

선박 추진축계 종·비틀 연성 비감쇠 고유진동 감도해석

김연호*, 조대승**

The Sensitivity Analysis of Coupled Axial and Torsional Undamped Free Vibration of Ship Propulsion Shafting

Yeon-Ho Kim* and Dae-Seung Cho**

요약

본 논문에서는 선박 추진축계의 중간 축과 프로펠러 축 직경 변경시에 추진축계 고유진동특성을 효율적으로 산정하고, 선박 주기관 연속운항 금지구간 설정에 영향을 미치는 비틀공진점의 최적 설계를 도모할 수 있는 추진축계 종·비틀 연성 고유진동 감도해석방법을 제시하였다. 제시된 방법의 타당성과 효율성은 2척의 실선 추진축계를 대상으로 중간 축 및 프로펠러 축 직경에 대한 고유진동수 감도해석을 수행하여 검토하였다. 아울러, 선급 규정을 충족시키는 범위 안에서 중간 축 및 프로펠러 축의 인장강도와 축경을 변화할 경우의 종·비틀 연성 고유진동수 변화량을 고찰하였다.

*Keywords: ship propulsion shafting(선박 추진축계), sensitivity analysis(감도해석), coupled axial-torsional vibration(종·비틀 연성진동), shaft diameter(축경), undamped free vibration(비감쇠 자유진동), resonance(공진)

Abstract

In this paper, sensitivity analysis for the coupled axial and torsional undamped free vibration of ship propulsion shafting is proposed. The purpose of this study is to effectively and optimally design the resonance frequencies of propulsion shafting affecting barred speed range of main engine by modifying the diameters of intermediate and propeller shafts. The presented method is validated by the sensitivity analysis for the natural frequencies of propulsion shafting of two real large merchant ships. In addition, the changes of natural frequency and resonance main engine speed are discussed in case that the diameter is varied within the range regulated by the rule of shipping register.

접수일자: 2001년 8월 1일, 승인일자: 2001년 10월 13일

* 해군 제1함대 사령부 (E-mail: 47kyh@hanmail.net)

** 정회원, 부산대학교 조선해양공학과 조교수 (E-mail: daecho@hyowon.cc.pusan.ac.kr)

1. 서 론

대형 일반 상선의 추진축계 종·비틀 연성진동은 축에 동적 부가응력을 유발하므로 각국의 선급에서는 과도한 동적 응력으로 인한 추진축계의 파로파괴를 예방하고자 주기관의 연속운전과 일시적인 운전이 가능한 축계 비틀응력 허용치를 규정하고 있다(Lloyd's Register 1996, 한국선급 1998). 이로 인해 별도의 비틀 감쇠기를 장착하지 않은 대부분의 디젤기관 추진 대형 상선의 경우 과도한 비틀진동 응력이 발생하는 추진축계 비틀 고유진동수에 대응하는 주기관 회전수 대역이 연속운항 금지구간(barred speed range)으로 설정되고 있다. 또한, 추진축계 종·비틀 연성진동으로 인해 추력베어링에 작용하는 변동주력은 선체 기진력으로 작용하여 선박 상부구조에 과도한 진동을 유발할 수 있다. 따라서, 저진동·고품질 선박 건조를 위해서는 추진축계의 정밀한 진동 해석 및 이의 최적 설계가 요구된다.

선박 추진축계 종·비틀 연성진동에 관한 연구는 전효중/Tsuda(1969, 1970)가 해석 방법을 정립하였으며, Homori 등(1988, 1989)은 상행성 디젤기관 크랭크 축계의 진동과 강도 평가에 관한 연구를 수행하였다. 또한, 배 등(1996)은 Homori 등의 연구결과를 토대로 축계 종·비틀 연성 진동으로 인해 추력베어링을 거쳐 선체에 전달되는 기진력을 산정하고, 실선 계측 결과와 비교·검토하였다. 한편, 안/Krakovski(1994)는 디젤기관 추진축계의 감쇠강제비틀진동의 확률적 해석 방법을 제시한 바 있다.

