

지하수의 영향을 고려한 지하공동구조체의 동적응답

Dynamic Response of Underground Openings Considering the Effect of Water Saturation

김 선 훈*

Kim, Sun-Hoon

김 광 진**

Kim, Kwang-Jin

(논문접수일 : 2001년 4월 26일 : 심사종료일 : 2001년 9월 12일)

요 지

본 논문에서는 지하수의 영향을 고려하여 발파로 인한 폭발하중에 대한 지하공동구조체의 3차원 동적해석을 수행하였다. 지하공동 주변 암반체는 13.5%의 공극율을 갖는 석회암으로 가정하였으며, 동일한 폭발하중에 대해 주변 암반체의 공극이 완전히 건조한 경우와 이 공극이 완전 포화된 경우로 나누어 해석을 수행하였다. 수치해석결과 지하공동구조체가 포화된 암반체에 위치하는 경우가 건조한 암반체에 위치하는 경우에 비해 속도, 변위, 응력이 모두 크게 발생하였다. 그리고 포화된 암반체의 지하공동구조체 부근에서는 전단파괴의 가능성이 발생함을 확인할 수 있었다.

핵심용어 : 지하수 영향, 지하공동, 폭발하중, 동적응답, 응력경로, 전단파괴

Abstract

Three-dimensional dynamic analysis of underground openings subjected to explosive loadings considering the effects of water saturation is carried out in this study. The surrounding rock mass is assumed to be the limestone with 13.5% of porosity. Two calculations are compared using an identical explosive charge; the first in dry rock of 13.5% porosity, the second in the identical rock, but in a fully saturated condition. It is shown that velocity, displacement, and stress time histories are higher in saturated rock than those in dry rock through numerical studies. It is also shown that underground openings in saturated rock masses could be significantly more vulnerable to the potential damages associated with shear failure than those in dry medium.

Keywords : effect of water saturation, underground opening, explosive loading, dynamic response, stress path, shear failure

1. 서 론

국내의 경우 지하공동구조체의 건설은 1950년대 이전까지는 주로 열차나 차량을 위한 터널이 주로 건설되었으나, 1970년대초 서울에 지하철 건설이 시작되면서 지하철 터널의 건설이 본격화되었으며, 현재는 전국 주요 6대 도시에 지하철 건설이 활발하게 진행되고 있

다. 또한 통신구, 전력구, 공동구, 수로터널 등의 건설도 더욱 증가할 것으로 예상되고 있다. 이 밖에도 에너지 저장장치를 위한 유류 및 가스 비축시설, 양수지하발전소 등이 건설되었으며, 방사성폐기물의 지하처분장, 농수산물 지하저장비축시설 등을 위해 지하공간의 활용이 더욱 증대될 것으로 예상되고 있다. 이와 같이 지하공간의 활용이 활발해짐에 따라 지하공간구조체의 수

* 정회원 · 영동대학교 건설공학부 토목공학과, 부교수

** Principal Engineer, COMTEC RESEARCH, USA

· 이 논문에 대한 토론을 2001년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

치해석 검토는 필수적인 과정이 되었으며, 특히 다양한 외적요인에 대한 안정성 검토의 필요성이 증가하고 있는 실정이다.^{1)~3)}

본 연구에서는 발파로 암반체를 굴착하여 지하공동 구조체를 건설하는 경우 지하수의 영향이 공동주변 암반체의 거동변화에 미치는 영향을 수치적으로 검토해 보았다. 이를 위해 폭발하중에 대한 지하공동구조체의 3차원 동적해석을 효과적으로 수행할 수 있는 유한요소해석프로그램을 사용하였다. 이 프로그램은 이단계매체(two-phase media) 개념에 근거하여 개발되었으며, 이미 여러 연구논문^{4)~6)}을 통하여 소개된 바 있다. 본 해석에서는 기존에 존재하고 있는 2개의 공동체 중앙에 새로운 공동을 굴착하기 위하여 발파를 하였을 때, 발파충격으로 인한 기존공동 주변암반체의 동적 거동변화를 검토하였다. 주변암반은 13.5%의 공극율을 갖는 석회암(limestone)으로 가정하였으며, 지하수의 영향을 검토하기 위하여 주변암반이 완전히 건조한 암반으로 가정한 경우와 공극이 완전히 지하수로 포화된 경우에 대해 동일한 구조해석을 수행하였다.

2. 3차원 동적해석프로그램

본 장에서는 지하수의 영향을 고려한 지하공동구조체의 동적응답해석에 사용한 3차원 유한요소해석 프로그램에 대해서 간단히 소개하고자 한다. 이 프로그램은 서론에서 언급한 바와 같이 이단계매체개념을 사용하여 개발된 다공성매체의 2차원 해석프로그램^{7)~9)}을 3차원으로 확장시킨 것이다.

