q}_{23} & \overline{Q}_{33} & 0 & 0 & \overline{Q}_{36} \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{44} & \overline{Q}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{Q}_{45} & \overline{Q}_{55} & 0 \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{36} & 0 & 0 & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{ss} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{nn} \\ \gamma_{zn} \\ \gamma_{sn} \\ \gamma_{sz} \end{bmatrix} \tag{3}$$

여기에서,

$\overline{Q}_{ij}(i, j = 1, 6)$ 는  $(s, z, n)$  좌표에 대한 강성계수이며  $\epsilon_{zz} = \epsilon_{zz}^0 + n \epsilon_{zz}^n$ ,  $\gamma_{sz} = \gamma_{sz}^0 + \frac{2A_c}{\beta_1} \phi'$ 이다.

3차원 구성방정식을 두께방향( $n$ )으로 적분하면 다음과 같은 합응력(stress resultants) 및 합모멘트(stress couples)를 구할 수 있다.

Stress resultants :

$$\begin{bmatrix} N_{ss} \\ N_{zz} \\ N_{sz} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} \begin{bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} dn$$

Shear stress resultants :

$$\begin{bmatrix} N_{nz} \\ N_{sn} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} \begin{bmatrix} \sigma_{nz} \\ \sigma_{sn} \end{bmatrix} dn \quad (4)$$

Stress couples :

$$\begin{bmatrix} L_{zz} \\ L_{sz} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^N \int_{h(k)} \begin{bmatrix} \sigma_{zz} \\ \sigma_{sz} \end{bmatrix} n dn$$

식 (3)을 식 (4)에 대입하면, 다음과 같은 합응력과 합모멘트에 관한 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} N_{zz} \\ N_{sz} \\ L_{zz} \\ L_{sz} \\ N_{nz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & 0 \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & 0 \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{zz}^0 \\ \gamma_{sz}^0 \\ \phi' \\ \epsilon_{zz}^n \\ \gamma_{nz}^n \end{bmatrix} \quad (5)$$

### 2.3 운동방정식과 경계조건

운동방정식과 경계조건을 유도하기 위해 해밀턴의 변분원리(Hamilton's variational principle)를 적용한다.

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_1} (-\delta V + \delta T_b + \delta T_f + \delta W_f) dt = 0 \quad (6)$$

파이프의 탄성에너지:

$$\begin{aligned} V &= \int_r \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\tau \\ &= \int_0^L \int_C [N_{zz} \epsilon_{zz}^0 + L_{zz} \epsilon_{zz}^n + N_{sz} \gamma_{sz}^0 \\ &\quad + N_{sz} 2 \frac{A_C}{\beta_1} \phi' + N_{nz} \gamma_{nz}] ds dz \end{aligned} \quad (7)$$

파이프의 운동에너지:

$$\begin{aligned} T_b &= \frac{1}{2} \int_r \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} \frac{\partial u_i}{\partial t} d\tau \\ &= \frac{1}{2} \int_0^L \int_C \rho [(\frac{\partial u}{\partial t})^2 + (\frac{\partial v}{\partial t})^2 + (\frac{\partial w}{\partial t})^2] h ds dz \end{aligned} \quad (8)$$

또한, 유체의 유동은 파이프의 변형에 의한 2차 유동이 없다고 가정할 때 파이프의 중심선(centerline)을 따라 움직인다(Fig. 2). 따라서 변형후 파이프 중심선상의 임의의 점의 원점에 관한 위치벡터를  $\vec{R}_{pc}$ , 같은점에서 유체의 위치벡터를  $\vec{R}_{f/pc}$  라 할 때 관계식은 다음과 같다.

