

## 論文

## 복합재 적층판의 자유단 층간분리의 평가

김인권\*\* · 공창덕\* · 방조혁\*\*

## Evaluation of Free-Edge Delamination in Composite Laminates

In Gwon Kim\*\*, Chang Duk Kong\*, and Jo Hyug Bang\*\*

## ABSTRACT

A simplified method for determining the three mode(I, II, III) components of the strain energy release rate of free-edge delaminations in composite laminates is proposed. The interlaminar stresses are evaluated using the interface moment and the interface shear forces which are obtained from the equilibrium equations at the interface between the adjacent layers. Deformation of an edge-delaminated laminate is analysed by using a generalized quasi-three dimensional classical laminated plate theory. The analysis provides closed-form expression for the three components of the strain energy release rate. The analyses are performed for composite laminates subjected to uniaxial tension, with free-edge delaminations located symmetrically and asymmetrically with respect to the laminate midplane. The analysis results agreed with a finite element solution using the virtual crack closure technique.

## 초 록

복합재 적층판의 자유단 층간분리의 모드별 변형률 에너지 해방률을 구하는 간이 계산법을 제안하였다. 층간응력은 층간에서의 평형식으로부터 층간모멘트와 층간전단력으로 평가하였다. 적층판 자유단 층간분리의 변형은 일반화된 준3차원 고전적층이론에 의하여 계산하였다. 이 간이 계산법은 변형률 에너지 해방률의 세성분을 구하는 간편한 식으로 나타내었다. 복합재 적층판이 일축인장을 받는 경우에 대하여 적층판 중앙면에 대칭과 비대칭인 층간분리가 발생한 경우에 대하여 해석을 행하였다. 해석결과는 가상분리진전법에 의한 유한요소해석결과와 잘 일치하였다.

## 1. 서 론

일축 인장하중을 받는 복합재 적층판의 자유단 (free-edge) 근방에 발생하는 층간응력으로 인하여 Fig. 1과 같은 층간분리(delamination)가 발생하여 결국, 적층판의 강성이나 강도를 저하시킨다. 이러한 자유단 층간분리의 발생 및 진전을 정량적으로 평가하기 위해 Rybicki 등[1]은 유한요소법을 이용하여 변형률

에너지 해방률(이하, 에너지 해방률로 칭함)을 계산하는 가상 균열닫힘방법(virtual crack closure technique)을 제안하였다.

그후, Wang 등[2]을 시작으로 이 방법을 이용한 많은 연구가 진전되었다. 한편, O'Brien[3]은 고전적층이론을 이용하여 자유단 층간분리의 에너지 해방률을 구하는 간이계산법을 제안하였다.

또한, Aoki 등[4]은 고전적층 이론과 J적분을 조합

\*\* 조선대학교 항공우주공학과, 교신전자(E-mail: inkkim@mail.chosun.ac.kr)

\* 조선대학교 항공우주공학과

\*\* 조선대학교 대학원 항공우주공학과

하여 모드 I의 에너지 해방률을 구하는 방법을 제안하였고, Armanios 등[5]은 모드 II와 모드 III에 대한 에너지 해방률을 먼저 구한 다음, 전체 에너지 해방률과의 차이로부터 모드 I의 값을 구하는 방법을 제안하였다. 그리고, Pipes와 Pagano[6]는 자유단 근방에 발생하는 층간분리를 준 3차원 상태로 해석하였다. 그후, Raju 등[7]이 이 방법을 확장해서 에너지 해방률을 계산하는데 이용하였다.

본 연구에서는 복합재 적층판이 일축 인장하중을 받는 경우, 고전적층 이론을 확장한 일반화된 준3차원 고전적층 이론(GQ3D-CLT)에 의한 간이계산법을 개발함으로써 각 모드별 에너지 해방률을 구하는 간이계산법을 제안하고 또한, 간이계산법의 결과와 가상 균열 닫힘 방법을 이용한 일반화된 준3차원 유한요소해석(Generalized Quasi-Three Dimensional Finite Element Method : GQ3D-FEM)에 의한 결과를 비교함으로써 간이계산법의 유용성을 증명하고, 수치해석의 예로서는 대칭 적층판의 증양면에 자유단 층간 분리가 비대칭으로 발생한 경우와, 또한, 기존해가 존재하는 문제로서 Aoki[4]가 해석한 적층판과, Li[10]가 해석한 반대칭 적층판의 경우에 대하여도 에너지 해방률을 계산하여 비교 검토한다.