이단계매체개념의 유한요소 수식화를 위해서는 다음과 같은 5개의 기본방정식이 사용되었다.^{4),5)}

$$\text{유효응력원리} : \sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \delta_{ij} \pi \quad (1)$$

여기서 σ'_{ij} 와 σ'_{ij} 는 각각 총응력과 유효응력이고, δ_{ij} 는 Kronecker Delta이며, π 는 공극수압을 의미한다.

고체입자의 구성관계:

$$\{d\sigma'\} = [D^{ep}] \left(\{d\varepsilon\} - \frac{1}{3K_g} \{1\} d\pi \right) \quad (2)$$

여기서 $[D^{ep}]$ 는 응력-변형도 관계를 나타내는 탄소성행렬이고, $\{\varepsilon\}$ 은 변형도벡터이며, K_g 는 고체입자 압

축성의 역수를 의미한다. 윗식에서 우측의 마지막항은 공극수압이 고체입자에 압축을 가함으로서 발생하는 변형도를 의미한다.

공극수의 흐름방정식:

$$d\pi = \bar{m}_2 \cdot d\varepsilon_v + \bar{m} \cdot n \cdot (d\varepsilon_F - d\varepsilon_v) \quad (3)$$

여기서 \bar{m} 은 $\frac{1}{\left[\frac{1}{K_m} - \frac{K_s^{ep}}{K_g^2} \right]}$ 이고, \bar{m}_2 는 $\left[1 - \frac{K_s^{ep}}{K_g} \right]$

· \bar{m} 이며, ε_F 는 공극수의 체적확산도, ε_v 는 고체입자의 체적변형도, n 은 공극율, K_m 은 유효응력이 0인 상태에서 혼합체의 체적계수, 그리고 K_s^{ep} 는 고체입자의 탄소성체적계수를 각각 의미한다.

혼합체(bulk mixture)의 운동방정식 :

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i + \rho_f \ddot{w}_i \quad (4)$$

여기서 ρ 와 ρ_f 는 각각 혼합체와 공극수의 밀도, \ddot{u}_i 는 고체입자의 가속도, \ddot{w}_i 는 공극수의 고체입자에 대한 상대가속도를 의미한다.

공극수의 운동방정식 :

$$\pi_{,i} = \frac{\mu}{\alpha} \dot{w}_i + \frac{\rho_f}{\beta} \dot{w}_i^2 + \rho_f \ddot{U}_i \quad (5)$$

여기서 μ 는 유체의 동적점성(dynamic viscosity), α , β 는 포화된 지반체의 흐름특성계수, \dot{w}_i 는 고체입자에 대한 공극수의 상대속도, \ddot{U}_i 는 공극수의 절대가속도를 의미한다.

이단계매체의 기본 방정식을 연립하면, 구하고자 하는 포화된 암반의 구성방정식을 도출할 수 있다. 그리고 다공성매체의 응력-변형도 관계식으로는 일반화된 Hoek-Brown Model¹⁰⁾을 사용하여 3차원으로 확장시켰다. 따라서 이 구성모델은 콘크리트, 토사, 강재, 암반체 등에 폭넓게 사용이 가능하다. 또한 파괴면(failure surface), 흐름일정도(flow consistency)방정식, 탄소성 구성법칙 등이 고려되었다.

도출된 포화암반의 구성방정식은 유한요소법을 사용하여 3차원요소의 절점에서의 힘-변위 관계로 나타나며, 기존 2차원 수치해석용 프로그램인 MPDAP^{7)~9)}을 수정 및 확장하여 3차원 동적거동해석 프로그램(MPDAP-3D)

을 개발한 바 있다.⁴⁾

3. 발파충격에 대한 해석과정

발파로 인하여 발생하는 폭발하중에 대한 지하공동 구조체의 유한요소해석시 발파공의 체적은 지반 전체에 비해 매우 미소하다. 따라서 이러한 미소부분을 고려하여 정밀해석을 수행한다면 엄청난 숫자의 유한요소를 사용하여 구조체를 모델링하여야 할 것이다. 게다가 발파로 인한 충격해석에는 발파공 주변영역의 모델링에 세심한 주의가 필요하다.

따라서 발파공과 전체 지반을 하나의 요소망으로 구성하여 해석을 수행할 경우 많은 계산시간이 소요될 것으로 예상된다. 이러한 문제점의 해결을 위해 본 연구에서는 발파충격해석을 다음과 같이 1차원 근원해석과 3차원 터널해석의 2단계로 나누어 수행하였으며, 이 내용은 이미 발표된 연구논문에서 소개한 바 있다.⁵⁾

3.1 1차원 근원해석

1차원 근원해석은 폭약원(explosive charge)과 인접주변 자유장을 포함하는 영역에 대한 정밀해석을 수행하여 3차원 터널해석의 입력하중을 계산하는 과정으로서 폭약원을 중심으로 축대칭의 문제로 취급할 수 있다. 폭약원의 모델링에는 폭발의 단일팽창을 예측하기 위하여 압력-체적-에너지관계를 나타내는 JWLS식과 화학반응의 과정을 모사하기 위한 Burn Fraction(BF)이 사용되었다.¹¹⁾ 이에 대한 보다 자세한 내용은 참고 문헌에 소개된 바 있다.⁵⁾ 또한 주변 암반체는 탄소성체로 가정하였다.