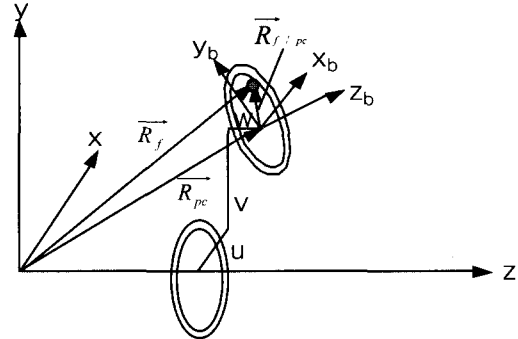


Fig. 2 Displacement of composite pipe conveying fluid

$$\vec{R}_f = \vec{R}_{pc} + \vec{R}_{f/pc} \quad (9)$$

여기에서

$$\vec{R}_{pc} = u \vec{i} + v \vec{j} + (z+w) \vec{k} \quad (10)$$

$$\vec{R}_{f/pc} = x_b \vec{i}_b + y_b \vec{j}_b \quad (11)$$

또한 파이프의 변형각  $\theta_y, \theta_x, \phi \ll 1$ 일때 좌표변환식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \vec{i}_b \\ \vec{j}_b \\ \vec{k}_b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \phi & \theta_y \\ -\phi & 1 & \theta_x \\ -\theta_y & -\theta_x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기에서  $\phi=0$  이다.

유체의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T_f = \frac{1}{2} \int_r \rho_f \vec{R}_f \cdot \vec{R}_f d\tau \quad (13)$$

또한 변분을 취한 후 시간에 대하여 적분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \delta T_f dt = & - \int_{t_0}^{t_1} \int_0^L \rho_f \{ [\ddot{u}_0 + 2U \dot{u}_0' + U^2 u_0''] \delta u_0 \\ & + [\ddot{v}_0 + 2U \dot{v}_0' + U^2 v_0''] \delta v_0 + [\ddot{w}_0 \\ & + U \dot{w}_0'] \delta w_0 \} \pi (R - \frac{h}{2})^2 dz dt \\ & + \int_{t_0}^{t_1} \rho_f \{ [(\dot{u}_0 + U u_0') U \delta u_0]_0^L \\ & + [(\dot{v}_0 + U v_0') U \delta v_0]_0^L \\ & + [(\dot{w}_0) U \delta w_0]_0^L \} \pi (R - \frac{h}{2})^2 dt \end{aligned} \quad (14)$$

끝단 ( $z=L$ )에서 유속  $U$ 에 의한 가상일 ( $\delta W_f$ )은 다음과 같다.

여기에서  $(\quad)' = \frac{\partial(\quad)}{\partial z}$

$$\delta W_f = - \int_0^{2\pi} \int_0^{(R-\frac{h}{2})} \rho_f U (\dot{u}_0 + U u_0') \delta u_0 + (v_0 + U v_0') \delta v_0 + (w_0) \delta w_0 \Big|_{z=L} r dr d\theta \quad (15)$$

따라서, 탄성에너지식 (7), 복합재료 파이프의 운동에너지식 (8), 유체의 운동에너지식 (14) 및 가상일식 (15)를 해밀턴 원리에 대입하여 정리하면 운동방정식과 경계조건을 유도할 수 있다.

운동방정식

$$\begin{aligned} \delta u_0: & a_{43} \theta_x'' + a_{44} (u_o'' + \theta_y') \\ & = b_1 \ddot{u}_0 + m_f \ddot{u}_0 + 2m_f U \dot{u}_0' + m_f U^2 u_0'' \\ \delta v_0: & a_{52} \theta_y'' + a_{55} (v_o'' + \theta_x') \\ & = b_1 \ddot{v}_0 + m_f \ddot{v}_0 + 2m_f U \dot{v}_0' + m_f U^2 v_0'' \\ \delta \theta_y: & a_{22} \theta_y'' + a_{25} (v_o'' + \theta_x') - a_{43} \theta_x' \\ & - a_{44} (u_o'' + \theta_y) = (b_5 + b_{15}) \ddot{\theta}_y \quad (16) \\ \delta \theta_x: & a_{33} \theta_x'' + a_{34} (u_o'' + \theta_y') - a_{52} \theta_y' \\ & - a_{55} (v_o'' + \theta_x) = (b_4 + b_{14}) \ddot{\theta}_x \end{aligned}$$

