

일반곡률좌표계 운동량방정식의 종속변수 선정에 관한 연구

김탁수* · 김원갑** · 김철수*** 최영돈†
(2000년 1월 20일 접수, 2001년 9월 5일 심사완료)

A Study on the Choice of Dependent Variables of Momentum Equations in the General Curvilinear Coordinate

Taek Soo Kim, Won Kap Kim, Chul Soo Kim and Young Don Choi

Key Words: General Curvilinear Coordinate(일반곡률좌표계), Physical Covariant(Contravariant), Component(물리적 공변(반변)성분), Off-diagonal Component(비대각 성분), Diagonal Dominance(대각우세성), Locally Parallel Coordinate(국부평형좌표계)

Abstract

This paper represents the importance of dependent variables in non-orthogonal curvilinear coordinates just as the importance of those variables of convective scheme and turbulence model in computational fluid dynamics. Each of Cartesian, physical covariant and physical contravariant velocity components was tested as the dependent variables of momentum equations in the staggered grid system. In the flow past a circular cylinder, the results were computed to use each of three variables and compared to experimental data. In the skewed driven cavity flow, the results were computed to check the grid dependency of the variables. The results used in Cartesian and physical contravariant components of velocity in cylinder flow show the nearly same accuracy. In the case of Cartesian and contravariant component, the same number of vortex was predicted in the skewed driven cavity flow. Vortex strength of Cartesian component case has about 30% lower value than that of the other two cases.

기호설명

\vec{A}^i : 면적벡터(area vector)
 A_i^j : 면적벡터 성분(area vector component)
 g^{ij} : 메트릭 텐서 성분(metric tensor component)
 \sqrt{g} : Jacobian
 h_{ξ^i} : 일반좌표 ξ^i 방향의 격자간격

u, v, w : 직교속도 성분
 \hat{U}^i : 반변속도 성분
 p' : 수정압력
 S : 생성항
 $\xi_{,x^i}^m$: 일반좌표 ξ^m 의 x^i 방향 미분치
 α_u : 운동량방정식의 하향이완계수
 α_p : 압력수정 방정식의 하향이완계수

첨자

P, E, W, N, S : 각 방향의 격자점
 e, w, n, s : 각 방향의 검사표면
 x, y, ξ, η : 각 방향으로의 편미분
 i, j : 텐서 성분
 nb : 주변 격자점

* 현대자동차연구소

** 회원, 국민대학교 자동차공학 전문대학원

*** 국립원주대학 자동차서비스과

† 책임저자, 회원, 고려대학교 기계공학과

E-mail : ydchoi@korea.ac.kr

TEL : (02)3290-3355 FAX:(02)926-9290

1. 서론

유체기계 내부유동을 전산유체역학적으로 해석하고자 할 때, 직면하게 되는 가장 큰 문제는 복잡한 형상으로 인한 해석의 어려움이다. 복잡한 3차원 난류유동을 정확히 해석하는데 있어서 난류모형의 선정뿐만 아니라 대류항 처리기법, 종속변수의 선정 역시 해의 정확성에 큰 영향을 미친다.⁽¹⁾

일반곡률좌표계에서 운동량방정식을 차분화 할 때 사용할 수 있는 종속변수로는 직교속도 성분(Cartesian velocity component)과 공변속도 성분(covariant velocity component), 반변속도 성분(contravariant velocity component), 물리적 공변속도 성분(physical covariant velocity component), 물리적 반변속도 성분(physical contravariant velocity component) 등이 있다. 본 연구에서는 이 중에서 세가지 속도성분 즉, 직교속도 성분과 물리적 공변속도 성분, 물리적 반변속도 성분을 운동량 방정식의 종속변수로 했을 때 각각의 경우를 비교 검토하였다.

기존의 연구에서는 여러 종류의 종속변수 선정에 대한 제안을 하고 있으나 각 방법들의 정확성에 대한 비교 연구는 미진한 형편이다. 대부분의 연구는 한가지의 해법에 대하여만 제안과 검토가 이루어지고 있다.

Shyy 등⁽²⁾은 엇갈림 격자계를 채택하고, 체적면에서 1개의 직교속도 성분만 계산 저장하는 방법을 제안하였다. Braaten 등⁽³⁾은 Shyy 등⁽²⁾의 연구에서 속도수정을 직접 직교속도 성분에 수행함으로써 질량잔차(mass residual)가 충분히 감소하지 않았다고 지적하고, 속도수정을 반변속도 성분에서 직교속도 성분으로 역변환하는 과정을 택함으로써 비직교성이 강한 경우에도 확실하게 질량보존을 만족시킬 수 있는 해법으로 개선하였다. 그러나 이러한 해법으로 계산된 유동장은 최종의 질량잔차에 무관한 것으로 나타났고 저자들은 차선의 방법으로 수렴 판별을 난류운동에너지의 잔차로 할 것을 제안하였다. 그러나 이것은 난류의 경우에만 적용되는 것이므로 해법의 일반성이 결여되었다고 볼 수 있다.