폭약이 폭발하게 되면 폭약원 주변 암반체 영역중 인접한 영역에는 소성영역이 발생하게 된다. 따라서 1차원 근원해석에서는 먼저 폭약원에서 부터 일정한 거리만큼 떨어진 영역까지를 축대칭 유한요소로 모델링하고, 폭발하중값을 입력하중으로 해석을 수행하여 대상영역의 동적거동 및 응력분포를 먼저 파악한다. 이 결과를 토대로 하여 해석대상영역의 유한요소망을 재구성하고 엄밀해석을 수행하여 3차원 터널해석을 위한 입력하중을 계산한다.

3.2 3차원 터널해석

3차원 터널해석은 1차원 근원해석을 통하여 얻어진

압력이력(pressure time history)값을 입력하중으로 지하공동구조체와 주변 암반체 전체에 대한 3차원 동적해석을 수행하는 과정이다. 3차원 터널해석은 암반체를 탄소성체로 가정하여 수행한다. 따라서 1차원 근원해석을 통하여 인접 자유장에서 폭약원으로 부터 소성영역을 벗어나 탄성영역이 발생하는 지점의 경계지점에서 발생하는 압력이력을 입력하중으로 하여 3차원 터널해석을 수행한다.¹⁰⁾

지하공동구조체는 무한영역의 문제이므로 대상구조물의 해석영역을 적절하게 선정하는 것이 매우 중요하다. 유한요소법을 사용하여 지하공동체의 동적해석시에는 해석영역의 경계에서 파의 반사를 방지하기 위하여 특수경계조건을 사용하거나, 경계요소법 또는 무한요소와 혼합하여 사용하고 있다. 본 연구에서도 3차원 터널해석에서 해석영역의 경계에 전달경계조건(transmitting boundary condition)을 사용하였다.

4. 지하공동구조체의 3차원 발파충격해석

본 연구에서는 지하수의 영향을 고려하여 지하공동 구조체의 굴착시 발파충격에 대한 3차원 동적해석을 수행하여 인접한 지하공동과 주변 암반체에 미치는 영향을 검토하였다. 이미 발표한 연구논문⁵⁾에서는 건조한 암반의 경우에 대한 해석결과가 발표된 바 있으므로 본 연구의 해석결과와 비교검토되었다.

4.1 해석문제의 개요

그림 1에서 보는 바와 같이 기존에 존재하고 있는 2개의 원형공동체(직경 각각 5m) 사이에 새로운 원형공동(직경 5m)을 굴착하기 위하여 발파를 하였을 때, 발파에 의해 발생된 폭발하중으로 인한 기존공동 주변암반체의 동적거동변화를 검토하였다. 해석의 간편성을 위해 중력의 영향은 무시하여 전체 구조물의 1/8 만을 모델링하였다. 주변암반체는 13.5%의 공극율을 갖는 석회암으로 가정하였다. 지하수의 영향을 검토하기 위하여 2가지 경우에 대해 구조해석을 수행하였다. 즉, 주변암반이 완전히 건조한 암반으로 가정한 경우와 공극이 완전히 지하수로 포화된 경우에 대해 동일한 구조해석을 수행하였다.

해석에 사용된 암반체의 고체입자 재료특성은 Applied Research Associate에 의한 실험결과를 사용하였으며,

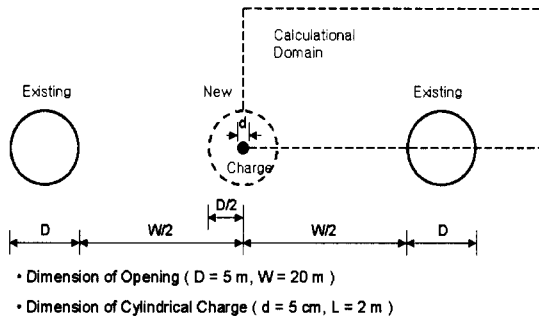


Fig. 1 Geometric configuration of existing tunnels and an explosive charge

표 1에 나타난 바와 같다. 또한 폭약원 모델링에 필요한 JWL식의 계수값과 Burn Factor값의 계산에는 대표적인 ANFO의 특성값을 사용하였다(표 2 참조).

4.2 1차원 근원모델과 해석결과

1차원 근원해석을 위해 폭약원의 원점으로 부터 5m 까지 200개의 균등길이(0.025m)를 갖는 축대칭유한 요소로 모델링하였다. 본 해석은 1μsec의 시간간격으로 수행하였으며, Newmark의 γ -damping($\gamma=0.7$)을 사용하였다.

