

# 신경회로망을 이용한 비선형프로그래밍회로

## Nonlinear Programming Circuit using Neural Networks

강 민 제

Min-Je Kang

### 요약

신경망을 이용한 선형프로그래밍 회로를 홉필드가 제안한 이후로, 이에 관한 많은 논문들이 발표되었으며, 그 중에는 비선형 프로그래밍 문제에 관한 것들도 많다. 그래서, 비용함수가 비선형인 경우는 해결이 되었으나, 제한조건이 비선형인 경우는 해결되지 못한 상태이다. 이 논문에서는 제한조건이 비선형인 경우를 포함하는 즉, 비용함수와 제한조건 모두 비선형인 경우를 풀 수 있는 일반적인 비선형프로그래밍 신경망을 제안하고자한다.

### ABSTRACT

Since Hopfield introduced the neural network for linear programming problems, many papers have been published about it and some of them are about nonlinear programming problems. Therefore, nonlinear cost function problem has been solved, however nonlinear constraints problem has not been solved. In this paper, I have proposed the general nonlinear programming neural networks which minimize nonlinear cost function with nonlinear constraints.

**Key Words** : Hopfield, Neural network, Linear program, Costfunction, Nonlinear constraints.

### I. 서론

이 논문에서는 홉필드의 선형프로그래밍 신경망을 확장하여 비선형프로그래밍 문제를 풀 수 있는 신경망을 제안하였다. 홉필드의 선형프로그래밍 신경망은 선형인 비용함수를 시간의 흐름에 따라 최소화한다. 이 때 제한조건함수도 선형이다. 홉필드의 선형프로그래밍 신경망이 발표된 다음에 큰 관심을 불러 일으킨 논문들은 비선형프로그래밍 문제에 관한 것들이었는데, 이제까지 발표된 비선형프로그래밍을 위한 신경망이란 비용함수가 비선형인 경우에 관한 것이었다. 그래서 여기에서는 비용함수 그리고 제한조건함수 모두 비선형인 경우도 풀 수 있는 방법을 소개한다.

홉필드신경망은 Lyapunov 형태의 계산에너지를 갖고 있으며, 시간이 흐름에 따라 이 계산에너지를 최소화하는 방향으로 신경망은 수렴해간다. 비용함수와 제한조건에 따라 계산에너지함수가 결정되며, 신경세포들을 연결하는 시냅스의 강도 또한 결정된다. 뉴런의 입출력특성곡선은 두 종류로 분류되는 데, 하나는 비용함수의 변수에 관한 것이고, 다른 하나는 제한조건을 위한 것이다.

회로로 구성하는 데 있어서 시냅스의 연결강도는 저항으로 표현되며, 저항의 값은 연결강도의 역수로 나타낸다. 뉴런의 구성은 보통 증폭기를 사용하는 데, 제한조건을 위한 뉴런의 입출력특성은 비선형이어서 구성의 어려움을 겪는다. Kennedy와 Chua[4]는 회로의 구성에 대한 상세한 분석을 하였고, 또한 처음으로 비선형 비용함수에 관한 논문을 발표하여 많은 논문의 참고자료로 활용되고 있다. Maa와 Shanblant[14] 또한 뉴런의 입출력특성과 신경망의 성능평가에 관한 연구를 발표한 바 있다. 거슬러 올라 가면 Huertas[13]가 여러 종류의 전원을 사용하여 신경망을 구성하였고, Chua와 Lin[12]이 신경망에 필요한 다양한 비선형 특성을 포함한 회로를 소개하였다. 이 밖에 발표된 많은 논문들이 알고리즘레벨에서 입증된 것이어서 회로로 구성해보면 소프트웨어적으로 얻은 결과와 많은 차이를 나타나는 것을 알 수 있다. 이는 전자부품을 이용하여 뉴런의 특성곡선이나 이상적인 전원을 구성하기가 어려울 뿐더러, 알고리즘레벨에서 예상치 못했던 현상들이 나타나기 때문이다. 특히, 뉴런의 입력단에 연결된 캐패시터와 저항이 미치는 영향들이 그러한 것들이다.

이 논문에서는 홉필드신경망을 이용하여 일반적인 비선형프로그래밍을 위한 신경망으로 확장하였다. 위에서 언급했듯이 이제

까지의 비선형프로그래밍 신경망이라 함은 비용함수가 비선형임을 뜻하고, 제한조건은 선형이었다. 여기에서는 비선형인 제한조건을 포함하는 방법을 제안하여 모든 경우를 포함하는 비선형프로그래밍 신경망으로 확장하였다. 시뮬레이션은 회로레벨의 시뮬레이션 소프트웨어, Pspice를 사용하였으며, 그 결과들은 해석적인 해와 거의 일치함을 확인하였다.