## 2. 해석

### 2.1 층간응력의 간접적 평가

Fig. 1과 같이 일축 인장하중을 받는 복합재적층판의 각 층간에는 자유단에서 적층판의 판 두께 정도의 범위에서 층간응력  $\sigma_z$ ,  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ 가 발생한다.

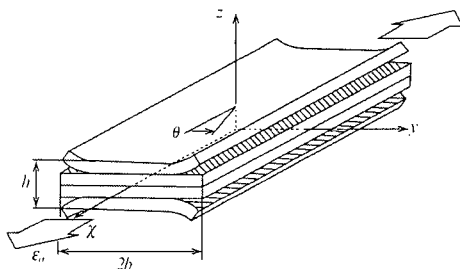


Fig. 1 A laminate with free-edge delaminations and its coordinate system.

이들 층간응력은 자유단에서 특이성을 갖는다고 알려져 있다. 본 연구에서는 이들의 층간응력을 직접 구하지 않고, 층간 합응력으로서 간접적으로 평가하기로 한다. Fig. 2에 나타낸 바와 같이  $z = z_i$  인 층간에서의 평형식으로부터 층간모멘트  $m(z_i)$ [9]와 층간 전단력  $q_y(z_i)$ ,  $q_x(z_i)$ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$m(z_i) = \int_{z_i}^{\frac{h}{2}} \bar{\sigma}_y(z)(z-z_i)dz \quad (1)$$

$$q_y(z_i) = - \int_{z_i}^{\frac{h}{2}} \bar{\sigma}_y(z)dz \quad (2)$$

$$q_x(z_i) = - \int_{z_i}^{\frac{h}{2}} \bar{\tau}_{xy}(z)dz \quad (3)$$

층간 모멘트  $m(z_i)$ 는 층간응력  $\sigma_z$ 에 의하여 발생하며, 층간 전단력  $q_y(z_i)$ ,  $q_x(z_i)$ 는 각층의 전단응력  $\tau_{yz}$ ,  $\tau_{zx}$ 에 의해 발생한다.

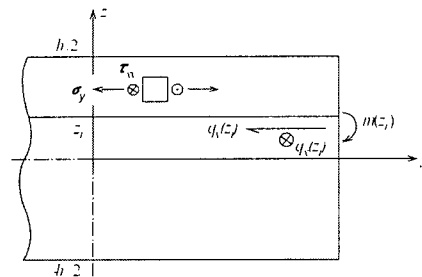


Fig. 2 Definition of interface moment and interface shear forces.

### 2.2 일반화된 준3차원 고전적층 이론 (GQ3D-CLT)

Fig. 1에서 한쪽 방향으로 매우 긴 적층판이 일정한 인장 변형률을 받더라도  $yz$ 단면의 재질특성과 형상 및 하중조건이 변하지 않는다고 가정하면, 적층판의 변형률은 모두  $y$ 와  $z$ 만의 함수로 표현할 수 있는 일반화된 준3차원 상태로 된다.

또한 적층판의 변형률이 미소하다고 가정하면 다음과 같이 일반화된 준3차원 상태의 변위 식[8]을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned}
 u(x,y,z) &= U(y,z) + (C_1 + C_2 z)x \\
 v(x,y,z) &= V(y,z) + C_3 zx \\
 w(x,y,z) &= W(y,z) - \left(\frac{1}{2}C_2 x + C_3 y\right)x
 \end{aligned}
 \tag{4}$$

단,  $C_2$ 는 적층판의 굽힘계수,  $C_1$ 은 x방향의 연신계수,  $C_3$ 는 x축에 관한 비틀림률을 나타내고,  $U(y,z)$ ,  $V(y,z)$ ,  $W(y,z)$ 는 각각 yz평면상의 한 점에서 x, y, z축 방향의 변위성분을 나타낸다.