1차원 근원해석을 수행한 결과 장약공으로부터 반경이 0.565m를 넘는 영역에서는 모두 탄성영역응 나타내었다. 따라서 0.565m 떨어진 지점에서 계산된 압력이력이 다음 해석단계인 3차원 터널해석에서 입력하중으로 사용하게 된다.

그림 2는 1차원 근원해석결과로서 장약공으로부터 0.565m 떨어진 지점에서의 원주방향 응력이력을 나타낸 것이다. 그림에서 해석결과를 보면 건조한 암반의 경우와 포화된 암반의 경우 모두 충격파에 의한 응력값의

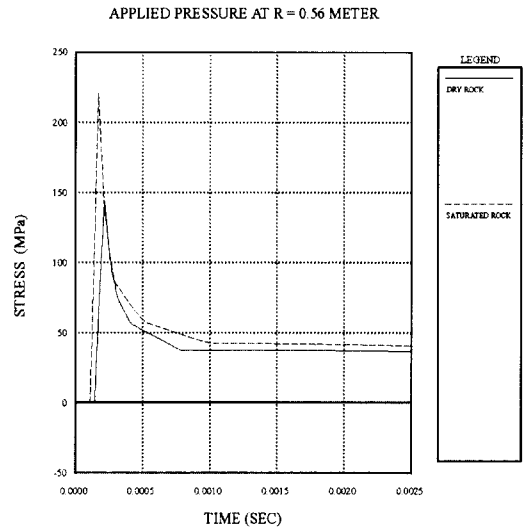


Fig. 2 Radial stress time history at $r=0.565m$ from 1-D source analysis

변화양상은 최고응력점에 도달한 이후 급격하게 감소하여 정역학적인 응력값에 도달함을 알 수 있다. 즉, 이 지점에서는 폭약이 발파된 후 건조한 암반의 경우는 145MPa의 최고응력값에 도달하였다가 그 이후에 급격히 감소하여 37MPa의 일정한 응력값을 나타내었고, 포화된 암반의 경우는 225MPa의 최고응력값에 도달하였다가 그 이후에 급격히 감소하여 42MPa의 일정한 응력값을 나타내었다. 1차원 근원해석 결과 최고응력값은 포화된 암반체에서 약 55% 크게 나타났으며, 정역학적 응력평형상태에 도달하였을 때에도 약 10% 크게 나타났다.

4.3 3차원 터널해석모델링 및 결과

그림 3은 3차원 터널해석을 위한 해석대상문제의

표 1 고체입자의 재료특성값

Specific gravity (G_s)	Initial wave velocity (C_0)	Initial Poisson's ratio (ν)	Constant relating loading wave velocity to particle velocity(S)	Threshold pressure beyond which material tends to behave like a fluid
2.7	7078 m/sec	0.2	1.5	5 Kb

표 2. 대표적인 ANFO의 특성값

내부에너지밀도 (E)	폭발속도 (C_d)	초기밀도 (ρ_0)	JWL식의 재료특성상수				
			A	B	R_1	R_2	ω
7.08GPa	3048m/sec	830 Kg/m ³	20 GPa	0.2 GPa	3.7	0.9	0.2

영역과 경계조건을 나타낸 것이다. 2개 대칭면의 경계 조건은 대칭성 고려를 위해 롤러조건을 사용하였고, 해석모델의 3개 외부면의 경계조건은 전달경계조건을 사용하였다. 본 연구에서 사용한 전달경계조건으로는 충격파가 해석영역외곽으로 전파되는 것을 고려하기 위하여 3면 모두 점성경계(viscous transmitting boundary) 조건¹²⁾을 사용하였다.

1차원 근원해석에서 얻어진 0.565m는 폭약원으로 부터의 실제 거리는 0.54m이다. 따라서 그림 2의 응력이력을 폭약원으로 부터 0.565m 떨어진 원형면을 따라서 Z방향으로 1.54m 길이 만큼 작용시켜 3차원 터널해석을 수행하였다. 그림 4는 X-Y평면상의 유한요소망을 나타낸 그림으로서 요소수는 261개이며, Z-

