

# 무단 변속용 복합 유성기어의 동적 해석

## The Dynamic Analysis for Compound Planetary Gear of Continuously Variable Transmission

신 영재\*      윤종학\*\*

Shin, Y. J.      Yun, J. H.

(논문접수일 : 2001년 3월 12일 : 심사종료일 : 2001년 9월 11일)

### 요지

본 연구에서는 무단변속기에 사용되며, 세 개의 유성기어로 구성된 복합유성기어가 기어의 회전시 비선형적인 기어의 강성과 감쇠를 고려하여 모델링 되었고, 복합유성기어의 운동 방정식이 유도되었다. 소음과 진동의 원인인 선기어의 중심궤적이 구하여진 상태방정식에 4차 루게-쿠타 수치해석 방법을 수행함으로써 구하였다.

**핵심용어 :** 복합 유성기어, 이의 강성, 무단 변속기, 임계 감쇠비

### Abstract

In this study a compound planetary gear combined with three planet gears, which is used for continuously variable transmission, is modeled that consider variable nonlinear gear mesh stiffness and damping when gear rotates, and thus equation of motion of compound planetary gear is derived. Locus of sun gear center causing noise and vibration is being determined from performing derived state equation with numerical analysis in fourth order Runge-Kutta method.

**Keywords :** compound planetary gear, gear mesh stiffness, continuously variable transmission, critical damping ratio

### 1. 서 론

복합 유성기어는 두 개의 선기어와 유성기어로 구성되어 기어 크기에 따라 다양한 속도비와 정회전 또는 역회전을 얻을 수 있으므로 토크컨버터와 함께 무단변속기 등에 사용된다.<sup>1)</sup> 토크컨버터와 복합 유성기어로 구성된 형태의 무단 변속기에서 복합 유성기어는 토크 컨버터에서 전달되는 동력을 출력축으로 전달하는 변속부 역할을 한다. 무단 변속기에서 토크컨버터를 통하여 전달되는 동력과 출력축의 부하가 불규칙하기 때문

에 기어이에 발생하는 충격량은 비선형적으로 변한다. 이와 같은 복합 유성기어의 동특성은 다양한 인자들의 영향을 받기 때문에 복합 유성기어의 동특성에 영향을 미치는 인자들을 실험적으로 구하는 것은 많은 경비와 시간이 들어 비경제적이다. 따라서 복합 유성기어의 정확한 모델을 설정하여 복합 유성기어의 특성을 파악하는 것은 복합 유성기어의 저소음, 저진동 설계에 유용하고 경비와 시간을 줄일 수 있는 효과적인 방법이다. 유성기어에 관한 연구는 Kasuba<sup>2),3)</sup> 등이 기어이의 비선형적인 이의 강성을 고려하여 단순 유성기어의 자전 효과

\* 정회원 · 안동대학교 기계공학부, 교수

\*\* 안동대학교 대학원 기계공학부, 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2001년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

만을 고려한 정적 및 동적 연구를 하였고, Cunliffe<sup>4)</sup> 등이 동적 공진 모드에 관한 연구를 하였다. 또한 김충<sup>5), 6)</sup>, 이정한<sup>7), 8)</sup> 등에 의해 유성기어의 자전과 공전을 동시에 고려한 이론적 연구와 실험적 연구가 행하여졌다. 그러나 무단 변속기용 복합 유성기어는 유성기어 개수와 크기에 따라 고속도비와 다양한 속도비를 얻을 수 있지만 이론적, 실험적 연구가 미비한 상태이기 때문에 정확한 모델링과 많은 연구가 요구되어진다.

본 연구에서는 복합 유성기어의 동특성을 해석하기 위하여 선기어/제1 유성기어와 제2 유성기어/제2 선기어 사이에서의 비선형적인 이의 강성을 고려하여 모델링하고 기어 사이의 비선형적인 이의 강성은 Cai와 Hayashi<sup>9), 10)</sup>가 제시한 강성함수를 사용하여 계산하였다. 그리고 운동 방정식을 유도하여 복합 유성기어의 동특성인 선기어 중심의 변위량을 회전속도와 강성의 변화에 따라 고찰하였고, 또한 임계 감쇠비(critical damping ratio)의 변화에 대해서도 계산 고찰하였다.

## 2. 이론 해석

### 2.1 복합 유성기어의 해석 모델 및 이의 강성

본 연구에서 해석할 복합 유성기어는 Fig. 1에 나타냈다. 그 구성은 구동기, 선기어(sun gear), 제2 선기어(Sa), 선기어와 물리는 제1 유성기어(P1) 그리고 제2 유성기어(Sa)와 물리는 제2 유성기어(P2)로 되어 있으며, 사양은 Table 1과 Table 2에 나타냈다. 실제로 복합 유성기어는 선기어로 입력되는 동력이 복합 유성기어의 공전과 자전을 동시에 하여 출력축인 캐리어로 출력되기 때문에 해석이 복잡하다. 그러므로 각 기어의 회전속도에 캐리어의 회전속도를 제하여 등가의 복합 유성기어로 변환하여 해석하였다. 이는 복합 유성기어에서 입력이 선기어이고 출력이 Sa기어이며, P1과 P2기어의 자전 효과만을 가지는 것을 의미한다. 등가의 복합 유성기어는 선기어의 회전, 수직 및 수평 변위, n개의 P1 및 P2기어, 구동기, 제2 선기어, 부하의 회전을 고려하여 모두  $6+2n$ 개의 자유도를 가진다.

