

도파관 구조에서의 효율적인 분산특성 연구를 위한 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD

Haar-Wavelet-Based Compact 2D MRTD for the Efficient Dispersion Analysis of the Waveguide Structures

천정남 · 어수지 · 박현식 · 김형동

Jeongnam Cheon · Sooji Uh · Hyunsik Park · Hyeongdong Kim

요 약

본 논문에서는 기존의 Compact 2D FDTD(Finite-Difference Time-Domain)에 대한 고속화 알고리즘으로써 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD(MultiResolution Time-Domain) 차분식을 제안하였다. 구현된 알고리즘을 이용하여 내부가 공기로 채워져 있는 구형 도파관과 도파관 내부의 일부가 유전체로 채워져 있는 구형 도파관을 해석하였다. 본 논문의 결과는 기존의 Compact 2D FDTD의 결과 및 해석적인 해와 매우 잘 일치한다. 또한 계산 소요시간이 기존의 Compact 2D FDTD에 비해 절반 가까이 절약되었음을 확인하였다. 제안된 알고리즘은 도파관 구조의 분산 특성 연구에 있어 효율적인 고속화 기술로서 의미가 있다고 할 수 있다.

Abstract

This paper presents the new Compact 2D Haar-wavelet-based MultiResolution Time-Domain method (MRTD) as an accelerating algorithm for the conventional Compact 2D Finite-Difference Time-Domain method (FDTD). To validate this algorithm, we analyzed the dispersion characteristics of the hollow rectangular waveguide and dielectric slab-loaded rectangular waveguide. The results of the proposed method are very well agreed with those of both the conventional analytic method and the Compact 2D FDTD method. The CPU time for analysis of this method is reduced to about a half of the conventional Compact 2D FDTD method. The proposed method is valuable as a fast algorithm in the research of dispersion characteristics of waveguide structures.

I. 서 론

현대 고속 디지털 산업의 발달과 더불어 전자기 컴퓨터 모델링에 대한 관심이 국내외적으로 증가하고 있는 추세이다. 1966년 Kane Yee에 의해 제안된 유한차분 시간영역법(FDTD: Finite Difference Time-Domain)은 적용의 용이성과 한 번의 시뮬레이션으로 광대역 특성을 관찰할 수 있는 장점 등으로 인해

수많은 전자기 해석분야에 적용되었으며 현재에도 많은 연구 개발이 이루어지고 있다. 특히 근래에는 Compact 2D FDTD가 개발되어 여러가지 도파관 구조의 분산 특성 해석에 적용되었다^{[1],[2]}. Compact 2D FDTD는 파의 진행 방향으로 균일한 성질을 갖는 도파관에 대해 전자기 해석을 수행하는데 있어 진행 방향으로의 전개와 자계에 대한 공간 미분을 고유값 문제 형태로 전환함으로써 3차원 문제를

「본 연구는 한국과학재단의 우수연구센터사업중 밀리미터파 신기술 연구센터의 지원아래 이루어졌음」
한양대학교 전자전기공학부(Dept. of Electrical & Computer Eng., Hanyang Univ.)

· 논문 번호 : 20010911-119

· 수정완료일자 : 2001년 11월 19일

2차원 문제로 축소하여 해석하는 효율적인 방법이 다^[1]. 그러나 이 방법은 기존의 유한차분 시간영역법의 기반 위에 개발된 방법이기에 때문에 수치적 선형 분산특성을 얻기 위해서 여전히 한 파장에 대해 최소한 1/10 크기의 셀이 필요하며, 그에 따른 안정 조건(Stability Condition)을 만족하기 위해서는 매우 작은 크기의 시간간격 (Δt)이 필요하게 된다.