본 연구에서는 추진축계 설계 변경시에 고유진동특성 변화량을 효율적으로 산정하기 위하여 추진축계 종·비틀 연성 고유진동 감도해석방법을 정식화하였다. 이때, 고유진동해석 및 이에 요구되는 추진축계 각 요소의 강성 및 관성 평가는 Homori 등(1988)의 방법을 이용한 배종국/주원호(1996)의 연구 결과를 이용하였으며, 감도해석은 일반적인 고유차 문제에 대해 고유차 및 고유벡터의 미분치를 구하는 방법(Rudisill 1973)을 적용하였다. 제시된 방법의 타당성 및 효율성 검

토를 위하여 주기관이 디젤엔진인 2척의 실선 추진축계를 대상으로 중간 축 및 프로펠러 축의 적경이 종·비틀 연성 고유진동수에 미치는 영향을 감도해석 및 통상적 해석 방법으로 평가하였다. 아울러, 선급 규정을 충족시키는 범위 안에서 중간 축 및 프로펠러 축의 인장강도와 축경을 변화할 경우의 종·비틀 연성 고유진동수 변화량을 고찰하였다.

2. 추진축계 종·비틀 연성 고유진동해석 개요

다기통 디젤엔진이 장착된 추진축계는 디젤엔진의 각 크랭크스로우가 차화순서에 따라 1번 크랭크스로우에 대해서 일정한 위상각을 가지고 설치되기 때문에 종·비틀 연성 거동이 발생하며, 이의 진동해석은 일반적으로 Fig. 1에 보인 바와 같은 질량-스프링 모델을 이용해서 수행한다.

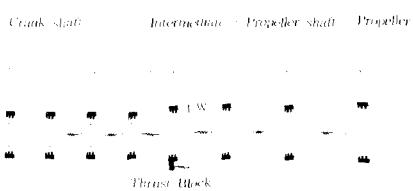


Fig. 1 Equivalent lumped mass model of propulsion shafting

2.1 추진축계의 강성 및 관성 평가

기하학적 형상이 복잡한 크랭크 축의 종·비틀 연성 강성계수는 1 실린더분의 크랭크스로우를 3 차원 유한요소로 모델링한 후 각 크랭크스로우에 작용되는 구속모멘트와 축방향 단위 압축력 및 단위 비틀토크로 인한 크랭크스로우의 종변위와 비틀각 즉, 유연성 영향계수를 구하면 크랭크 축과 등가 강성을 갖는 보 모델의 강성을 구할 수 있다. 이때, 각 크랭크스로우와 중간축 및 프로펠러 축의 자지점에 작용하는 구속모멘트는 전체 추진축계 선단에 축방향 단위 압축력 또는 단위 비틀토크를 가한 경우의 크랭크스로우부와 축부에서의

굽힘 각의 적합조건을 이용해서 산정할 수 있다 (Homori 등, 1988). 한편, 중간 축과 프로펠러 축에서는 연성이 일어나지 않기 때문에 종 및 비틀 강성을 재료 특성 및 기하학적 형상만으로 평가할 수 있고, 추력 블록은 종 강성 요소로 간주한다.

관성요소는 집중질량 및 집중질량 극관성모멘트로 모델링하되 크랭크스로우부는 저어널 베어링 지지점, 중간 축 및 프로펠러 축은 이의 지지 베어링 위치, 프로펠러는 선미관 베어링 위치에 관성이 집중된 것으로 간주할 수 있다. 한편, 프로펠러의 경우 유체역학적인 힘과 모멘트에 의한 부가수질량, 부가수질량 극관성모멘트 및 이의 연성 효과를 가진다(Parsons 1983).

