

근사 최적설계를 위한 순차 설계영역에 관한 연구

A Study on the Sequential Design Domain for the Approximate Optimum Design

김 정 진* 이 진 식** 임 오 강***

Kim, Jung-Jin Lee, Jin-Sik Lim, O-Kaung

(논문접수일 : 2001년 3월 19일 ; 심사종료일 : 2001년 8월 27일)

요 지

상용 구조해석 프로그램을 이용한 구조물의 최적설계에서는 최적화 프로그램과 구조해석 프로그램의 연결 및 두 프로그램 사이의 데이터 교환이 용이하지 못하다. 최근 많은 구조물 설계자들은 근사 최적화 기법을 이용하여 이와 같은 문제들을 해결하고 있다. 일반적으로 최적설계 문제의 설계변수에 대한 설계영역은 아주 작은 값에서 아주 큰 값으로 범위가 정해진다. 이렇게 넓은 설계영역에서 생성된 시스템 응답 근사식의 정확도는 떨어지게 되며, 이는 근사 최적해에 지배적인 영향을 미친다. 따라서, 본 연구의 목적은 넓은 설계영역에서 정확도가 높은 근사식 생성을 위한 순차 설계영역법 개발에 있다. 순차 설계영역에서의 근사식은 반응표면법을 이용하여 구성하고, 반응표면법에 필요한 실험방법으로는 직교 배열표를 사용한다. 본 연구에서는 순차 설계영역법의 신뢰도 검증을 위하여 3부재 및 10부재 트러스 구조물을 수치예제로 선정한다.

핵심용어 : 근사 최적화, 순차설계영역법, 반응표면법, 실험방법, 직교 배열표

Abstract

More often a commercial package for the structural analysis is necessary in the structural optimum design. In this case the task of combining the package with an optimization program must be required, but it is not so simple because interchanging some data between them is difficult. Sequential approximate optimization is currently used as a natural way to overcome the hard task. If sequential approximate optimization has wide side constraints that the lower limit of design variables is very small and their upper limit is very large, it is not so easy to obtain approximated functions accurately for the whole design domain. This paper proposes a sequential design domain method, which is very useful to carry out sequential approximate optimization in this case. In this paper, the response surface methodology is used to obtain approximated functions and the orthogonal array is used for design of experiments. The sequential approximate optimization of 3-bar and 10-bar trusses is demonstrated to verify the reliability of the sequential design domain method.

Keywords : *approximate optimization, sequential design domain method, response surface methodology, design of experiments, orthogonal array*

* LG전선 통신사업부 광기술개발팀, 사원
** 경기공업대학, 컴퓨터 응용설계계열, 치공구 설계전공, 전임강사
*** 정회원 · 부산대학교 기계공학부, 기계기술연구소, 교수

• 이 논문에 대한 토론을 2001년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

1. 서 론

대부분의 구조물 제약 최적화 문제는 응력과 변위와 같은 응답을 제한하는 문제로 정식화된다. 따라서 많은 설계자들은 구조물의 응답을 계산하기 위하여 최적설계 프로그램의 부 프로그램으로 구조해석 프로그램을 이용하며, 구조해석 프로그램 작성의 어려움으로 인하여 범용 구조해석 프로그램을 주로 이용하고 있다. 범용 프로그램을 이용할 경우 최적설계 프로그램과 구조해석 프로그램의 연결이 용이하지 못할 뿐만 아니라 두 프로그램 사이의 데이터 교환에 많은 시간이 요구된다. 이러한 문제의 해결을 위하여 최근 많은 설계자들은 근사 최적화(approximate optimization) 기법을 이용한다. 반복적인 근사 최적화 기법은 Schmit와 Farshi에 의하여 제안되어졌다.¹⁾

근사 최적화 기법은 시스템의 응답을 전체 설계영역에서 적당한 정확도를 갖는 값으로 표현하는 근사식의 결정으로 시작된다. 그리고, 반응표면법(response surface methodology)은 설계영역의 여러 실험점에서 실험된 결과를 기초로 시스템의 응답에 대한 전역적인 근사식²⁾을 구하는 대표적인 방법이며, 이 방법은 근사식에 필요한 응답을 실험하기 위한 실험과정과 직접 근사식을 유도하는 과정으로 구성된다. 반응표면법에서 기저함수(basic function)의 형태와 실험점의 위치는 근사식의 정확도면에 영향을 미치고, 실험점의 개수는 비용적인 면에 영향을 미치기 때문에 기저함수의 형태, 실험점의 위치 및 개수의 선정은 반응표면법을 이용한 근사식 결정의 중요한 인자이다. 본 연구에서는 트러스 구조물을 수치예제로 선정하였기 때문에 응력과 변위의 응답을 계산하기 위하여 트러스 부재의 단면적에 역수인 형태의 기저함수를 이용하고, 설계변수가 많은 경우에 장점을 가지면서 각 설계변수에 대해 동일한 영향력을 가지는 직교 배열표³⁾를 이용하여 실험한다.