경계조건

$$\begin{aligned} \text{at } z=0 : & u_o = v_o = \theta_y = \theta_x = 0 \\ \text{at } z=L : & \\ a_{43} \theta_x' + a_{44} (u_o' + \theta_y) & = 0 \\ a_{52} \theta_y' + a_{55} (v_o' + \theta_x) & = 0 \quad (17) \\ a_{22} \theta_y' + a_{25} (v_o' + \theta_x) & = 0 \\ a_{33} \theta_x' + a_{34} (u_o' + \theta_y) & = 0 \end{aligned}$$

여기에서  $a_{ij}$ 는 복합재료 파이프의 강성계수 (stiffness coefficients)이다.

### 3. 수치해석

앞에서 유도한 운동방정식 및 경계조건의 해를 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} u(z, t) &= X(z) e^{\lambda t} \\ v(z, t) &= Y(z) e^{\lambda t} \\ \theta_y(z, t) &= \Theta_Y(z) e^{\lambda t} \\ \theta_x(z, t) &= \Theta_X(z) e^{\lambda t} \end{aligned} \quad (18)$$

다음과 같이 무차원화된 파라미터를 가정한다.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{z}{L}, \quad \bar{X}(\xi) = \frac{X(z)}{L}, \quad \bar{Y}(\xi) = \frac{Y(z)}{L}, \\ \bar{\Theta}_X(\xi) &= \Theta_X(z), \quad \bar{\Theta}_Y(\xi) = \Theta_Y(z) \\ \beta &= \frac{m_f}{b_1 + m_f}, \quad \bar{u} = \sqrt{\frac{m_f L^2}{a_{22}(0)}} U, \quad \mu = \frac{a_{22}(0)}{a_{44} L^2} \end{aligned}$$

여기에서  $b_1$ 은 파이프 질량계수  $b_1 = \int_C \rho h ds$ 이며  $m_f$ 는 유체의 질량계수이다. 따라서 무차원 운동방정식 및 경계조건은 다음과 같다.

운동방정식

$$\begin{aligned} & \sigma_1 \bar{\Theta}_X'' + \bar{\Theta}_Y' + \bar{X}'' \\ & = \mu \bar{\lambda}^2 \bar{X} + 2\mu \bar{\lambda} \beta^{\frac{1}{2}} \bar{u} \bar{X}' + \mu \bar{u}^2 \bar{X}'' \\ & - \sigma_1 \bar{\Theta}_Y'' + \sigma_3 \bar{\Theta}_X' + \sigma_3 \bar{Y}'' \\ & = \mu \bar{\lambda}^2 \bar{Y} + 2\mu \bar{\lambda} \beta^{\frac{1}{2}} \bar{u} \bar{Y}' + \mu \bar{u}^2 \bar{Y}'' \\ & \sigma_2 \bar{\Theta}_Y'' - \sigma_1 \bar{\Theta}_X' - \sigma_1 \bar{Y}'' \\ & - \sigma_1 \bar{\Theta}_X' - \bar{\Theta}_Y - \bar{X}' = \gamma \mu \bar{\lambda}^2 \bar{\Theta}_Y \quad (19) \\ & \sigma_2 \bar{\Theta}_X'' + \sigma_1 \bar{\Theta}_Y' + \sigma_1 \bar{X}'' + \sigma_1 \bar{\Theta}_Y' \\ & - \sigma_3 \bar{\Theta}_X - \sigma_3 \bar{Y}' = \gamma \mu \bar{\lambda}^2 \bar{\Theta}_X \end{aligned}$$