한편, 고전적층 이론에서 적층판의 변형률은 다음 식으로 주어진다.

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z\kappa_x, \quad \epsilon_y = \epsilon_y^0 + z\kappa_y, \quad \gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z\kappa_{xy}
 \tag{5}$$

여기서,

$$\epsilon_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x}, \quad \epsilon_y^0 = \frac{\partial v^0}{\partial y}, \quad \gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u^0}{\partial y} + \frac{\partial v^0}{\partial x}$$

이고, 적층판의 곡률  $\kappa_x$ ,  $\kappa_y$ ,  $\kappa_{xy}$ 는 다음 식으로 쓸 수 있다.

$$\kappa_x = -\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2}, \quad \kappa_y = \frac{\partial^2 w^0}{\partial y^2}, \quad \kappa_{xy} = -2 \frac{\partial^2 w^0}{\partial x \partial y}
 \tag{6}$$

이때,  $u^0$ ,  $v^0$ ,  $w^0$ 는  $z=0$ 인 적층판 중앙면의 변위를 나타낸다. 또한, 위 식들을 이용하여 k번째 층의 응력과 변형률의 관계식을 구하기 위해

$$\epsilon_x^0 = C_1 + C_4 y, \quad \epsilon_y^0 = C_1, \quad \kappa_x = C_2, \quad \kappa_{xy} = C_3
 \tag{7}$$

라고 하면,

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k &= \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{21} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} \\
 &+ y \begin{bmatrix} w_x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{Bmatrix}
 \end{aligned}
 \tag{8}$$

이다. 또한, 자유단 층간분리가 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 이 영역을 3개의 분할 적층판(sub laminate)으로 분할하면 다음과 같은 구성방정식을 얻을 수 있다.

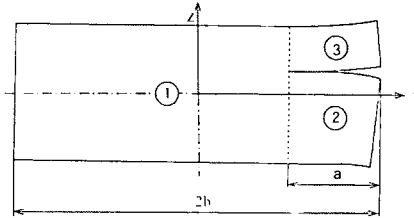


Fig. 3 Sublaminde description.

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \\ T_x \end{Bmatrix}^{(j)} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} & C_{11} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} & C_{12} \\ A_{16} & A_{22} & A_{26} & B_{16} & B_{26} & B_{66} & C_{16} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} & E_{11} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} & E_{12} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} & E_{16} \\ C_{11} & C_{12} & C_{16} & E_{11} & E_{12} & E_{16} & F_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \\ \omega_x \end{Bmatrix}
 \tag{9}$$

단,

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}^{(j)} = \int_{-y_1^{(j)}}^{y_2^{(j)}} \int_{-z_1^{(j)}}^{z_2^{(j)}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k dy dz
 \tag{10}$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix}^{(j)} = \int_{-y_1^{(j)}}^{y_2^{(j)}} \int_{y_1^{(j)}}^{y_2^{(j)}} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}_k z dy dz
 \tag{11}$$

$$T_x^{(j)} = \int_{-z_1^{(j)}}^{z_2^{(j)}} \int_{y_1^{(j)}}^{y_2^{(j)}} \sigma_{xz} dy dz
 \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 [A_i, B_i, D_i]^{(j)} &= (y_2^{(j)} - y_1^{(j)}) \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_i)_k \\
 [(z-z_{i-1}), \frac{1}{2}(z_i^2 - z_{i-1}^2), \frac{1}{3}(z_i^3 - z_{i-1}^3)] &
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 [C_i, E_i]^{(j)} &= \frac{1}{2}(y_2^{(j)} - y_1^{(j)}) \sum_{k=1}^N (\bar{Q}_i)_k \\
 [(z-z_{i-1}), \frac{1}{2}(z_i^2 - z_{i-1}^2)] &
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

$$F_{II}^{(i)} = \frac{1}{3}(y_2^{3(i)} - y_1^{3(i)}) \sum_{k=1}^{N^{(i)}} (\bar{Q}_k) (z_i - z_{i-1}) \quad (15)$$

여기서  $y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, z_1^{(i)}, z_2^{(i)}$ 은  $yz$ 평면에서 분할적층판 1의 좌표값이고,  $N^{(i)}$ 은 분할 적층판 1의 층수이다.