일반적으로 최적설계 문제는 설계변수의 상한치는 아주 큰 값으로 주어지고 하한치는 아주 작은 값으로 주어지는 문제가 대부분이다. 이와 같이 초기 설계영역이 넓은 문제에서는 차수가 높은 기저함수의 형태를 이용하더라도 근사식이 가지는 정확도는 떨어진다. 그리고, 반응표면이라 지칭되는 시스템의 실제 모델은 일반적으로 알 수가 없으며, 알고 있을 경우에도 일부 제한적인 설계영역에서만 유용하다.⁴⁾ 이와 같은 한계를 극복하기 위하여 본 연구에서는 순차 설계영역(sequential

design domain)기법을 개발하여 초기 설계영역이 넓은 최적화 문제의 근사 최적화에 이용한다. 순차 설계영역에 대한 연구로서 홍경진 등은 이런 대형 설계시스템에 효율적인 반응표면 근사화를 위해 준-뉴턴 공식을 이용한 점진적 이차 근사화 기법과 신뢰영역 알고리즘을 이용하여 최적화의 수렴성을 보장하고 반응표면의 근사모델을 생성하는데 드는 수치적 시간적 비용을 줄였다.⁵⁾ 본 논문에서 제시하는 순차 설계영역의 기본개념은 순차 근사화의 각 단계에서 근사식이 생성될 설계영역을 설계변수의 변화를 통하여 순차적으로 정의하는 것이다. 즉, 순차 근사화의 다음 단계의 설계영역은 바로 이전 단계에서 수렴한 해를 기준으로 오프셋량(offset quantity)을 결정하여 현 단계의 설계영역을 조정하여 결정한다. 그리고, 본 연구에서는 순차 설계영역법을 이용한 순차 근사화 기법의 수렴조건으로 두 가지를 사용한다. 하나는 최적해의 변화량에 대한 조건이며, 다른 하나는 최적해의 방향성에 대한 조건이다. 전자는 유효 순차 설계영역과 벡터 노음을 도입하여 순차 근사화의 두 단계동안 계속해서 유효 순차 설계영역 내에 최적해가 존재하면 종료하는 조건이며, 후자는 강하함수를 도입하여 방향성이 바뀔 때, 즉 강하함수의 값이 증가할 때 종료하는 조건이다.

본 연구에서는 순차 설계영역법의 신뢰도 검증을 위하여 3부재 및 10부재 트러스 구조물의 최적화 문제를 해석하고, 그 결과를 구조해석 프로그램을 이용하여 해석하는 일반적인 최적설계 결과(Conventional)와 비교 분석한다. 그리고, 근사식을 이용한 순차 근사화의 각 단계에서의 최적해는 반복이차계획법인 PLBA(Pshenichny-Lim-Belegundu-Arora) 알고리즘⁶⁾을 이용하여 해석한다.

2. 반응표면법

반응표면법은 설계영역의 여러 실험점에서 실험된 결과를 바탕으로 시스템의 응답에 대한 전역적인 근사식을 계산하는 대표적인 방법이며, 실제 산업현장에서는 몇 개의 설계변수가 생산공정이나 생산품의 성능과 품질에 영향을 미치는 경우 주로 이용된다.⁷⁾ 반응표면법을 이용하여 근사식을 산출하는 목적은 적은 노력과 비용으로 비교적 정확한 근사식을 도출하는데 있다.

2.1 근사함수

일반적인 근사함수 f 는 다음과 같이 표현된다.

$$f(\xi) = \sum_{i=0}^k a_i \phi_i(\xi) \quad (1)$$

여기서, k 는 기저함수의 개수, a_i 는 계수, ϕ_i 는 기저함수 및 ξ 는 실험점을 나타낸다. 식(1)의 계수 a_i 는 다음과 같은 최소자승함수(least square function) L 를 최소화함으로써 계산된다.

$$L = \sum_{p=1}^p w_p [y(\xi_p) - f(\xi_p)]^2 \\ = \sum_{p=1}^p w_p [y(\xi_p) - \sum_{i=0}^k a_i \phi_i(\xi_p)]^2 \quad (2)$$

여기서, p 는 실험점의 개수, w_p 는 가중치 및 y 는 실험점 ξ_p 에서의 응답을 나타낸다. 만약 가중치가 없다면 식(2)를 행렬을 이용하여 다시 표현하면 다음 식과 같다.

$$L = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2 \mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \mathbf{a}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X} \mathbf{a} \quad (3)$$

여기서, \mathbf{X} 는 각 실험점 ξ_u 에서의 기저함수의 값으로 다음과 같다.

$$\mathbf{X} = [\mathbf{X}_{ui}] = [\phi_i(\xi_u)] \quad (4)$$

식(3)을 계수 벡터 \mathbf{a} 에 대하여 편미분하여 정리하면 계수 벡터를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\mathbf{a} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (5)$$

따라서, 식(5)의 계수 벡터를 이용한 최종적인 회귀 모델(regression model)은 다음 식과 같다.

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X} \mathbf{a} \quad (6)$$

일반적으로 기저함수 ϕ_i 의 선택은 근사식의 정확도에 가장 큰 영향을 미친다. 본 연구에서는 정정 트러스 구조물의 응력과 변위가 부재 단면적의 역수 형태의 일차

함수로 표현되고, 부정정 트러스 구조물의 경우에도 비슷한 형태를 취하기 때문에¹⁾, 트러스 부재 단면적의 역수형태를 응력과 변위의 근사식을 유도하는 기저함수로 선택한다.

2.2 실험방법

실험방법은 설계영역 내에서 근사식을 구성하는데 필요한 실험점의 위치와 실험점의 개수를 결정하는 체계적인 방법이다. 실험방법에는 Full Factorial Design,⁸⁾ Central Composite Design,⁹⁾ D-Optimal Design⁹⁾ 및 직교 배열표³⁾를 이용한 방법 등이 있다. 본 연구에서는 설계변수가 많은 경우에 장점을 가지면서 각 설계변수에 대해 동일한 영향력을 가지는 직교 배열표를 이용하여 실험한다.