Karki 등⁽³⁾은 물리적 공변속도 성분을 종속변수로 사용하였는데, 이 방법은 격자의 비직교성이

매우 강한 경우에도 압력수정방정식의 대각우세성(diagonal dominance)을 유지하기 때문에 이론적으로는 매우 안정된 방법으로 알려져 왔다. Demirdzic 등⁽⁴⁾은 종속변수로 물리적 반변속도를 사용하였으나 운동량방정식을 수학적 전개식으로 처리함으로써 강보존성이 만족되지 않았다.

Peric⁽⁵⁾은 2차원에서 좌표계의 비직교성에 따른 압력수정방정식의 비대각 행렬을 무시하는 간략화된 압력수정 방법(simplified pressure correction method)과 비대각 행렬을 모두 포함하는 완전 압력수정방정식(full pressure correction equation)의 차이를 비교하는 연구를 수행하였다.

최근 김과 최⁽⁶⁾는 운동량방정식의 종속변수 선정에 따라 해의 정확성에 차이가 있음을 확인한 바 있다. 따라서 본 연구에서는 보다 정확한 검증에 위해 운동량 방정식의 종속변수로 물리적 공변속도 성분과 물리적 반변속도 성분, 직교속도 성분을 사용한 각각의 경우에 해의 정확성과 일반성, 격자계 의존성에 대한 비교, 검토를 실린더 유동과 경사 캐버티에서 수행하였다. 편의상 이후 반변속도는 물리적 반변속도를, 공변속도는 물리적 공변속도를 지칭하기로 한다.

2. 이론해석

전산해석을 위한 이론과 방정식들은 김과 최⁽⁶⁾의 연구에서와 같으므로 본 연구에서는 그 결과식만을 간단히 설명하기로 한다. 본 연구에서도 김과 최⁽⁶⁾의 연구와 같이 엇갈림 격자계(staggered grid system)와 SIMPLE 해법을 사용한다.

2.1 직교속도 성분을 종속변수로 하는 차분법

이 해법은 종속변수로 직교속도 성분을 그대로 사용하는 방법으로 복잡한 곡률향이 포함되지 않아 코드의 개발이 간편하다.

다음은 2차원 유동에서의 직교좌표계에 대한 운동량방정식의 이산화방정식을 나타낸다.

$$a_p u_p = \sum a_{nb} u_{nb} - \sqrt{g} g(\xi, x, \xi + \eta, x, \eta) + \sqrt{g} S_u \quad (1)$$

$$a_p v_p = \sum a_{nb} v_{nb} - \sqrt{g} g(\xi, y, \xi + \eta, y, \eta) + \sqrt{g} S_v \quad (2)$$

여기서 ξ, η 는 각각 일반 좌표 방향을 의미한다. 또한 압력수정방정식의 최종형태는 다음과

같다. 이 과정 중 압력수정량의 비대각 성분은 무시되었다.

$$a_P \dot{p}'_P = a_E \dot{p}'_E + a_W \dot{p}'_W + a_N \dot{p}'_N + a_S \dot{p}'_S + b \quad (3)$$

$$b = -(\rho \widehat{U}^{\xi})^*_e + (\rho \widehat{U}^{\xi})^*_w - (\rho \widehat{U}^{\eta})^*_n + (\rho \widehat{U}^{\eta})^*_s \quad (4)$$

여기서 질량생성항 b 에 포함된 반변속도 성분 \widehat{U}^i 들은 제어체적의 표면에 저장되며 위의 압력수정 방정식을 풀어 계산된 압력수정 값으로 이 반변속도 성분을 수정한 후 직교속도 성분으로 역 변환하게 된다.

2.2 공변속도 성분을 종속변수로 하는 차분법

이 해법은 종속변수를 제어체적의 표면에 저장하고 직교속도 성분들은 격자점 위에 기억시키는 방법으로 다음의 최종식을 얻는다.

$$a_P u_{\xi, P} = \sum a_{nb} u_{\xi, nb} - \frac{\sqrt{g}}{h_{\xi}} p_{, \xi} + b_{\xi} + \sum a_{nb} (u'_{\xi, nb} - u_{\xi, nb}) \quad (5)$$

$$a_P u_{\eta, P} = \sum a_{nb} u_{\eta, nb} - \frac{\sqrt{g}}{h_{\eta}} p_{, \eta} + b_{\eta} + \sum a_{nb} (u'_{\eta, nb} - u_{\eta, nb}) \quad (6)$$

이 식에서 $u'_{\xi, nb}$, $u'_{\eta, nb}$ 는 격자점 P 의 물리적 공변속도 성분과 평행한 방향의 주변 격자점의 속도 성분을 나타내며 생성항 b_{ξ} , b_{η} 에는 비직교항과 그 외의 생성항들이 포함된다.