2.2 고유진동해석

추진축계를 n 개의 질점으로 모델링한 후 유한 요소법에 의거하여 각 요소별 관성 및 강성행렬을 구하면 추진축계 전체에 대한 고유진동 운동방정식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\ddot{Mz} + Kz = \{0\} \quad (1)$$

여기서,

M : $2n \times 2n$ 관성행렬

K : $2n \times 2n$ 강성행렬

$z = \{x_1, \theta_1, x_2, \theta_2, \dots, x_n, \theta_n\}^T$

x_i : i 번째 질점의 종변위

θ_i : i 번째 질점의 비틀각변위

이고, 상첨자 \cdot 는 시간도함수를 나타낸다. 따라서, 변위벡터 z 를

$$z = Ue^{i\omega t} \quad (2)$$

여기서,

U : $2n \times 1$ 진폭 벡터

ω : 원진동수 (rad/s)

t : 시간

와 같이 조화운동으로 가정하면, 식(1)은

$$(K - \lambda M)U = \{0\} \quad (3)$$

여기서, $\lambda = \omega^2$

와 같은 일반적인 고유치 문제로 귀착되므로 Jacobi 방법 등을 이용하여 고유원진동수 ω_i 와 고유벡터 U_i ($i = 1, 2, \dots, n$)를 구할 수 있다.

3. 추진축계 종 · 비틀 연성 고유진동 감도해석

3.1 고유원진동수 및 고유벡터 감도 연산

식(3)은 i 차 고유치 λ_i 및 고유벡터 U_i 에 대해

$$(K - \lambda_i M)U_i = \{0\} \quad (4)$$

와 같이 나타낼 수 있다. 한편, 관성행렬 M 과 강성행렬 K 는 대칭행렬이므로 식(4)을 전치하면

$$U_i^T(K - \lambda_i M) = \{0\}^T \quad (5)$$

와 같은 관계식을 만족한다. 여기서, 상첨자 T 는 전치행렬을 나타낸다.

임의의 설계변수 v_j 에 대한 고유치 감도 $\lambda_{i,j}$ 를 구하기 위해서 식(4)을 설계변수 v_j 에 대해 편미분하면

$$(K_{.,j} - \lambda_{i,j} M - \lambda_i M_{.,j})U_i + (K - \lambda_i M)U_{i,j} = \{0\} \quad (6)$$

와 같다. 여기서, 강성매트릭스 K 및 관성매트릭스 M 의 하첨자 $, j$ 는 해당 행렬의 설계변수 v_j 에 대한 편미분을 나타낸다. 식(6)에 U_i^T 를 전송하면 식(5)에 의해 고유치 감도 $\lambda_{i,j}$ 는

$$\lambda_{i,j} = U_i^T(K_{.,j} - \lambda_i M_{.,j})U_i / (U_i^T M U_i) \quad (7)$$

로 산정된다. 따라서, 고유원진동수 감도 $\omega_{i,j}$ 는

$$\omega_{i,j} = \frac{1}{2\omega_i} \lambda_{i,j} \quad (8)$$

로 산정할 수 있다.

한편, 고유벡터감도 $U_{i,j}$ 를 구하기 위하여 U 를

$$U_i^T U_i = \text{constant} \quad (9)$$

로 유일한 값을 갖도록 하고, 이를 설계변수에 대

하여 미분하면

$$U_i^T U_{i,j} = 0 \quad (10)$$

와 같은 관계식이 도출된다. 식(6)과 식(10)을 함께 나타내면

$$\begin{bmatrix} K - \lambda_i M \\ U_i^T \end{bmatrix} U_{i,j} = - \begin{bmatrix} K_{,j} - \lambda_{i,j} M - \lambda_i M_{,j} \\ 0^T \end{bmatrix} U_i \quad (11)$$

와 같다. 여기서, 0 는 U_i 와 동일 차원을 갖는 영 벡터이다. 식(11)의 $U_{i,j}$ 와 U_i 의 상수행렬은 $(2n+1) \times 2n$ 행렬이므로 식(11)의 좌변 첫 째 행렬의 전치행렬을 양변에 전승하면

$$C U_{i,j} = - E U_i \quad (12)$$

여기서,

$$\begin{aligned} C &= [K - \lambda_i M; U_i] \begin{bmatrix} K - \lambda_i M \\ U_i^T \end{bmatrix} \\ E &= [K - \lambda_i M; U_i] \cdot \begin{bmatrix} K_{,j} - \lambda_{i,j} M - \lambda_i M_{,j} \\ 0^T \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (13)$$