모든 열에 대하여 각 변수들의 균형을 맞추어 놓은 표를 직교 배열표라고 하며, 직교 배열표에는 2, 3, 4, 5 수준계와 혼합수준계 등이 있으나, 본 연구에서 이용되는 근사식에는 2 수준으로 충분하므로 2 수준의 직교 배열표에 대해서만 설명하고자 한다.

2 수준 직교 배열표는 일반적으로 다음의 규칙을 따른다.

$$L_2^m(2^{2^n-1}) \quad (7)$$

여기서, m 은 2이상의 정수이고, 2^m 은 실험의 크기이며, 2는 2 수준계를 나타내는 숫자이고, 2^m-1 은 열(column)의 수를 나타낸다. 그리고, 배치 가능한 변수의 최대수는 열의 수 2^m-1 이다.

본 연구에서는 열 번호와 설계변수의 번호를 일치하여 실험하며, 설계변수의 개수가 포함되는 직교 배열표 중에서 가장 적은 실험횟수를 가지는 직교 배열표를 이용한다. 직교 배열표를 이용하면 Full Factorial Design, Central Composite Design과 같이 각 설계변수에 대해 영향력을 고르게 분포시킬 수 있다. 즉 각 설계변수에 대해 동일한 수의 하한과 상한을 고려한 실험을 통해 근사식의 정확도를 높일 수가 있다. 뿐만 아니라 D-Optimal Design과 같이 설계변수가 많을 경우에도 이용이 가능하다.

가장 작은 직교 배열표는 m 이 2인 경우로 실험횟수는 4번이고 열의 수는 3이 된다. 식(7)에 의해 $L_4(2^3)$ 로 표시되고, 이 경우를 Table 1에 표현하였다. Table 1

에 표시된 0과 1은 순차 설계영역의 하한과 상한을 나타낸다. 그리고, Table 1을 이용하면 설계변수의 개수가 최대 3인 시스템에서 4번의 실험으로 근사식을 계산할 수 있다. m 이 3인 경우 실험횟수는 8번이고 가능한 설계변수의 개수는 4개에서 7개까지로 식(7)에 의해 $L_8(2^7)$ 로 표시되며, 이 경우는 Table 2에 표현하였다. 그리고, 다음으로 크기가 큰 직교 배열표는 m 이 4인 경우로 가능한 설계변수의 개수는 8개에서 15개까지로 16번의 실험을 수행하게된다. 식(7)에 의해 $L_{16}(2^{15})$ 로 표시되고 Table 3에 표현하였다. 따라서, 설계변수의 개수가 3개 이하인 경우는 가장 적은 실험 횟수를 가지는 Table 1을 이용하고, 설계변수의 개수가 4개에서 7개인 경우에는 Table 2를 이용하며, 설계변수의 개수가 8개에서 15개인 경우에는 Table 3을 이용한다.

Table 1 Two level orthogonal array(4 runs, 3 columns)

Run	1	2	3
1	0	0	0
2	0	1	1
3	1	0	1
4	1	1	0

0 : the lower bound of sequential design domain
1 : the upper bound of sequential design domain

Table 2 Two level orthogonal array(8 runs, 7 columns)

Run	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	1
3	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	1	1	1	0	0
5	1	0	1	0	1	0	1
6	1	0	1	1	0	1	0
7	1	1	0	0	1	1	0
8	1	1	0	1	0	0	1

0 : the lower bound of sequential design domain
1 : the upper bound of sequential design domain

3. 순차근사최적화

본 연구에서의 근사 최적화는 근사식에 필요한 기저 함수 형태를 결정한 후 초기 순차 설계영역(sequential design domain, SDD)의 결정으로 시작된다. 초기 순차 설계영역에서 설계변수의 개수에 부합되는 가장 적은 실험횟수를 가지는 직교 배열표를 선택하며, 이를

Table 3 Two level orthogonal array(16 runs, 15 columns)

Run	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
3	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
4	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
5	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
6	0	1	1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
8	0	1	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1
9	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1
10	1	0	1	0	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0
11	1	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0
12	1	0	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
13	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0
14	1	1	0	0	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1
15	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	0	1	0	0	1
16	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	1	0	1	1	0

0 : the lower bound of sequential design domain
1 : the upper bound of sequential design domain

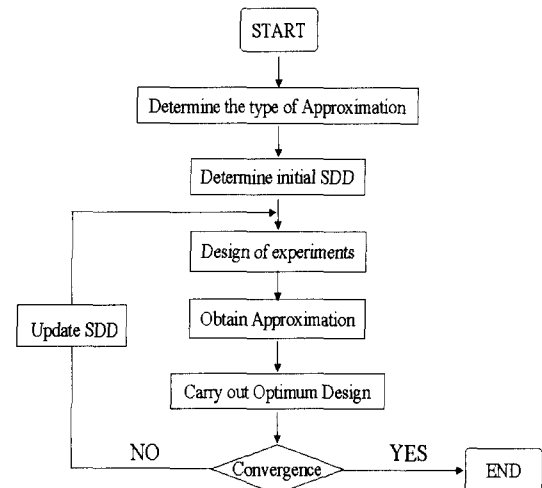


Fig. 1 Flowchart of sequential approximate optimization

기준으로 실험을 수행하여 근사식을 구성하는데 필요한 시스템의 응답에 대한 정보를 산출한다. 다음 과정은 최소 자승법을 이용하여 근사식을 계산하고, 이를 최적설계 알고리즘에 적용하여 최적해를 계산한다. 그리고, 수렴조건을 만족하지 않은 근사 최적화의 과정은 순차 설계영역의 수정 및 직교 배열표를 이용한 재실험을 통한 근사식 수정과정을 수렴조건이 만족되는 단계까지 계속 진행한다. 순차 설계영역법을 이용한 근사 최적화의 흐름도는 Fig. 1과 같으며, 본 연구의 순차 근사 최

