

탄성방정식을 이용한 3경간 연속곡선교의 영향선에 관한 연구

Influence Line of Three - span Continuous Curved Box-Girder Bridge using Elastic Equation

장 병 순* 장 준 환** 김 수 정***
Chang, Byung-Soon Chang, Jun-Hwan Kim, Su-Jeong
(논문접수일 : 2000년 3월 25일 ; 심사종료일 : 2001년 10월 23일)

요 지

본 논문은 도로의 선형이 곡선일때, 곡선상에 설치되는 곡선교를 해석함에 있어 에너지법에 기초하여 휨과 순수비틀 효과를 고려한 탄성방정식을 이용한다. 이 탄성방정식은 부정정 구조인 연속곡선박스거더의 정역학적 부정정력을 최소일의 원리를 적용하여 구한다.

곡선박스거더에 수직단위하중과 단위토크를 작용시켜 전단력, 휨모멘트, 순수비틀모멘트, 그리고 처짐과 회전각에 대한 영향선을 구하며, 실제 하중이 작용할 때 곡선박스거더의 부재력을 구할 수 있도록 하였다.

핵심용어 : 에너지법, 탄성방정식, 영향선

Abstract

In this paper, a three-span continuous box girder is analysed by using elastic equation based on energy method, concerning the behaviour with the effects of bending and pure torsional moment. The statically indeterminate forces of a three-span continuous curved box girder are calculated by applying the principle of least work to this elastic equation. The influence line of shear force, bending moment, pure torsion, displacement and angle of rotation due to unit vertical load and unit torque for curved box girder are obtained.

The internal forces of the curved box girder which the actual load is applied can be calculated using the influence line obtained from this study.

Keywords : energy method, elastic equation, influence line

1. 서 론

최근들어 도심지 내나 고속도로의 입지조건에 따라 도로의 선형이 곡선일 때 곡선교를 자주 채택하게 되었다. 곡선교는 직선교와는 달리 휨모멘트나 전단력 이외

에 기하학적 곡률로 인한 비틀력을 받게 되기 때문에 비틀모멘트에 대한 고려가 필요하다. 그러나 구조해석 시 내포된 복잡성으로 인해 곡선부재를 직선부재로 이상화시켜 해석을 하다가 1960년대 이후 Computer의 발전과 더불어 본격적으로 곡선부재에 관한 연구가

* 정희원 · 부산대학교 토목공학과 교수, 공학박사

** 부산대학교 토목공학과, 박사과정

**** 부산대학교 토목공학과, 석사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2002년 3월 30일까지 본 학회에 보내주시면 2002년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

시작되었다.

연속 곡선교상에 이동하중이 통과 할 경우, 최대응력을 유발시키는 활하중 재하위치를 알면 부재의 최대응력을 구할 수 있다. 도로교설계기준에는 연속직선교에서 최대응력을 유발하는 활하중 재하위치를 규정하고 있으나 연속곡선교에 대해서는 정확한 규정이 없고, 외국의 경우에도 어느정도 언급하는 정도이며 국내의 적으로 이에관한 연구가 미비한 실정이다.

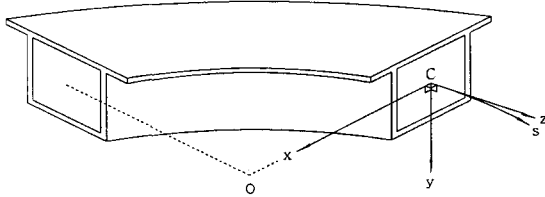
본 연구에서는 연속 곡선교를 해석하기 위해 순수비틀림 보 이론에 기초하여, 연속보의 각 경간을 단순 지간으로 대치하였고, 단위하중 작용시에 각 지점에서 부정정력을 도입하여 에너지법(Energy Method)을 이용한 탄성방정식(Elastic Equation)으로 연속곡선보를 해석하는 것이다.

곡선교의 설계 시 곡선 부재에 최대 모멘트, 최대 순수 비틀림 모멘트를 결정하려면 활하중의 재하위치를 알아야하고, 이때 영향선을 이용하면 최대 응력들을 쉽게 구할 수 있다.

2. 평면 곡선보의 거동

2.1 평면 곡선보 요소의 좌표축 설정

곡물이 일정한 평면 곡선보의 좌표를 그림 1과 같이 설정하면 단면에 대하여 좌표축 x, y, z 는 서로 직교한다. 좌표축 x 는 곡물 중심방향이고 좌표축 y 는 연직 하향이다. 또, 좌표축 z 는 단면에 수직이며 좌표축 s 는 부재축과 일치하는 곡선좌표이다.



C : 단면중심, O : 곡물중심

그림 1 곡선보의 좌표축

2.2 휨과 순수비틀림에 의한 보 이론^{1),2)}

p : 분포수직하중

m_T : z 축에 관한 분포토크

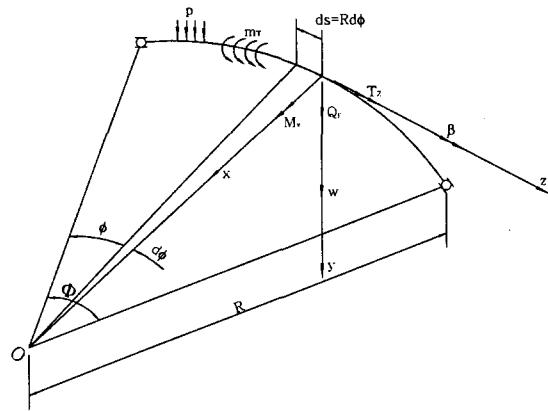


그림 2 곡선보의 작용외력과 단면력 및 변위

Q_y : y 축방향으로의 전단력(수직축)

M_x : x 축 주변의 휨모멘트(수평축)

T_z : z 축 주변의 비틀림모멘트(접선축)

w : y 축방향으로의 수직변위

β : z 축방향으로의 회전각

ϕ : 각좌표(축)

O : 곡선보의 중심각

R : 보 중심축에 대한 곡률반경

그림 2의 미소 요소에 작용하는 힘은 그림 3과 같고, 힘의 평형방정식은 다음과 같다.