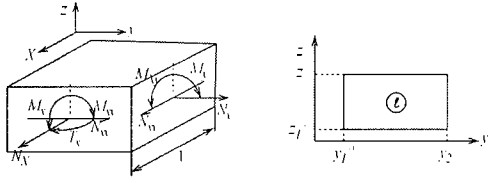


Fig. 4 Resultant forces and moments acting on the laminate with a finite width.

Fig. 4에 나타난 것과 같이 각 분할 적층판의 자유단에 가해지는 하중  $N_x, N_y$ 와 모멘트  $M_y$ 는 0이므로 분할 적층판 1의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} N_x \\ M_x \\ M_{xy} \\ T_x \end{bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} A'_{11} & B'_{11} & B'_{16} & C'_{11} \\ B'_{11} & D'_{11} & D'_{16} & E'_{11} \\ B'_{16} & D'_{16} & D'_{66} & E'_{16} \\ C'_{11} & E'_{11} & E'_{16} & F'_{66} \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \epsilon_0 \\ \kappa_x \\ \kappa_{xy} \\ \omega_x \end{bmatrix}^{(i)}$$

또는

$$\{\tilde{N}\}^{(i)} = [\tilde{H}]^{(i)} \{\tilde{C}\}^{(i)} \quad (16)$$

$$N_w^{(i)} = N_w^{(i)} = M_w^{(i)} = 0 \quad (17)$$

각 분할 적층판이 공유하는 점의 변위는 같으므로, 각 분할 적층판의 변형을 나타내는  $\tilde{C}^{(1)}, \tilde{C}^{(2)}, \tilde{C}^{(3)}$ 는 같음을 알 수 있다. 또한, 적층판 전체에 가해진 하중과 모멘트는 각 분할 적층판의 하중 및 모멘트의 합과 같다. 결국, 적층판 전체의 구성방정식은 다음과 같다.

$$\{\tilde{N}\}^{LAM} = [\tilde{H}]^{LAM} \{\tilde{C}\}^{LAM} \quad (18)$$

단,

$$\begin{aligned} \{\tilde{N}\}^{LAM} &= \{\tilde{N}\}^{(1)} + \{\tilde{N}\}^{(2)} + \{\tilde{N}\}^{(3)} \\ [\tilde{H}]^{LAM} &= [\tilde{H}]^{(1)} + [\tilde{H}]^{(2)} + [\tilde{H}]^{(3)} \\ \{\tilde{C}\}^{LAM} &= \{\tilde{C}\}^{(1)} = \{\tilde{C}\}^{(2)} = \{\tilde{C}\}^{(3)} \end{aligned} \quad (19)$$

이러한 구성방정식을 풀어서 구해진 분할 적층판의 변형을 나타내는  $\tilde{C}^{(1)}, \tilde{C}^{(2)}, \tilde{C}^{(3)}$ 를 식 (16)에 대입하면  $\tilde{N}^{(1)}, \tilde{N}^{(2)}, \tilde{N}^{(3)}$ 를 구할 수 있다. 또한, 식(17)을 고려하면 식(9)로부터 각 분할 적층판의 변형률  $\epsilon_y^{0(i)}, \gamma_{xy}^{0(i)}$ 과 곡률  $\kappa_y^{0(i)}$ 를 계산할 수 있다.

### 2.3 에너지 해방률의 간이계산법

Fig. 3에 나타난 자유단 층간분리의 에너지 해방률은 층간분리 진전에 따라 일정한 값에 수렴하는데, 이러한 수렴치를 구하기 위한 간이계산법은 다음과 같이 유도되었다.