적화에서의 한 단계는 순차 설계영역을 정의하는 과정에서부터 최적해를 계산하여 수렴조건을 적용하는 일련의 과정이다.

3.1 순차 설계영역

SDD는 각 단계에서 근사식이 만들어지는 설계영역으로서 설계변수를 변환시켜 정의한다. 첫 단계에서의 SDD는 설계변수의 상한과 하한 중간값의 10%에 해당하는 값을 설계변수의 변화량으로 주어 각 설계변수의 상한과 하한을 변환하여 정의한다. 다음 단계의 SDD는 바로 이전 단계에서 수렴한 해를 기준으로 정의하는데, 근사식의 정확도를 높이기 위해 10%보다 작은 5%를 기본 단위로 설정하여 설계변수를 변화시킨다. 차수가 가장 높은 설계변수는 5%를 적용하여 변화시키고 나머지 설계변수는 5%에 차수 차이만큼 곱하여 각 설계변수를 변화시킨다. 그 이유는 차수가 낮은 설계변수는 변화량을 크게 하여 범위를 넓게 선언하여도 근사식의 정확도가 유지되기 때문이다. 그리고, 차수 차이란 이전 단계에서 수렴한 해 중에서 가장 차수가 높은 설계변수의 차수와 나머지 설계변수의 차수의 차이이다. 예를 들면, 최고 차수인 설계변수의 차수가 105고 나머지 설계변수의 차수가 102와 103이라면 설계변수의 변화량은 각각 5%, 15% 그리고 10%로 주어진다.

3.2 최적해 변화량을 제한한 수렴조건

각 단계의 최적해 변화량이 일정 값 이하가 되면 순차 근사 최적화는 수렴한다고 볼 수 있다. 즉 각 단계에서 계산되는 최적해가 제한된 영역 내에 연속적으로 존재하면 수렴한다. 본 연구에서는 최적해의 변화량을 제한하는 수렴조건(convergence criteria, CC1)의 정의를 위하여 근사식의 정확도가 유지되는 영역을 제한된 영역으로 가정하고 순차 설계영역의 2배에 해당하는 유효 순차 설계영역을 도입한다. 그 이유는 근사식은 만들어진 영역을 벗어난 일부 영역에서도 정확도를 유지하기 때문이다. 따라서, 본 연구에서는 최적해의 변화량이 두 번의 단계동안 연속적으로 유효 순차 설계영역 내에 존재하면 종료하는 수렴조건을 사용한다. 이 경우 순차 근사 최적해는 마지막 단계의 최적해로 가정한다. 그리고, 순차 근사 최적해가 불용영역의 값이라도 순차 근사화를 종료하는 것으로 한다.

최적해 변화량을 제한한 수렴조건은 k 번째 단계의

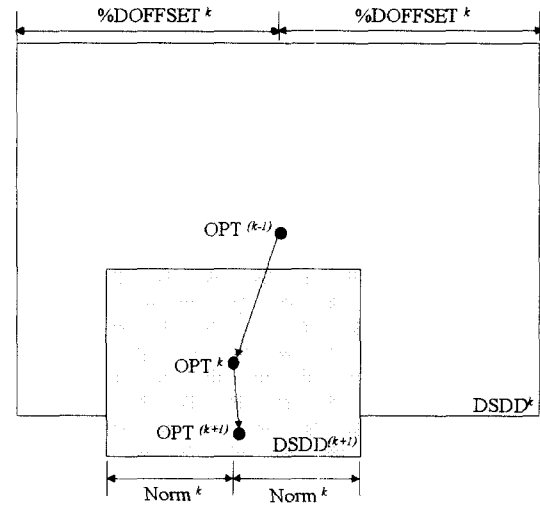


Fig. 2 Convergence criterion based on the change of optimum solution

최적해가 k 번째 단계의 유효 순차 설계영역 내에 존재하고 $(k+1)$ 번째 단계의 최적해가 $(k+1)$ 번째 단계의 유효 순차설계영역 내에 존재하면 수렴한다. 본 수렴조건을 Fig. 2에 도시하였으며, Fig. 2에서 OPT는 각 단계의 최적해이고, DSDD는 유효 순차 설계영역을 나타낸다. 그리고, DOFFSET은 설계변수의 변화량이며, NORM은 벡타 노름이다. 벡타 노름은 두 단계의 최적점에 의해 구성되어지는 벡타의 노름으로 최적해의 변화량을 제한한 수렴조건에서 유효 순차 설계영역의 크기를 줄이기 위해 도입한다. 두 단계의 최적점에 의해 구성되어지는 벡타를 X 라고 했을 때 벡타 노름은 식(8)과 같다. 설계변수의 변화량을 적용할 때 순차 설계영역을 결정하는 규칙과 벡타 노름을 비교하여 작은 값으로 유효 순차 설계영역을 결정하여 순차 근사 최적해의 정확도를 높이고자 하였다.