II. 선형프로그래밍 신경망의 구성과 동작

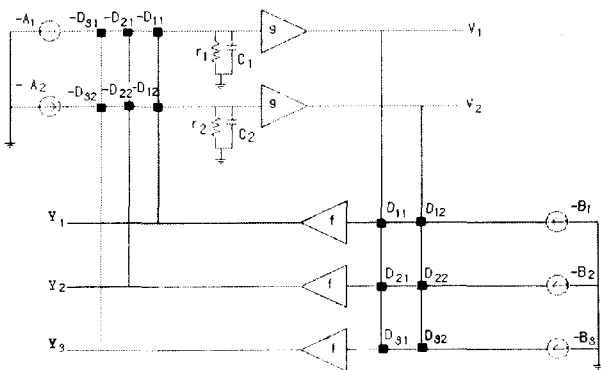


그림 1. 선형프로그래밍 신경망(n=2, m=3).

Fig. 1. Linear programming Neural Networks(n=2, m=3).

그림 1은 홉필드가 제안한 선형프로그래밍을 위한 신경망이다. 뉴런 g의 입력단에서 키르히호프의 전류법칙을 이용하면 다음과 같은 방정식을 얻을 수 있다[1].

$$c_i \frac{du_i}{dt} = -A_i - \sum_{j=1}^m D_{ji}(Y_j - u_j) - \frac{1}{r_i} u_i$$

$$= -A_i - \sum_{j=1}^m D_{ji} Y_j - \left( \frac{1}{r_i} - \sum_{j=1}^m D_{ji} \right) u_i, \quad (1)$$

$i = 1, \dots, n$

$c_i$ 는  $i$  번째 뉴런의 입력단에 연결된 캐패시터를 나타내고,  $r_i$  또한  $i$  번째 뉴런의 입력단에  $c_i$ 와 병렬로 연결된 저항을 나타낸다. 컨덕턴스  $D_{ji}$ 는 출력  $Y_j$  와 뉴런  $i$ 의 입력을 연결하며, 전류  $A_i$  는 뉴런  $i$ 로 들어오는 바이어스 전류를 말한다. 그리고 뉴런들은 활성화함수  $g$ 를 통해 뉴런의 입력전압  $u_i$  출력전압  $v_i$  매핑시킨다. 여기서  $i$  번째 뉴런의 입력단에서 본 총 컨덕턴스,  $G_i$ 를 다음과 같이 정의하면

$$G_i = \frac{1}{r_i} - \sum_{j=1}^m D_{ji} \quad (2)$$

식(1)은 다음과 같이 간략히 나타내어진다.

$$c_i \frac{du_i}{dt} = -A_i - \sum_{j=1}^m D_{ji} Y_j - G_i u_i \quad (3)$$

뉴런  $f$ 들과 이들 뉴런의 입력부는 제한조건을 위한 부분이며, 뉴런  $f$ 의 활성화함수는 보통 비선형이다. 컨덕턴스  $D_{ij}$ 와 바이어스 전류  $B_i$  또한 제한조건함수에 따라 결정되는 값들이다. 홉필드는 다음과 같은 Lyapunov 형태의 계산에너지함수를 소개하였다 [1].

$$E = AV + \sum_j F(D_j V - B_j) + \sum_{i=0}^n G_i \int_0^{v_i} g_i^{(-1)}(z) dz \quad (4)$$

여기서, 함수  $f, g$ 는 각각 뉴런  $f$  와  $g$ 의 매핑함수를 말하며,  $F$ 는  $f$ 의 적분값을 뜻한다.

그림 1의 시스템에서 뉴런의 출력  $V$ 는 이 계산에너지함수가 감소하는 방향으로 변하면서 안정되게 수렴해간다. 식(4)의 세 번째 항은 뉴런의 매핑함수의 역함수를 적분한 것으로 이 것을 미분하면 다음의 관계가 성립한다.

$$\frac{d}{dv_i} G_i \int_0^{v_i} g_i^{(-1)}(z) dz = G_i u_i \quad (5)$$

식(4)를 음방향으로 미분하면, 즉 에너지가 감소하는 방향으로 미분하고,  $f$ 의 출력이  $Y$ 임을 이용하면 다음과 같은 방정식을 얻는다.

$$-\frac{dE}{dv_i} = -A_i - \sum_j D_{ji} (D_j V - B_j) - G_i u_i$$

$$= -A_i - \sum_{j=1}^m D_{ji} Y_j - G_i u_i \quad (6)$$

여기서, 흥미로운 사실은 식(3)과 (6)을 비교해보면, 에너지함수의 음방향미분은 뉴런의 입력단 캐패시터  $c$ 로 유입하는 전류량과 같다는 것이다.

$$-\frac{dE}{dv_i} = c_i \frac{du_i}{dt} \quad (7)$$

III. 비선형프로그래밍 신경망의 계산에너지함수

일반적인 비선형프로그래밍 문제는 다음과 같다. 즉, 최소화할 비용함수를 다음과 같이,

$$\phi(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (8)$$

그리고, 제한조건들을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} w_1(x_1, x_2, \dots, x_q) &\geq 0 \\ w_2(x_1, x_2, \dots, x_q) &\geq 0 \\ &\dots \\ w_p(x_1, x_2, \dots, x_q) &\geq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서, 비용함수  $\phi$ 와 제한조건함수  $w$ 는 비선형함수를 포함하며, 이 함수들은  $q$ 개의 독립변수  $x$ 를 그리고,  $p$ 개의 제한조건을 갖는다.