경계조건

$$\begin{aligned} \text{at } \xi=0 : & \bar{X} = \bar{Y} = \bar{\Theta}_Y = \bar{\Theta}_X = 0 \\ \text{at } \xi=1 : & \\ \sigma_1 \bar{\Theta}_X' + (\bar{\Theta}_Y + \bar{X}') & = 0 \\ -\sigma_1 \bar{\Theta}_Y' + \sigma_3 (\bar{\Theta}_X + \bar{Y}') & = 0 \\ \sigma_2 \bar{\Theta}_Y' - \sigma_1 (\bar{\Theta}_X + \bar{Y}') & = 0 \\ \sigma_2 \bar{\Theta}_X' + \sigma_1 (\bar{\Theta}_Y + \bar{X}') & = 0 \quad (20) \end{aligned}$$

여기에서,  $\bar{\lambda}^2 = \frac{(b_1 + m_f)L^4 \lambda^2}{a_{22}(0)}$

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{a_{43}}{a_{44} L} = -\frac{a_{52}}{a_{44} L} \\ \sigma_2 &= \frac{a_{22}}{a_{44} L^2} = \frac{a_{33}}{a_{44} L^2}, \quad \sigma_3 = \frac{a_{55}}{a_{44}} \\ \gamma &= \left( \frac{b_5 + b_{15}}{b_1 + m_f} \right) \frac{1}{L^2} = \left( \frac{b_4 + b_{14}}{b_1 + m_f} \right) \frac{1}{L^2} \text{이다.} \end{aligned}$$

Extended Galerkin's method를 사용하여 위 식의 해를 구하기 위하여 다음과 같이 해를 가정한다

$$\bar{X}(\xi) = \sum_{j=1}^N a_j \phi_j^{(1)}(\xi)$$

$$\begin{aligned} \bar{Y}(\xi) &= \sum_{j=1}^N b_j \phi_j^{(2)}(\xi) \\ \bar{\Theta}_X(\xi) &= \sum_{j=1}^N c_j \phi_j^{(3)}(\xi) \\ \bar{\Theta}_Y(\xi) &= \sum_{j=1}^N d_j \phi_j^{(4)}(\xi) \end{aligned} \quad (21)$$

여기에서 trial function은 외팔보인 경우 다음과 같이 가정하였다.

$$\phi_j^{(1)}(\xi) = \phi_j^{(2)}(\xi) = \phi_j^{(3)}(\xi) = \phi_j^{(4)}(\xi) = \xi^j$$

식 (19), (20)은 다음과 같은 행렬식으로 다시 표현할 수 있다.

$$([M] \bar{\lambda}^2 + [C] \bar{\lambda} + [K]) \mathbf{a} = 0 \quad (22)$$

여기에서  $\mathbf{a} = [a_j \ b_j \ c_j \ d_j]^T$  이 때,  $[M]$ ,  $[C]$ ,  $[K]$ 는 각각 질량행렬, 감쇠행렬, 그리고 강성행렬을 나타낸다.

식 (22)의 고유치  $\bar{\lambda}$ 는 감쇠가 존재하는 경우 다음과 같이 복소수 형태로 표현된다.

$$\bar{\lambda}_r = \bar{\alpha}_r \pm i \bar{\omega}_r \quad (23)$$

여기서  $\bar{\alpha}_r$ 은 감쇠와 관계있고,  $\bar{\omega}_r$ 은 시스템의 동적특성을 알 수 있는 고유진동수를 나타내며 각각의 고유진동수에 대한 계수벡터 값은 모드 형상을 나타낸다.

본 연구의 수치해석에 사용된 복합재료(graphite/epoxy)의 특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_1 &= 30 \times 10^6 \text{ psi}, \quad E_2 = E_3 = 0.75 \times 10^6 \text{ psi} \\ G_{13} &= G_{23} = 0.37 \times 10^6 \text{ psi}, \quad G_{12} = 0.45 \times 10^6 \text{ psi} \\ \mu_{12} &= \mu_{23} = \mu_{13} = 0.25 \quad \rho = 14.3 \times 10^{-5} \text{ lb} \cdot \text{sec}^2 / \text{in}^4 \end{aligned}$$