$$\|X\| = \sqrt{X^T X} = \sqrt{X \cdot X} \quad (8)$$

3.3 알고리즘 방향성에 대한 수렴조건

최적화 알고리즘은 초기 설계점에서 시작하여 최저점에 도달하면 수렴한 것으로 판단한다. 이와 같이 최저점에 도달하도록 유도하는 함수를 강하함수라고 한다. 각 단계의 최적해를 계산하는 단계에서 마지막 반복 수의 강하함수는 각 단계가 진행되는 동안 계속해서

감소해야 한다. 만약, 강하함수가 증가한다면 순차 근사 최적 알고리즘은 종료하게 된다. 이와 같은 경우 본 연구에서는 알고리즘 방향성에 대한 수렴조건(convergence criteria, CC2)을 적용하여 순차 근사 최적해를 목적함수가 최소인 마지막 단계 바로 전 단계에 수렴한 최적해로 결정한다. 그렇지만 수렴한 순차 근사 최적해가 불용영역의 값이라면 그 단계를 종료할 수 없고 계속 진행한다. 그 이유는 알고리즘이 계속 진행되는 과정상에 있을지 모르기 때문이다. 본 연구에서는 각 단계의 최적해를 계산하기 위해 PLBA 알고리즘을 이용한다. PLBA 알고리즘은 Pshenichny의 강하함수¹⁰⁾를 사용하며 Pshenichny의 강하함수는 최적해에 수렴할 경우 마지막 반복 수의 강하함수 값이 목적함수의 값과 같다.

4. 수치예제

본 연구에서는 순차 설계영역 기법을 3부재 및 10부재 트러스 구조물에 적용한다. 각 예제는 유한요소 해석 프로그램과 최적설계 프로그램을 연결하여 최적해를 구하는 방법(Conventional)과 결과를 비교하였다. 각 예제에서의 목적함수는 구조물의 부피를 최소화하는 것이며, 설계변수는 각 부재의 단면적이다. 3부재 트러스 구조물 예제에서는 응력 제한조건만을 고려한 경우와 응력 및 변위 제한조건을 동시에 고려한 경우에 대하여 해석하고, 10부재 트러스 구조물에서는 응력 제한조건만을 고려한 경우에 대하여 해석한다. 목적함수로 선정된 부피는 근사식을 이용하지 않아도 쉽게 구할 수 있기 때문에 본 연구에서는 응력과 변위에 대해서만 근사식을 적용한다. 근사식의 기본이 되는 기저함수는 단면적에 역수 형태를 이용한다. 예를 들면, 설계변수가 2개일 경우 기저함수의 형태는 다음과 같다.

$$y = c + \frac{a_1}{x_1} + \frac{a_2}{x_2} \tag{9}$$

여기서, y는 시스템의 응답량인 응력이나 변위를, c는 상수항을, a는 계수, x는 설계변수를 표현한다.

4.1 3부재 트러스

대칭인 3부재 트러스를 Fig. 3에 도시하고 필요한 설계 데이터는 Table 4에 제시한다. 1번 부재와 3번

부재가 대칭이므로 설계변수는 1번과 2번 부재의 단면적으로 선정한다. 본 예제는 설계변수의 수가 2개이므로 응력과 변위에 대한 정보를 얻기 위해 설계변수의 수가 3개까지 가능한 Table 1의 직교 배열표를 이용하여 실험한다.

응력만을 제한조건으로 이용한 경우의 순차 근사 최적화의 흐름도를 Fig. 4에 표시한다. Fig. 4에서 알 수 있듯이 OFFSET은 STEP 1에서는 10%로 주어지고, 나머지 모든 STEP에서는 설계변수의 차수 차이가 없으므로 5%로 주어진다. 수렴조건을 판별하기 위한 DOFFSET는 각 STEP에서 다르게 주어진다. DOFFSET¹, DOFFSET² 및 DOFFSET³는 10%로 주어지고, STEP 4에서는 NORM³과 DOFFSET⁴을 비교해서 작은값으로 STEP 4에서의 유효 순차 설계영역을 결정한다. 이러한 과정을 거쳐 응력만을 고려한 경우는 CC1과 CC2를 동시에 만족하면서 목적으로 하는 최적해 즉, 목적함수 1656×10⁴mm³, A₁ 1929mm², A₂ 1167mm²를 얻을 수 있었다. 이 문제의 경우 강하함수는 목적함수와 같았으며, 각 단계의 최적해 결과는 Table 5에 표시하였다. 각 단계에서의 응력을 유한요

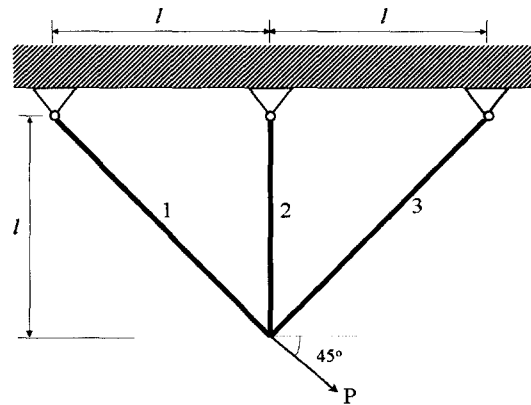


Fig. 3 Symmetric three bar truss

Table 4 Design data for three bar truss

Design data	Value
Length l(mm)	2,500
Modulus of elasticity E(GPa)	210
Load P(kN)	200
Allowable stress σ_a (MPa)	± 80
Allowable displacement U_a (mm)	± 1
Lower limit on area A^L (mm ²)	0.1
Upper limit on area A^U (mm ²)	10 ⁵