일반적으로 기어가 맞물려 돌아갈 때 동하중의 변화가 발생하며, 이러한 동하중의 변화는 기어에 의한 소음 진동의 주원인이 된다. 맞물려 돌아가는 두 쌍의 기어의 동특성 연구에 있어서 이의 강성은 일정하다고 가정하여 사용하지만, 본 연구에서는 기어의 강성값이 기

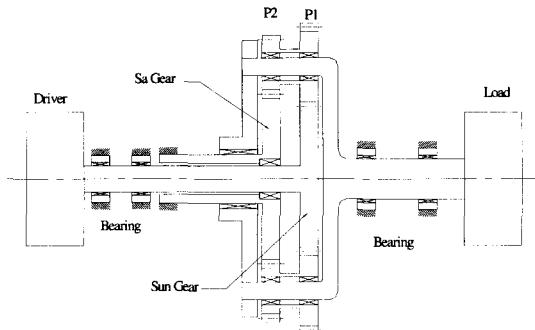


Fig. 1 Schematic diagram of compound planetary gear system

Table 1 Properties of each gear

	Number of teeth	Diameter	Pressure angle	Module	Face width
Sun gear	26	0.026m	20°	1	0.02m
P1 gear	25	0.025m	20°	1	0.02m
P2 gear	19	0.019m	20°	1	0.02m
Sa gear	32	0.032m	20°	1	0.02m

Stiffness of sun gear bearing :  $1 \times 10^7 N/m$

Table 2 Properties of compound planetary gear

	Mass(kg)	Mass moment of inertia
Driver	4.130	$6.278e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Load	6.883	$1.936e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Carrier	1.000	$1.013e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Sun gear	0.248	$1.238e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
P1 gear	0.136	$3.216e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
P2 gear	0.112	$3.062e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$
Sa gear	0.991	$1.301e-2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

어의 회전에 따라 선기어 축의 변위량을 살펴보기 위하여 비선형적인 이의 강성 변화량을 계산하여 복합 유성기어 동적해석에 사용하였다. 또한 복합 유성기어는 전체에 대해 토크 평형은 항상 유지되고, 기어 사이 동력 전달은 맞물리는 기어의 작용선상을 따라 작용하고, 기어 치면에서 감쇠 효과는 질량과 강성의 함수인 하나의 감쇠이고, 기어의 이의 강성은 하나의 비선형 스프링으로 생각하여 Fig. 2와 같이 모델링 하였다.

Fig. 2에서  $\theta$ 는 각변위를 나타내며,  $x_s$ 와  $y_s$ 는 선기어 중심의  $x$ ,  $y$ 방향의 변위를 나타낸다. 또한 선기어는  $x$ ,  $y$ 방향으로 선형적인 강성을 가지는 스프링과 감

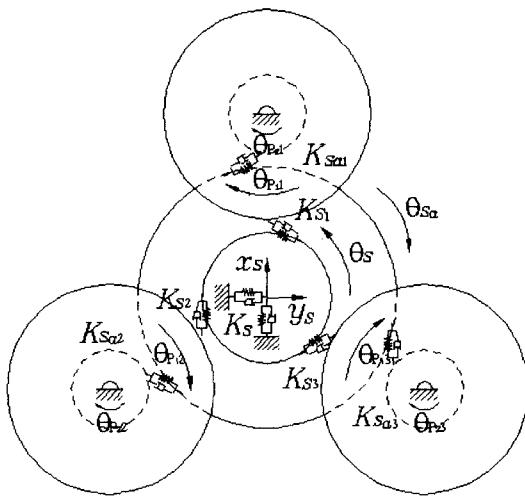


Fig. 2 Compound planetary gear model for dynamic analysis

쇠로 모델링 되었고, 선기어와 P1기어, P2기어와 Sa기어 사이에는 선기어가 회전함에 따라 비선형적으로 변하는 스프링과 감쇠로 모델링 하였으며, 각각 구성요소의 변형방향은 Fig. 2의 화살표 방향과 같다.

맞물리는 기어 사이의 이의 강성은 Attia,<sup>11)</sup> Cornell,<sup>12)</sup> Tavakoli,<sup>13)</sup> Cai와 Hayashi<sup>9),10)</sup> 등에 의하여 다양하게 제시되었지만, 본 연구에서는 물림률만의 함수로 표현되는 Cai와 Hayashi의 이의 강성식(1)을 채용하였다.

$$K = K_{average} \times (K_1 + K_2) \quad (1)$$

여기서  $K_{average}$ 는 맞물리는 기어의 평균 이의 강성이고,

$$\begin{aligned} K_1(t) &= f(t) && \text{for } 0 \leq t \leq T \\ K_2(t) &= \begin{cases} f(t-T) & \text{if } t > T - ((\varepsilon-1)/2)T \\ 0 & \text{if } t \leq T - ((\varepsilon-1)/2)T \end{cases} \\ &+ \begin{cases} f(t-T) & \text{if } t > T - ((\varepsilon-1)/2)T \\ 0 & \text{if } t \leq T - ((\varepsilon-1)/2)T \end{cases} && \text{for } 0 \leq t \leq T \\ f(t) &= \frac{1}{0.85\varepsilon} \left[ \frac{-1.8}{(\varepsilon T)^2} [t + ((\varepsilon-1)/2)T]^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1.8}{\varepsilon T} [t + ((\varepsilon-1)/2)T] + 0.55 \right] \quad (2) \end{aligned}$$

이며,  $\varepsilon$ 과 T는 각각 물림율과 기어이의 맞물리는 주기

이다. 그리고  $K_{average} = 0.85 \varepsilon K_{max}$ 이다. 여기서 맞물리는 한쌍의 기어 사이의 최대 이의 강성이  $K_{max}$ 는 ISO/DIS 633-1.2 설계 코드에서 주어진다.