또한, 기하학적 특성은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} h &= 0.19685 \text{ in} \\ L &= 80 \text{ in} \\ R &= 1.87008 \text{ in} \end{aligned}$$

#### 4. 해석결과 및 고찰

Figs. 3, 4는 무차원화된 유속값이  $\bar{u} = 0$ 부터  $\bar{u} = 50$  까지 변화하고,  $\beta = 0.1$ 일 때, 섬유각의 증

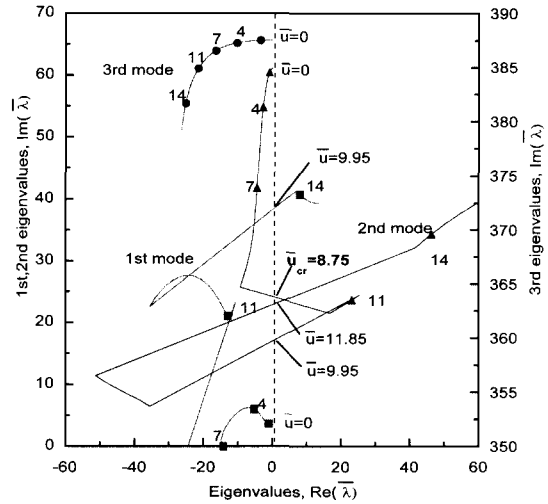


Fig. 3 Non-dimensional eigenvalues  $Im(\bar{\lambda})$  vs. eigenvalues  $Re(\bar{\lambda})$  for cantilevered system ( $\beta = 0.1, \theta = 0^\circ$ )

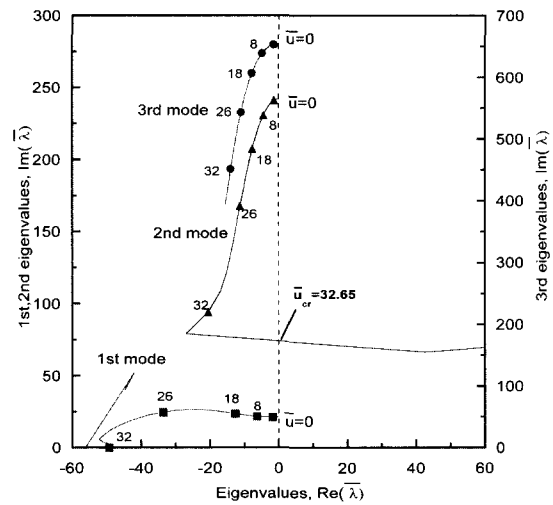


Fig. 4 Non-dimensional eigenvalues  $Im(\bar{\lambda})$  vs. eigenvalues  $Re(\bar{\lambda})$  for cantilevered system ( $\beta = 0.1, \theta = 90^\circ$ )

가에 따른 고유치의 변화를 나타낸 그림으로 2차 모드에서 임계유속이 발생하였으며  $\theta = 0^\circ$ 일 때  $\bar{u}_{cr} = 8.75$ ,  $\theta = 90^\circ$ 일 때  $\bar{u}_{cr} = 32.65$ 이다.

또한, Figs. 5, 6은  $\theta = 0^\circ$ 일 때  $\beta = 0.5$ 에서  $\bar{u}_{cr} = 11.75$  이며,  $\beta = 0.9$ 일 때  $\bar{u}_{cr} = 32.1$ 이다.