공변속도 성분에 대한 최종의 압력수정방정식은 다음과 같다.

$$a_P \dot{p}'_P = a_E \dot{p}'_E + a_W \dot{p}'_W + a_N \dot{p}'_N + a_S \dot{p}'_S + b + b_{NO} \quad (7)$$

여기서

$$b = -\{ \alpha_{\xi, e} (\rho u_{\xi})^*_e - \alpha_{\xi, w} (\rho u_{\xi})^*_w + \alpha_{\eta, n} (\rho u_{\eta})^*_n - \alpha_{\eta, s} (\rho u_{\eta})^*_s \} \quad (8)$$

$$b_{NO} = -\{ (\beta_{\xi} \rho^* u_{\eta}^0)_e - (\beta_{\xi} \rho^* u_{\eta}^0)_w + (\beta_{\eta} \rho^* u_{\xi}^0)_n - (\beta_{\eta} \rho^* u_{\xi}^0)_s \} \quad (9)$$

여기서 b , b_{NO} 는 잔류질량 생성항을 나타내며

특히 b_{NO} 는 비직교 좌표계로 인해 발생하는 항이 된다. 또 b_{NO} 중에 포함된 속도의 상첨자 o 는 현재의 계산단계에서 이전에 압력수정방정식을 풀어 얻어진 속도장으로부터 계산되는 생성항을 나타낸다

2.3 반변속도 성분을 종속변수로 하는 차분법

직교속도 성분에 대한 차분방정식 식 (3),(4)를 직교속도 성분과 물리적 반변속도 성분에 대한 관계식에 대입하면 다음과 같은 물리적 반변속도 성분에 대한 차분방정식을 얻어진다.

$$a_P u_{\xi}^{\xi} = \sum a_{nb} u_{nb}^{\xi} - \frac{\sqrt{g}}{g^{11}} (g^{11} p_{, \xi} + g^{12} p_{, \eta}) + \sum a_{nb} (u_{nb}^{\xi} - u_{nb}^{\xi}) + S^{\xi} \quad (10)$$

$$a_P u_{\eta}^{\eta} = \sum a_{nb} u_{nb}^{\eta} - \frac{\sqrt{g}}{g^{22}} (g^{21} p_{, \xi} + g^{22} p_{, \eta}) + \sum a_{nb} (u_{nb}^{\eta} - u_{nb}^{\eta}) + S^{\eta} \quad (11)$$

여기서 u_{nb}^{ξ} , u_{nb}^{η} 는 격자점 P 에서의 물리적 반변속도 성분에 평행한 주변 격자점에서의 속도 성분이다.

직교속도 성분에 대한 압력수정방정식의 유도과정에서와 마찬가지로 주변 격자점의 비대각 성분을 무시하면 반변속도 성분에 대한 압력수정방정식을 구할 수 있다.

$$a_P \dot{p}'_P = a_E \dot{p}'_E + a_W \dot{p}'_W + a_N \dot{p}'_N + a_S \dot{p}'_S + b \quad (12)$$

$$b = -(\rho \widehat{U}^{\xi})^*_e + (\rho \widehat{U}^{\xi})^*_w - (\rho \widehat{U}^{\eta})^*_n + (\rho \widehat{U}^{\eta})^*_s \quad (13)$$

3. 결과 및 토론

본 연구에서는 운동량 방정식에서의 종속변수로서 세가지 속도 성분 즉, 직교속도 성분, 물리적 공변속도 성분, 물리적 반변속도 성분을 이용하여 계산을 수행하였다.

전산해석에 사용된 형상은 유동장 내에 위치한 실린더 주위의 유동과 캐버티 유동이다. 실린더 주위의 유동은 정상상태로 가정하여 반원에 대해서만 격자를 생성하여 계산하였고 대칭이라고 가정하였다. 경사 캐버티 유동의 경우는 경사각도

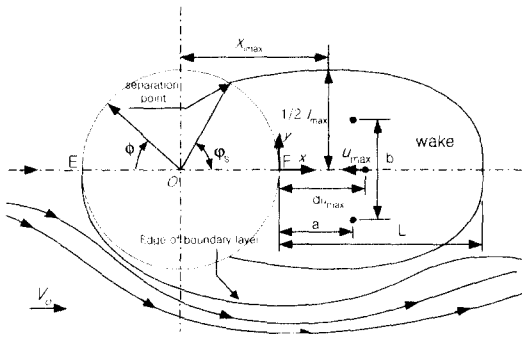


Fig. 1 Geometrical parameters of the closed wake

에 따라 결과를 검토하였다.