본 논문에서는 이러한 문제를 해결하기 위한 대안으로써 기존의 Compact 2D 해석법 위에 웨이블릿 개념을 적용한 Compact 2D MRTD (MultiResolution Time-Domain)를 제안하고자 한다. 널리 알려진 바와 같이 MRTD는 모멘트법(Method of Moment)에 기초하여 유도가 가능하다. 즉, 각 방향에 대한 필드 성분들을 공간에 대해서는 웨이블릿 기저함수와 스켈링 기저함수를, 시간에 대해서는 펄스 기저함수를 이용하여 전개한 후 미분형 맥스웰 방정식에 대입하고 갤러킨(Galerkin) 방법에 의해서 테스트잉(Testing)함으로써 차분형의 수식으로 유도된다. FDTD도 이와 유사한 과정에 의해 유도가 가능하나, FDTD는 MRTD와 달리 필드를 전개하고 테스트잉하는 과정에서 기저함수로서 펄스함수만을 사용한 것이다^[3]. 그동안의 연구 결과로 MRTD는 기존의 FDTD에 비해 컴퓨터 메모리와 계산 시간을 획기적으로 절약할 수 있음이 입증되었다^{[4],[5]}. 특히 Haar 웨이블릿 기반 MRTD는 구현 및 적용이 용이하고, 정확하여 많은 전자기 해석문제에 적용되고 있다^{[6]-[8]}.

일반적으로 Haar 웨이블릿 기반 MRTD에서는 소스영역과 완전도체에 의한 경계영역 이외의 계산 영역에서 전계와 자계의 웨이블릿 및 스켈링 계수들간에 결합(Coupling)이 이루어지지 않는 것으로 알려져 있다^[5]. 그러나 본 연구의 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD에서는 계산영역 내부에서도 계수들간의 결합이 발생한다. 이는 z-방향에 대한 공간 미분항이 $-j\beta$ 를 곱한 항으로 대치되기 때문이다. 본 논문에서는 제안된 알고리즘을 이용하여 내부가 공기로 채워져 있는 구형 도파관에 대해 각각의 TM, TE 모드들에 대한 차단 주파수를 추출하였고, TE₁₀ 모드에 대한 $\beta-\omega$ 관계 곡선을 통해 도파관의 분산특성을 관찰하였다. 또한 기존 FDTD와의 비교를 통해 제안된 알고리즘의 정확성과 효율

성을 검증하였다.

II. 해석 방법

일반적으로 도파관과 같은 구조에서의 FDTD를 이용한 전자기 해석을 위해서는 축 방향에 대해 수 파장 만큼의 영역을 포함하는 3차원 모델링이 필요하다. 따라서 도파관의 단면을 표현하기 위한 셀들과 함께 파의 진행 방향으로 많은 수의 셀들이 필요하게 되므로, 결과적으로 많은 양의 컴퓨터 메모리와 오랜 계산 시간이 소요된다. 또한 진행 방향으로의 양 끝단에서 무한하게 전파하는 전자계를 표현하기 위하여 적절한 흡수경계조건을 적용하여야 하는 어려움도 따른다.

Compact 2D FDTD는 파의 진행 방향으로 균일한 성질을 갖는 도파관 구조에 대해 분산 특성을 효율적으로 관찰하기 위하여 제안된 방법이다. 중심축이 z-방향으로 놓여진 이러한 도파관에 존재하는 전계 및 자계는 공간적으로 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$F(x, y, z) = F(x, y)e^{-j\beta z} \quad (1)$$

여기서 β 는 z-방향으로의 전파상수이다. 이 때 공기로 채워져 있는 도파관 내부에 존재하는 E_x 성분의 시간 미분은 맥스웰 방정식에 의해 H_y, H_z 성분의 공간 미분과 식 (2)와 같은 관계를 만족한다.