Figs. 7, 8은 섬유각  $\theta$ 와  $\beta$ 의 변화에 따른 임계

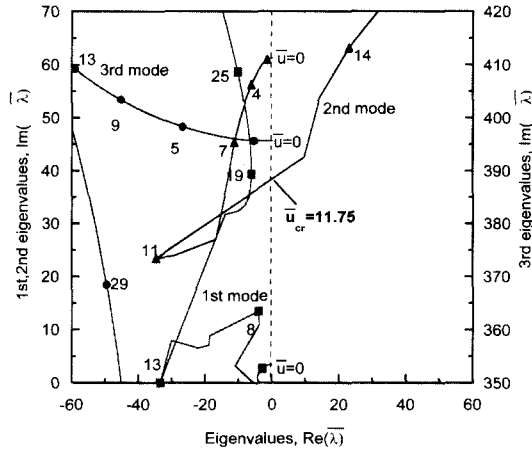


Fig. 5 Non-dimensional eigenvalues  $Im(\bar{\lambda})$  vs. eigenvalues  $Re(\bar{\lambda})$  for cantilevered system ( $\beta=0.5, \theta=0^\circ$ )

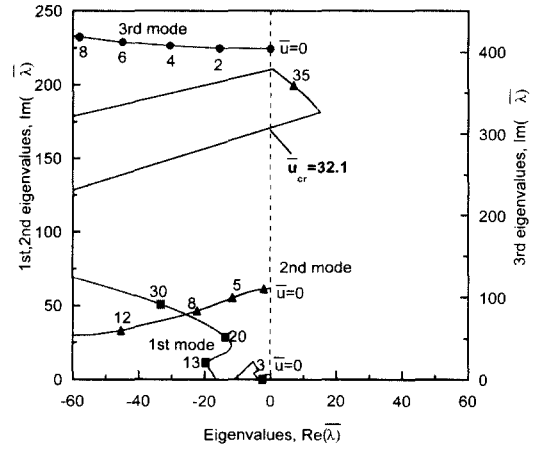


Fig. 6 Non-dimensional eigenvalues  $Im(\bar{\lambda})$  vs. eigenvalues  $Re(\bar{\lambda})$  for cantilevered system ( $\beta=0.9, \theta=0^\circ$ )

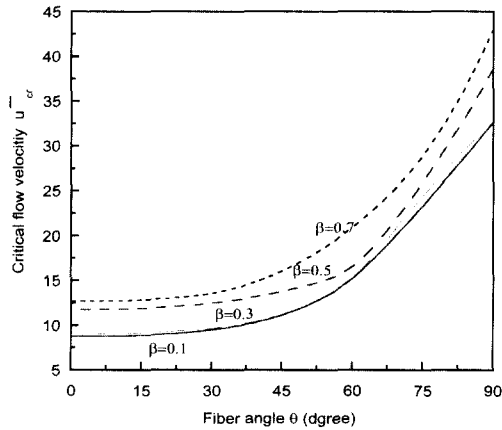


Fig. 7 Non-dimensional critical flow velocity vs. fiber angle for cantilevered system

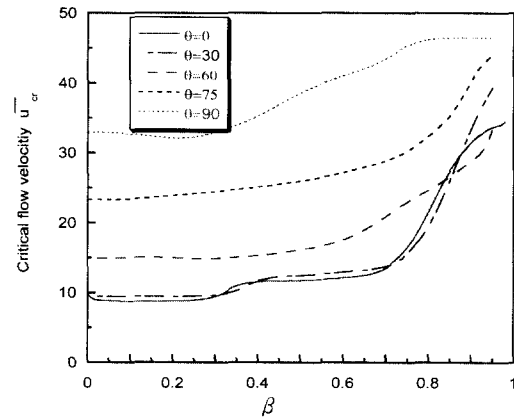


Fig. 8 Non-dimensional critical flow velocities vs.  $\beta$  for cantilevered system

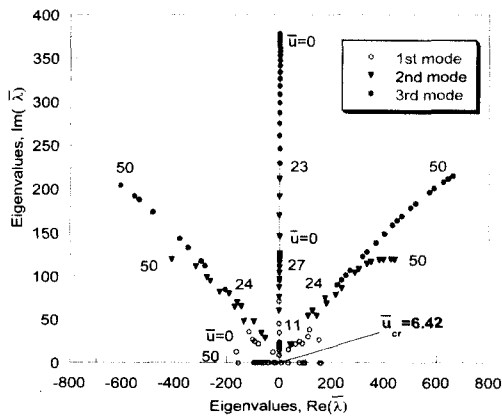


Fig. 9 Non-dimensional eigenvalues  $Im(\bar{\lambda})$  vs. eigenvalues  $Re(\bar{\lambda})$  for simply supported system ( $\beta=0.1, \theta=0^\circ$ )