3.1 실린더 주위 유동

실린더의 주위 부분은 격자가 다른 부분에 비해 많이 휘어지게 되므로 이 부분에서의 계산이 정확히 되는가 하는 것이 해의 정확도에 영향을 미치고, 어느 속도 성분이 정확한가를 판단할 수 있다. 따라서 후류 영역에서의 유동특성은 해의 정확성을 검증하는데 유용하다. Fig. 4에 실린더 유동의 개략도와 후류의 특성을 나타내는 매개변수들의 정의를 나타내었다.

레이놀즈수가 20, 40인 경우의 실린더 후류의 대칭면 속도와 레이놀즈수가 10, 20, 30, 40인 경우에 후류의 길이, 역류의 최대속도와 그 위치, 박리각(separation angle, ϕ_s), 와의 최대두께와 그 위치($X_{1/2max}$), 실린더 표면의 압력계수 등을 비교하였다.

사용된 격자 개수는 주유동 방향과 그에 수직 한 방향으로 126×66 으로 하였으며, 계산 영역은 실린더의 상류는 실린더로부터 실린더 지름의 20 배, 하류 쪽은 30배, 상부는 20배로 잡았다. 상류는 유체가 일정 속도로 유입되도록 하였으며 상부는 실린더의 영향이 없다는 전제 하에 상류 속도와 같은 주유동 방향 속도를, 경계면에 수직한 방향 속도 성분은 0의 값을 주었다. 실린더 표면에서는 점착조건(no-slip condition)을, 대칭면에서는 대칭면에 수직한 방향으로 구배가 0인 조건을 주었다.

Fig. 2는 레이놀즈수가 20인 경우의 실린더 뒷부분 대칭축의 속도를 무차원화하여 구한 것이다. $u/V_0=0$ 아래의 부분이 후류 영역으로 역

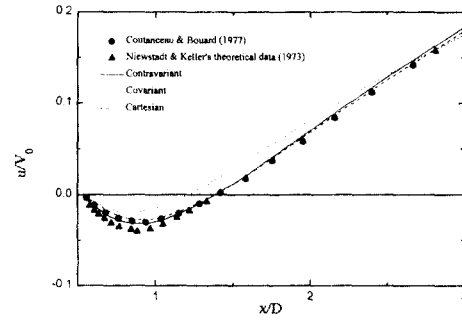


Fig. 2 Velocity distribution on the flow axis behind the cylinder for $Re=20$

류가 존재하는 부분이다. 그리고, $u/V_0=0$ 이 되는 부분이 후류 영역이 끝나는 지점으로 그때까지의 x 축의 길이가 후류 길이가 된다. 반복계산 횟수는 3000번으로 하였고, 대류항 차분법은 수정 QUICK 도법을 사용하였다. 질량잔차는 직교 속도 성분과 반변속도 성분의 경우는 10^{-5} 이하까지 감소하지만 공변속도 성분의 경우에는 10^{-3} 이하로 감소하지 않았다.

이 그림에서 직교속도 성분과 반변속도 성분을 이용해서 구한 결과가 기존 결과와 유사했고, 공변속도 성분을 이용해서 구한 결과는 상당한 차이가 있는 것을 알 수 있다. 실린더 뒷부분의 역류의 강도는 직교속도 성분에 비해 반변속도 성분으로 구한 값이 약간 강하고, 더 나은 결과가 나온 것으로 보여진다. 역류가 생기는 부분을 지나면 속도가 회복되는 영역이 시작되는데, 그 부분에서는 직교속도 성분이 기존의 값에 근접하는 것을 볼 수 있다.

Fig. 3은 레이놀즈수 변화에 따른 박리각의 변화를 도시한 것이다. 공변속도 성분의 경우에는 레이놀즈수가 증가함에 따라 다른 성분들보다 박리각이 더 크게 예측됨을 알 수 있다. 반변속도의 경우에는 Niewstadt 등⁽⁸⁾의 결과와 일치하는 것을 볼 수 있고, 직교속도 성분의 경우도 기존의 실험이나 계산과 유사한 결과를 보이고 있다.