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \quad (2)$$

양변의 전계와 자계 성분을 이산화하고 중심차분법(Central-Difference Method)을 이용하여 미분하면 식 (3)과 같은 차분식을 얻을 수 있다. 이 때 각각의 전계와 자계는 식 (1)과 같은 형태이므로 식 (2)의 오른쪽 항에 대한 z-방향으로의 미분은 원래의 함수에 $-j\beta$ 가 곱해진 형태로 유도된다.

$$\begin{aligned} & \frac{E_x^{n+1}(i+1/2, j) - E_x^n(i+1/2, j)}{\Delta t} \\ &= \frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{H_z^{n+1/2}(i+1/2, j+1/2) - H_z^{n+1/2}(i+1/2, j-1/2)}{\Delta y} + j\beta H_y^{n+1/2}(i+1/2, j) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 사용된 단위 셀(Cell)은 기존의 Yee 셀과

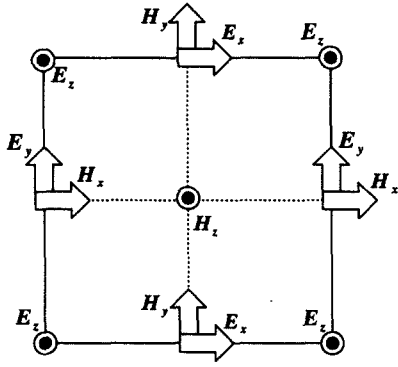


그림 1. Compact 2D FDTD에 사용된 단위 셀
Fig. 1. The unit cell of the Compact 2D FDTD.

동일하나, 그림 1에 나타낸 것과 같이 필드 성분들이 2차원적으로 위치한다. 이와 같은 방법으로 나머지 맥스웰 방정식에 대해 Compact 2D FDTD 차분식을 도출할 수 있다. 이러한 과정에 의해 유도된 Compact 2D FDTD의 수치적 분산특성과 안정조건은 참고문헌^[9]에서 유도되었다. 연구 결과에 의하면 수치적 안정조건을 만족하기 위한 시간간격의 최대치는 식 (4)와 같이 결정된다.

$$v\Delta t \leq \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \left(\frac{\beta}{2}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (4)$$

위의 관계식은 정방형 셀 즉, $\Delta x = \Delta y = h$ 를 가정할 때, 식 (5)와 같이 단순화될 수 있다.

$$\frac{v\Delta t}{h} \leq \left[2 + \left(\frac{\beta h}{2}\right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

위의 안정조건은 기존의 3차원 FDTD 차분식의 안정조건과는 달리 z-방향으로의 전파 상수에 의존하는 결과를 보여주고 있다. 그러나 여전히 시간 간격 Δt 는 한 파장에 대해 최대 1/10의 크기를 갖는 공간 셀 크기 h 에 의해 주로 결정되며 따라서 필요 이상으로 매우 작은 Δt 를 사용하게 된다. 따라서 결과적으로 일정 시간 동안의 응답을 얻기 위해 매우 많은 FDTD 반복계산이 소요된다.

공간에 대한 기저함수로 웨이블릿과 스켈링 함수를 동시에 고려함으로써 동일한 공간 분해능(Spatial

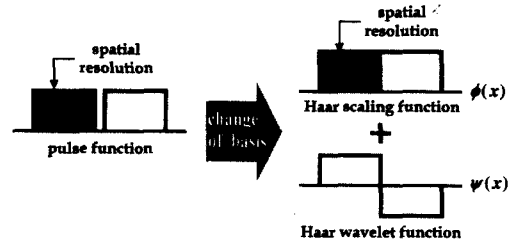


그림 2. 기존의 FDTD와 Haar 웨이블릿 기반 MRTD의 공간 분해능 비교
Fig. 2. Comparison of the spatial resolution between the conventional FDTD and the Haar-wavelet-based MRTD.