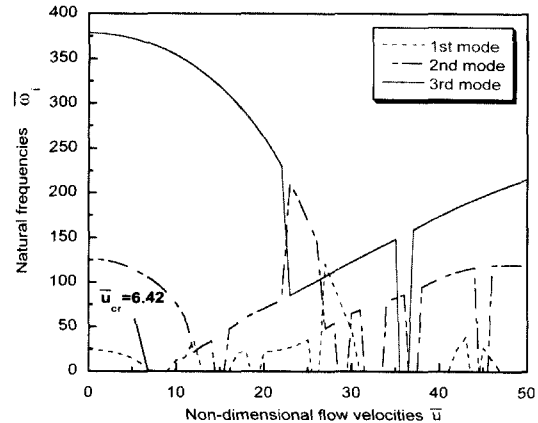


Fig. 10 Non-dimensional natural frequencies vs. non-dimensional flow velocities  $\bar{u}$  for simply supported system ( $\beta=0.1, \theta=0^\circ$ )

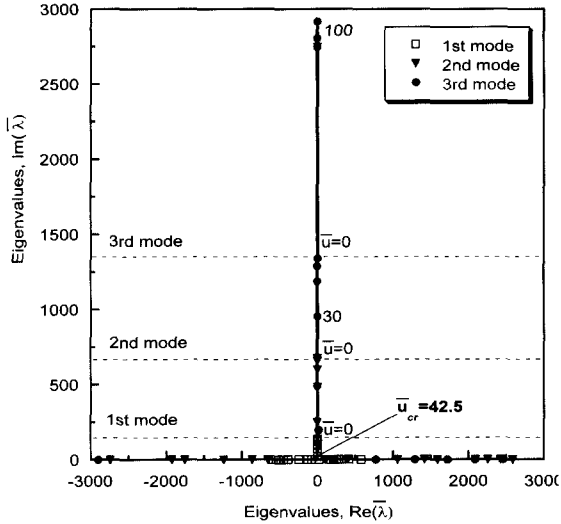


Fig. 11 Non-dimensional eigenvalues  $Im(\bar{\lambda})$  vs. eigenvalues  $Re(\bar{\lambda})$  for clamped-clamped system ( $\beta=0.1, \theta=0^\circ$ )

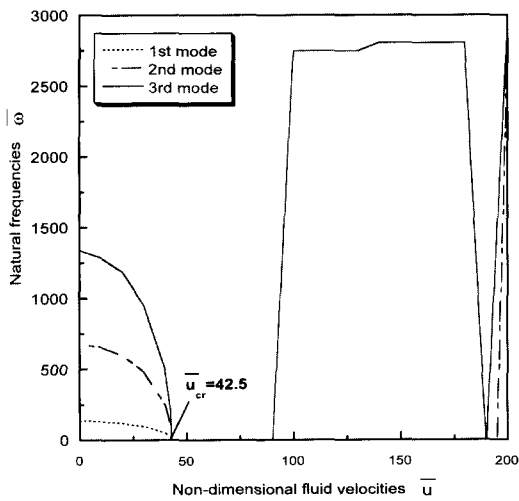


Fig. 12 Non-dimensional natural frequencies vs. flow velocities for clamped-clamped system ( $\beta=0.1, \theta=0^\circ$ )

유속의 변화를 나타낸다. 또한, Figs. 9, 10은 양단 단순지지(simply supported) 파이프로서 1차 모드에서  $\beta=0.1, \theta=0^\circ$  일 때 임계유속  $\bar{u}_{cr}=6.42$ 를 나타낸다.