자유단에 층간분리가 발생하고, 분리 길이가  $a$ 까지 진전하는 동안에 감소하는 적층판의 단위길이당 변형률 에너지를 다음과 같다.

$$U(a) = \frac{1}{2} (N_x^{LAM} \epsilon_0^{LAM} + M_x^{LAM} \kappa_x^{LAM} + M_{xy}^{LAM} \kappa_{xy}^{LAM} + T_{xy}^{LAM} \omega_{xy}^{LAM}) \quad (20)$$

가상 층간분리 길이를  $\Delta a$ 라 하면 층간분리 길이  $a$ 일 때의 전체(total) 에너지 해방률은 다음과 같다.

$$G(a) = - \frac{U(a + \Delta a) - U(a)}{\Delta a} \quad (21)$$

적층판의 자유단에 길이  $a$ 인 층간분리가 발생할 때 각 분할 적층판의 변형률  $\epsilon_y^{0(i)}, \gamma_{xy}^{0(i)}$ 과 곡률  $\kappa_y^{0(i)}$ 는 2.2절에서 계산된다. 또한, 길이  $a$ 인 층간분리가 진전됨에 따라 해방되는 적층판의 변형률 에너지를 모드별로 분리해서 나타낼 수 있다. 식(1)의 층간 모멘트  $m(z_i)$ 가 양(+)의 경우는,  $z = z_i$  층간에 모드 I에 대응하는 peeling 응력  $\sigma_2$ 가 발생하여, 모드 I의 층간분리가 발생할 경우, 층간분리의 개구각(開口角)은 분할 적층판 2와 분할 적층판 3의  $y$ 축에 대한 곡률의 차와 층간분리길이  $a$ 의 곱,  $[\kappa_y^{(3)} - \kappa_y^{(2)}] a$ 에 의해 구할 수 있다.

따라서, 길이  $a$ 인 개구형 층간분리가 발생하는 모드 I의 단위 길이 당 변형률 에너지  $U_I(a)$ 은 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$U_I(a) = \frac{1}{2} m(z_i) [-\kappa_y^{(3)} + \kappa_y^{(2)}] a \quad (22)$$

또한, 식(20)의 층간 전단력  $q_y(z_i)$ 는  $z = z_i$ 는 층

간에서 전단응력  $\tau_{xy}$ 에 의해 모드 II의 층간분리가 발생하는 경우, 층간분리의 면내 미끄럼변위량은 분할 적층판 2와 분할 적층판 3의 y축 방향의 수직 변형률의 차와 분리길이  $a$ 의 곱,  $[\epsilon_y^{(3)} - \epsilon_y^{(2)}] a$ 에 의해 구할 수 있다. 따라서 길이  $a$ 인 면내 전단형 분리가 발생하는 모드 II의 단위길이당 변형률 에너지  $U_{II}(a)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$U_{II}(a) = \frac{1}{2} q_y(z_i) [\epsilon_y^{(3)} - \epsilon_y^{(2)}] \quad (23)$$

유사한 방법으로, 식 (3)의 층간 전단력  $q_x(z_i)$ 는  $z = z_i$  층간에서 모드 III의 전단응력  $\tau_{xz}$ 에 의해 발생하는 힘이다.  $z = z_i$  층간에 모드 III의 층간분리가 발생하는 경우, 분리의 면의 갈라짐 변위량은 분할 적층판 2와 분할 적층판 3의 면내 전단 변형률의 차와 층간분리길이  $a$ 의 곱,  $[\gamma_{xy}^{(3)} - \gamma_{xy}^{(2)}] a$ 에 의해 구할 수 있다. 따라서, 길이  $a$ 인 면의 전단형 층간분리가 발생하는 모드 III의 단위 길이당 변형률 에너지  $U_{III}(a)$ 는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$U_{III}(a) = \frac{1}{2} q_x(z_i) [\gamma_{xy}^{(3)} - \gamma_{xy}^{(2)}] a \quad (24)$$

따라서, 식(22)~(24)로부터 층간분리가  $a$ 일 때, 모드 I, 모드 II, 모드 III의 에너지 해방률을 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} G_I(a) &= U_I(a) / a = \frac{1}{2} m(z_i) [-\kappa_{xy}^{(3)} + \kappa_y^{(2)}] \\ G_{II}(a) &= U_{II}(a) / a = \frac{1}{2} q_y(z_i) [\epsilon_y^{(3)} - \epsilon_y^{(2)}] \\ G_{III}(a) &= U_{III}(a) / a = \frac{1}{2} q_x(z_i) [\gamma_{xy}^{(3)} - \gamma_{xy}^{(2)}] \end{aligned} \quad (25)$$