Resolution)을 유지한 채 두 배로 증가한 셀을 사용할 수 있다. 따라서 두 배 가까이 증가된 시간 간격 Δt 를 사용할 수 있다. 참고로 Haar 웨이블릿 기반 MRTD의 경우에 대한 안정조건은 기존의 FDTD와 동일한 형태를 가진다^[5]. 그림 2는 기존 FDTD와 Haar 웨이블릿 기반 MRTD의 기본 셀 및 공간 분해능을 각각 1차원적으로 나타낸 것이다. 그림에서 볼 수 있는 바와 같이 MRTD는 기존의 FDTD에 사용된 펄스 기저함수를 스켈링 기저함수와 웨이블릿 기저함수의 합으로 변환하는 과정이며, Haar 웨이블릿 기반 MRTD 셀은 기존의 FDTD의 셀에 비해 두 배로 증가하면서 공간 분해능은 동일하게 유지됨을 알 수 있다.

Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD 차분식은 모멘트법의 측면에서 볼 때, 기존의 FDTD처럼 미분형 맥스웰 방정식을 중심차분법을 이용하여 직접 이산화하는 것이 아니라, 선행적으로 각 방향에 대한 전개 및 자계 성분들을 시간에 대해서는 스켈링 기저함수만을 이용하고, 공간에 대해서는 웨이블릿과 스켈링 기저함수를 동시에 이용하여 전개하여야 한다. 예를 들어 2차원 웨이블릿과 스켈링 기저함수를 이용하여 전개된 E_x 성분은 다음과 같이 표현된다.

$$E_x(x, y, t) = \sum_i \sum_j \sum_n \left\{ \begin{array}{l} {}_n^x E_{i+1/2, j}^{\phi\phi} \phi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \\ + {}_n^x E_{i+1/2, j}^{\phi\psi} \phi_{i+1/2}(x) \psi_j(y) \\ + {}_n^x E_{i+1/2, j}^{\psi\phi} \psi_{i+1/2}(x) \phi_j(y) \\ + {}_n^x E_{i+1/2, j}^{\psi\psi} \psi_{i+1/2}(x) \psi_j(y) \end{array} \right\} \cdot h_n(t) \quad (6)$$

여기서 $\phi_m(r)$ 과 $\psi_m(r)$ 은 공간에 대한 기저함

수로 Haar 스켈링 함수와 웨이블릿 함수의 전이된 형태이고, $h_n(t)$ 는 시간에 대한 기저함수로 펄스이다^{[4],[5]}. MRTD 차분식은 전개된 필드 성분들을 맥스웰 방정식에 대입한 후 갤러킨법에 의해 테스트함으로써 유도할 수 있다.

$$\left\langle f_{test}, \frac{\partial E_x}{\partial t} \right\rangle = \left\langle f_{test}, \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \right\rangle \quad (7)$$

여기서 f_{test} 는 4개의 테스트 함수를 나타내며 식 (8)과 같다. 그리고 식 (7)에 대해서 네 번의 테스트 과정을 거치게 된다.

$$Testing \ Function \ Set : f_{test} = \begin{pmatrix} \phi(x)\phi(y)h(t) \\ \phi(x)\psi(y)h(t) \\ \psi(x)\phi(y)h(t) \\ \psi(x)\psi(y)h(t) \end{pmatrix} \quad (8)$$

갤러킨법에 의한 테스트 과정을 거쳐 얻어지는 MRTD 차분식은 식 (9)와 같다.

$$\begin{aligned} {}_{n+1}^x E_{i+1/2,j}^{\phi\phi} &= {}_n^x E_{i+1/2,j}^{\phi\phi} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta y} \left({}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j+1/2}^{\phi\phi} - {}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j-1/2}^{\phi\phi} \right) \\ &+ j\beta \frac{\Delta t}{2\epsilon_0} \left[\begin{aligned} &({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\phi\phi} + {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\phi\phi}) \\ &+ ({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\phi\psi} - {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\phi\psi}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (9.a)$$

$$\begin{aligned} {}_{n+1}^x E_{i+1/2,j}^{\phi\psi} &= {}_n^x E_{i+1/2,j}^{\phi\psi} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta y} \left({}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j+1/2}^{\phi\psi} - {}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j-1/2}^{\phi\psi} \right) \\ &+ j\beta \frac{\Delta t}{2\epsilon_0} \left[\begin{aligned} &({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\phi\psi} + {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\phi\psi}) \\ &+ ({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\psi\psi} - {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\psi\psi}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (9.b)$$