신경망을 이용하여 위와 같은 비선형프로그래밍 문제를 풀기 위하여 다음과 같은 계산에너지 함수를 제안한다.

$$E = \phi(v) + \sum_j F(w(v)) + \sum_{i=1}^n G_i \int_0^{v_i} g_i^{(-1)}(z) dz \quad (10)$$

여기서  $\phi(v)$ ,  $w(v)$ 는 비선형함수를 포함한다. 식(4)에서 첫째 항과 둘째 항이 선형함수들에서 비선형을 포함한 함수로 바뀐 것을 제외하고는 모든 조건이 홉필드가 제안한 것과 동일하다. 식(7)과 식(10)을 이용하면 뉴런의 입력단 캐패시터  $c$ 로 유입하는 전류량을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$c \frac{du}{dt} = - \frac{dE}{dv} = - \frac{\phi(v)}{dv} - \sum \frac{dw}{dv} \frac{dF}{dw} - Gu \quad (11)$$

즉, 개개의 캐패시터로 흘러들어 오는 전류들은 다음과 같이 표현되며,

$$c_i \frac{du_i}{dt} = - \frac{\phi(v)}{dv_i} - \sum_j \frac{dw_j}{dv_i} f_j - G_i u_i \quad (12)$$

만약  $g(u)$ 가 다음과 같이 미분가능한 단조증가함수라 하면, 뉴런  $g$ 의 출력  $V$ 는 다음과 같이 표현 가능하다.

$$V = g(u) = ku, \quad k: \text{양의상수} \quad (13)$$

이런 계산에너지함수를 갖는 신경망은 시간이 흐름에 따라 에너지가 감소하는 방향으로 수렴해가는 안정된 시스템을 다음과 같이 쉽게 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= \frac{dE}{dv} \frac{dv}{dt} = -c \frac{du}{dt} \frac{dv}{dt} \\ &= -c \left( \frac{du}{dt} \right)^2 g'(u) \\ &= -kc \left( \frac{du}{dt} \right)^2 \leq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

#### IV. 비선형프로그래밍을 위한 신경망

비선형프로그래밍을 위한 신경망은 비용함수의 변수를 표현하는 뉴런들과 제한조건들을 만족하기 위한 뉴런들로 구성이 된다. 비용함수를 표현하는 뉴런들의 입출력함수는 선형이 보통 사용되며 제한조건을 위한 뉴런들의 입출력함수는 제한조건을 충족하지 못하면 계산에너지가 증가하도록 비선형으로 되어있다. 이 장에서는 이들 뉴런 입력단에 유입되는 전류량을 구하기 위하여 두 부분으로 나누어서 설명하려 한다. 즉, 비용함수의 변수를 위

한 뉴런과 제한조건함수를 위한 뉴런 입력단으로 나누어서 설명하려 한다.

#### 4.1 제한조건함수를 위한 뉴런 입력단

각각의 제한조건들에서 제한조건을 만족하지 못하는 경우는 양의 값을 나타내며, 특히 만족범위에서 멀어질수록 더욱더 큰 값으로 누적되는 계산에너지함수는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$E_i(v) = \sum F(w(v)) = \sum \int_0^w f(w) dw = \begin{cases} 0, & w(v) \geq 0 \\ \text{양의값}, & w(v) < 0 \end{cases} \quad (15)$$

그리고, 식(15)을 만족하는 함수  $f$ 를 찾아야 한다. 이런 조건을 만족하는 함수 중의 하나는 다음과 같고,

$$f(z) = \begin{cases} 0, & z \geq 0 \\ kz, & z < 0 \end{cases} \quad (16)$$

그 적분값은 다음과 같으며,

$$F(z) = \int_0^z kz dz = \begin{cases} 0, & z \geq 0 \\ \frac{k}{2} z^2, & z < 0 \end{cases} \quad (17)$$

고로, 각각의 제한조건마다 개개의 뉴런이 필요하며, 개개의 뉴런 입력단으로 유입되는 전류의 양은 다음과 같다.

$$I_p = w_p(v) \quad (18)$$

단, 전류  $w_p(v)$ 는 식(9)의 형태이다. 즉, 변수들이 제한조건을 만족하지 못하면 식(17)에 의해 계산에너지는 영보다 크게되고, 신경망은 시간이 흐르면서 계산에너지를 감소시키려고 하므로 따라서 변수들은 제한조건을 만족하는 방향으로 변해간다.