2.4 해석한 문제와 모델

Fig. 5에 나타낸 바와 같이 간단한 적층구성 [30/-30/90]s 복합재 적층판 중앙면 위쪽 -30/90 층간에 비대칭 층간분리가 발생한 경우(a), Aoki 등이 해석한 [45/-45/0/90]s 적층판 각 층간에 자유단에 층간분리가 발생한 경우(b)와 Li가 해석한 [-40/+50<sub>2</sub>/-40/+40/-50<sub>2</sub>/+40] 반대칭 적층판의 -40/40 층간에 층간분리가 발생한 경우(c)를 해석하여 기존해와 각각 비교 검토

한다. 복합재 적층판이 일축 인장하중을 받는 경우, 고전적층 이론을 확장한 일반화된 준3차원 고전적층 이론에 의한 간이계산법으로 층간 분리의 모드별 에너지 해방률을 계산하였다. 이와 같이 계산된 층간분리의 모드별 에너지해방률을 가상 균열 닫힘 방법을 이용한 일반화된 준 3차원 유한요소법에 의한 결과와 비교하였다. 그리고, CFRP (carbon fiber reinforced plastics)의 한 방향 강화층의 탄성계수는 실험을 통해 얻어진 Table 1의 데이터를 이용하였다.

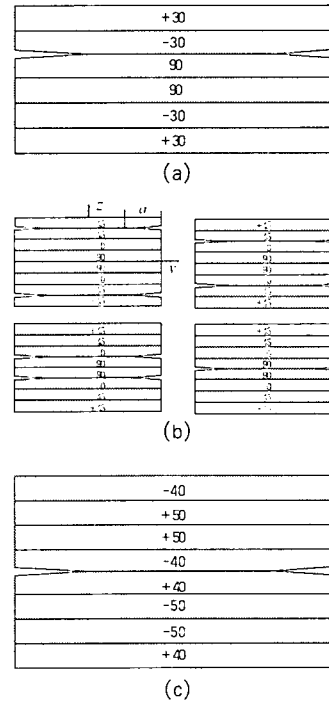


Fig. 5 Coordinate system of analyzed composite laminate.

Table. 1 Material properties and dimensions of the laminate

$E_f = 138.6\text{GPa}$	$E_f = 10.07\text{GPa}$
$G_{II} = 4.117\text{GPa}$	$G_{II} = 3.873\text{GPa}$
$\nu_{II} = 0.3200$	$\nu_{II} = 0.3000$
$b$ (Semi-width) = 15 mm	
$h$ (Laminate thickness) = $6b = 0.84$ mm	
$h$ (Ply thickness) = 0.14 mm	

$l$  denotes the direction and  $l$  denotes the transverse direction

### 3. 해석결과 및 고찰

Fig. 6은 각 적층판의 층간분리 균열선단에서의 에너지 해방률을 각 모드별로 층간분리의 전진길이에 따라 표시한 것이다. 그림에서 종축은 에너지 해방률  $G$ 를 인장 변형률  $\epsilon$ 의 제곱으로 나누어 정규화한 값이며, 횡축은 층간분리길이  $a$ 를 나타낸다. 에너지 해방률의 급격한 변화를 나타내는 곳에서는 적층판 단층두께의 1/4 ~1/2로 계산하면 그 정도가 좋다고 하는 Raju 등[7]의 이론을 토대로해서 본 연구에서는 적층판 단층두께 0.14mm의 약 36%에 해당하는 0.05mm로 계산하고, 에너지 해방률이 수렴하는 곳  $2 < a < 13$ (mm)에서는 0.1mm로 계산하였다.

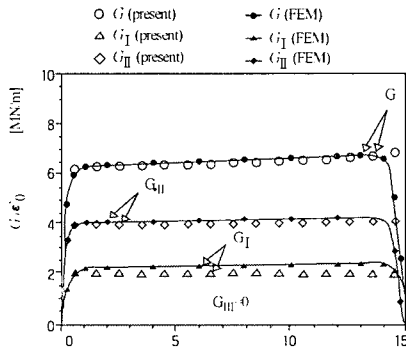


Fig. 6 Strain energy release rates for a [30/-30/90]<sub>s</sub> laminate with free-edge delaminations at -30/90 interface.