$$\begin{aligned} {}_{n+1}^y E_{i+1/2,j}^{\psi\phi} &= {}_n^y E_{i+1/2,j}^{\psi\phi} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta y} \left({}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j+1/2}^{\psi\phi} - {}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j-1/2}^{\psi\phi} \right) \\ &+ j\beta \frac{\Delta t}{2\epsilon_0} \left[\begin{aligned} &({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\psi\phi} + {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\psi\phi}) \\ &+ ({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\psi\psi} - {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\psi\psi}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (9.c)$$

$$\begin{aligned} {}_{n+1}^y E_{i+1/2,j}^{\psi\psi} &= {}_n^y E_{i+1/2,j}^{\psi\psi} + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta y} \left({}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j+1/2}^{\psi\psi} - {}_{n+1/2}^z H_{i+1/2,j-1/2}^{\psi\psi} \right) \\ &+ j\beta \frac{\Delta t}{2\epsilon_0} \left[\begin{aligned} &({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\psi\psi} + {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\psi\psi}) \\ &+ ({}_{n+1/2}^y H_{i+1/2,j}^{\psi\phi} - {}_{n+1/2}^y H_{i-1/2,j}^{\psi\phi}) \end{aligned} \right] \end{aligned} \quad (9.d)$$

위의 식 (9)에서 볼 수 있듯이, Compact 2D MRTD에서는 기존의 MRTD 차분식에서와 달리 네

부 계산영역에서 계수들간에 미량의 결합(Coupling)이 존재하며 서로 의존적인 관계를 유지하고 있다. 나머지 5개의 맥스웰 방정식들에 대해서도 동일한 과정에 의해 MRTD 차분식을 유도할 수 있으며, 결국 모든 전계 및 자계에 대한 계수 값들을 계산하기 위해서는 하나의 MRTD 단위 셀에 대하여 모두 24개의 차분식을 계산하여야 한다. 하나의 단위 셀에 대하여 6개의 차분식만을 계산하는 기존의 FDTD의 경우에 비추어 볼 때 구해야 하는 미지수의 개수가 네 배로 증가하였지만, 2차원 단위 셀의 크기는 거의 네 배 증가하였으므로 전체 셀의 개수가 4분의 1로 감소하여 결국 계산하여야 하는 전체 미지수의 개수는 동일하다. 그러나 안정조건을 만족하는 시간 간격 Δt 가 두 배 가까이 증가하였으므로 기존의 FDTD에 비해 더욱 빠른 시간 내에 동일한 시간 동안의 응답을 관찰할 수 있다.

일반적으로 임의의 2차원 셀에서의 물리적인(서브노드) 필드 성분과 웨이블릿 계수 사이에는 다음과 같은 선형 관계가 존재한다^[5].