#### 4.2 비용함수의 변수를 위한 뉴런 입력단

제한조건을 만족하면서 비용함수를 최소화하려면 계산에너지함수의 첫째 항과 둘째 항을 비용함수와 제한조건에 매핑 시키려면 즉, 계산에너지함수의 셋째 항을 무시할 수 있다면, 에너지함수는 다음과 같다.

$$E = \phi(v) + \sum_j F(w(v)) \quad (19)$$

식(11)에서 알 수 있듯이 에너지함수의 음방향으로 미분한 값은 변수를 위한 뉴런입력단의 캐패시터로 유입되는 전류의 양과 같으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$c \frac{du}{dt} = - \frac{dE}{dv} \quad (20)$$

식(19)를 이용하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$c \frac{du}{dt} = - \frac{dE}{dv} = - \frac{\phi(v)}{dv} - \sum \frac{dw}{dv} f \quad (21)$$

다음은 계산에너지의 셋째 항과 캐패시터와 병렬로 연결된 저항에 대하여 설명하려고 한다. 계산에너지함수의 첫째, 둘째 항은 비용함수 및 제한조건을 위하여 매핑되는 항이지만, 셋째 항은 비선형프로그래밍 문제에는 불필요한 항으로 가능한 최소화시켜야 한다. 이를 위해 보통의 방법은 식(22)에서 알 수 있듯이 뉴런의 입출력함수에서 기울기를 아주 큰 값으로 선택하여 그 역함수의 적분 값을 최소화하는 방법이다.

$$E_3 = \sum_{i=0}^{n-1} G_i \int_0^{v_i} g_i^{(-1)}(z) dz = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{G_i}{k} v_i^2 \quad (22)$$

여기서,  $v = ku$

이 논문에서는 위의 방법과 더불어 효과적으로 에너지함수의 셋째 항을 최소화하기 위하여 다음과 같은 방법을 사용하였다. 즉, i번째 뉴런 입력단의 총 컨덕턴스  $G_i$ 를 조절하여 에너지함수의 셋째 항을 최소화하는 방법이다. 식(21)에서 알 수 있듯이 좌변의 차원은 전류이고 우변의 차원은 전압임을 알 수 있다. 우변의 차원을 전류로 하기 위해 연결강도를 사용한다. 여기에서 뉴런의 입출력함수의 기울기를 아주 큰 값으로 사용하기 때문에 뉴런 입력단의 전압  $u$ 는 영에 근사한 값으로 가정한다. 고로, 식(21)의 우변 항에서 전압변수의 상수계수들을 그대로 연결강도로 하면 우변 항의 차원들은 전류로 되어 좌변과 같게 된다. 그리고, i번째 뉴런 입력단의 총 컨덕턴스  $G_i$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$G_i = \frac{1}{r_i} - O_i - \sum_{j=1}^n P_{ij} \quad (23)$$

여기서,  $r_i$ 는 뉴런 입력단에 부수적으로 첨가되는 저항이며,  $O_i$ 와  $P_{ij}$ 는 각각 식(21) 우변 항의 첫째 항과 둘째 항의 상수계수 값과 같다. 그런데, 총 컨덕턴스의 둘째, 셋째 항은 비선형프로그래밍 문제와 관련된 항이므로 변경이 불가능하나 첫째 항은 시스템의 안정된 수렴을 위해 존재하는 것으로 그 값을 변경하는 것은 가능하다. 고로, 총컨덕턴스를 영으로 하기 위하여, 다음과 같이 부수적으로 입력단에 첨가되는 컨덕턴스의 값을 다음과 같이 하면 계산에너지의 셋째 항을 입출력함수의 기울기와 무관하게 무시할 수 있다.

$$\frac{1}{r_i} = O_i + \sum_{j=1}^n P_{ij} \quad (24)$$

부수적으로 연결하는 컨덕턴스의 값은 시스템의 성능을 좌우하는 매우 결정적인 역할을 하므로 주의하여 선택하여야 한다. 그러나, 총 컨덕턴스의 값을 영으로 하면 계산에너지의 셋째 항을 완전히 제거할 수 있으나, 입력단이 선형적으로 발산하는 경우가 생긴다[12]. 고로 이를 막기 위해서는 총 컨덕턴스는 영에 근사할수록 좋으나 영보다는 큰 값이 되도록 부수적으로 연결하는 컨덕턴스를 정해야 한다.

## V. 시뮬레이션 및 결과

### 4. 비선형 제한조건 문제

예제 1:

다음 함수를 최소화하여라.

$$\phi(V) = V_1 - V_2 \quad (25)$$

다음과 같은 제한조건을 만족하면서

$$\mathcal{W}(V) = V_1^2 + V_2^2 - 1 \leq 0 \quad (26)$$

그림 5는 예제 1를 도식적으로 해를 찾아낸 것을 보여주며, 이 그림에서 알 수 있듯이 이론적인 해는 다음과 같다.

$$V_1 = -0.707 \quad V_2 = 0.707 \quad (27)$$

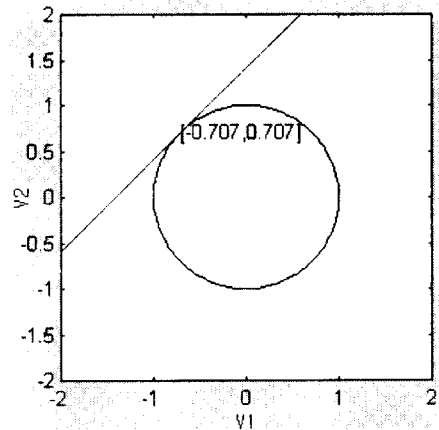


그림 2. 예제 1 - 도식적인 해.