와 같다. 상기의 행렬 C, E 는 $2n \times 2n$ 의 차원을 가지므로 고유벡터감도 $U_{i,j}$ 는 다음과 같이 산정할 수 있다.

$$U_{i,j} = - C^{-1} E U_i \quad (14)$$

3.2 설계변수에 대한 관성 및 강성 행렬의 미분 연산

감도해석을 수행하기 위해서는 설계변수 v_j 에 대한 관성행렬 및 강성행렬의 미분행렬이 필요하다. 본 연구에서는 설계변수를 선박 설계자가 현실적으로 변경할 수 있는 중간 축 직경 d_i 및 프로펠러 축 직경 d_p 로 설정하였다. 일반적으로 중간 축 및 프로펠러 축은 플랜지부, 배어링 결합부 등의 일부 요소를 제외하고는 규칙적인 직경을 가지므로 축 요소의 질량 m_s 및 질량 극관성모멘트 J_s 를

$$\begin{aligned} m_s &\approx \frac{\rho \pi L v_i^2}{4} \\ J_s &\approx \frac{\rho \pi L v_i^4}{32} \end{aligned} \quad (15)$$

여기서, ρ : 축 재료밀도

L : 축 요소의 길이

v_i : 축경($v_i = d_i$ 또는 d_p)

와 같이 근사할 수 있다. 따라서, 상기 식을 설계 변수에 대해 직접 미분하여 설계변수 변화시의 이들 축의 질량변화율 $\frac{\partial m_s}{\partial v_i}$ 및 질량극관성 변화율 $\frac{\partial J_s}{\partial v_i}$ 을

$$\begin{aligned} \frac{\partial m_s}{\partial v_i} &\approx \frac{\rho \pi L v_i}{2} \\ \frac{\partial J_s}{\partial v_i} &\approx \frac{\rho \pi L v_i^3}{8} \end{aligned} \quad (16)$$

와 같이 산정하였다. 한편, 중간 축 및 프로펠러 축 요소를 제외한 관성요소의 미분항은 d_i 또는 d_p 에 무관하므로 영의 값을 가진다. 따라서, 이들 결과로부터 중간 축 및 프로펠러 축의 직경에 대한 관성행렬의 미분행렬 $M_{,j}$ 를 도출할 수 있다.

중간 축 및 프로펠러 축의 직경을 변화하면 이들 축의 강성은 물론 각 크랭크스로우에 작용하는 구속보멘트가 변화하여 크랭크 축 및 추력 축 요소의 강성이 달라진다. 그러나, 2.1절에 기술한 바와 같이 단위력에 대한 유연성 영향계수로부터 유도되는 추진축계 각 요소의 강성을 설계변수에 대해 직접 미분하는 것은 용이하지 않다. 이에 본 연구에서는 중간 축 및 프로펠러 축의 직경 변화에 대한 강성행렬의 미분행렬 $K_{,j}$ 를 설계변수 v_i 에 대한 1% 증분을 이용하여

$$K_{,j} \approx \frac{K(v_i + \Delta v_j) - K(v_i)}{\Delta v_j} \quad (17)$$

여기서, Δv_j : 설계변수 변화량
와 같이 유한차분법으로 구하였다.

4. 수치계산 예 및 고찰

본 연구에서 제시한 추진축계 종·비틀 연성 고유진동 감도해석의 타당성과 유용성을 확인하기 위하여 두 척의 실선 추진축계에 대한 수치해석을 수행하였다. 수치계산 대상선의 주기관 및 추진축계의 주요 요목은 Table 1에 나타내었으며, 추진축계 각 요소의 강성 및 관성 평가는 배종국/주원호(1996)의 연구 결과를 활용하였다. 고유진동해석 결과는 Fig.2와 Fig.3에 나타내었는데, 두척 공히 1차 모드는 비틀진동, 2차 모드는 종진동이 주진동형임을 확인할 수 있다. Table 2에는 중간 축 직경 d_i 및 프로펠러 축 직경 d_p 에 대한 기준선(base ship) 고유진동수 f_b 의 1차 감도 계산 결과를 나타내었다. 이에는 설계변수 1% 변경시에 통상적 재해석을 수행하여 유한차분법으로 구한 감도 연산 결과도 함께 나타내었는데 양자간의 부합성이 양호함을 확인할 수 있다.