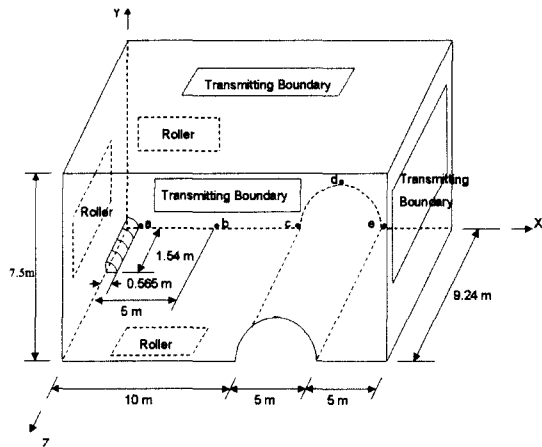


Fig. 3 Schematic view of calculation domain and boundary conditions

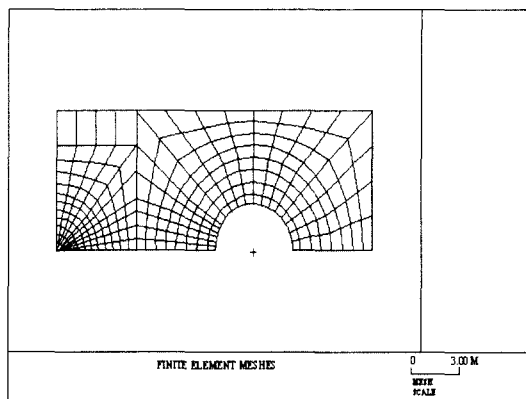


Fig. 4 Finite element mesh on X-Y plane

축으로는 6개의 동일크기요소로 모델링함으로써 사용된 8절점 고체유한요소의 총숫자는 1566개이다. 그림 3에 나타난 해석영역의 Z-축 방향 크기는 1.54m의 등간격으로 6개의 고체유한요소로 모델링하여 9.24m가 되었다.

3차원 터널해석은 40μsec의 시간간격으로 수행하였으며, Newmark의 v-damping(v=1.0)을 사용하였다. 1차원 근원해석에 비해 큰 감쇠값(damping value)을 사용한 이유는 고주파에서 수치적인 진동현상(numerical oscillation)을 피하기 위함이다.

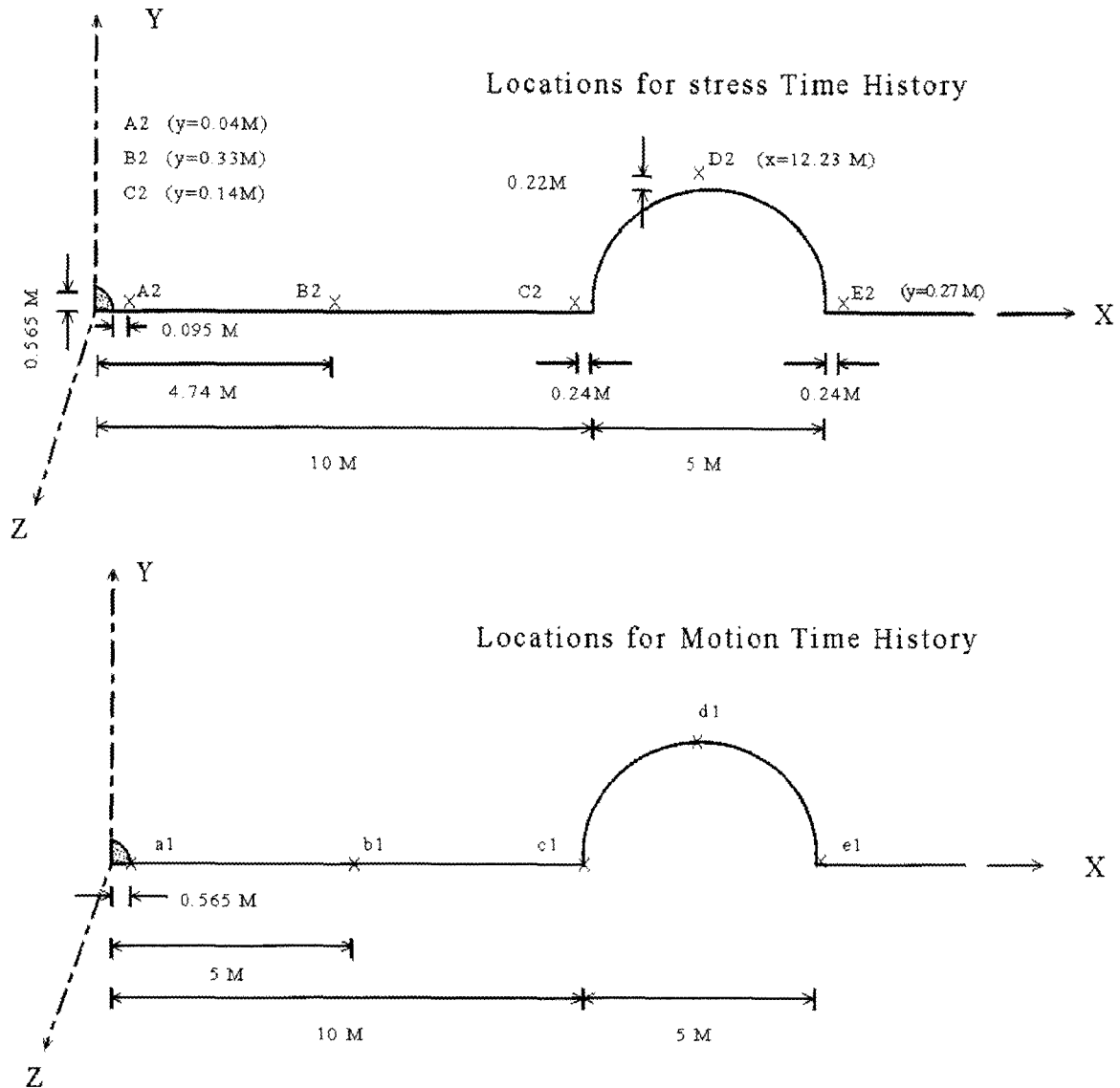
그림 5는 공동주변 암반체의 주요지점을 나타낸 것으로 이들 점에서 응력, 속도, 변위 등이 각각 계산되었다. 공동주변의 주요지점에서 얻어진 해석결과들은 그림 6에서 그림 9까지 나타내었다. 그림에서 볼 수 있듯이 포화된 암반과 건조한 암반에서 얻어진 해석결과들은 대체로 비슷한 형태를 보여주고 있으나, 모든 경우 최대값은 포화된 암반에서 더 크게 나타나고 있음을 알 수 있다. 표 3은 3차원 터널해석을 수행하여 얻어진 수치결과 가운데 공동주변 암반체 주요지점에서 발생한 최대속도값과 최대변위값을 요약한 것이다. 지하수의 포화로 인한 영향은 최고속도값의 증가가 터널의 좌측벽면(c₁)에서 21%로부터 터널의 우측벽면(e₁)에서 100%에 달하였다. 또한 최고변위값의 증가도 터널의 좌측벽면(c₁)에서 21%로부터 터널의 정점(d₁)에서 39%에 달하였다.