$$ds = R d\phi \tag{1}$$

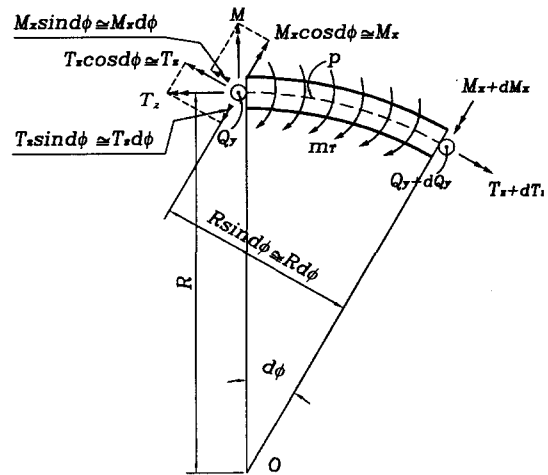


그림 3 미소요소에 작용하는 단면력

수직력에 대한 힘의 평형

$$\sum V=0 : \frac{dQ_y}{ds} = -p \quad (2)$$

휨모멘트에 대한 힘의 평형

$$\sum M=0 : \frac{dM_x}{ds} + \frac{T_z}{R} = Q_y \quad (3)$$

비틀림모멘트에 대한 힘의 평형

$$\sum T=0 : \frac{dT_z}{ds} - \frac{M_x}{R} = -m_T \quad (4)$$

곡선좌표 s 에 관하여 식(3)을 미분하고 식(2), (4)를 대입하면 휨모멘트 M_x 과 하중 p 및 m_T 와의 관계는 아래와 같다.

$$\frac{d^2 M_x}{ds^2} + \frac{M_x}{R^2} = -p + \frac{m_T}{R} \quad (5)$$

일반적인 비틀림모멘트 T_z 는

$$T_z = \int \left(\frac{M_x}{R} - m_T \right) ds + C \quad (6)$$

여기서 적분상수 C 는 힘의 평형조건식 만으로는 결정할 수 없고 변위에 대한 적합조건을 고려하여 구할 수 있다.

그림 4에 표시한 곡선교의 변위량으로서 수직축 y 방향의 처짐을 w , 접선방향의 z 축 둘레의 회전각을 β 라 두고 곡률 중심각이 ϕ 에서 $\phi + d\phi$ 까지 변할 때 x 축에 대한 변위각 dw/ds 와 z 축을 중심으로 한 비틀각은 다음과 같이

$$\begin{aligned} x\text{축을 중심으로 한 처짐각은 } & dw/ds - \beta d\phi \\ z\text{축을 중심으로 한 비틀각은 } & \beta + (dw/ds) d\phi \end{aligned}$$

로 표시된다.

곡선좌표 s 에 대하여 곡률 및 비틀각의 변화는 위의 관계로부터 정의될 수 있으므로 식(1)에서

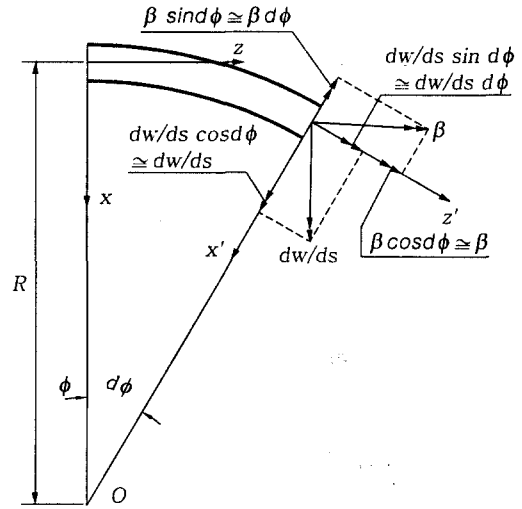


그림 4 미소요소의 변위량의 변화

$$\frac{d\phi}{ds} = \frac{1}{R} \quad (7)$$

이고, 처짐각을 미분하여 정리하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d^2 w}{ds^2} - \frac{\beta}{R} = -\frac{M_x}{EI_x} \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{T_z}{GK} \quad (9)$$

여기서,

$$\theta = \beta + \frac{w}{R} \quad (10)$$

θ 는 평면 곡선보 요소의 비틀각이다.

식(8), (9)을 식(10)을 사용하여 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\frac{d^3 w}{ds^3} + \frac{1}{R^2} \frac{dw}{ds} = \frac{1}{R} \frac{T_z}{GK} - \frac{1}{EI_x} \frac{dM_x}{ds} \quad (11)$$

$$\beta = \left(\frac{d^2 w}{ds^2} + \frac{M_x}{EI_x} \right) R \quad (12)$$

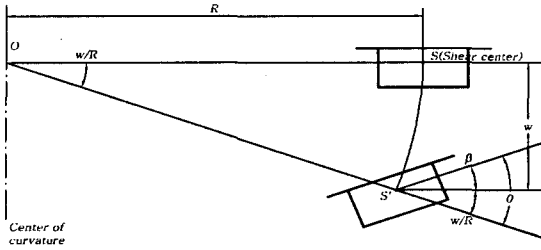


그림 5 변위 θ , β 및 w 와의 관계

3. 탄성방정식을 이용한 3경간 연속곡선 거더의 해석²⁾

3.1 순수 비틀 이론에 의한 단순지간 곡선보의 해석

3.1.1 단순지간 곡선보의 구조모델

- R : 곡률반경 (일정)
- ϕ : 중심각
- $EI (= EI_x)$: 곡선보의 휨강성
- GK : 곡선보의 비틀림 강성

곡선 박스거더의 구조모델은 그림 6과 같이 나타낼 수 있다. 양 지점은 무한대의 비틀 강성을 가진다고 할 수 있다. 이때 하중이 작용하면 네 개의 수직 반력이 생기고 이 반력들은 힘의 평형 조건 즉, $\sum V=0$, $\sum M=0$, $\sum T=0$ 만으로는 구할 수 없다. 따라서 이 곡선 거더는 하나의 과잉력을 가지는 정역학적 부정정 구조물이다.