Fig. 2. Example 1 - the solution obtained by using diagram.

### <1> 제한조건함수를 위한 뉴런의 입력단:

제한조건함수를 식(9)의 형태로 바꾸면, 제한조건함수를 위한 뉴런의 입력단으로 유입되는 전류는 다음과 같으며,

$$I_1(V) = -V_1^2 - V_2^2 + 1 \quad (28)$$

Microsim사의 Pspice의 모델회로는 그림 3과 같다.

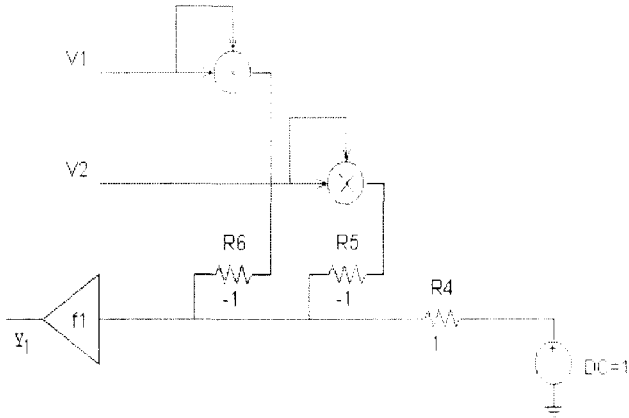


그림 3. 예제 1-제한조건함수를 위한 뉴런 입력단의 Pspice 모델.

Fig. 3. Example 1-Pspice model of the neuron's input part for constraint function.

<2> 비용함수의 변수를 위한 뉴런 입력단.

식(21)을 이용하면, 뉴런 g의 입력단, 즉 캐패시터로 유입되는 전류는 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$c_i \frac{du_i}{dt} = -\frac{dE}{dv_i} = -(A + \sum_r \frac{dF_r}{dw_i} \frac{dw_i}{dv_i}) = -A - \sum_r f_r \frac{dw_i}{dv_i} \quad (29)$$

고로 캐패시터  $c_1, c_2$ 로 유입되는 전류는 식(29)에 의해 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} c_1 \frac{du_1}{dt} \\ c_2 \frac{du_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2f_1 V_1 \\ -2f_1 V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1+2f_1 V_1 \\ 1+2f_1 V_2 \end{bmatrix} \quad (30)$$

그림 4a는 Pspice 모델 회로를 보여주는 데, 여기서 뉴런의 입력단에 연결된 캐패시터의 값들은 1u로 선택했으며, 이들 캐패시터들과 병렬로 연결된 저항의 값들은 계산에너지함수의 제 3항을 최소화하기 위하여  $-1.1\Omega, -0.04\Omega$ 를 선택하였다[15].

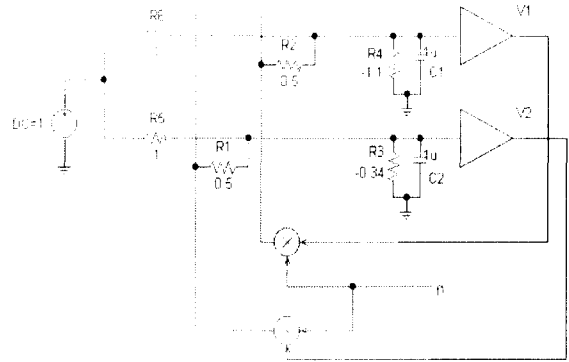


그림 4a. 예제 1 - 뉴런 g의 입력부회로.

Fig. 4a. Example 1 - the input circuit of Neuron g.

그림 4b는 Pspice 시뮬레이션 결과를 보여주고 있으며, 그림에서 알 수 있듯이  $1\mu s$  정도에서 오차의 범위는 0.001V미만이며, 시간이 지남에 따라 오차는 점점 줄어서 그림 5의 도식적인 해와 거의 일치함을 보여주고 있다.

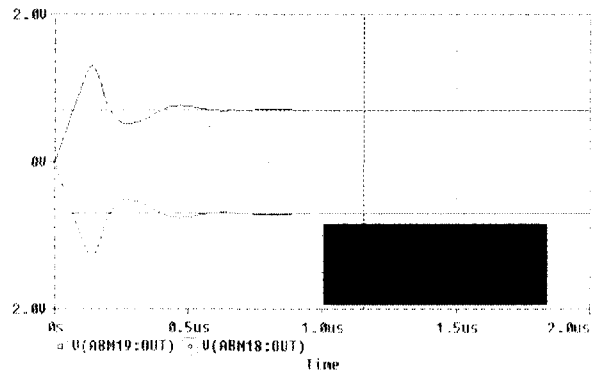


그림 4b. 예제 1 - 시뮬레이션 결과.