그림 10은 터널변형형상의 최대값을 나타낸 것으로서 두 경우 모두 터널의 좌측벽면(c₁)에서 발생하였으며, 건조한 암반에서는 3.64msec에서 0.19mm, 포화된 암반에서는 3.12msec에서 0.23mm의 크기로 발생하였다.

그림 11과 12는 각각 C₂와 D₂에서 두 암반상태에 대한 응력경로의 직접 비교를 나타낸 그림이다. 그림에서 세로축을 나타내는 편차응력(deviatoric stress : Q)은 8면체 전단응력(octahedral shear stress : τ_{oct}) 사이에 다음의 관계를 갖는다.

$$Q = \frac{3}{\sqrt{2}} \tau_{oct} \quad (6)$$

그리고 포화된 암반에서 전단강도에는 유효응력이 직접적인 영향을 준다.



Note : Subscriptions 1 and 2 represent locations on X-Y plane at Z-distance of 0.0 and 0.77M respectively

Fig. 5 Selected locations for stress and motion time histories

그림 11에서 공동구조체의 스프링라인 근처인 C₂에서는 포화된 암반에서의 유효응력경로와 건조한 암반에서의 응력경로의 차이가 크지 않음을 보여주었다. 그러나 그림 12에서 공동구조체의 천장부인 D₂에서는 포화된 암반에서의 유효응력경로가 건조한 암반에서의 응력경로에 비하여 급격하게 파괴면에 가까워지는 결

과를 보여줌을 알 수 있다. 즉, 하중의 최고점에서 응력비(=편차응력/유효응력)가 포화된 암반체에서는 약 4이고, 건조한 암반체에서는 2를 나타내고 있다. 이는 포화된 암반체에 위치한 지하공동구조체의 천장부근에서 건조한 암반체에 비해 전단파괴의 발생위험성이 높음을 나타내는 것이다.

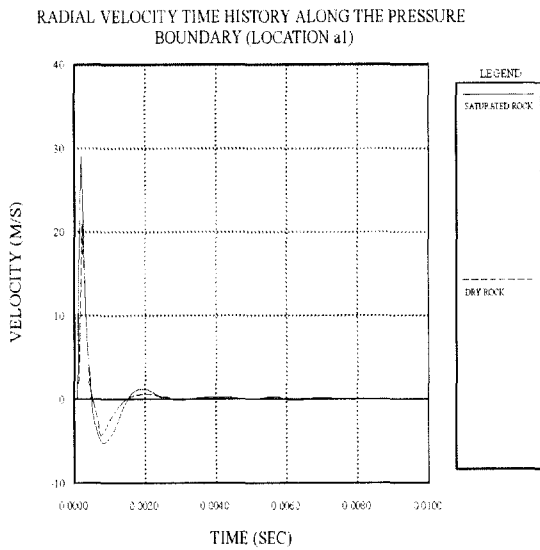


Fig. 6 Radial velocity time histories along the pressure boundary(Location a₁)

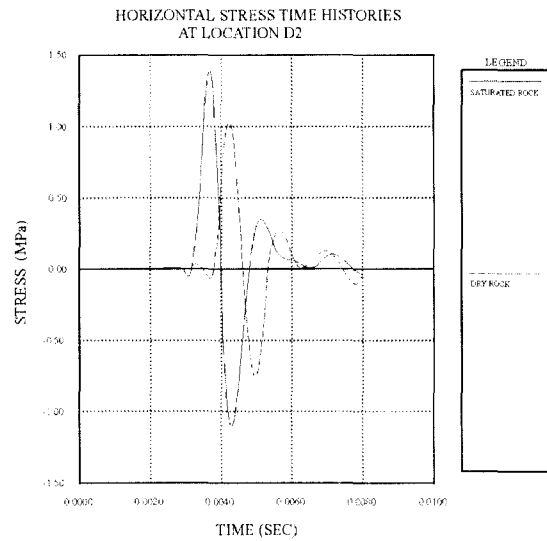


Fig. 8 Horizontal stress time histories(Location D₂)