Cai와 Hayashi의 방법으로 선기어/P1, P2/Sa기어 사이의 이의 강성이 각각  $4.5 \times 10^6$  [Nm/rad],  $4.8 \times 10^6$  [Nm/rad]일 때 복합 유성기어에서 하중이 가해지는 맞물리는 기준 위치에 대한 위상을 고려하여 구한 복합 유성기어의 이의 강성은 각각 Fig. 3과 Fig. 4와 같이 표현된다. 그리고 본 연구에서 복합 유성기어의 유성기어 개수가 3개이므로  $n=3$ 이다.

Fig. 3은 선기어 회전에 대한 선기어/P1기어 사이의 이의 강성을 나타내며, 최대값과 최소값이 각각  $5.7 \times 10^6$  N/m,  $3.4 \times 10^6$  N/m이고 주기가 14.8°이다. Fig. 4는 선기어 회전에 대한 P2/Sa기어 사이의

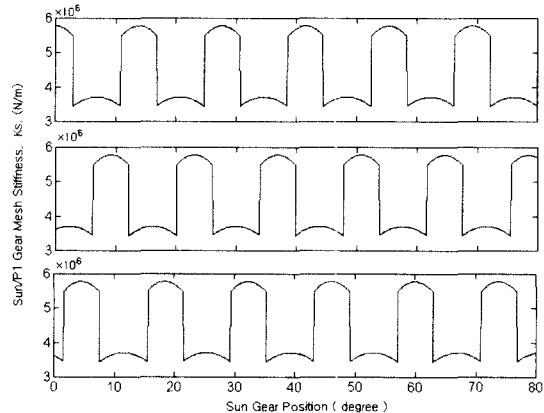


Fig. 3 Gear mesh stiffness of sun/P1 interface

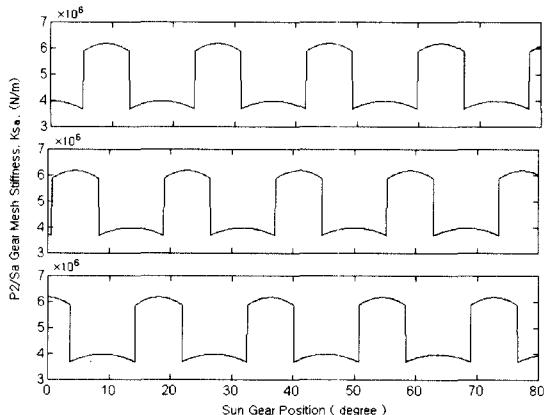


Fig. 4 Gear mesh stiffness, P2/Sa interface

이의 강성을 나타내며, 최대값과 최소값이 각각  $6.2 \times 10^6 \text{ N/m}$  와  $3.7 \times 10^6 \text{ N/m}$  이고, 주기가  $18.3^\circ$  이다. Fig. 3과 Fig. 4로부터 맞물리는 한 쌍의 기어에서 이의 강성의 변화는 기어이의 맞물리는 기준 위치에 기인한 위상차, 맞물리는 기어쌍의 물림률과 평균이의 강성이 다르기 때문에 최대(혹은 최소) 이의 강성값, 이의 강성이 큰 영역 및 주기가 다르다는 것을 알 수 있다.

## 2. 복합 유성기어의 운동 방정식

Fig. 2에 나타낸 복합 유성기어의 해석에서는 기어의 치면에서 이의 강성 뿐만 아니라 감쇠력, 그리고 베어링 감쇠력 등을 고려하였으며, 구동기, 선기어, i번째 P1기어, i번째 P2기어, Sarldj 및 부하의 토크 평형과 선기어의 힘평형을 적용하여 유도한  $6+2 \times n$  개의 운동 방정식은 다음과 같다.

### 1) 구동기의 토크 평형

$$J_D \ddot{\theta}_D + C_{BD} \dot{\theta}_D + K_{DS}(\theta_D - \theta_S) + C_{DS}(\dot{\theta}_D - \dot{\theta}_S) = T_{in} \quad (3)$$

여기서  $J$ ,  $C$ ,  $K$ ,  $\theta$ ,  $S$ 와  $T$ 는 극관성모멘트, 감쇠계수, 강성, 회전변위, 선기어 그리고 토크를 나타내며, 하침자  $D$ ,  $BD$ ,  $DS$ 와  $in$ 은 구동기, 구동기 베어링, 구동축과 입력을 나타낸다.

### 2) 선기어의 토크 평형

$$J_S \ddot{\theta}_S + C_{BS} \dot{\theta}_S + C_{DS}(\dot{\theta}_S - \dot{\theta}_D) + K_{DS}(\theta_S - \theta_D) + \sum_{i=1}^n (r_S F_{Si}) = 0 \quad (4)$$

여기서  $r$ 과 하침자  $BS$ 는 기어의 반지름과 베어링을 의미하며,  $F_{Si}$ 는 i번째 유성기어와 선기어 사이의 작용하는 힘을 의미한다.

### 3) 선기어의 힘 평형

$$M_S \ddot{x}_S + C_S \dot{x}_S + K_S x_S + \sum_{i=1}^n (F_{Si} \cos \alpha_i) = 0 \quad (5)$$

$$M_S \ddot{y}_S + C_S \dot{y}_S + K_S y_S + \sum_{i=1}^n (F_{Si} \sin \alpha_i) = 0 \quad (6)$$

여기서  $M$ 은 질량을 의미한다.

### 4) i 번째 P1기어의 토크 평형

$$J_{P_1} \ddot{\theta}_{P_1i} + C_{BP_1} \dot{\theta}_{P_1i} + C_{PS}(\dot{\theta}_{P_1i} - \dot{\theta}_{P_2i}) + K_{PS}(\theta_{P_1i} - \theta_{P_2i}) - r_{P_1} F_{Si} = 0 \quad (7)$$

여기서 하침자  $P_1$ 과  $PS$ 는 P1기어와, P1기어와 P2기어 사이의 축을 의미한다.