Fig.4와 Fig.5에는 중간 축 또는 프로펠러 축 직경을 $\pm 20\%$ 까지 변화할 경우에 기준선에 대한 고유진동수의 변화율 $\frac{\Delta f}{f_b}$ 를 1차 감도를 이용하여

$$\frac{\Delta f}{f_b} \approx \frac{\Delta v_j}{f_b} \frac{\partial f_b}{\partial v_j} \quad (18)$$

여기서, Δv_j : 축 직경 변화량

로 예측한 결과와 축경 변경시의 고유진동수 f 를 통상적 재해석으로 구한 후

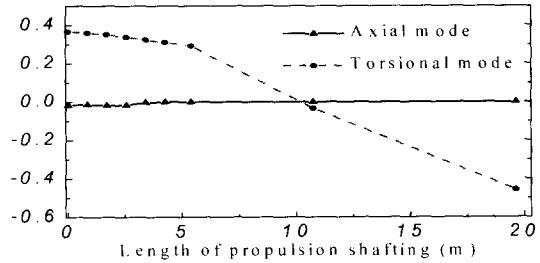
$$\frac{\Delta f}{f_b} = \frac{f - f_b}{f_b} \quad (19)$$

로 산정한 결과를 함께 나타내었다. 이로부터, 중간 축 또는 프로펠러 축 직경이 $\pm 20\%$ 이내로 임의 설계 변경될 경우에 기준계 고유진동수 f_b 와 이의 축경에 대한 1차감도를 이용하면 통상적 재해석을 수행하지 않고도 기준계 고유진동수 기준으로 종진동이 주진동형인 경우 0.03%, 비틀진동이 주진동형인 경우에는 4.3%이내의 오차로서 추진축계 고유진동수를 산정할 수 있음을 확인할 수 있다.

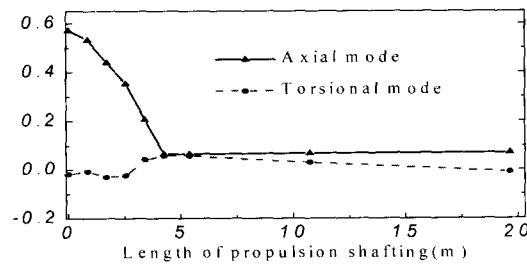
또한, 재해석 결과로부터 주기관의 연속운항 금지구간 설정에 직접적인 영향을 미치는 비틀진동이 주진동형인 고유진동수는 중간 축 직경을 -20% 변화시키면 A선과 B선 공히 30% 이상, 프로펠러 축의 직경을 -20% 변화시킬 경우에는 A선은 13%, B선은 8% 이상 낮아지나, 주진동형이 종진동인 경우에는 중간 축 또는 프로펠러

Table 1 Main particulars of the ship propulsion shafting

Ship	A	B
Type	Bulk carrier	Container carrier
No. of cylinder	5	10
Max. cont. output(bhp)	13,900	58,600
MCR(rpm)	105	104
Cylinder bore(mm)	600	900
Reciprocating mass(kg)	5,559	17,031
Interm. shaft dia.(mm)	480	700
Prop. shaft dia.(mm)	560	835