이 곡선 거더를 가능한 한 단순하게 해석하기 위해, 그림 7과 같이 좌단의 비틀각에 대한 반력을 해제하고 정역학적 부정정력 X_1 을 도입함으로써 구조물을

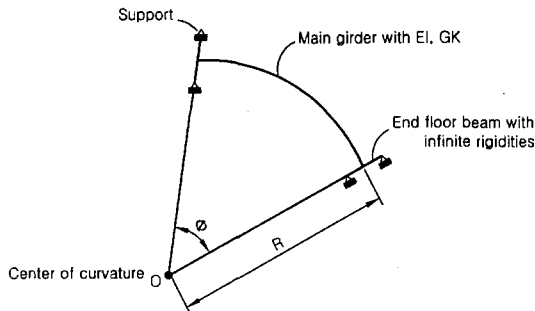


그림 6 단일경간 곡선박스거더의 구조모델

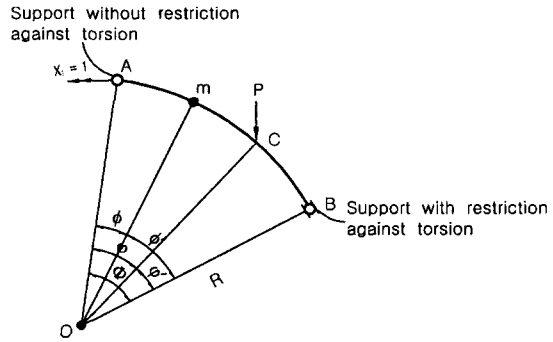


그림 7 정역학적 정정 곡선보

정역학적 정정계로 이상화하면 좌단 지점의 비틀각의 적합조건을 사용하여 단순 거더의 해를 얻을 수 있다.

3.1.2 단위 하중이 작용할 경우의 정정계의 합응력

1) 단위 수직하중 작용시

그림과 같이 단위 수직하중이 전단중심에 작용할 경우 정역학적 평형식을 사용하여 휨모멘트와 비틀 모멘트를 다음과 같이 구할 수 있다.

그림 8에서 이상화된 곡선거더의 끝단 A, B의 반력 V_A^0 , V_B^0 는 OB 축에 대한 $\sum V=0$ 와 $\sum M=0$ 의 평형조건을 고려함으로써 구할 수 있다.

$$V_A^0 = \frac{\sin \phi'}{\sin \phi} \quad (13a)$$

$$V_B^0 = 1 - \frac{\sin \phi'}{\sin \phi} \quad (13b)$$

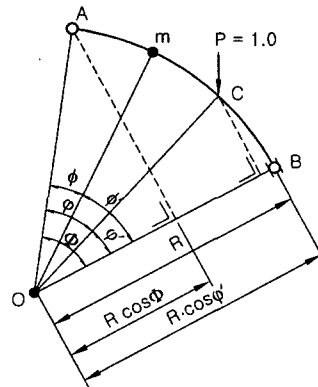


그림 8 단위 수직하중이 작용하는 경우

그림 8에서 각좌표 ϕ 를 가지는 m 점에서의 휨모멘트 M_0 는 다음과 같다.

$$M_0 = V_A^0 R \sin \phi = R \frac{\sin \phi' \sin \phi}{\sin \phi'} ; 0 \leq \phi \leq \phi \quad (14a)$$

$$\begin{aligned} M_0 &= V_A^0 R \sin \phi - R \sin(\phi - \phi) \\ &= R \left\{ \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} \sin \phi - \sin(\phi - \phi) \right\} \\ &= R \frac{\sin \phi \sin \phi'}{\sin \phi'} ; \phi \leq \phi \leq \phi \quad (14b) \end{aligned}$$

비슷한 방법으로 비틀림모멘트 T_0 도 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} T_0 &= V_A^0 R (1 - \cos \phi) = R \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} (1 - \cos \phi) \\ & ; 0 \leq \phi \leq \phi \quad (15a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_0 &= V_A^0 R (1 - \cos \phi) - R [1 - \cos(\phi - \phi)] \\ &= R \left\{ \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} (1 - \cos \phi) - [1 - \cos(\phi - \phi)] \right\} \\ & ; \phi \leq \phi \leq \phi \quad (15b) \end{aligned}$$

대부분의 하중은 정확히 전단 중심에 작용하지 않고 임의의 편심량을 가지고 보에 작용하므로 비틀림 하중에 대하여 고려해야한다.

2) 단위 비틀력 작용시

그림 9와 같이 단위 비틀 하중을 받는 단순 곡선 거더의 함용력은 단위 수직하중이 작용하는 경우와 유사하게 구할 수 있다.

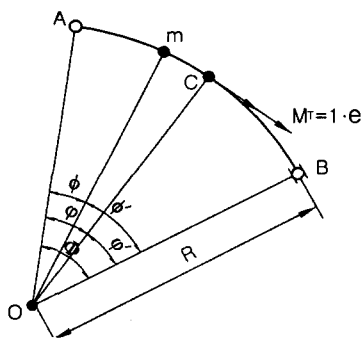


그림 9 단위비틀력 $M_T = 1 \cdot e$ 이 작용할경우

반력:

$$V_A^\Delta = \frac{1}{R} \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} (R - e) \quad (16a)$$

$$V_B^\Delta = 1 - \frac{1}{R} \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} (R - e) \quad (16b)$$

m 점에서의 휨모멘트:

$$M_\Delta = (R - e) \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} \sin \phi ; 0 \leq \phi \leq \phi \quad (17a)$$

$$\begin{aligned} M_\Delta &= (R - e) \left\{ \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} \sin \phi - \sin(\phi - \phi) \right\} \\ & ; \phi \leq \phi \leq \phi \quad (17b) \end{aligned}$$

비틀림모멘트는 아래와 같다.

$$T_\Delta = (R - e) \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} (1 - \cos \phi) ; 0 \leq \phi \leq \phi \quad (18a)$$

$$\begin{aligned} T_\Delta &= (R - e) \left\{ \frac{\sin \phi'}{\sin \phi'} (1 - \cos \phi) + \cos(\phi - \phi) \right\} - R \\ & ; \phi \leq \phi \leq \phi \quad (18b) \end{aligned}$$

3) 곡선보 좌단에 부정정 과잉력 $X_1 = 1$ 를 주었을 때 좌단 지점에 부정정 비틀력 $X_1 = 1$ 을 도입하면 휨모멘트와 비틀림모멘트는 아래와 같다.

$$V_{A'} = \frac{1}{R} \quad (19a)$$

$$V_{B'} = -\frac{1}{R} \quad (19b)$$

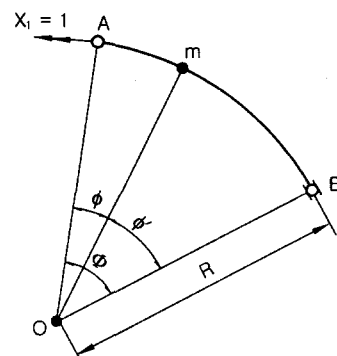


그림 10 부정정력 $X_1 = 1$ 이 작용할 경우

$$\overline{M}_1 = V_a' R \sin \phi - 1 \cdot \sin \phi = 0 \quad (20)$$

$$\overline{T}_1 = V_a' R(1 - \cos \phi) + 1 \cdot \cos \phi = 1 \quad (21)$$

3.1.3 단순지간 곡선보의 비틀각에 대한 적합조건과 합응력

전단중심에서 편심 e 를 가지는 단위 수직하중이 작용하고 곡선보의 좌단에 부정정 과잉력 X_1 을 작용시켰을 때 곡선박스거더의 합응력은 다음과 같다.