Fig. 4는 실린더 뒷부분의 대칭축을 따라 후류 영역에서 발생하는 역류 중 최대속도를 레이놀즈수 변화에 따라서 도시한 것이다. 후류에서의 최대 속도는 레이놀즈수에 비례하여 증가하는데 반변속도 성분의 계산이 기존의 실험 결과와 가장

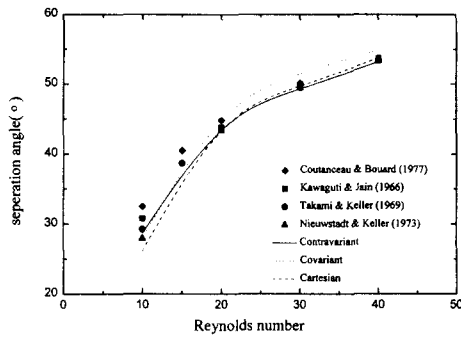


Fig. 3 The separation angle(φ_s) plotted against Re

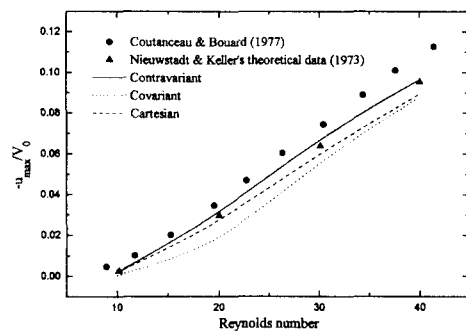


Fig. 4 Evolution of the maximum velocity against Re on the rear flow axis in the closed wake of the cylinder

유사한 결과를 보였고, 직교속도 성분의 경우는 레이놀즈수가 증가할수록 실험결과에서 멀어지는 것으로 나타났다. 한편, 공변속도의 경우는 레이놀즈수가 10인 경우를 제외하고 가장 부정확한 결과를 보이고 있다.

Fig. 5는 최대속도의 위치를 레이놀즈수의 변화에 따라서 무차원화해서 나타낸 그림이다. 반변속도 성분과 직교속도 성분의 경우는 레이놀즈수가 10인 경우를 제외하고는 일치하는 경향을 보이고 있으며, 레이놀즈수가 30인 경우에는 기존의 결과에 비해 낮은 값을 예측하고 있다. 공변속도의 경우에 증가하는 형태는 비슷하지만, 절대값이 작은 경향을 보이고 있다. 이것은 후류의 길이가 짧아짐으로 인해 최대속도의 위치도 같이 짧아진 것이라 생각된다.

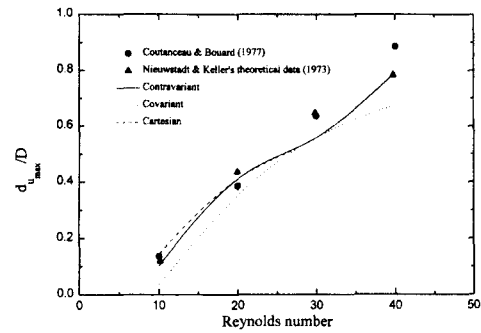


Fig. 5 Location of maximum velocity

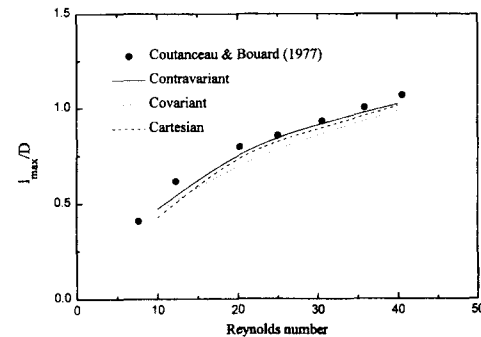


Fig. 6 Maximum width of wake

Fig. 6은 와에서의 최대 두께를 레이놀즈수의 변화에 따라 나타낸 것이다. 레이놀즈수가 증가할수록 와의 최대두께도 역시 두꺼워지는데, 선형적으로 증가하지는 않고 완만하게 곡선을 그리며 증가하고 있는 경향을 볼 수 있다. 반변속도 성분의 경우가 Coutanceau 등⁽⁷⁾의 결과에 근접하게 예측하고 있으며, 직교속도 성분은 그보다 약간 작은 값을 예측하고 있다. 그리고, 공변속도 성분은 역시 가장 작은 와의 두께를 예측하고 있다.

Fig. 7은 압력계수($C_p = 2(p - p_\infty) / \rho V_0^2$)의 변화를 각도(ϕ)에 따라 나타낸 것이다. 공변속도 성분은 너무 큰 값을 예측하고 있고, 반변속도 성분과 직교속도 성분은 기존의 결과들과 비슷한 값이 예측되었다. 공변속도의 경우는 실린더 주위의 압력이 다른 두 경우보다 크게 예측되었기 때문인데, 이것은 실린더의 전방과 후방 부근의