Fig. 4b. Example 1 - simulation result.

다음은 제한조건을 같고 비용함수가 여러 경우에 이론적인 해와 Pspice 시뮬레이션 결과(괄호안)를 보여주는 데, 거의 일치함을 나타낸다. 그림 4c, 그림 4d 그리고 그림 4e들은 Pspice 시뮬레이션 결과들이다.

경우 2:  $\Phi(V) = -V_1 - V_2$

$V_1 = 0.707(0.707368) \quad V_2 = 0.707(0.707367)$

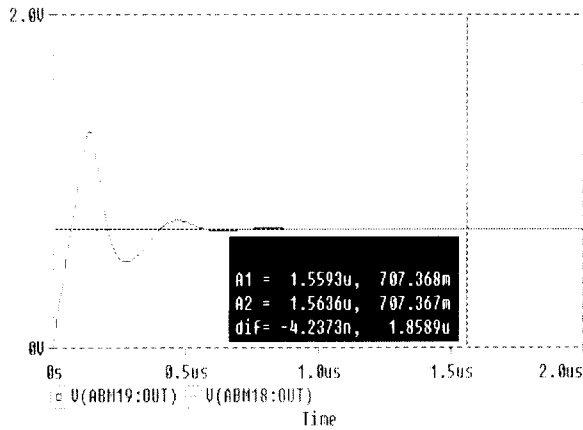


그림 4c. 경우 1 - 시뮬레이션결과.  
Fig. 4c. Case 1 - simulation result.

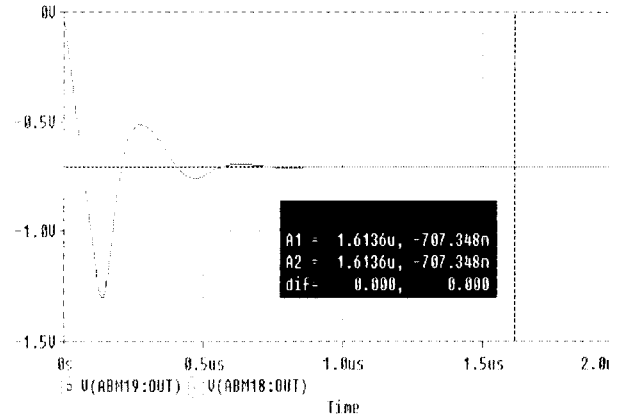


그림 4e. 경우 3 - 시뮬레이션결과.  
Fig. 4e. Case 3 - simulation result.

경우 2:  $\Phi(V) = -V_1 + V_2$

$$V_1 = 0.707(0.707467) \quad V_2 = -0.707(-0.707271)$$

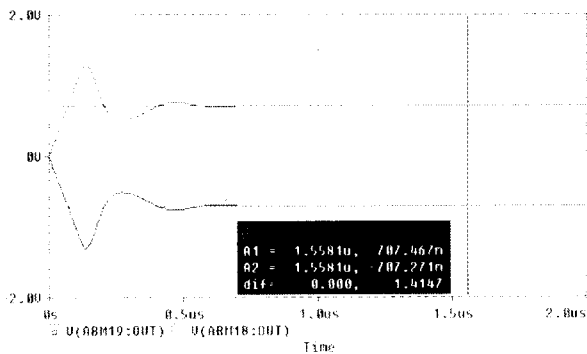


그림 4d. 경우2 - 시뮬레이션결과.  
Fig. 4d. Case 2 - simulation result.

경우 3:  $\Phi(V) = V_1 + V_2$

$$V_1 = -0.707(-0.707348) \quad V_2 = -0.707(-0.707348)$$

B. 일반적인 비선형 프로그래밍 문제

예제 2:

다음 함수를 최소화하여라.

$$\Phi(V) = (V_1 - 1)^2 + V_2^2 \tag{31}$$

다음과 같은 제한조건을 만족하면서

$$W(V) = V_1 \leq \frac{V_2^2}{5} \tag{32}$$

그림 5는 예제 2를 도식적으로 해를 찾아낸 것을 보여주며, 이 그림에서 알 수 있듯이 비용함수의 최소점은  $V_1=1, V_2=0$ 이나 제한조건을 만족하는 최소해는 다음과 같다.

$$V_1 = 0, \quad V_2 = 0 \tag{33}$$

<1> 제한조건함수를 위한 뉴런의 입력단:

제한조건함수를 식(9)의 형태로 바꾸면, 뉴런 f1으로 유입되는 전류는 다음과 같으며,

$$I_1(V) = -V_1 + \frac{V_2^2}{5} \tag{34}$$

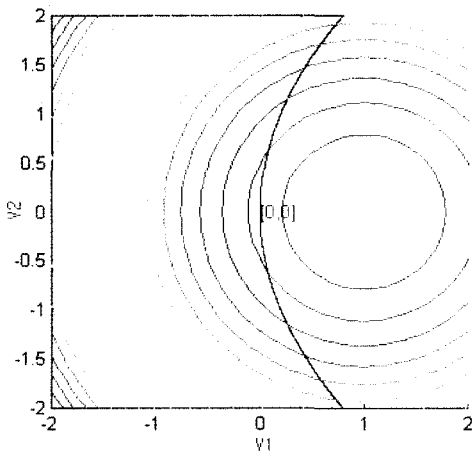


그림 5. 예제 2 도식적인 해.