$$\begin{pmatrix} {}^\xi G_{i,j}^{\phi\phi} \\ {}^\xi G_{i,j}^{\phi\psi} \\ {}^\xi G_{i,j}^{\psi\phi} \\ {}^\xi G_{i,j}^{\psi\psi} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} {}^\xi G_{i,j}^{ll} \\ {}^\xi G_{i,j}^{lu} \\ {}^\xi G_{i,j}^{ul} \\ {}^\xi G_{i,j}^{uu} \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기서 첨자 ξ 는 필드의 방향성분 즉, x, y, z 를 나타내고, G 는 E, H 성분을 나타낸다. 그리고 l, u 의 조합은 각각 셀 내의 서브노드의 위치를 표시한다. 본 논문에서는 도파관의 외곽을 둘러싸고 있는 도체에 대한 경계조건을 표현하기 위해서 평균 개념^[3]을 이용하였다. 평균 개념은 완전도체면에 매우 근접한 전계에 대해 선형 분포를 가정하여 적용하는 방법으로, 면에 매우 근접해 있고 평행인 전계 성분을 '0'과 인접한 셀의 전계 성분의 평균으로 결정한다. 예를 들어 도파관의 왼쪽면에 대한 완전도체조건은 그림 3을 통해 볼 수 있듯이, 도체면과 평행인 ${}^\xi E_{0,j}^{ll}, {}^\xi E_{0,j}^{lu}$ 를 '0'으로 놓음으로써 적용한다. 그리고 ${}^\xi E_{0,j}^{ul}, {}^\xi E_{0,j}^{uu}$ 값들은 각각 0과 ${}^\xi E_{1,j}^{ll}$ 의 평균, 0과 ${}^\xi E_{1,j}^{lu}$ 의 평균을 통해서 추출한다. 여기서 ξ 는 필드의 방향성분 즉, y, z 를 나타낸다. 결국 최종적으로 얻어지는 완전도체조건은 식 (10)의 행렬 관계

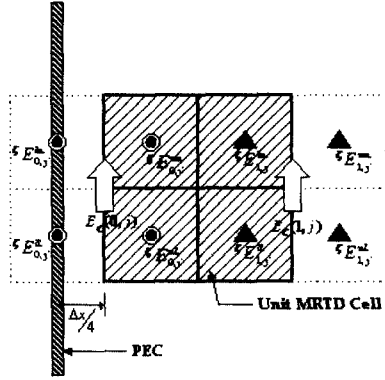


그림 3. 도체면에 대한 완전도체조건도의 적용
Fig. 3. Application of the perfect electric conductor condition for the conductor wall.

식에 의해서 식 (11)과 같은 웨이블릿 계수들간의 관계로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} \zeta E_{0,j}^{\phi\phi} \\ \zeta E_{0,j}^{\phi\psi} \\ \zeta E_{0,j}^{\psi\phi} \\ \zeta E_{0,j}^{\psi\psi} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \zeta E_{1,j}^{\phi\phi} + \zeta E_{1,j}^{\psi\phi} \\ \zeta E_{1,j}^{\phi\psi} + \zeta E_{1,j}^{\psi\psi} \\ -\zeta E_{1,j}^{\phi\phi} - \zeta E_{1,j}^{\psi\phi} \\ -\zeta E_{1,j}^{\phi\psi} - \zeta E_{1,j}^{\psi\psi} \end{pmatrix} \quad (11)$$

도파관의 오른쪽면에 대한 완전도체조건도 이와 동일한 방법에 의해 적용이 가능하며, 최종적으로 얻어지는 관계식은 식 (12)와 같다.

$$\begin{pmatrix} \zeta E_{\max,j}^{\phi\phi} \\ \zeta E_{\max,j}^{\phi\psi} \\ \zeta E_{\max,j}^{\psi\phi} \\ \zeta E_{\max,j}^{\psi\psi} \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} \zeta E_{\max-1,j}^{\phi\phi} - \zeta E_{\max-1,j}^{\psi\phi} \\ \zeta E_{\max-1,j}^{\phi\psi} - \zeta E_{\max-1,j}^{\psi\psi} \\ \zeta E_{\max-1,j}^{\phi\phi} - \zeta E_{\max-1,j}^{\psi\phi} \\ \zeta E_{\max-1,j}^{\phi\psi} - \zeta E_{\max-1,j}^{\psi\psi} \end{pmatrix} \quad (12)$$

도파관의 나머지 위쪽 경계면과 아래쪽 경계면에 대한 완전도체조건도 이와 동일한 방법에 의해 유도할 수 있다.