소해석으로 산출한 값과 근사식을 이용하여 산출한 값을 비교하여 Table 6에 표시한다. 그리고, Table 7에는 응력과 변위를 동시에 고려한 경우의 각 단계별 최적해를 표시하였으며, 수렴조건 CC2를 만족하여 종료한 STEP 4의 바로 전 단계 STEP 3에서 최적해 즉, 목적 함수 $1744 \times 10^4 \text{mm}^3$, A_1 2381 mm^2 , A_2 243 mm^2 에 수렴하였다. Table 8과 Table 9에 각 단계에서의 응력과 변위를 실제값과 근사식의 값을 비교하여 나타내었다. Table 9의 변위는 하중이 작용하고 있는 지점의 x 방향과 y 방향의 변위를 나타낸다.

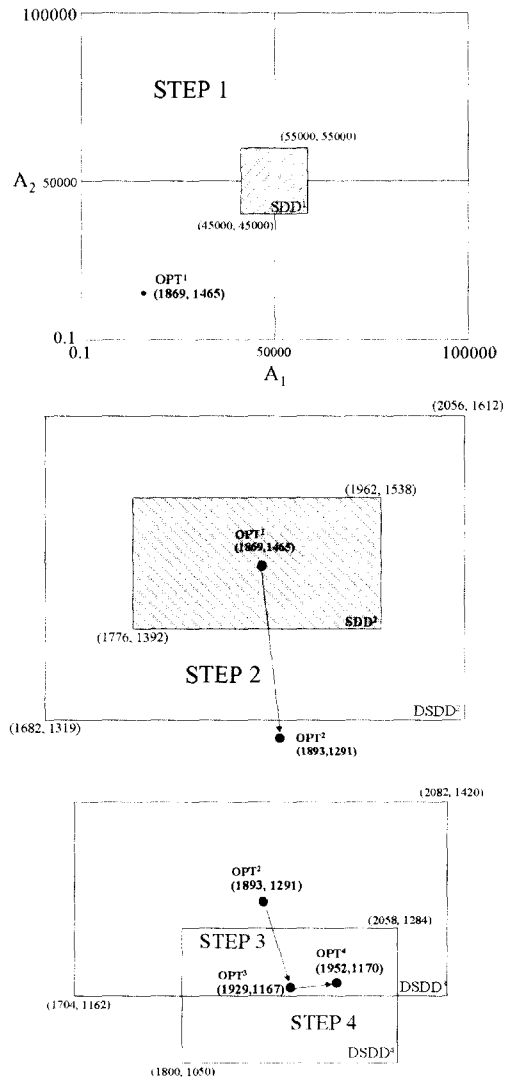


Fig. 4 Flow of sequential approximate optimization

Table 5 Optimum solutions(Stress constraints only)

	Volume $\times 10^4(\text{mm}^3)$	$A_1(\text{mm}^2)$	$A_2(\text{mm}^2)$
STEP 1	1,688	1,869	1,465
STEP 2	1,661	1,893	1,291
STEP 3	1,656	1,929	1,167
STEP 4	1,672	1,952	1,170
Conventional	1,649	1,971	1,021

Table 6 Stress values at optimal points(Stress constraints only) (Unit : MPa)

	Element 1	Element 2	Element 3
STEP 1	78.88(79.24)	50.75(51.46)	-28.13(-27.77)
STEP 2	79.72(79.81)	53.78(53.98)	-25.94(-25.83)
STEP 3	79.78(79.85)	55.88(56.00)	-23.90(-23.85)
STEP 4	78.96(78.94)	55.45(55.39)	-23.50(-23.54)
Conventional	80.00	58.55	-21.50

() are stress values for approximation

Table 7 Optimum solutions(Stress and displacement constraints)

	Volume $\times 10^4(\text{mm}^3)$	$A_1(\text{mm}^2)$	$A_2(\text{mm}^2)$
STEP 1	1,880	2,381	787
STEP 2	1,781	2,381	389
STEP 3	1,744	2,381	243
STEP 4	1,746	2,396	208
Conventional	1,740	2,403	164

Table 8 Stress values at optimal points(Stress and displacement constraints) (Unit : MPa)

	Element 1	Element 2	Element 3
STEP 1	70.62(80.00)	57.24(76.00)	-13.38(-4.00)
STEP 2	76.12(79.99)	68.23(76.01)	-7.88(-4.00)
STEP 3	78.70(79.99)	73.40(76.01)	-5.30(-4.00)
STEP 4	78.91(78.99)	74.35(74.50)	-4.56(-4.49)
Conventional	79.57	75.90	-3.66

() are stress values for approximation

Table 9 Displacement values at optimal points (Stress and displacement constraints)

	$U_x(\text{mm})$	$U_y(\text{mm})$
STEP 1	0.99998(1.00000)	-0.68143(-0.90484)
STEP 2	0.99998(0.99993)	-0.81230(-0.90487)
STEP 3	0.99998(0.99993)	-0.87386(-0.90491)
STEP 4	0.99372(0.99388)	-0.88506(-0.88687)
Conventional	0.99082	-0.90361

() are displacement values for approximation

4.2 10부재 트러스

10부재 트러스가 Fig. 5에 도시되어 있고 필요한 설계 데이터는 Table 10에 제시되어 있다. 설계변수의 수가 8개에서 15개까지 실험 가능한 Table 3의 직교 배열표를 이용하여 응력에 대한 정보를 계산하였다.