$$M = M_o + M_\Delta \quad (22a)$$

$$T = T_o + T_\Delta + X_1 \quad (22b)$$

곡선거더에 저장되는 변형률 에너지 U 는 아래와 같다.

$$U = \int_0^\phi \frac{M^2}{2EI} R d\phi + \int_0^\phi \frac{T^2}{2GK} R d\phi \quad (23)$$

좌측 지점 A에서의 비틀력에 의한 비틀각이 '0'이 되기 위해서는 최소일의 원리를 만족해야한다.

$$\frac{\partial U}{\partial X_1} = 0 \quad (24)$$

이 적합조건에 의해 각각의 단위 하중이 작용하는 경우 아래와 같이 부정정 비틀력 X_1 을 나타낼 수 있다.

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} \quad (25)$$

1) 단위 수직 하중이 작용하는 경우

그림 8과 같이 단위 수직하중이 전단중심에 작용하는 경우, 부정정 비틀력 X_1 을 구하기 위한 식(25)에서의 계수 값은 아래와 같다.

$$\delta_{11} = \int_0^\phi \frac{\overline{T}_1^2}{GK} R d\phi = \frac{R\phi}{GK} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} \delta_{10} &= \int_0^\phi \frac{T_o \overline{T}_1}{GK} R d\phi \\ &= \frac{R^2}{GK} \left\{ \int_0^\phi \frac{\sin \phi'}{\sin \phi} (1 - \cos \phi) d\phi - \int_\varphi^\phi [1 - \cos(\phi - \varphi)] d\phi \right\} \\ &= \frac{R^2 \phi}{GK} \left(\frac{\sin \phi'}{\sin \phi} - 1 + \frac{\varphi}{\phi} \right) \end{aligned} \quad (26b)$$

이렇게 구한 X_1 을 식(25)에 대입하여 정리하면 아래와 같다.

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = -R \left(\frac{\sin \phi'}{\sin \phi} - 1 + \frac{\varphi}{\phi} \right) \quad (27)$$

식(27)을 식(22)에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

휨모멘트 $M (= M_x)$:

$$M = \begin{cases} R \frac{\sin \phi \sin \phi'}{\sin \phi} & ; 0 \leq \varphi \leq \phi \\ R \frac{\sin \phi' \sin \phi}{\sin \phi} & ; \phi \leq \varphi \leq \phi \end{cases} \quad (28)$$

비틀모멘트 $T (= T_x)$:

$$T = \begin{cases} R \left(-\frac{\sin \phi \cos \phi'}{\sin \phi} + \frac{\varphi}{\phi} \right) & ; 0 \leq \varphi \leq \phi \\ R \left(\frac{\sin \phi' \cos \phi}{\sin \phi} - \frac{\varphi'}{\phi} \right) & ; \phi \leq \varphi \leq \phi \end{cases} \quad (29)$$

2) 비틀력 $M_T = 1 \cdot e$ 가 작용하는 경우

그림 9에서와 같은 비틀력 $M_T = 1 \cdot e$ 가 작용할 경우, 식(25)에서의 계수값은 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\delta_{11} = \frac{R\phi}{GK} \quad (30a)$$

$$\begin{aligned} \delta_{1\Delta} &= \int_0^\phi \frac{T_\Delta \overline{T}_1}{GK} R d\phi \\ &= \frac{R\phi}{GK} (R - e) \frac{\sin \phi'}{\sin \phi} - \frac{R^2}{GK} \phi' \end{aligned} \quad (30b)$$

$$X_1 = -\frac{\delta_{1\Delta}}{\delta_{11}} = (R - e) \frac{\sin \phi'}{\sin \phi} + R \frac{\phi'}{\phi} \quad (31)$$

X_1 을 식(22)에 대입하여 다음을 구한다.

휨모멘트 $M(=M_d)$:

$$M = \begin{cases} -e \frac{\sin \phi \sin \phi'}{\sin \phi} & ; 0 \leq \phi \leq \phi \\ -e \frac{\sin \phi' \sin \phi}{\sin \phi} & ; \phi \leq \phi \leq \phi \end{cases} \quad (32)$$

비틀림모멘트 $T(=T_d + X_1)$:

$$T = \begin{cases} e \frac{\sin \phi \cos \phi'}{\sin \phi} & ; 0 \leq \phi \leq \phi \\ e \frac{\sin \phi' \cos \phi}{\sin \phi} & ; \phi \leq \phi \leq \phi \end{cases} \quad (33)$$

3) 편심 e 를 가지는 단위집중하중이 작용하는 경우

$$X_1 = -\frac{\delta_{10}}{\delta_{11}} = (R-e) \frac{\sin \phi}{\sin \phi} + R \frac{\phi}{\phi} \quad (34)$$

휨모멘트 $M(=M_x)$:

$$M = \begin{cases} (R-e) \frac{\sin \phi \sin \phi'}{\sin \phi} & ; 0 \leq \phi \leq \phi \\ (R-e) \frac{\sin \phi' \sin \phi}{\sin \phi} & ; \phi \leq \phi \leq \phi \end{cases} \quad (35)$$

비틀림모멘트 $T(=T_2)$:

$$T = \begin{cases} -(R-e) \frac{\sin \phi \cos \phi'}{\sin \phi} + R \frac{\phi}{\phi} & ; 0 \leq \phi \leq \phi \\ (R-e) \frac{\sin \phi' \cos \phi}{\sin \phi} - R \frac{\phi}{\phi} & ; \phi \leq \phi \leq \phi \end{cases} \quad (36)$$

3.2 탄성방정식을 이용한 3경간 연속곡선 거더의 해석²⁾⁻⁴⁾

3.1절의 단일 경간에 대한 이론을 연속거더에 확장시켜보면 그림 11과 같다. 각 경간을 단일 지간의 곡선보로 분리하고 단일 지간의 비틀림각을 제거하기 위해 부정정 비틀림 모멘트 X_1, X_3, X_5 를 도입하고 처짐각에 대한 연속조건을 만족시키기 위해 부정정 휨모멘트 X_2, X_4 을 추가로 적용하여 단순지간과 같은 해석방법을 적용할 수 있다.