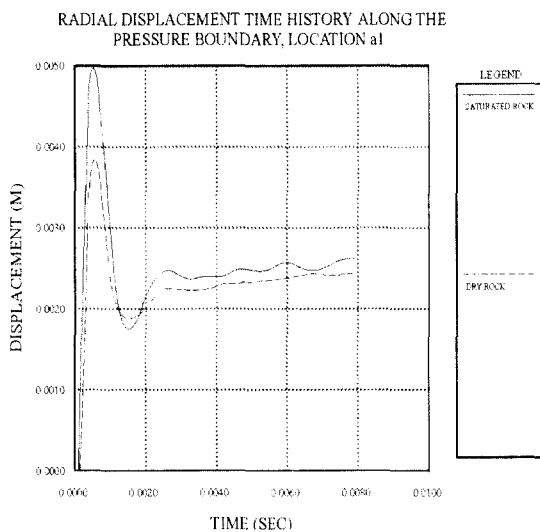


Fig. 7 Radial displacement time histories along the pressure boundary(Location a₁)

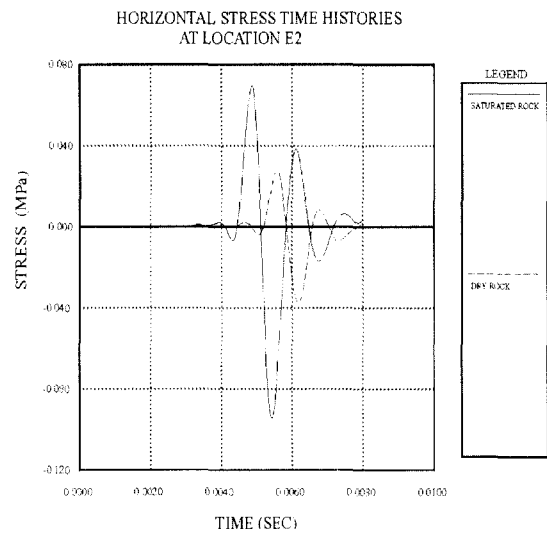


Fig. 9 Horizontal stress time histories(Location E₂)

표 3 공동주변 암반체 주요 지점에서의 최대수평속도값과 최대변위값

위치	최대수평속도값(cm/sec)		방 향	최대변위	
	건조한 암반	포화된 암반		변위값(mm)	
				건조한 암반	포화된 암반
b1	77.0	96.0	수 평	0.22	0.27
c1	58.0	70.0	수 평	0.19	0.23
d1	-16.0	-23.0	수 평	0.058	0.076
			수 직	0.028	0.039
e1	2.6	5.2	수 평	0.016	0.02

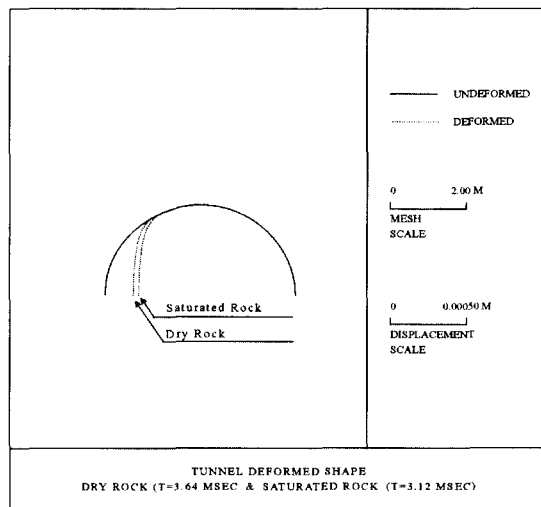


Fig. 10 Maximum tunnel deformed shape

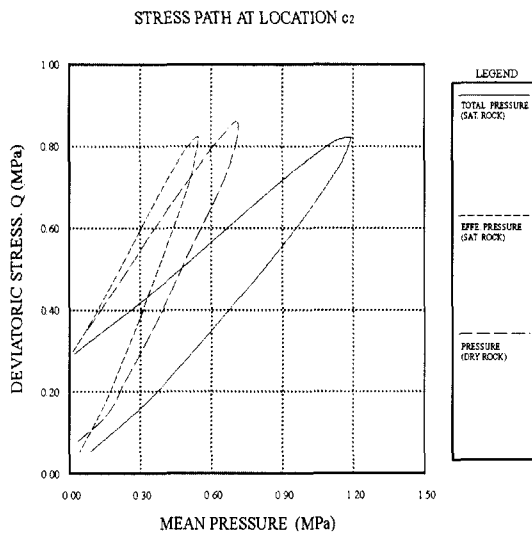


Fig. 11 Comparison of stress paths(Location C₂)