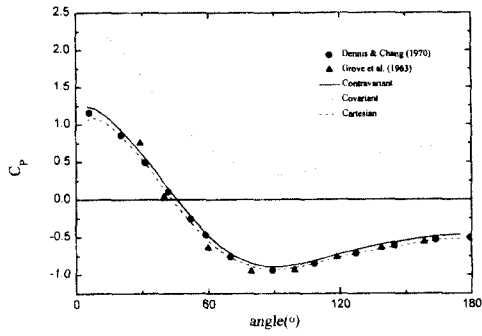


Fig. 7 Pressure coefficient on the cylinder surface at $Re=40$

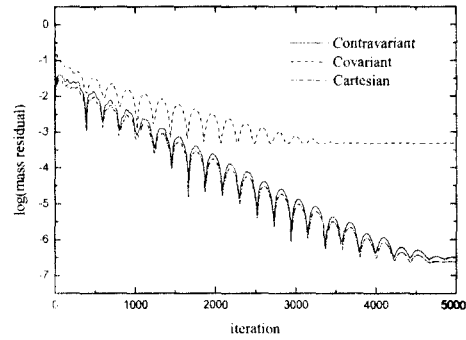


Fig. 9 Convergence history for cavity at $\theta=30^\circ$ (80×80 grid)

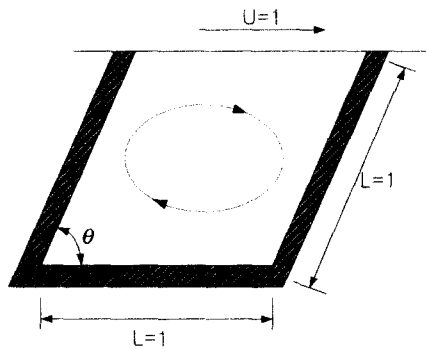


Fig. 8 Schematic of skewed driven cavity

격자의 심한 비직교 때문에, 공변속도의 압력수정방정식에서 부정확한 압력수정을 함으로서 다른 두 경우보다 압력계수가 상승한 것이다.

3.2 경사 캐버티 유동

세가지 속도 성분의 경우에 수렴속도와 정확성을 시험하기 위해서 일반적으로 많이 이용하는 경사 캐버티 유동의 벽면에 경사각을 변화시키면서 계산을 수행하였다. 각도 (θ)는 90° , 60° , 45° , 30° 인 경우의 4가지로 선정하였다.

내류항에 대한 차분법은 멱승차분도법(power-law scheme)을 이용하였고 격자계는 80×80 , 엇갈림 격자계를 이용하였다. 레이놀즈수는 100으로 하였고 행렬해법은 TDMA, 한번의 반복계산마다 압력수정방정식은 두 번씩 풀었다. Fig. 11은 경사 캐버티 유동의 개략도이다.

Fig. 9에 격자의 각도가 30° 인 경우에 세가지

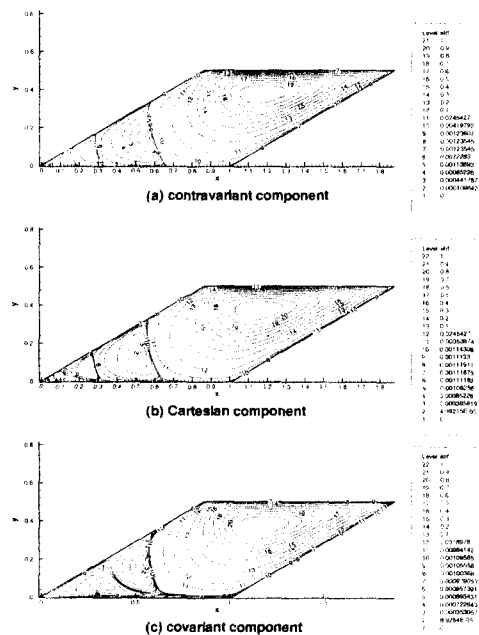


Fig. 10 Streamlines for the skewed driven cavity flow of $\theta=30^\circ$ (80×80 grid)

속도 성분의 수렴 선도를 나타내었다. 다른 경사 각도에 대하여는 여기서 나타내지 않았으나 직교 속도 성분과 반변속도 성분은 각도에 따라 별다른 변화 없이 질량잔차가 10^{-7} 까지 감소하고, 4000번 정도에서 수렴하지만 공변속도 성분의 경우는 최종 질량잔차는 다른 두 경우보다 크게 나타났다. 이것은 김과 최⁽⁶⁾의 연구에서 지적된 바와 같이 격자의 비직교성에 의한 것이다.

Table 1 The location of vortex center at $\theta = 30^\circ$

	Contravariant		Covariant		Cartesian	
	x	y	x	y	x	y
1st vortex	0.049	0.010			0.036	0.010
2nd vortex	0.144	0.035			0.082	0.029
3rd vortex	0.264	0.071	0.350	0.057	0.256	0.069
4th vortex	0.530	0.146	0.523	0.159	0.520	0.142
5th vortex	1.168	0.381	1.167	0.382	1.142	0.376

Fig. 10은 각도가 30° 인 경우에 0~1 사이의 값을 가지도록 무차원된 유선 함수 분포를 나타낸 것이다. 이때 가장 큰 와류 중심에서의 유선 함수 값이 중요한데 반변속도와 공변속도 성분의 경우에는 0.053과 0.054이며 직교속도 성분의 경우에는 0.038로 무차원화 되었다. 이것은 직교속도 성분의 경우가 가장 작은 와의 강도를 나타내고 있으며 반변속도와 공변속도는 거의 같은 강도를 나타내고 있다. 경사 캐버티에 대한 실험자료가 없기 때문에 어떤 결과가 정확한 것인지 알 수 없다.