Figs. 11, 12는 양단고정(clamped-clamped) 파이프가 1차 모드에서  $\beta=0.1, \theta=0^\circ$ 일 때 임계유속

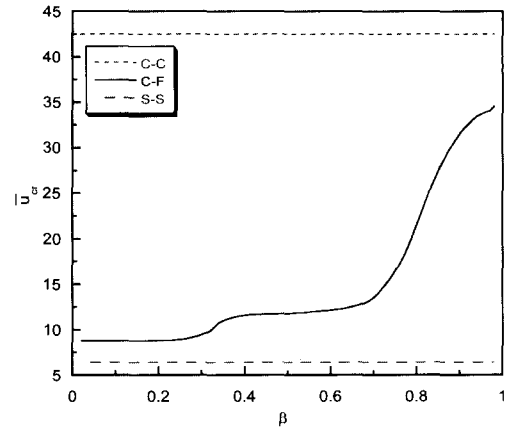


Fig. 13 Non-dimensional critical flow velocities vs.  $\beta$  for three different boundary conditions ( $\theta=0^\circ$ )

$\bar{u}_{cr}=42.5$ 를 나타낸다. Fig. 13은 세 가지 경계조건에 대하여  $\beta$ 에 따른 임계유속의 변화를 보인다.

### 5. 결론

본 연구에 의하면 내부에 유체가 흐르는 파이프는 경계조건에 따라서 정적(static) 불안정상태, 즉 다이버전스(divergence) 또는 동적(oscillatory) 불안정상태인 플러터(flutter)가 발생됨을 알 수 있었다. 따라서 내부의 유속을 증가시켜 파이프 경계조건에 대한 파이프의 안정성에 영향을 미치는 임계유속을 고찰하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

외팔 파이프는 섬유각의 증가에 따라 고유진동수 증가로 임계유속값이 증가했으며, 유속이 임계값 이상 증가할 때 플러터를 발생하였다.

양단 단순지지 및 양단고정 파이프는 임계유속 이상에서 좌굴형태의 다이버전스가 발생했으며, 정적 불안정 상태에서 임계유속은 유속과 관계를 갖는  $\beta$ 값에 무관하며 일정한 값을 갖는다. 또한 양단고정 파이프는 단순지지보다 임계유속이 크다.

### 참고문헌

- (1) Blevins, R. D., 1990, "Flow-Induced Vibration", Second Edition, Van Nostrand Reinhold, New York.
- (2) Gibson, R. F., 1994, "Principles of Composite

Material Mechanics", McGraw-Hill, Inc.

(3) Kim, D. H., 1995, "Composite Structures for Civil and Architectural Engineering", E & FN SPON.

(4) Bourrieres, F. J., 1939, "Sur un Phenomene d'Oscillation Auto-entretenu en Mecanique des Fluides Reels", Publications Scientifiques et Techniques du Ministere de l'Air, No. 147.

(5) Allen, D. H., Haisler, W. E., 1985, "Introduction to Aerospace Structural Analysis", John Wiley & Sons.

(6) Gjelsvik, A., 1981, "The Theory of Thin Walled Bars", John Wiley & Sons.

(7) Megson, T. H. G., 1999, "Aircraft Structures for Engineering Students", Arnold.

(8) Paidoussis, M. P., 1998, "Fluid-Structure Interactions : Slender Structures and Axial Flow", Vol. 1, Academic Press.

(9) Song, O., 1990, "Modeling and Response Analysis of Thin-Walled Beam Structures Constructed of Advanced Composite Materials", Ph. D Thesis, VPI & SU, USA.

(10) Song, O., and Librescu, L., 1993, "Free Vibration of Anisotropic Composite Thin-Walled Beams of Closed Cross-Section Contour", Journal of Sound and Vibration, 167, pp. 129~147.

(11) 류봉조, 정승호, 이종원, 2000, "유체유동에 의한 유연한 파이프의 불안정과 진동억제에 미치는 부가질량의 영향", 한국소음진동공학회지, 제 10권, 제 2호, pp. 280~290.