응력을 제한조건으로 이용한 10부재 트러스의 각 단계별 최적해를 Table 11과 12에 표시한다. 10부재 트러스의 근사 최적화는 CC1의 수렴조건을 만족하여 23번 단계 후 목적함수 $2.595 \times 10^5 \text{mm}^3$ 에 수렴하였다. 수렴조건을 만족한 후의 설계변수는 A_1 5.157mm^2 , A_2 0.1mm^2 , A_3 5.163mm^2 , A_4 2.579mm^2 , A_5 0.1mm^2 , A_6 0.1mm^2 , A_7 3.648mm^2 , A_8 3.647mm^2 , A_9 3.651mm^2 , 그리고 A_{10} 0.1mm^2 이다. 각 단계별 목적함수의 변화를 도시하면 Fig. 6과 같으며, 10부재 트러스 예제에서는 강하함수가 증가하는 부분이 있지만 불용영역이므로 종료하지 않고 계속 진행하였다. 단계 15, 16, 17에서의 응력을 유한요소해석으로 산출한 값과 근사식을 이용하여 산출한 값을 비교하여 Table 13과 14에 표시한다.

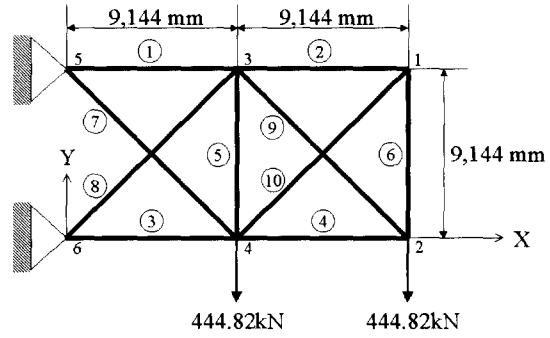


Fig. 5 Ten bar truss

Table 10 Design data for ten bar truss

Design data	Value
Modulus of elasticity E(GPa)	68,947.6
Allowable stress σ_a (MPa)	± 127.37
Lower limit on area A^l (mm^2)	0.1
Upper limit on area A^u (mm^2)	10^5

Table 11 Optimum solutions(stress constraints only)

	Volume $\times 10^5$ (mm^3)	A_1 (mm^2)	A_2 (mm^2)	A_3 (mm^2)	A_4 (mm^2)	A_5 (mm^2)
STEP 1	3.194	4.921	164	5.659	1.766	192
STEP 2	2.950	4.492	116	5.937	1.974	110
STEP 3	2.763	4.540	713	5.795	1.892	212
STEP 4	2.664	4.005	514	6.229	2.117	9.4
STEP 5	2.667	5.393	580	5.595	2.153	0.1
STEP 6	2.674	4.819	495	5.491	2.248	0.1
STEP 7	2.663	4.871	400	5.463	2.282	1.4
STEP 8	2.652	4.927	328	5.388	2.348	2.9
STEP 9	2.642	4.970	285	5.353	2.390	8.8
STEP 10	2.434	4.337	132	5.320	2.866	0.1
STEP 11	2.628	5.050	192	5.300	2.433	0.1
STEP 12	2.622	5.046	135	5.264	2.473	0.1
STEP 13	2.615	5.080	96	5.234	2.488	2.0
STEP 14	2.587	4.775	82	5.238	2.519	0.1
STEP 15	2.603	5.143	91	5.200	2.502	0.1
STEP 16	2.596	5.099	38	5.176	2.565	0.1
STEP 17	2.599	5.154	38	5.197	2.570	0.1
STEP 18	2.600	5.145	33	5.188	2.565	0.1
STEP 19	2.598	5.136	29	5.179	2.561	0.1
STEP 20	2.594	5.261	7.5	5.075	2.556	0.5
STEP 21	2.595	5.161	0.1	5.167	2.573	0.1
STEP 22	2.596	5.152	0.1	5.158	2.584	0.1
STEP 23	2.595	5.157	0.1	5.163	2.579	0.1
Conventional	2.596	5.161	0.1	5.161	2.581	0.1

Table 12 Optimum solutions(stress constraints only)

	A_6 (mm^2)	A_7 (mm^2)	A_8 (mm^2)	A_9 (mm^2)	A_{10} (mm^2)
STEP 1	1.600	4.470	3.699	2.618	1.532
STEP 2	968	4.878	2.800	2.843	1.232
STEP 3	815	4.652	2.877	2.825	1.138
STEP 4	463	4.832	2.862	2.565	909
STEP 5	522	3.821	3.061	2.745	926
STEP 6	489	4.118	3.170	3.200	618
STEP 7	387	4.048	3.253	3.231	582
STEP 8	341	3.970	3.341	3.329	443
STEP 9	268	3.922	3.381	3.364	380
STEP 10	144	3.859	2.980	2.621	314
STEP 11	171	3.861	3.432	3.469	266
STEP 12	196	3.819	3.478	3.478	225
STEP 13	178	3.769	3.528	3.519	161
STEP 14	142	3.849	3.688	3.339	108
STEP 15	60	3.699	3.590	3.556	94
STEP 16	51	3.672	3.611	3.592	59
STEP 17	27	3.643	3.619	3.621	29
STEP 18	19	3.680	3.618	3.613	39
STEP 19	37	3.674	3.608	3.619	37
STEP 20	8.5	3.623	3.623	3.672	12
STEP 21	0.1	3.660	3.638	3.644	0.1
STEP 22	0.1	3.654	3.653	3.648	0.1
STEP 23	0.1	3.648	3.647	3.651	0.1
Conventional	0.1	3.650	3.650	3.650	0.1