그러나 반변속도의 경우는 질량잔차가 충분히 감소하지 않았기 때문에 가장 큰 와의 위치와 강도는 비교적 정확히 모사하고 있지만 약한 강도를 갖는 모서리의 와들을 정확히 모사하지 못한 것으로 판단되며 직교속도 성분의 경우에는 계산과정 중에 운동량 방정식에서는 직교속도 성분을 구하고, 압력방정식에서는 반변속도 성분을 사용하면서 두 속도성분간의 변환을 매 단계마다 해주어야 하기 때문에 이때 오차가 발생할 수 있다. 따라서 이에 대한 연구가 필요하다.

경사 캐버티에서 발생하는 와의 개수는 Peric⁽⁵⁾에 의하면 격자의 각도가 30° 인 경우는 5개가 생긴다고 하였다. 세 가지 속도 성분에 대해서 실제로 계산한 결과는 반변속도 성분과 직교속도 성분으로 한 것은 와가 5개가 발생했으나 공변속도 성분으로 한 것은 3개만 예측되었다.

이는 그림의 모서리에서 발생하는 와류의 유선 함수는 약한 와류이므로 유선 함수간의 차이가 매우 작는데 반변속도 (a)와 직교속도 (b)의 경우는 와의 작은 차이까지 예측하고 있는 반면에 (c)의 공변속도 성분의 경우는 질량잔차가 충분히

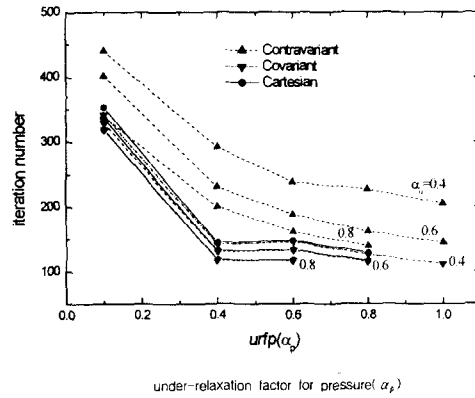


Fig. 11 Convergence properties for the cavity flow of $\theta = 30^\circ$ (80×80 grid)

감소하지 않기 때문에 이러한 작은 차이를 예측하지 못하고 있다.

또한 비교를 위하여 발생한 와의 위치를 Table 1에 세 가지 속도 성분에 의한 와 중심의 위치를 나타내었다. 5번째 와의 중심 좌표를 비교할 때, 반변성분이나 공변성분의 결과는 거의 같게 나타났으나 직교속도 성분의 경우는 다른 두 경우와 차이를 보이고 있다.

Table 1에서 와의 순서는 왼쪽 아래쪽 모서리부터 헤아린 것인데, 반변속도 성분과 직교속도 성분의 경우는 왼쪽 모서리의 작은 와들의 위치는 약간의 차이가 있고, 크기가 큰 와의 경우는 크게 차이가 나지 않는 것을 알 수 있다. 공변속도의 경우는 4번째와 5번째 와의 위치는 반변속도와 비슷한 위치의 값을 가진다.

Fig. 11은 각도가 30° 인 경우에 속도(α_u)와 압력(α_p)에 대한 하향이완계수를 변화시켜 가면서 어떻게 수렴이 진행되어 가는지를 도시한 것이다. 앞서 설명한 바와 같이 직교속도 성분과 반변속도 성분의 경우, 압력수정방정식의 유도과정 중에 주변 격자점의 수정량과 압력수정의 비대각 성분 항들이 생략되었기 때문에 계산된 압력수정량이 크게 예측되며 따라서 반드시 하향이완계수를 이용하여 값을 조정해 주어야 한다.