### 5) i 번째 P2기어의 토크 평형

$$J_{P_2} \ddot{\theta}_{P_2i} + C_{BP_2} \dot{\theta}_{P_2i} + C_{PS}(\dot{\theta}_{P_2i} - \dot{\theta}_{P_1i}) + K_{PS}(\theta_{P_2i} - \theta_{P_1i}) + r_{P_2} F_{Si} = 0 \quad (8)$$

여기서 하침자  $P_2$ 는 P2기어를 의미한다.

### 6) 조정 선기어의 토크 평형

$$J_{S_a} \ddot{\theta}_{S_a} + C_{BS_a} \dot{\theta}_{S_a} + C_{LS}(\dot{\theta}_{S_a} - \dot{\theta}_L) + K_{LS}(\theta_{S_a} - \theta_L) - \sum_{i=1}^n (r_{S_a} F_{Si}) = 0 \quad (9)$$

여기서

$J_{S_a} = \{J_C + 3(J_{P_1} + J_{P_2})\} + \{M_C + 3(M_{P_1} + M_{P_2})\} r_{S_a}^2$ 이며, 하침자  $BS_a$ ,  $LS$ 와  $C$ 는 조정 선기어의 베어링, 부하축과 캐리어를 의미한다.

### 7) 부하의 토크 평형

$$J_L \ddot{\theta}_L + C_{BL} \dot{\theta}_L + K_{LS}(\theta_L - \theta_{S_a}) + C_{LS}(\dot{\theta}_L - \dot{\theta}_{S_a}) = -T_{out} \quad (10)$$

여기서 하침자  $L$ 과  $BL$ 은 부하와 부하축 베어링을 의미하며,  $out$ 은 출력을 의미한다.

### 8) 선기어/P1기어 사이에 작용하는 힘( $F_{Si}$ )과 P2/Sa기어 사이에 작용하는 힘( $F_{S,i}$ )

$$F_{Si} = C_{Si}(r_S \dot{\theta}_S - r_{P_1} \dot{\theta}_{P_1i} + \dot{x}_S \cos \alpha_i + \dot{y}_S \sin \alpha_i) + K_{Si}(r_S \theta_S - r_{P_1} \theta_{P_1i} + x_S \cos \alpha_i + y_S \sin \alpha_i) \quad (11)$$

$$F_{S,i} = C_{S,i}(r_{S_a} \dot{\theta}_{S_a} - r_{P_2} \dot{\theta}_{P_2i}) + K_{S,i}(r_{S_a} \theta_{S_a} - r_{P_2} \theta_{P_2i}) \quad (12)$$

## 9) 감쇠계수

입력축과 출력축의 지지하는 베어링의 감쇠계수는 실험치를 사용하지 않고 축강성 및 기어의 질량에 의존하는 식(13)과 같이 가정하였다.<sup>3)</sup>

$$C_s = 2\zeta_s \sqrt{\frac{K_{GP}}{\frac{1}{M_G} + \frac{1}{M_P}}} \quad (13)$$

여기서  $\zeta_s$ 는 축의 임계 감쇠비(critical damping ratio)를 나타낸다.

선기어/P1기어, P2/Sa기어 사이의 감쇠계수도 식(14)와 같이 가정하였다.

$$C_G = 2\zeta_G \sqrt{\frac{K_{GP}}{\frac{1}{M_G} + \frac{1}{M_P}}} \quad (14)$$

여기서  $\zeta_G$ 는 기어 메시의 임계 감쇠비를 나타낸다.

따라서 식(3)~(10)은 물림률에 따른 이의 강성과 감쇠계수를 포함하는 복합 유성기어의 운동방정식을 나타내며, 행렬식으로 표현하면 식(15)과 같다.

$$[K_d] [\Phi_d] = [V_d] \quad (15)$$

여기서  $K_d$ 는 강성 행렬이며,

$$\Phi_d = [\theta_D, \theta_S, x_S, y_S, \theta_{P_1}, \theta_{P_2}, \theta_{S_a}, \theta_L, \dot{\theta}_D, \dot{\theta}_S, \dot{x}_S, \dot{y}_S, \dot{\theta}_{P_1}, \dot{\theta}_{P_2}, \dot{\theta}_{S_a}, \dot{\theta}_L]^T$$

이고,

$$V_d = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, T_{in}, 0, 0, 0, 0, 0, 0, T_{out}]^T$$

이다.

## 3. 시뮬레이션 및 고찰

복합 유성기어의 동적해석을 위해서  $T_{in}=470\text{Nm}$ ,  $K_{DS}=K_{PS}=K_{LS}=1\times 10^5\text{Nm/rad}$ ,  $\zeta_G=0.1$ ,  $\zeta_s=0.05$ 로 가정하고, 4차 Runge-Kutta방법을 사용하여 복합 유성기어의 운동 방정식을 수치해석 하였다.<sup>3)</sup> 수치 해석시 복합 유성기어의 속도는 700rpm에서 8000rpm 까지 변속하는 것으로 가정하였다. 이는 외부 부하에 따라 유연하게 속도와 토크가 변화하고 복합 유성기어가

적용된 무단변속기를 장착한 자동차, 건설기계, 감속기, 모터 등의 상용 운전상태에 상응하는 속도이다. 복합 유성기어의 동적 특성을 고찰하기 위하여 선기어축의 회전속도, 선기어의 강성 그리고 임계 감쇠비의 변화에 따라 소음 진동의 주된 원인중 하나인 선기어 중심 변위량을 가로축과 세로축으로 하여 폴라 플롯하였다. 그리고 Runge-Kutta방법을 사용하여 수치해석을 수행할 때 시간증분은 각각 시간 증분에 대하여 가변인 (K)메트릭스의 고유값을 각 구간에서 구하여 적절한 값을 선택하였다.