(1) [30/-30/90]<sub>s</sub> 적층판의 -30/90 층간에 층간분리가 비대칭으로 발생한 경우 간이 계산법의 식(25)로 구한 모드 I, 모드 II 성분의 모드별 에너지 해방률  $G_I$ ,  $G_{II}$ (Fig. 6의 Present)와 유한요소해석 결과(Fig. 6의 FEM)는 층간분리 길이가 적층판의 판 두께보다도 짧을 때, 또는 충분히 성장했을 경우의 에너지 해방률의 급격한 변화를 제외하고는 잘 일치하였다.

모드 III인  $G_{III}$ 의 성분은 각각 0이다. 식(21)로 구한 전체(total) 에너지 해방률  $G$ 도 층간분리 길이가 적층판의 판 두께 범위보다도 짧을 때, 또는 충분히 성장했을 경우의 에너지 해방률의 급격한 변화를 제외하고는 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. 간이계산법에서의 전체 에너지 해방률은 각 모드의 합으로 구하지 않고 식(21)에 의해 구하였다.

(2) [45/-45/0/90]<sub>s</sub> 적층판 각 층간에 층간분리가 발생한 경우 본 간이계산법의 결과(Table 2a)는 간이계산법의 타당성의 검증을 위해 해석한 유한요소해석 결과(Table 2a FEM)와 비교하면 적층판 중앙면에서 떨어진 곳에서는 정도가 좋지만, 가까운 0/90 층간에서는  $G_I$ 을 1/2정도로 과소 평가하는 경향이 있으나, 에너지 해방률을 모드별로 계산할 수 있으므로 각 층간에서 어느 모드가 층간분리의 발생 및 진전에 크게 기여하는지를 예측할 수 있다. 또한, Aoki 등[4]의 간이계산법의 결과(Table 2b)는 적층판의 중앙 면에서 떨어진 곳에 따라 과대 평가하는 경향이 있다. 특히, 중앙면에서 아주 떨어진 +45/-45 층간에서는 유한요소해석 결과(Table 2b FEM)와 비교하면  $G_I$ 을 10배 정도 과대평가 되었다. 그리고, Aoki 등의 간이계산법은 모드 II 및 모드 III성분의 에너지 해방률은 분리 계산할 수 없는 문제점이 있다.

Table. 2 Comparison between Aoki's result(b)[4] and the present result(a)

a)

Delaminated Interface	Simplified Method (present)			
	$G/\epsilon_0$ :[MN/m]	$G_I/G$	$G_{II}/G$	$G_{III}/G$
+ 45/-45	2.159	0.0000	0.1273	0.8727
-45/0	1.963	0.0000	1.0000	0.0000
0/90	1.962	0.4498	0.3250	0.0000
90/90	3.715	1.0000	0.0000	0.0000
Delaminated Interface	FEM (present)			
	$G/\epsilon_0$ :[MN/m]	$G_I/G$	$G_{II}/G$	$G_{III}/G$
+ 45/-45	2.158	0.0574	0.1581	0.7845
-45/0	1.968	0.3786	0.6214	0.0000
0/90	1.961	0.8531	0.1469	0.0000
90/90	3.715	1.0000	0.0000	0.0000

b)

Delaminated Interface	Simplified Method (by reference 4)		FEM (by reference 4)	
	$G/\epsilon_0$ :[MN/m]	$G_I/G$	$G/\epsilon_0$ :[MN/m]	$G_I/G$
+ 45/-45	2.160	0.3367	2.081	0.0373
-45/0	1.964	0.7734	1.942	0.3485
0/90	1.963	0.9488	1.937	0.9488
90/90				

(3) [-40/+50<sub>2</sub>/-40/+40/-50<sub>2</sub>/+40] 반대칭 적층판의 -40/40 층간에 층간분리가 발생한 경우 본 간이 계산법 계산 결과(Table 3a)와 간이계산법의 타당성의 검

증을 위해 해석한 유한요소해석 결과(Table 3a)를 Li의 결과(Table 3b)와 비교하면 Li의 값은 1/10정도밖에 되지 않으며, 본 간이계산법 결과는 유한요소해석 결과와 잘 일치하였다. Li의 경우는 간이계산법 이외의 수치해석을 행하지 않아 계산의 타당성이 문제가 되며 또한, 반대칭 적층판의 에너지 해방률의 간이계산법은 Li 이외에는 행하지 않았다.