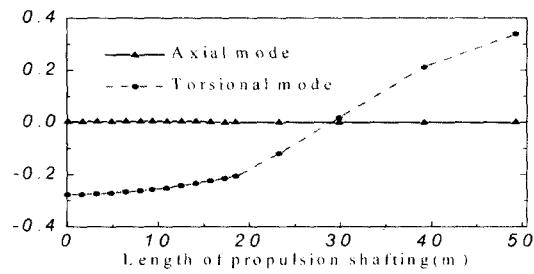


(a) First mode: 5.35 Hz

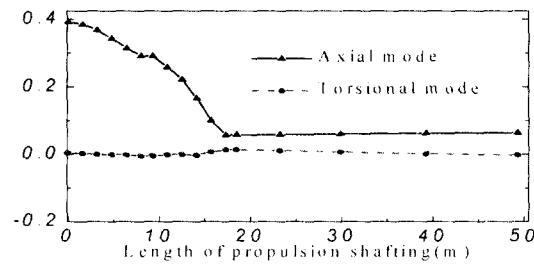


(b) Second mode: 12.00 Hz

Fig.2 Natural frequency and its mode shape: Ship A



(a) First mode: 3.25 Hz



(b) Second mode: 6.87 Hz

Fig.3 Natural frequency and its mode shape: Ship B**Table 2** Natural frequency, f_b , and its sensitivities to intermediate shaft diameter d_i and propeller shaft diameter d_p

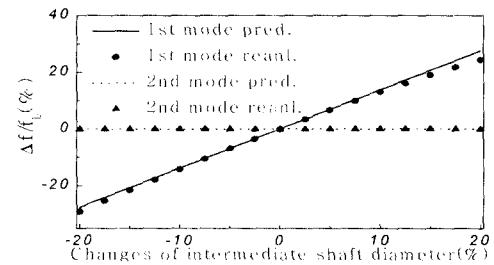
(a) Ship A

Ord.	f_b (Hz)	Present method		FDM	
		$\frac{\partial f_b}{\partial d_i}$ (Hz/cm)	$\frac{\partial f_b}{\partial d_p}$ (Hz/cm)	$\frac{\Delta f_b}{\Delta d_i}$ (Hz/cm)	$\frac{\Delta f_b}{\Delta d_p}$ (Hz/cm)
1	5.35	0.1537	0.0452	0.1520	0.0447
2	12.0	0.0003	0.0008	0.0003	0.0008

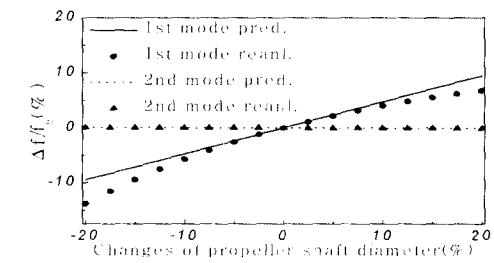
(b) Ship B

Ord.	f_b (Hz)	Present method		FDM	
		$\frac{\partial f_b}{\partial d_i}$ (Hz/cm)	$\frac{\partial f_b}{\partial d_p}$ (Hz/cm)	$\frac{\Delta f_b}{\Delta d_i}$ (Hz/cm)	$\frac{\Delta f_b}{\Delta d_p}$ (Hz/cm)
1	3.25	0.0732	0.0104	0.0721	0.0100
2	6.87	0.0006	-0.0003	0.0006	0.0003

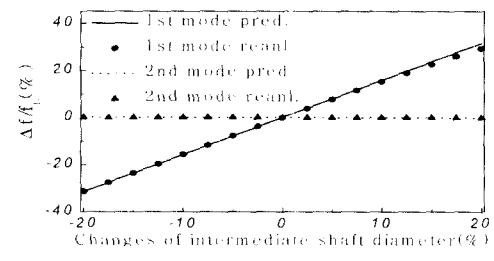
*FDM: finite difference method using 1% perturbation



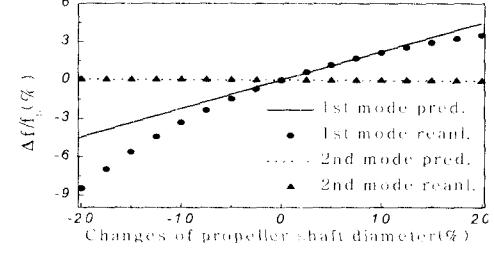
(a) Intermediate shaft



(b) Propeller shaft

Fig.4 Changes of the natural frequency obtained by the sensitivity analysis and the ordinary reanalysis: Ship A