## 3.1 회전속도에 따른 선기어 중심 궤적

Fig. 5는 입력축의 회전속도가 780rpm에서 가로축과 세로축을 각각 선기어 중심의 x방향 변위와 y방향 변위로 한 선기어 중심의 궤적을 나타내며, 최대변위는  $4.2\times 10^{-4}\text{m}$ 이고 세 개의 로브가 나타난다. Fig. 6과 Fig. 7은 각각 회전속도 850rpm과 1050rpm에서 선기어 중심 궤적을 나타내며, 궤적의 최대값은 780rpm에서의 값보다 증가하였다는 것을 알 수 있으며, 회전속도가 1050rpm에서 선기어 중심의 궤적은 복합 유성기어의 공진 영역이기 때문에 선기어 중심 궤적이 최대가 된다.

Fig. 5~Fig. 7로부터 상대적으로 낮은 회전속도 (780rpm~1050rpm) 영역에서의 선기어 중심 궤적은 단순 유성기어를 취급한 참고문헌<sup>2),5)</sup>의 결과와 유사하게, Fig. 2에 표시된 P1(또는 P2)기어 개수(3개)의 영향으로 발생하는 위상차, 기어의 설치방향과, 접촉되는 기어의 잇수의 영향으로 발생하는 비선형적인 이의 강성의 변화에 큰 영향을 받는다는 것을 알 수 있다. Fig. 8은 회전속도 3000rpm에서의 선기어 중심 궤적을 나타내며, 궤적의 최대값은 1050rpm에서 궤적의 최대값보다 작아 지며, 세 개의 로브를 가지는 원형의 궤적으로 바뀐다는 것을 알 수 있다. 그리고 회전속도가 5000rpm, 8000rpm일 때 증가시킨 선기어 중심의 궤적은 각각 Fig. 9와 Fig. 10에 나타냈으며, 선기어 중심 궤적은 복합 유성기어의 동적 영향이 증가하기 때문에 비교적 낮은 입력축의 회전속도에서 나타난 궤적의 형태는 사라지게 되면서 안정적으로 되고, 그 변동폭은 점차적으로 감소함을 알 수 있다. 또한 선기어 중심 궤적들은 회전속도가 증가할수록 궤적의 형상이 Fig. 5에서 Fig. 10으로 규칙성을 가지고 점진적으로 변화함을 알 수 있다.