그림 12에 나타난 각각의 부정정력 X_i, X_j, X_k 에 대한 임의점 m 의 휨모멘트와 비틀림모멘트는 각각 아래와 같다.

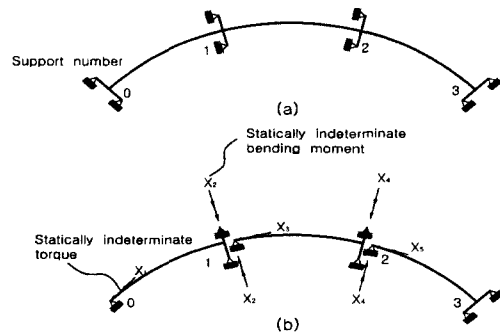


그림 11 경간 연속곡선거더와 정정계

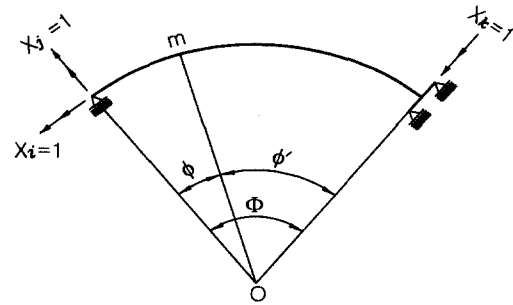


그림 12 단위부정정력이 작용하는 곡선보

$$X_i = 1; \overline{M}_i = 0, \overline{T}_i = 1 \quad (37)$$

$$X_j = 1; \overline{M}_j = \cos \phi - \frac{\sin \phi}{\tan \phi}, \quad \overline{T}_j = \frac{1}{\sin \phi} - \sin \phi - \frac{\cos \phi}{\tan \phi} \quad (38)$$

$$X_k = 1; \overline{M}_k = \frac{\sin \phi}{\sin \phi}, \overline{T}_k = \frac{1 - \cos \phi}{\sin \phi} \quad (39)$$

이러한 부정정력을 도입한 합응력을 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{0,1} + X_1 M_1 + X_2 M_2 \\ T_1 &= T_{0,1} + X_1 T_1 + X_2 T_2 \\ M_2 &= M_{0,2} + X_2 M_2 + X_3 M_3 + X_4 M_4 \\ T_2 &= T_{0,2} + X_2 T_2 + X_3 T_3 + X_4 T_4 \\ M_3 &= M_{0,3} + X_4 M_4 + X_5 M_5 \\ T_3 &= T_{0,3} + X_4 T_4 + X_5 T_5 \end{aligned}$$

여기서 첨자 0은 정정계에서 편심 e 를 가지는 단위 집중하중에 의한 항을 의미한다.

이에 대한 변형을 에너지(Strain Energy)를 구한다. 각 지점에 대한 적합조건식을 만족시키기 위해 최소일의 원리를 적용한다. 변형을 에너지를 부정정력으로 편미분하면 부정정력을 구하기 위한 탄성방정식을 구할 수 있고, 다음과 같이 표시 된다.

이것을 전체 계에서 취합하여 Matrix 형태로 나타내면 아래와 같다.

$$\begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & 0 & 0 & 0 \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \delta_{23} & \delta_{24} & 0 \\ 0 & \delta_{32} & \delta_{33} & \delta_{34} & 0 \\ 0 & \delta_{42} & \delta_{43} & \delta_{44} & \delta_{45} \\ 0 & 0 & 0 & \delta_{54} & \delta_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\delta_{10} \\ -\delta_{20} \\ -\delta_{30} \\ -\delta_{40} \\ -\delta_{50} \end{bmatrix} \quad (40)$$

여기서 δ_{ij} , δ_{i0} 를 나타내면 아래와 같이 된다.

$$\delta_{ij} = \int_0^L \frac{\overline{M}_i \overline{M}_j}{EI} ds + \int_0^L \frac{\overline{T}_i \overline{T}_j}{GK} ds \quad (41)$$

$$\delta_{i0} = \int_0^L \frac{M_0 \overline{M}_i}{EI} ds + \int_0^L \frac{T_0 \overline{T}_i}{GK} ds \quad (42)$$

$(i=1, 2, 3, \dots, j=1, 2, 3, \dots)$

L 은 연속곡선보의 총 경간길이이다. 변수 M_0 와 T_0 는 작용하중에 의한 합응력 식(14)~식(16)에 의해 계산되어진다.

그래서 마지막 해는 이러한 합응력을 중첩하므로써 쉽게 구할 수 있다. 예를 들어, 두 번째 경간에 대한 휨모멘트와 비틀 모멘트는 다음과 같이 표시된다.

$$M_2 = M_{0,2} + X_2 \frac{\sin \phi'}{\sin \phi} + X_4 \left(\cos \phi' - \frac{\sin \phi'}{\tan \phi} \right) \quad (43)$$

$$T_2 = T_{0,2} + X_2 \frac{1 - \cos \phi}{\sin \phi} + X_3 + X_4 \left(\frac{1}{\sin \phi} - \sin \phi - \frac{\cos \phi}{\tan \phi} \right) \quad (44)$$

4. 모델해석 및 결과 검토

4.1 해석 모델 및 재료특성

그림 13과 같은 단면 형상과 표 1의 재료 특성치를 가진 단순 박스형 곡선보에 각 경간 당 중심각 30.15° 를 일정하게 두고 경간은 50m 곡선거더의 반경은 95m로 두었다.

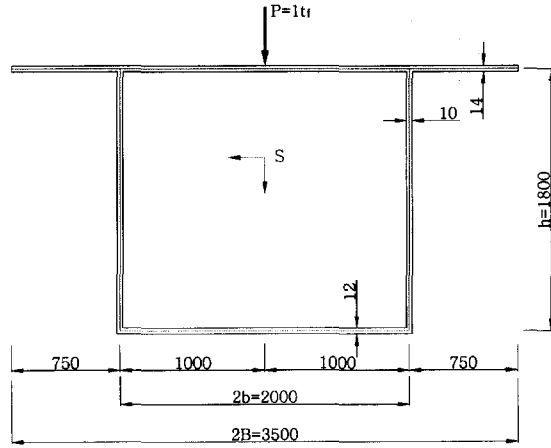


그림 13 박스형 단면모델

표 1 박스형 단면의 재료특성치

A(m ²)	E(tf/m ²)	G(tf/m ²)	K(m ⁴)	I _x (m ⁴)
1.0900E-01	2.1000E+07	8.0769E+06	7.7428E-02	6.4207E-02

3경간 연속 곡선보에 단위 수직 하중 $P_y=1.0tf$ 과 단위 비틀 모멘트 $M_t=1 \cdot e=1 tf \cdot m$ 를 작용시켰다. 1경간 중앙점과 내부 지점 그리고 2경간 중앙점에 대한 영향선을 구하였다.