여기서는 수렴범위를 질량잔차가 10^{-4} 이하로 떨어진 경우에 수렴했다고 보고, 결과를 비교하였다. 계산한 하향이완계수의 범위는 α_u 가 0.4, 0.6, 0.8인 세 가지 경우에 대해서 α_p 를 0.1, 0.4,

0.6, 0.8, 1.0인 다섯 가지로 변화시켜가면서 수렴성을 비교해 보았다. 전체적인 경향은 α_u 가 증가할수록 수렴 범위가 좁아지지만, 수렴하는 범위 내에서 수렴하는 반복계산 수는 짧아지고 있다. 직교속도 성분과 반변속도 성분은 반복계산 수도 비슷하고, 수렴 범위도 비슷하였다. 그리고, 공변속도 성분은 다른 속도 성분에 비해서 수렴하는데 시간은 더 걸리지만, 수렴범위는 오히려 넓은 것으로 나타났다. 그러나 다른 속도 성분의 경우는 수렴하게 되면 10^{-7} 정도까지 내려가지만, 공변속도 성분의 경우는 10^{-4} - 10^{-5} 정도까지 밖에 떨어지지 않기 때문에 해의 정확성에 문제가 있을 수도 있다는 단점이 있다. 또, 공변속도 성분은 격자의 비직교 정도에 민감하기 때문에 격자의 비직교가 클수록 수렴해를 얻기 어려운 경향이 있다. 공변속도 성분이 α_p 가 높은 경우에도 발산하지 않는 것은 압력수정방정식의 대각원소 우세성이 유지되기 때문이다.

4. 결론

운동량방정식의 종속변수로서 적합한 속도 성분을 찾기 위해 세가지 속도성분 즉, 직교속도 성분, 물리적 공변속도 성분과 물리적 반변속도 성분에 대해서 실린더주위의 유동과 경사진 캐버티 유동에서 계산을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

물리적 공변속도 성분을 이용한 해법은 경사 캐버티 유동과 같은 격자의 비직교가 심한 경우에는 수렴성과 정확성이 떨어진다. 그러나 이 방법은 경사 캐버티 유동의 경우에 하향이완계수를 크게 해도 다른 속도 성분보다 수렴하는 범위가 넓었다. 그것은 압력수정방정식을 풀 때 비대각 성분들을 생략하지 않았기 때문이다.

물리적 반변속도 성분과 직교속도 성분을 이용한 해법은 압력수정방정식에서 질량잔차의 계산이나, 비직교 성분을 생략한다는 가정도 같고, 속도수정도 반변속도로 하는 등 계산 과정이 비슷하므로 실린더 주위의 유동이나 경사 캐버티 유동에서 수렴 과정과 정확도는 비슷하게 나타났으나 경사 캐버티 유동의 경우에 차이를 보였다.

참고문헌

- (1) Shyy, W., Tong, S. S. and Correa, S. M., 1985, "Numerical Recirculating Flow Calculation Using a Body-Fitted Coordinate System," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 8, pp. 99~113.
- (2) Braaten, M. and Shyy, W., 1986, "A Study of Recirculating Flow Computation Using A Body-Fitted Coordinates: Consistency Aspects and Mesh Skewness," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 9, pp. 559~574.
- (3) Karki, K. C. and Patankar, S. V., 1988, "Calculation Procedure for Viscous Incompressible Flows in Complex Geometries," *Numerical Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 295~307.
- (4) Demirdzic, I., Gosman, A. D., Issa, R. I. and Peric, M., 1987, "A Calculation Procedure for Turbulent Flow in Complex Geometries," *Computers and Fluids*, Vol. 15, No. 3, pp. 251~273.
- (5) Peric, M., 1990, "Analysis of Pressure-Velocity Coupling on Nonorthogonal Grids," *Numerical Heat Transfer, Part B*, Vol. 17, pp. 63~82.
- (6) 김원갑, 최영돈, 1999, "전산유체역학을 위한 일반 곡률좌표계에서 운동량 방정식의 종속변수 선정에 관한 연구," 대한기계학회 논문집 B권, 제23권, 제2호, pp. 198~209.
- (7) Coutanceau, M. and Bouard, R., 1977, "Experimental Determination of the Main Features of Viscous Flow in the Wake of a Circular Cylinder in Uniform Translation. Part 1. Steady Flow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 79, Part 2, pp. 231~256.
- (8) Nieuwstadt, F. and Keller, H. B., 1973, "Viscous Flow past Circular Cylinders," *Computers and Fluids*, Vol. 1, pp. 59~71.
- (9) Kawaguti, M. and Jain, P. C., 1966, "Numerical Study of a Viscous Fluid Flow past a Circular Cylinder," *Journal of Physical Society of Japan*, Vol. 21, pp. 2055.
- (10) Takami, H. and Keller, H. B., 1969, "Study Two-dimensional Viscous Flow of an Incompressible Fluid past a Circular Cylinder," *Physics of Fluids (Suppl. II)*, Vol. 12, pp. 51.
- (11) Dennis, S. C. R. and Chang, G. Z., 1970,

"Numerical Solutions for Steady Flow past a Circular Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 42, pp. 471~489.

(12) Grove, A. S., Shair, F. H., Petersen, E. E. and

Acrivos, A., 1964, "An Experimental Investigation of the Steady Separated Flow past a Circular Cylinder," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 19, pp. 60~80.