Fig. 5. Example 2 the solution obtained by using diagram.

그림 6은 Microsim사의 Pspice의 모델링 회로를 보여준다.

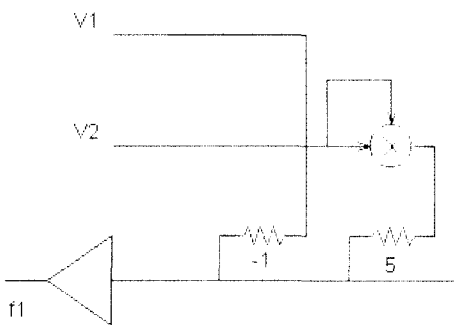


그림 6. 예제 2 뉴런 f의 입력부 회로.

Fig. 6. Example 2 Input circuit of Neuron f.

<2> 비용함수의 변수를 위한 뉴런 입력단.

캐패시터  $c_1$ ,  $c_2$ 로 유입되는 전류는 식(29)을 이용하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} c_1 \frac{du_1}{dt} \\ c_2 \frac{du_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2V_1 + 2 \\ -2V_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -f_1 \\ \frac{2}{5} f_1 V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 - 2V_1 + f_1 \\ -2V_2 - \frac{2}{5} f_1 V_2 \end{bmatrix} \quad (35)$$

그림 7은 뉴런 g의 입력부 Pspice 모델회로를 보여주며, 입력단의 캐패시터와 저항값은 예제 1에서 설명했듯이 캐패시터의

값들은 임의로 정했으며, 저항값들은 계산에너지 함수의 제 3항을 최소화하기 위하여 선택된 것이다. 모든 뉴런의 입력단에 같은 크기의 캐패시터들을 사용한다면, 캐패시터의 값은 단위 수렴하는 속도에 영향을 미친다. 즉, 더 빠른 수렴을 원한다면 더 작은 캐패시터를 사용하면 된다. 그러나, 입력단에 캐패시터와 병렬로 연결된 저항은 계산에너지함수에 영향을 미치지므로, 수렴하는 값들은 이 저항의 영향을 받지므로, 저항 값을 선택할 때는 주의하여야 한다[12].

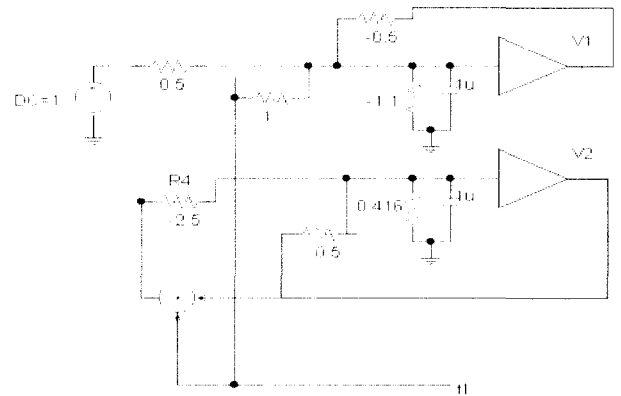


그림 7. 예제 2 뉴런 g의 입력부 회로.

Fig. 7. Example 2 Input circuit of Neuron g.

그림 8의 시뮬레이션결과에서 보여주듯이 약 11μs정도 경과한 후에 그림 5의 도식적인 해(V1=0, V2=0)와 일치함을 알 수 있다.

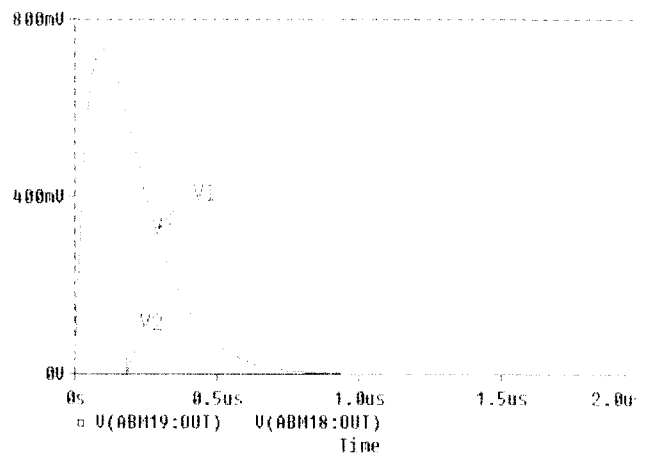


그림 8. 예제 2 시뮬레이션결과.