4.2 수치해석 결과^{5),6)}

4.2.1 단위 수직 하중이 작용할 때의 영향선

단위 수직 하중 $P_y=1.0tf$ 이 전단중심에 작용할 경우 처짐에 대한 영향선과 휨모멘트와 전단력 그리고 순수 비틀 모멘트에 대한 영향선을 1경간 중앙점과 내부 지점 그리고 2경간 중앙점에서 각각 구하여 그림 15~그림 23에 나타내었다.

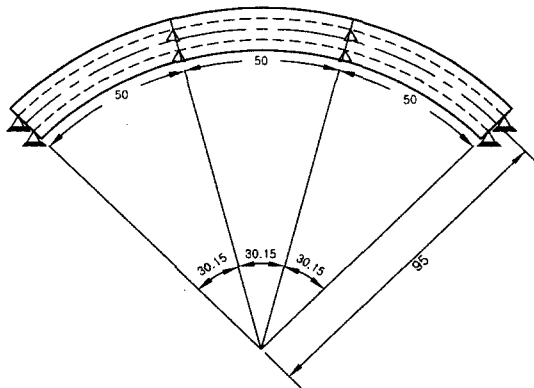


그림 14 3경간 연속 곡선보의 예

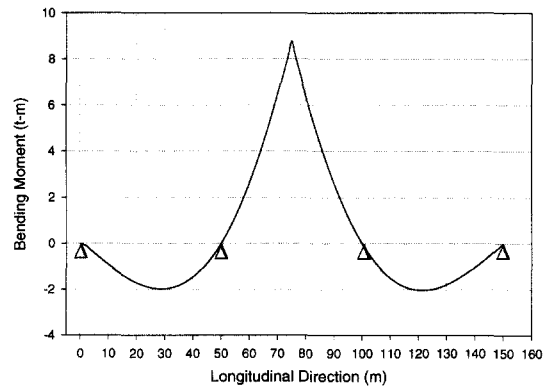


그림 17 2경간 중앙점에대한 휨모멘트의 영향선

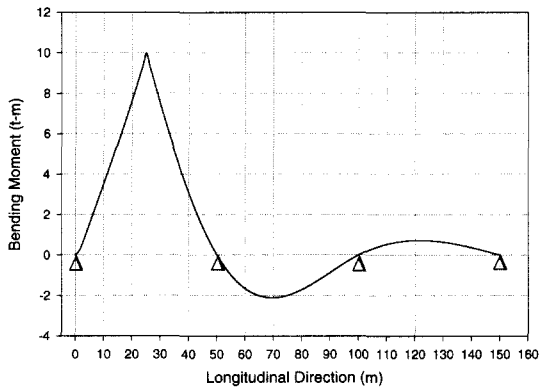


그림 15 1경간 중앙점에대한 휨모멘트의 영향선

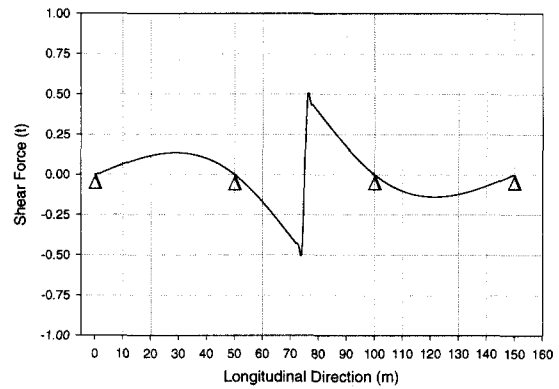


그림 18 2경간 중앙점에 대한 전단력의 영향선

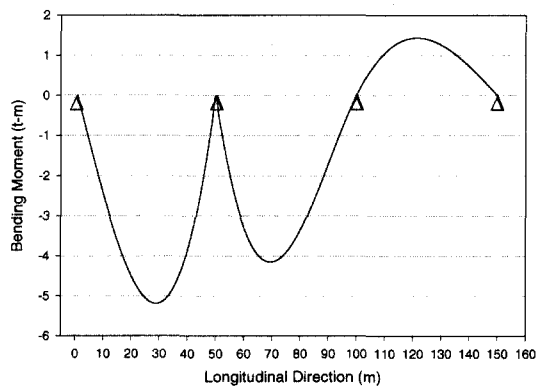


그림 16 내부지점에 대한 휨모멘트의 영향선

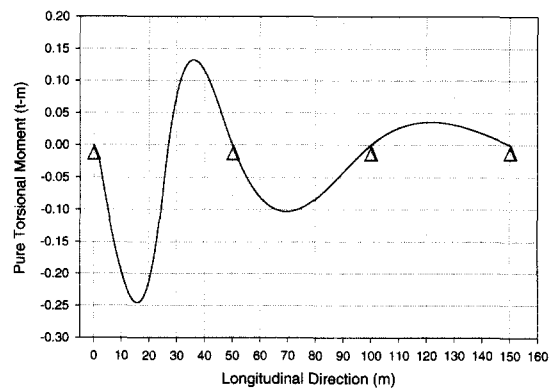


그림 19 1경간 중앙점에 대한 순수 비틀림 모멘트의 영향선

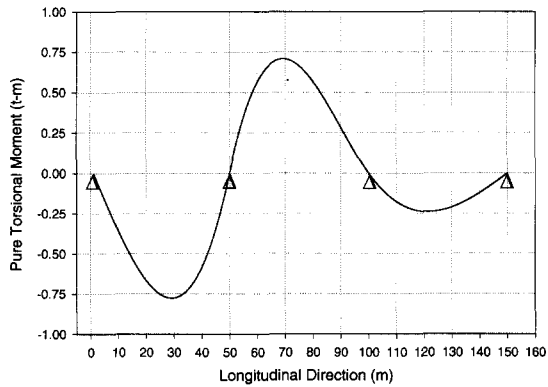


그림 20 내부 지점에 대한 순수 비틀 모멘트의 영향선

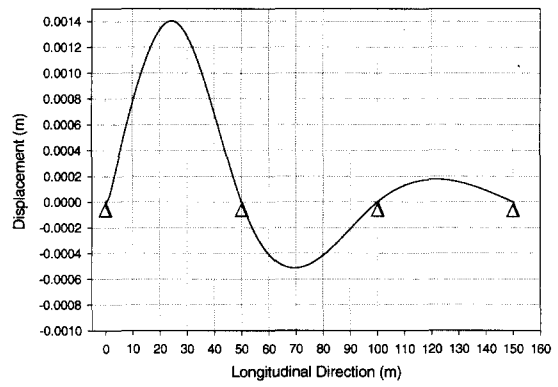


그림 22 1경간 중앙점에 대한 처짐의 영향선

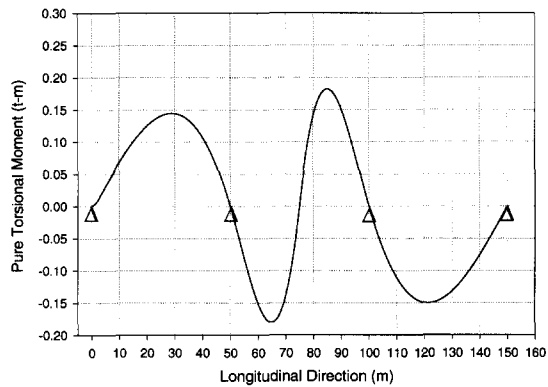


그림 21 2경간 중앙점에 대한 순수 비틀 모멘트의 영향선

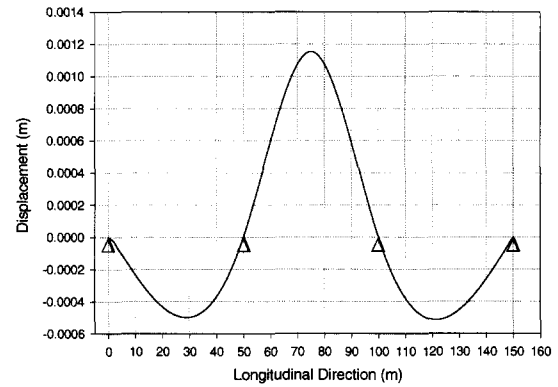


그림 23 2경간 중앙점에 대한 처짐의 영향선

4.2.2 단위 비틀력이 작용할 때의 영향선

단위 비틀력 $M_t = 1 \text{ tf} \cdot \text{m}$ 이 작용할 경우 비틀각에 대한 영향선과 휨모멘트와 전단력 그리고 순수 비틀 모

멘트에 대한 영향선을 1경간 중앙점과 내부 지점 그리고 2경간 중앙점에서 각각 구하여 그림 24~그림 34에 나타내었다.