(a) Intermediate shaft



(b) Propeller shaft

Fig.5 Changes of the natural frequency obtained by the sensitivity analysis and the ordinary reanalysis: Ship B

축경 변화에 따른 고유진동수 변화가 거의 없음을 확인할 수 있다. 이는 비틀진동의 경우 중간 축 및 프로펠러 축 요소의 질량 극관성모멘트 및 비틀 강성의 크기가 타 요소와 비슷한 값을 가지나, 종진동의 경우에는 수치계산대상선의 추력베어링 부의 등가 종강성이 타 요소와 비교하여 최소 7배 이상의 값을 가질 뿐만 아니라 축경 변화로 인한 질량 및 강성 변화 효과가 서로 상쇄되어 종진동 특성에 미치는 영향이 작기 때문인 것으로 판단한다.

한편, 선급 규정(한국선급 1998)에 의거하여 중간 축 및 프로펠러 축의 재료 인장강도에 따라 달라지는 최소 축경을 적용하여 주진동형이 비틀진동인 고유진동수를 계산한 결과를 Table 3에 나타내었다. 이에는 기준선과 마찬가지로 비틀공진을 유발하는 진동차수를 A선의 경우 주기관 회전수 5차 성분, B선의 경우 주기관 회전수 3차 성분으로 설정한 경우의 비틀공진 주기관 회전수도 함께 나타내었다.

상기 결과와 Table 1 및 Table 2에 각각 나타낸 기준선의 축경과 고유진동수 해석결과로부터 800 N/mm^2 의 인장강도를 갖는 고장력강을 이용하면 A선의 경우 기존에 480 mm 인 중간 축 직경을 19.8% 작은 385 mm 까지 줄일 수 있고, 이를 통해 각각 5.35Hz, 64.2 rpm인 기준선의 추진축계 고유진동수와 비틀공진 주기관 회전수를 27.3% 낮은 3.89Hz, 46.7rpm까지 변화시킬 수 있음을 확인할 수 있다. 또한, 기존에 560 mm 인 A선의 프로펠러 축경의 경우에는 최대 508 mm까지 줄일 수 있고, 이를 통해 비틀공진 주기관 회전수는 -4.4%까지 변화시킬 수 있음을 확인할 수 있다.

B선의 경우에 있어서도 800 N/mm^2 의 인장강도를 갖는 고장력강을 이용하면 중간 축 및 프로펠러 축의 직경을 각각 10.9%, 1.6%까지 축소 할 수 있고, 이를 통해 고유진동수 및 비틀공진 주기관회전수를 각각 -16.9%, -0.5%까지 변경 시킬 수 있음을 확인할 수 있다. 한편, 추진축계의 비틀응력 허용치는 인장강도에 선형적으로 비

Table 3 Changes of torsional natural frequency, f , and resonance M/E speed in case of changing the tensile strength and diameter of intermediate or propeller shaft

(a) Ship A

	Intermediate shaft	Propeller shaft		
Tensile strength (N/mm^2)	320	800	400	600
Min. dia. (mm)	485	385	562	508
f (Hz)	5.43	3.89	5.36	5.11
Resonance M/E speed (rpm)	65.1	46.7	64.3	61.4

(b) Ship B

	Intermediate shaft	Propeller shaft		
Tensile strength (N/mm^2)	320	800	400	600
Min. dia. (mm)	786	624	911	822
f (Hz)	3.88	2.70	3.33	3.24
Resonance M/E speed(rpm)	77.6	54.0	66.6	64.7

례하지 않으나, 비틀공진 주기관 회전수가 낮아질 경우 기진력의 크기가 감소하고 비틀응력 허용치는 증가한다(한국선급 1998). 따라서, 중간 축 및 프로펠러 축의 재질 및 축경 변화를 이용하면 기준선보다 낮은 비틀공진 주기관회전수를 갖는 추진축계의 설계가 가능하다고 판단한다.