Fig. 8. Example 2 simulation result.

VI. 결론

이 논문에서는 홉필드신경망을 이용하여 일반적인 비선형프로그래밍 문제를 풀 수 있는 신경망을 제안하였다. 홉필드는 비용함수와 제한조건함수가 선형인 문제를 풀 수 있는 신경망을 발표한 이후로 이에 관한 많은 논문들이 발표되었고, Kennedy와 Chua는 비용함수가 비선형인 문제를 해결할 수 있는 방안을 제시하였다. 이 논문에서는 홉필드의 계산에너지함수를 수정하여 비용함수 및 제한조건함수 모두 비선형인 문제를 풀 수 있는 신경망을 제안하였다.

이 논문에서는 우선 확장된 신경망이 항상 안정되게 수렴함을 증명하기 위하여 수정된 계산에너지함수가 Lyapunov함수임을 밝혔으며, 다음으로는 신경망을 회로로 구성하는 방법에 있어서 비용함수와 제한조건함수로 구분하여 논의하였다. 이런 방법으로 구성된 회로는 회로레벨의 시뮬레이션 프로그램 Pspice를 이용하여 항상 안정되게 수렴함을 확인하였으며, 또한 시뮬레이션결과를 1 $\mu$ s 정도가 지남에 따라 해석적인 해와 거의 일치함을 보였다. 즉, 해석적인 해와 시뮬레이션결과를 약 0.001V의 오차를 보였고, 시간이 더 지남에 따라 오차는 더 좁혀지는 것을 알 수 있었다. 그리고, 뉴런의 입력단에 부수적으로 연결되는 저항과 캐패시터는 단지 신경망의 안정도를 위해 존재하는 것으로 알려져 있으나, 그 보다는 훨씬 중요한 역할을 하고 있음을 알 수 있었다. 캐패시터의 크기는 수렴속도에만 관련이 있으나, 저항은 계산에너지의 제 3항과 관련이 있어서 신경망의 성능에 직접 영향을 미친다. 고로, 이 저항의 선택에 따라 전혀 다른 시뮬레이션결과를 얻을 수 있음을 주의하여야 한다.

접수일자 : 2001. 9. 4      수정완료 : 2001. 10. 22

참고문헌

[1] D. W. Tank and Hopfield, J. J., "Simple "Neural" optimization Network: An A/D Converter, Signal Decision Circuit, and a Linear Programming Circuit," IEEE Trans. Circuits Syst., vol.CAS-33, pp.533-541, May 1986.

[2] Hopfield, J. J., and D. W. Tank., "Computing with Neural Circuits: A Model", Science Vol 233, 625-633, 1986.

[3] G.V. Reklaitis, A. Ravindran, K.M. Ragsdell, Engineering Optimization Method and Applications. John Wiley & Sons, Inc. 1986.

[4] Kennedy and Chua, "Neural Networks for Nonlinear Programming", IEEE Trans. On Circuit and Systems, Vol. 35, pp. 554-562. 1988

[5] Anthony N. Michel, Jay A. Farrel and Wolfgang Porod, 1989, "Qualitative Analysis of Neural Networks."

IEEE Trans. Circuits Syst., vol 36, pp. 229-243, February 1989.

[6] Takeshi Kamio, Hiroshi Ninomiya and Hideki Asai, "A Neural Net Approach to Discrete Walsh Transformation," IEICE Trans. Fundamentals, vol. E77-A, No.994.

[7] Mengkang Peng, Narebdra K. Gupta and Alistair F. Armitage, "An investigation into the Improvement of Local Minima of the Hopfield Network" Neural Networks Vol. 9, pp. 1241-1253, 1996.

[8] Naoki Kurita and Ken-ichi Funahashi, "On the Hopfield Neural Networks and Mean Field Theory" Neural Networks, Vol. 9, pp. 1531-1540, 1996.

[9] L. O. Chua and G. N. Lin, "Nonlinear programming without computation," IEEE Trans. Circuits Syst., vol. CAS 32, p. 736, July 1985.

[10] J.L. Huertas and A. Rueda, "Synthesis of resistive n port section wise piecewise linear networks," IEEE Trans. Circuits and Syst., vol. CAS-29, pp.6-14, Jan. 1982.

[11] C. Y. Maa and M. Shanblatt, "Improved Linear Programming Neural Networks," IEEE Int. Conf. on Neural Networks, 1989, vol. 3, pp.748-751.

[12] 강민제, 이상준, "홉필드 신경회로망에서 뉴런의 입력단 저항에 관한 연구," 한국퍼지 및 지능시스템학회 논문집, vol. 11, No. 2, 2001.



강민제 (Min-Je Kang)

正會員

1982년 서울대 전기공학과 졸업.

1991년 Univ. of Louisville 전기공학과 (공학박사).

1992년 현재 제주대 전기, 전자공학부 부교수