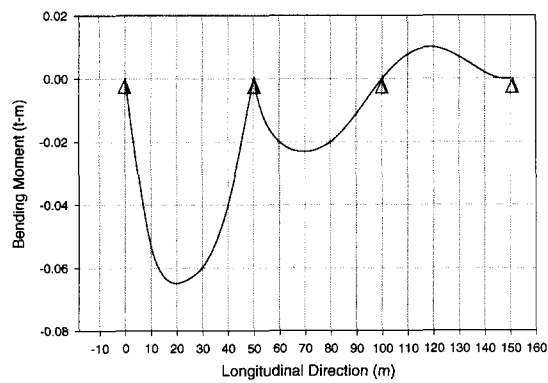


그림 24 1경간중앙점에 대한 휨 모멘트의 영향선

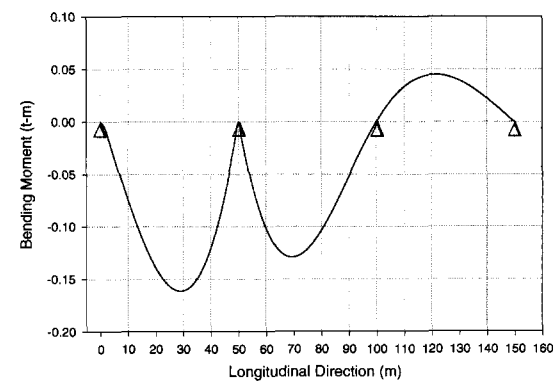


그림 25 내부 지점에 대한 휨 모멘트의 영향선

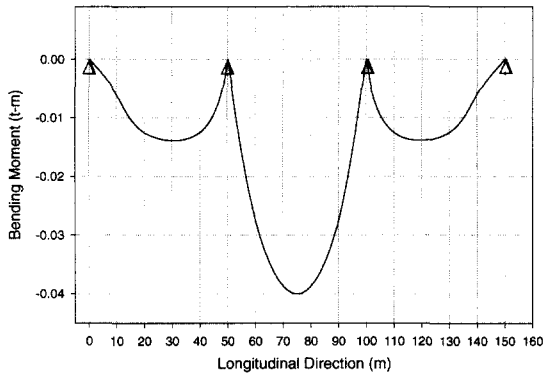


그림 26 2경간중양점에 대한 휨 모멘트의 영향선

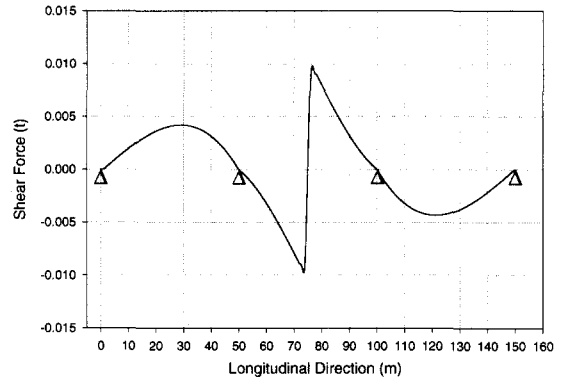


그림 29 2경간 중양점에 대한 전단력의 영향선

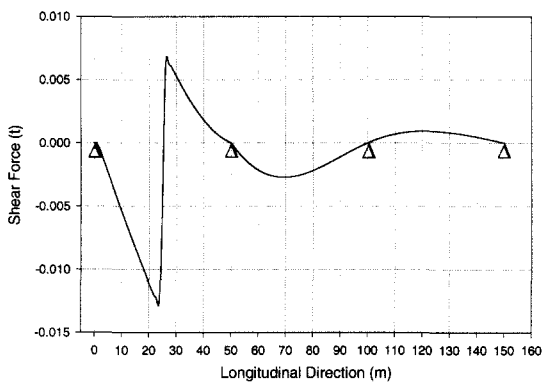


그림 27 1경간 중양점에 대한 전단력의 영향선

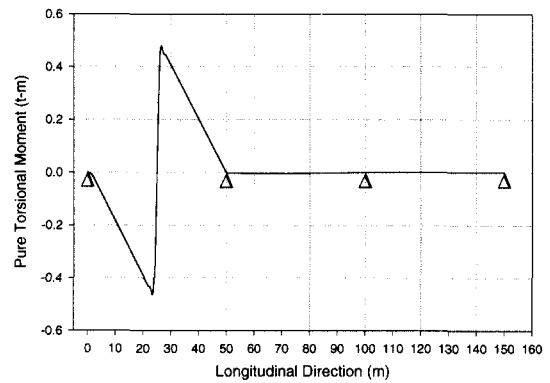


그림 30 1경간중양점에 대한 순수 비틀림모멘트의 영향선

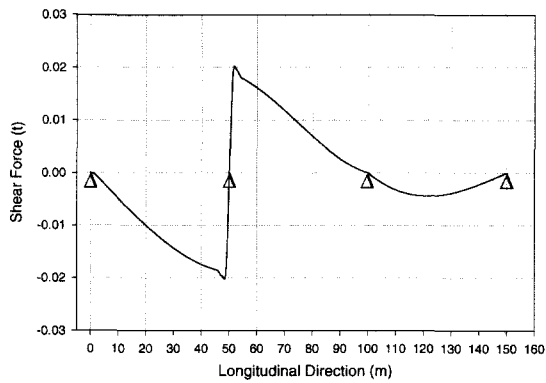


그림 28 내부 지점에 대한 전단력의 영향선

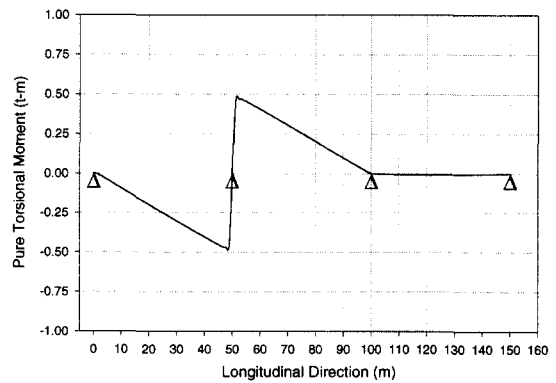


그림 31 내부지점에 대한 순수 비틀림모멘트의 영향선

5. 결 론

에너지법에 기초한 탄성방정식을 이용하여 순수 비틀림 효과를 고려한 연속곡선 박스거더를 해석하였다. 단

위 하중 작용시 응력 및 변위 값을 구하고 이 값을 영향선으로 표시하였다.

단위 수직하중과 단위 비틀림력이 각각 작용할 때에 1경간 중양점과 내부 지점 그리고 2경간 중양점에 대한

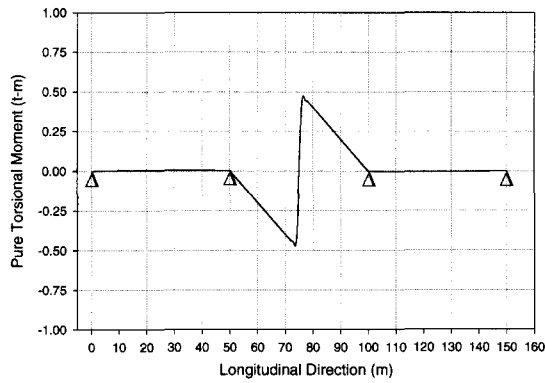


그림 32 2경간중양점에 대한 순수비틀림모멘트의 영향선