5. 결 론

본 연구에서는 추진축계 종·비틀 연성 고유진동 감도해석을 정식화하고, 두 척의 실선에 대해 수치계산을 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 추진축계의 중간 축 및 프로펠러 축 직경 변화시 종진동 고유진동수 변화는 미미하나 비틀림 고유진동수 변화는 매우 크다.
- (2) 초기설계된 기준선의 추진축계 고유진동수 및 이의 1차 감도해석결과를 이용하면 추진축계의 중간 축 및 프로펠러 축 직경의 $\pm 20\%$ 변화에 따른 고유진동수 변화를 통상적 재해석을 수행하지 않고도 오차 4.3% 이내로 예측할 수 있다.
- (3) 본 연구에서 제시한 감도해석방법은 초기 설계단계에서 다양한 축 직경 변화에 대한 고유진동특성 변화량의 신속한 파악과 주기관 연속운전 금지 구간 등의 최적 설계에 유용하게 적용될 수 있을 것으로 판단한다.

후 기

본 연구를 수행함에 있어 많은 조언을 해 주신 현대 선박해양연구소 동역학연구실 관계자 여러분께 심심한 사의를 표합니다.

참 고 문 헌

- 배종국, 주원호, 정균양, 1996, “축계 종·비틀림 연성 진동에 의한 선체 기진력의 산정에 대한 연구”, 대한조선학회 추계 학술대회 논문집.
- 배종국, 주원호, 1996, “종·비틀림 연성을 고려한 추진축계 진동해석 S/W 개발”, 현대선박해양 연구소, Report No. HMRI-96-09- R170.
- 안시영, Krakowski, M.B., 1994, “선박 디젤 추진축계 감쇠 강세 비틀진동의 확률적 해석”, 대한조선학회 논문집, 제31호 제4호, pp.157-166.
- 전효중, Tsuda, K., 1969, “船舶往復内燃機關軸系縱ねじり連成自然振動の理論的解析”, 일본박용기관학회지, 제4권 제7호.
- 전효중, Tsuda, K., 1970, “船舶往復内燃機關軸系縱ねじり連成強制振動の理論的解析”, 일본박용기관학회지, 제5권 제3호.
- 한국선급, 1997, “선박 진동·소음 제어지침”.
- 한국선급, 1998, “선급 및 강선규칙, 제 5편”.
- Homori, S., Kamata, M., and Sasaki, Y., 1988, “Study on the Vibration and Strength of Long-Stroke Diesel Engine Crank Shaftings (1st Report: Theoretical Analysis Method for the Undamped Torsional-Axial Vibration of Shaftings)”, Trans. of the SNAJ, Vol. 163.

- Homori, S., Kamata, M., and Sasaki, Y., 1988, “Study on the Vibration and Strength of Long-Stroke Diesel Engine Crank Shaftings (2nd Report: Proposal of a Calculation Method for the Coupled Axial Torsional Forced Vibration of Shaftings and Introduction of Measurement on Actual Engines)”, Trans. of the SNAJ, Vol. 164.
- Homori, S., Kamata, M., and Sasaki, Y., 1989, “Study on the Vibration and Strength of Long-Stroke Diesel Engine Crank Shaftings(3rd Report: Proposal of New Calculation Method for Crank Pin Fillet Stress)”, Trans. of the SNAJ, Vol. 165.
- Lloyd's Register, 1996, “Rules and Regulations for the Classification of Ships, Part 5”.
- Parsons, M.G., 1983, “Mode Coupling in Torsional and Longitudinal Shafting Vibrations”, Marine Technology, Vol. 20 No. 3.
- Rudisill, C. S., 1973, “Derivatives of Eigenvalues and Eigenvectors for a General Matrix”, AIAA Journal, V.12, No. 5.



〈 김 연 호 〉



〈 조 대 성 〉