Table 13 Stress values at optimal points(stress constraints only) (Unit : MPa)

	Element 1	Element 2	Element 3	Element 4	Element 5
STEP 21	172.38 (172.37)	107.78 (51.02)	-172.18 (-172.37)	-172.88 (-172.37)	-2.25 (-1.81)
STEP 22	172.68 (172.37)	107.13 (106.70)	-172.48 (-172.37)	-172.14 (-172.37)	-0.27 (-0.17)
STEP 23	172.51 (172.37)	107.14 (107.49)	-172.31 (-172.37)	-172.47 (-172.37)	-0.27 (-0.17)
Conventional	172.37	107.08	-172.37	-172.34	0.02

() are stress values for approximation

Table 14 Stress values at optimal points(stress constraints only) (Unit: MPa)

	Element 6	Element 7	Element 8	Element 9	Element 10
STEP 21	107.78 (161.84)	171.88 (172.37)	-172.29 (-172.37)	172.63 (172.37)	-152.42 (-153.38)
STEP 22	107.13 (106.70)	172.16 (172.37)	-172.20 (-172.37)	172.44 (172.37)	-151.51 (151.62)
STEP 23	107.14 (107.27)	172.45 (172.37)	-172.49 (-172.37)	172.30 (172.37)	-151.53 (-151.51)
Conventional	107.08	172.35	-172.34	172.34	-151.43

() are stress values for approximation

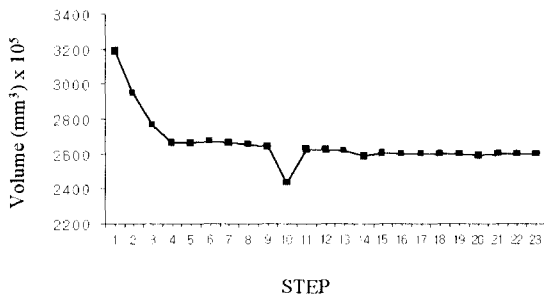


Fig. 6 Volume history of ten bar truss

5. 결 론

본 연구는 초기 설계영역의 상한이 아주 큰 값이고 하한이 아주 작은 값일 때 정확도가 높은 근사식을 생성할 수 있는 순차 설계 영역기법을 제안하여 순차 근사 최적설계에 적용하였다. 제안된 순차 설계 영역기법을 3부재 및 10부재 트러스 구조물에 적용하여 그 유용성을 검증하였으며, 유한요소해석을 이용한 일반적인 최적설계(Conventional)의 경우와 비교하여 다음과 같은 결론을 얻을 수가 있었다.

- 1) 상한과 하한 폭이 큰 일반적인 설계영역에서 중간

점을 초기 설계영역으로 하여 최적치에 도달할 수 있음을 알 수 있었다.

- 2) 유한요소해석 프로그램을 이용하는 최적설계의 복잡한 민감도 해석과 비교하여 근사식의 민감도 해석으로 최적설계를 할 수 있으므로 프로그램을 단순화 할 수 있었다.
- 3) 근사식의 정확도를 검증하기 위한 설계점간의 거리와 강하함수를 이용한 수렴조건이 잘 적용됨을 알 수 있었다.

감사의 글

본 연구는 한국과학기술재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원으로 수행되었습니다. 재단의 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. Haftka, R. T. and Gurdal, Z., *Element of Structural Optimization*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 1991, pp. 209~215

2. Roux, W. J., Stander, N. and Hatfka, R. T., "Response Surface Approximations for Structural Optimization," *Int. J. Nume. Methods Eng.*, 42, 1998, pp.517~534
3. 박성현, *현대실험계획법*, 민영사, 1996, p.423~496
4. Anjum, M. F., Tasadduq, I. and Al-Sultan, K., "Response Surface Methodology : A Neural Network Approach," *European Journal of Operational Research*, 1997, pp.65~73
5. 홍경진, 김민수, 최동훈, 2000, "대형 설계 시스템의 효율적 반응표면 근사화를 위한 점진적 이차 근사화 기법", *대한기계학회 논문집 A 권*, 제24권, 제12호, pp.3040~3052.
6. Lim, O K. and Arora, J. S., "An Active Set RQP Algorithm for Engineering Design Optimization," *Comput. Methods in Appl. Mech. and Eng.*, 57, 1986, pp.51~65
7. Myers, R. H. and Montgomery, D. C., *Response Surface Methodology-Process and Product Optimization Using Designed Experiments*, John Wiley & Sons, Canada, 1995, pp.1~3
8. Kok, S. and Stander, N., "Optimization of a Sheet Metal Forming Process Using Successive Multipoint Approximation," *AIAA*, 1998, pp. 2728~2740
9. Unal, R., Lepsch, R. A. and McMillin, M.L., "Response Surface Model Building and Multi-disciplinary Optimization Using D-optimal Designs," *AIAA*, 1998, pp.405~411
10. Arora, J., S., *Introduction to Optimum Design*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1989, pp.384~387