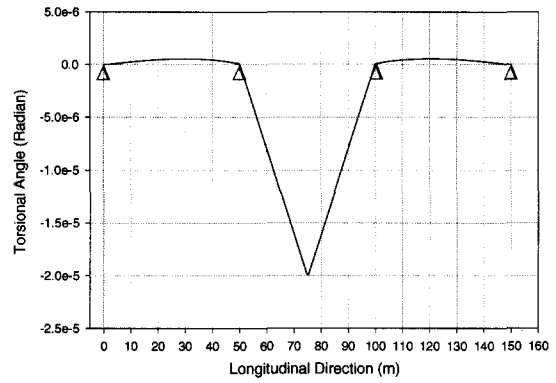


그림 34 2경간 중양점에 대한 비틀림각의 영향선

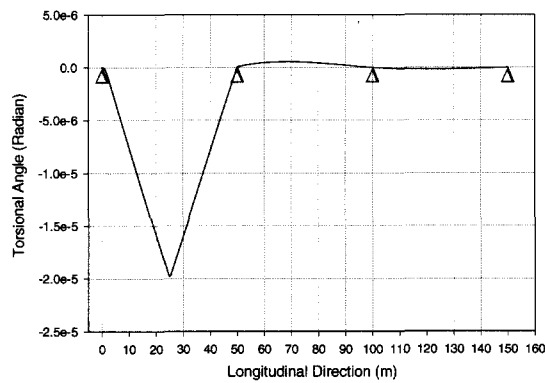


그림 33 1경간 중앙점에 대한 비틀림각의 영향선

최대 합응력과 변위를 발생시키는 하중의 재하 위치를 알 수 있는 영향선을 제시하였다.

이 영향선으로 부터 최대 단면력을 일으키는 하중 위치를 구할 수 있고, 최대 부재력을 구할 수 있어 곡선교 설계를 용이하게 할 수 있다.

참 고 문 헌

1. Heins, C. P., "Bending and Torsional Design in Structural Members," Lexington Books, 1975. p.362
2. Nakai, H., and Chai Hong, Y., "Analysis and Design of Curved Steel Bridges," McGraw-Hill Book Company, pp.143~224, 1988. p.293
3. S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, "Theory of Elasticity," 3rd, McGRAW-Hill International Editions, 1987. p.569
4. 小西一郎 著, 盧旻來 譯, "교량역학", 원기술, 1995. p.438
5. 박정용, "등단면 I형 곡선보의 영향선에 관한 연구", 석사 부산대학교, 1996. p.53
6. 김수영, "푸리에 級數를 利用한 單純曲線박스 거더橋의 靜的解析에 관한 研究", 석사 부산대학교, 1999. p.42