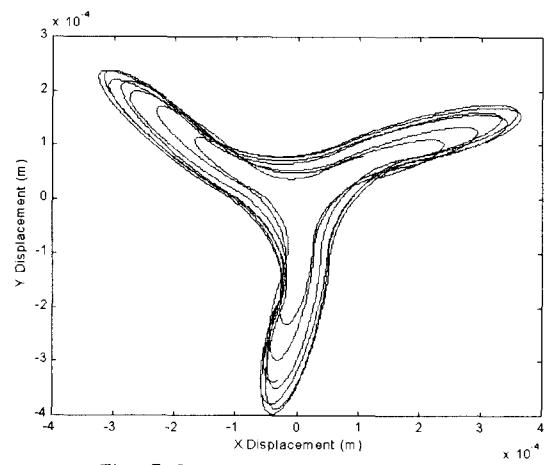


Fig. 5 Sun gear locus at 780rpm

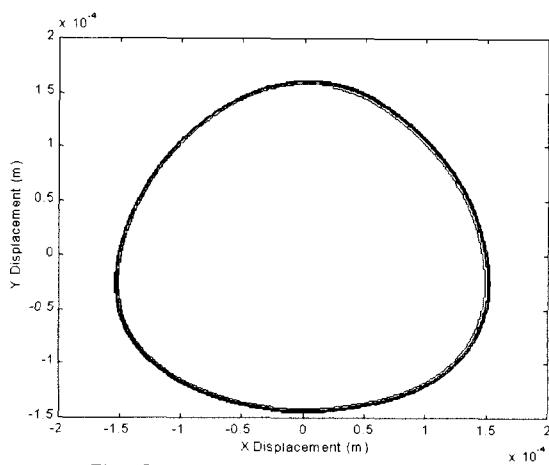


Fig. 8 Sun gear locus at 3000rpm

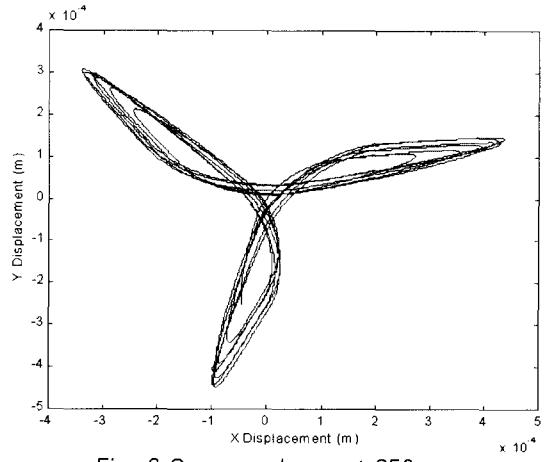


Fig. 6 Sun gear locus at 850rpm

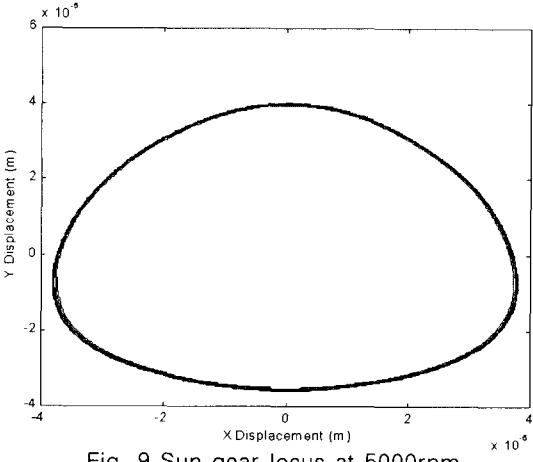


Fig. 9 Sun gear locus at 5000rpm

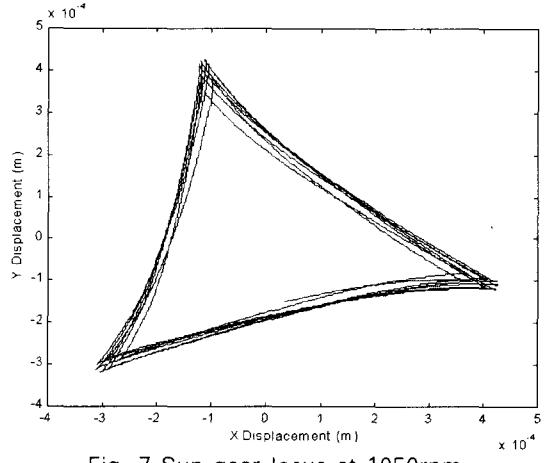


Fig. 7 Sun gear locus at 1050rpm

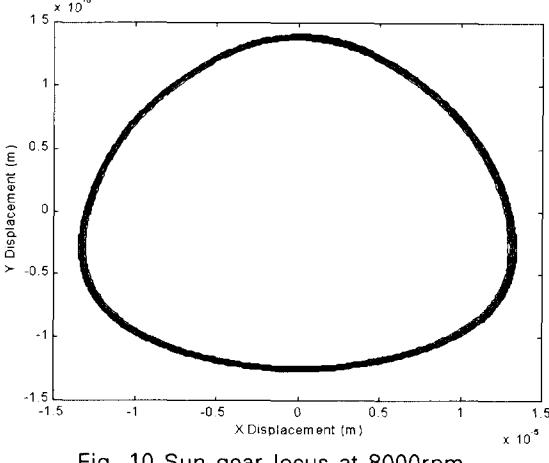


Fig. 10 Sun gear locus at 8000rpm

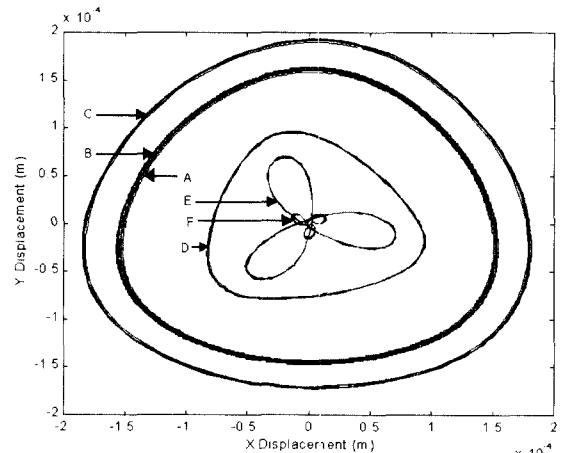
### 3.2 강성에 따른 선기어 중심 궤적

Fig. 11은 입력축이 1050rpm로 회전하고, 선기어의 강성( $K_S$ )값이  $1.75 \times 10^2$ (floating sun gear condition)에서  $1.75 \times 10^8$ (semi - floating condition)까지 변화할 때 선기어 중심 궤적을 나타내었다. 선기어 강성 값이  $1.75 \times 10^6$ 일 때 최대가 되고, 더욱 증가하면 감소한다는 것을 알 수 있고, 복합 유성기어 개수의 영향으로 발생하는 위상과 접촉되는 기어의 수의 영향으로 발생하는 이의 강성의 영향이 크게 작용하는 저회전 영역에서의 특징을 나타내면서 규칙성 있게 변화하는 것을 알 수 있다. 또한  $K_S = 1.75 \times 10^6$ 인 영역에서 공진이 발생함을 알 수 있다. 입력축의 회전속도 3000rpm, 5000rpm에서 강성값의 변화에 따른 선기어 중심의 궤적을 각각 Fig. 12와 Fig. 13에 나타내었으며, 이들 궤적의 최대값은 감소하였지만, Fig. 11과 같은 경향이 나타남을 알 수 있다.

### 3.3 임계 감쇠비에 따른 선기어 중심 궤적

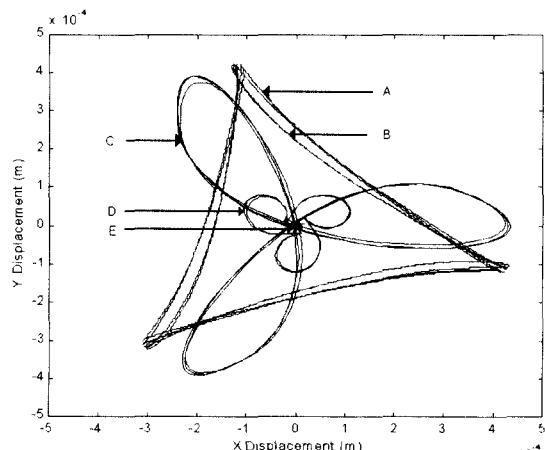
본 연구에서 임계 감쇠비의 영향을 고찰하기 위하여 입력축 회전속도 3000rpm에서  $\zeta_S$ ,  $\zeta_G$ , 선기어의 임계감쇠비( $\zeta_{sun}$ ), 잔존 요소의 임계 감쇠비( $\zeta_{an}$ )의 값이 기본값의 10배, 0.1배로 변할 때 선기어 중심의 궤적을 고찰하였다. Fig. 14는  $\zeta_S$ 값이 변할 때 선기어