5. 결 론

본 연구에서는 발파로 지하암반체를 굴착하여 공동을 건설하는 경우 지하수의 영향을 고려한 공동주변 암반체의 거동변화를 수치적으로 검토하였다. 폭발하중에 대한 지하공동구조체의 3차원 유한요소해석은 1차원 근원해석과 3차원 터널해석의 2단계로 나누어 수행하는 방법을 사용하였다. 1차원 근원해석에서는 장약공과 그 주변의 자유장을 포함하는 해석으로서 3차원

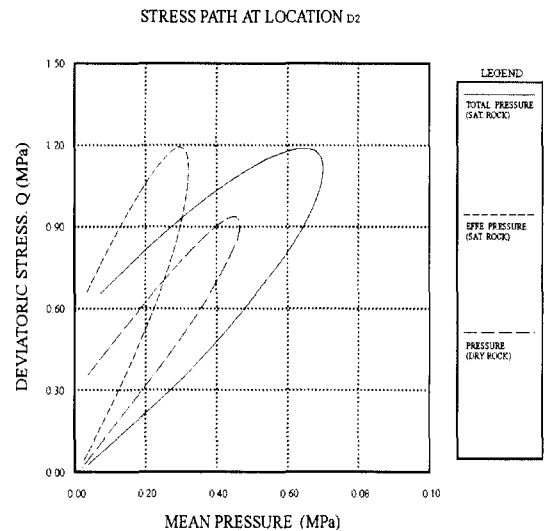


Fig. 12 Comparison of stress paths(Location D₂)

터널해석을 위한 입력하중의 계산을 위해 수행한다. 이 방법에 근거한 해석기능을 갖는 암반체의 3차원 동적 유한요소해석프로그램을 사용하여 기존에 존재하고 있는 2개의 터널구조물의 중앙에 새로운 공동을 굴착하기 위하여 발파를 하였을 때, 발파충격으로 인한 기존 공동 주변암반체의 동적거동변화를 검토하였다.

본 연구에서는 13.5%의 공극율을 갖는 암반체에 대해 지하수가 완전 포화된 경우와 건조한 암반인 경우에 대해 수치해석을 수행하였다. 수치해석결과 포화된 암반에서 속도, 변위, 응력이 모두 크게 발생함을 알 수 있었다. 그리고 포화된 암반에서 건조한 암반에 비해 전단파괴의 가능성이 크게 발생함을 확인할 수 있었다.

참 고 문 헌

1. 김문경, "계측자료에 근거한 터널문제의 역해석", 한국전산구조공학회지, 제4권 제2호, 1991, pp.13~18
2. 김선훈, 김진용, "방사성폐기물 처분을 위한 암반동굴의 구조해석", 한국전산구조공학회지, 제4권 제2호, 1991, pp.19~23
3. 이찬우, "TBM 터널을 이용한 이방향 천공발파공법의 3차원 동적해석", 한국전산구조공학회지, 제8권 제1호, 1995, pp.30~38
4. 김선훈, 김진용, 김광진, "포화된 지반체의 3차원

- 동적해석프로그램 개발”, 대한토목학회 논문집, 제 18권 제I-1호, 1998, pp.153~160
5. 김선훈, 김진웅, 김광진, “폭발하중에 대한 지하공동구조체의 3차원 동적 유한요소해석”, 한국전산구조공학회 논문집, 제10권 제2호, 1997, pp.171~178
 6. Kim, S. H., and Kim, K. J., “Two-phase finite element procedures for dynamic analysis of saturated porous media,” *Engineering Computations. International Journal for Computer-Aided Engineering and Software*, Vol. 17, No. 7, 2000, pp.758~774
 7. Blouin, S. E., et al., “Dynamic Response of Multiphase Porous Media,” Report to U.S. Air Force Office of Scientific Research, Washington D.C., 1990
 8. Kim, K. J., and Blouin, S. E., “Response of Saturated Porous Nonlinear Materials to Dynamic Loadings,” Report to U.S. Air Force Office of Scientific Research, Washington D.C., 1984
 9. Kim, K. J., et al., “Experimental and Theoretical Response of Multiphase Porous Media to Dynamic Loads,” Report to U.S. Air Force Office of Scientific Research, Washington D.C., 1988
 10. Hoek, E., and Brown, E. T., *Underground Excavation in Rock*, The Institution of Mining and Metallurgy, London, 1982
 11. Lee, E. L., Hornig, H. C., and Kury, J. K., “Adiabatic Expansion of High Explosive Detonation Products,” UCRL-50422, Lawrence Livermore National Laboratory, Livermore, California, 1968
 12. Lysmer, J., and Kuhlemeyer, “Finite Dynamic Model for Infinite Media,” *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 1969