Table. 3 Comparison between Li's result(b)[10] and the present result(a)

a)

[MN/m]	Simplified Method	FEM
$G_1/\epsilon_1^2$	0.000	0.000
$G_n/\epsilon_n^2$	0.000	0.000
$G_z/\epsilon_z^2$	1.085	0.912
$\bar{G}/\epsilon_z^2$	0.910	0.912

b)

[MN/m]	Simplified Method[10]	FEM
$G_1/\epsilon_1^2$	0.032	--
$G_n/\epsilon_n^2$	0.000	--
$G_z/\epsilon_z^2$	0.083	--
$\bar{G}/\epsilon_z^2$	0.115	--

#### 4. 결 론

복합재 적층판이 일축 인장하중을 받는 경우, 대칭 적층판의 중앙면에 대하여 대칭 및 비대칭 층간분리가 발생한 경우와, 반대칭 적층판에 층간분리가 발생한 경우에 대하여 모드 I, 모드 II, 모드 III의 에너지 해방률의 간이 계산법의 해석 결과와 유한요소해석 결과는 잘 일치하였다. 또한, 모드별 에너지 해방률  $G_1$ ,  $G_n$ ,  $G_z$ 의 관계식은 매우 간단한 형태로 나타낼 수 있었다.

본 간이 계산법은 항공기나 경량화 시스템에 사용되어지는 복합재 적층판의 층간분리 문제를 기초 설계단계에서 검토할 때 유용한 자료로 활용될 수 있을 것으로 사료된다.

#### 후 기

본 연구는 BK21 지역대학육성사업단의 지원을 받아 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- (1) Rybicki, E. F., Schmueser, D.W., and Fox, J., "An Energy Release Rate Approach for Stable Crack Growth in the Free-Edge Delamination Problem." *Journal of Composite Materials*, Vol. 11, 1977, pp. 470 ~ 487.
- (2) Wang, A.S.D., Slomiana, M., and Bucinell, R. B., "Delamination Crack Growth in Composite Laminates." *Delamination and Debonding of Materials*, ASTM STP 876, 1985, pp. 135 ~ 167.
- (3) O'Brien, T. K., "Characterization of Delamination Onset and Growth in a Composite Laminate." *Damage in Composite Materials*, ASTM 775, 1982, pp. 140 ~ 167.
- (4) Aoki, T., and Kondo, K., "A Simplified Method of Calculating Mode I Component of Delamination Energy Release Rate." *Journal of the Japan Society for Composite Materials*, Vol. 15, No. 4, 1989, pp. 166 ~ 173.
- (5) Armanios, E. A., and Rehfield, L. W., "Sublaminar Analysis of Interlaminar Fracture in Composites: Part I-Analytical Model." *Journal of Composites Technology & Research*, Vol. 11, No.4, 1989, pp. 538 ~ 548.
- (6) Pipes, R. B., and Pagano, N. J., "Interlaminar Stresses in Composite Laminates under Uniform Axial Extension." *Journal of Composite Materials*, Vol.4, 1970, pp. 538 ~ 548.
- (7) Raju, I. S., Crews, J. H., and Aminpour, M. A., "Convergence of Strain Energy Release Rate Components for Edge-Delaminated Composite Laminates." *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 30, No.3, 1988, pp. 389 ~ 396.
- (8) 김인권 외 2명, "복합재료 적층판의 해석을 위한 일반화 준 3차원 변위식의 도출." 한국공작기계학회, 제 7권 4호, 1998, pp. 21 ~ 27.
- (9) Halpin, J. C., "Primer on Composite Materials : Analysis," TECHNOMIC Publishing Co., Inc., 1984, pp. 90 ~ 98.
- (10) Li, J., "Free-Edge Delamination Analysis of Unsymmetrical Composite Laminates Under Combined Loading." *The 33rd AIAA etc., Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, Part I, 1992, pp. 525 ~ 530.