중심 궤적을 나타내었으며,  $\zeta_S$ 값이 증가할 수록 궤적은 작아지고 감소하면 궤적은 커진다는 것을 알 수 있다. Fig. 15는  $\zeta_G$ 값이 변할 때 선기어 중심 궤적을 나타내었으며,  $\zeta_G$ 값이 0.1이하에서의 궤적은  $\zeta_G = 0.1$  때와 거의 일치하며, 0.1이상의  $\zeta_G$ 값에 대해서 궤적은 작아짐을 알 수 있다. Fig. 16과 Fig. 17은 각각  $\zeta_{sun}$ ,



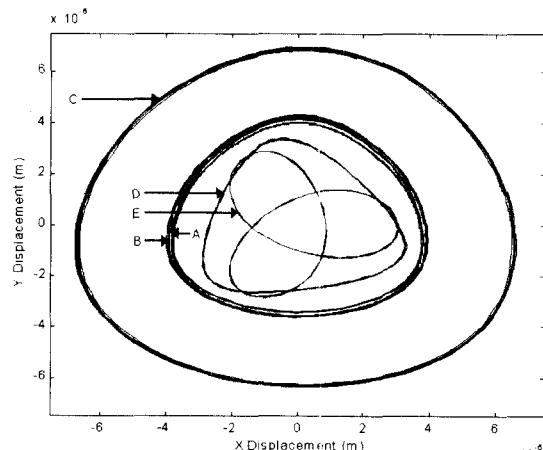
A :  $K_S = 1.75 \times 10^2$ , B :  $K_S = 1.75 \times 10^5$ , C :  $K_S = 1.75 \times 10^6$ ,  
D :  $K_S = 1.5 \times 1.75 \times 10^7$ , E :  $K_S = 1.3 \times 1.75 \times 10^7$ , F :  $K_S = 1.75 \times 10^8$

Fig. 12 Sun gear locus for sun gear support stiffness at 3000rpm



A :  $K_S = 1.75 \times 10^2$ , B :  $K_S = 1.75 \times 10^5$ , C :  $K_S = 1.75 \times 10^6$ ,  
D :  $K_S = 1.75 \times 10^7$ , E :  $K_S = 1.75 \times 10^8$

Fig. 11 Sun gear locus for sun gear support stiffness at 1050rpm



A :  $K_S = 1.75 \times 10^2$ , B :  $K_S = 1.75 \times 10^5$ , C :  $K_S = 1.75 \times 10^6$ ,  
D :  $K_S = 5 \times 1.75 \times 10^7$ , E :  $K_S = 1.75 \times 10^8$

Fig. 13 Sun gear locus for sun gear support stiffness at 5000rpm

$\zeta_{an}$  값이 변할 때 선기어 중심 궤적을 나타내었으며,  $\zeta_{sun}$ ,  $\zeta_{an}$  값이 변해도 일정한 궤적으로 나타남을 알 수 있다. 그림들에서 선기어 중심 궤적은  $\zeta_s$  값이 증가할 수록 작아지며,  $\zeta_c$  값이 0.1보다 크면 작아지고 작으면 변화가 없는 반면에  $\zeta_{sun}$ ,  $\zeta_{an}$  값의 변화에는 일정하다는 것을 알 수 있다.

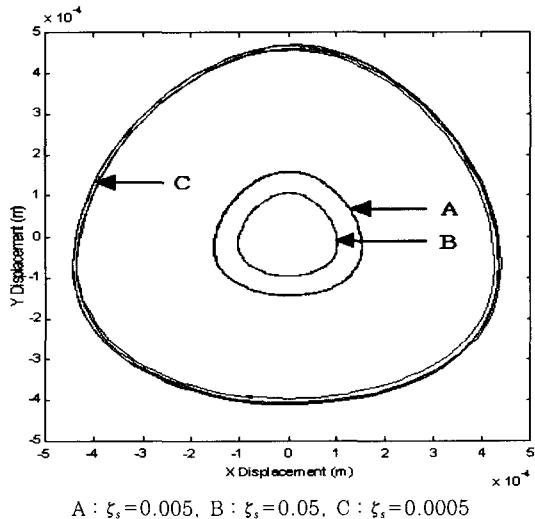


Fig. 14 Sun gear locus for critical damping ratio of bearing

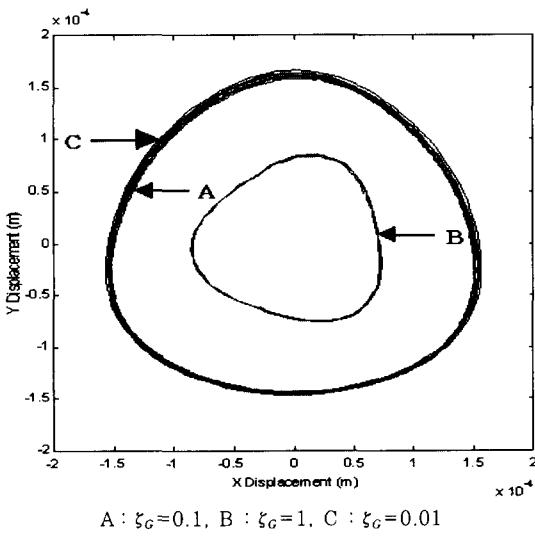


Fig. 15 Sun gear locus for critical damping ratio of gear mesh

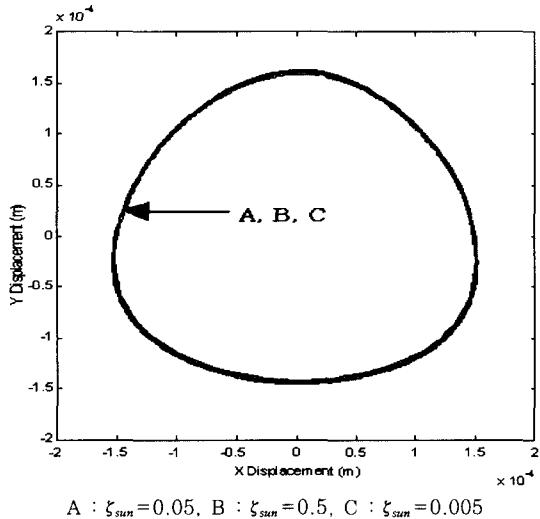


Fig. 16 Sun gear locus for critical damping ratio of sun gear

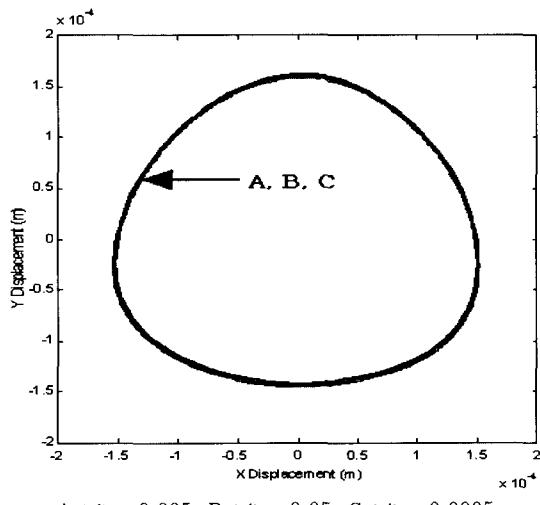


Fig. 17 Sun gear locus for critical damping ratio of shaft

#### 4. 결 론

본 연구에서는 무단변속기 용으로 세 개의 유성P1(또는 P2)기어를 가지는 복합 유성기어를 기어 회전시 비선형적으로 변화하는 이의 강성과 감쇠를 고려하여 모델링 하였으며, 모델링을 기초로 전체 복합 유성기어의

운동방정식을 유도하였다. 얻어진 상태방정식을 4차 Runge-Kutta방법으로 수치해석을 수행하여 소음, 진동의 주된 원인이 되는 선기어의 중심 궤적을 구하였으며, 그 결과는 다음과 같다.

- 1) 선기어 중심 궤적은 저회전속도 영역에서는 P1(or P2)기어 개수에 영향으로 발생하는 위상차와, 접촉되는 기어이의 수의 영향으로 발생하는 이의 강성의 변화에 큰 영향을 받는다.
- 2) 선기어 중심 궤적은 회전속도가 증가할수록 궤적은 안정적으로 되며 그 변동폭은 점차적으로 감소한다는 것과 세 개의 로브를 가지는 원형의 궤적으로 바뀐다는 것을 알 수 있다.
- 3) 선기어 강성값이 증가할 수록 선기어 중심 궤적의 변동폭은 감소하고, 선기어 중심 궤적은 저회전 영역에서의 특징을 나타내면서 규칙성 있게 변화하는 것을 알 수 있다.
- 4) 선기어 중심 궤적은  $\zeta_s$ 와  $\zeta_g$ 값의 변화가  $\zeta_{sun}$ ,  $\zeta_{an}$ 값의 변화보다 더 많은 영향을 받는다는 것을 알 수 있다.

### 감사의 글

이 논문은 2001년도 두뇌한국21(BK21)사업에 의하여 지원되었음.

### 참고 문헌

1. 윤종학, 신영재, “토크 컨버터와 복합 유성기어로 구성된 무단변속기의 성능 해석”, 자동차공학회 1997 추계학술대회, 1997
2. R. Kasuba and R. August, “Gear Mesh Stiffness and Load Sharing in Planetary Gearing,” ASME, 84-DET-229, pp.348~353
3. R. Kasuba and R. August, “Torsional Vibrations and Dynamic Loads in a Basic Planetary Gear System,” *J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design*, Trans. ASME, Vol. 108, July, 1986
4. F. Cunliffe, J. D. Smith, D. B. Welbourn, “Dynamic Tooth Loads in Epicyclic Gears,” *ASME Journal of Engineering for Industry*, May 1974, pp.578~584
5. 김 충, 김주호, 이정한, 조영일, 천길정, 정태형, 한동철, “기어의 강성변화를 고려한 유성기어열의 동특성 해석 연구”, 자동차 공학회 1996 추계학술대회.
6. 김 충, 김주호, 천길정, 정태형, 한동철, “차량용 변속기 유성 기어열의 동특성 해석”, 자동차 공학회 1996 추계학술대회
7. 이정한, 천길상, 김주호, 김충, 한동철, 명제형, 정태형, “유성기어 트레이너의 준정적 특성에 관한 실험적연구”, 한국자동차공학회 춘계학술대회 논문집, 1996, pp.59~66
8. 이정한, 천길상, 김주호, 김충, 한동철, 명제형, 정태형, “유성기어 트레이너의 동특성 실험”, 한국자동차공학회 추계학술대회 논문집, 1996, pp.217~233
9. Cai and T. Hayashi, “The Linear Approximated Equation of Vibration of a Pair of Spur Gears(theory and experiment),” *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Mechanical Design* 116, 1994, pp.558~564
10. M. Amabili, A. Fregolent, “A Method to Identify Modal Parameters and Gear Errors by Vibration of a Spur Gear Pair,” *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 214, No. 2, 1998, pp.339~357
11. A. Y. Attia, “Deflection of Spur Gear Teeth Cut in Thin Rims,” *J. of Engineering for Industry*, Trans. ASME, November, 1964, pp.333~342
12. R. W. Cornell and W. W. Westervelt, “Dynamic Tooth Loads and Stressing for High Contact Ratio Spur Gears,” *J. of Mechanical Design*, Trans. ASME, January, 1978, Vol. 100, pp. 69~76
13. M. S. Tavakoli, “Optimum Profile Modifications for the Minimization of Static Transmission Errors of Spur Gears,” *J. of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Trans. ASME, March, 1986, Vol. 108, pp. 86~95