III. 수치해석 및 결과

본 논문의 해석에 사용된 구형 도파관의 규격은 그림 4와 같다. 도파관의 내부는 공기로 채워져 있으며 해석의 용이를 위하여 도파관의 두께는 없는 것으로 가정하였다. 기존의 FDTD 해석의 경우 관심

주파수 영역이 DC~40 GHz이고, 수치적 선형 분산 특성을 만족하기 위하여 각 방향에 대한 공간 셀 크기를 최고 주파수에 대해 $\lambda/15$ 에 해당하는 0.0005 m로 설정하였다. 이 때 2차원적으로 이산화되는 전체 셀의 개수는 40×20개이다. MRTD의 경우 전체 셀의 개수를 20×10개로 하였으며 이 때 각 방향에 대한 공간 셀의 크기는 $\Delta x=0.00097560976$ m이고, 이다. 기존의 FDTD의 경우와 달리 x 방향으로의 셀 크기와 y 방향으로의 셀 크기가 서로 다른 이유는 그림 3에서 볼 수 있는 바와 같이 평균개념에 의한 외곽 도체면에서의 경계조건을 적용하기 위해서는 도체면과 MRTD 셀 간에 $\Delta/4$ 만큼의 이격이 필요하기 때문이다. 여기서 Δ 는 Δx 또는 Δy 이다.

다음의 표 1에서는 DC~40 GHz 범위에 존재하는 각 TM 모드들에 대한 차단 주파수를 나타내고 있다. 각 모드들에 대한 차단 주파수는 바로 β 값을 0으로 놓고 계산했을 때, 2차원 단면에서 나타나는 공진점들이다. 표를 통해 볼 수 있는 바와 같이 각 모드의 차단 주파수를 해석적 방법에 의해 구한 경우^[10], 기존의 Compact 2D FDTD에 의해 구한 경우, 본 논문에서 제안된 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD에 의해 구한 경우에 대해서 비교하였으며, 얻어진 차단 주파수 값들은 서로 잘 일치함을 확인할 수 있다.

TM 모드의 경우와 함께 TE 모드의 경우에 대해서도 동일한 주파수 범위 내에서 각 모드들의 차단 주파수를 해석적 방법^[10], 기존의 Compact 2D FDTD, Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD를 이용하여 각각 계산하였다. 이 경우에도 마찬가지로 각 차단

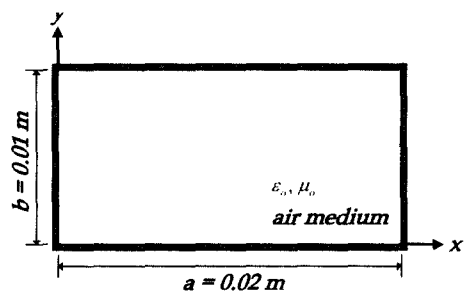


그림 4. 내부가 공기로 채워진 구형 도파관
Fig. 4. A hollow rectangular waveguide.

표 1. 내부가 공기로 채워진 구형 도파관에서의 각 TM 모드들에 대한 차단 주파수

Table 1. Mode cutoff frequencies of the hollow rectangular waveguide, TM polarization. (Unit : GHz)

m	n	Analytical	FDTD	Proposed Method	Mode
1	1	16.76	16.74	16.74	TM ₁₁
2	1	21.20	21.19	21.18	TM ₂₁
3	1	27.03	27.00	26.96	TM ₃₁
1	2	30.90	30.85	30.70	TM ₁₂
2	2	33.52	33.46	33.35	TM ₂₂
4	1	33.52	33.46	33.35	TM ₄₁
3	2	37.47	37.44	37.36	TM ₃₂

표 2. 내부가 공기로 채워진 구형 도파관에서의 각 TE 모드들에 대한 차단 주파수

Table 2. Mode cutoff frequencies of the hollow rectangular waveguide, TE polarization.

m	n	Analytical	FDTD	Proposed Method	Mode
1	0	7.49	7.50	7.50	TE ₁₀
0	1	14.99	14.99	14.96	TE ₀₁
2	0	14.99	14.99	14.96	TE ₂₀
1	1	16.76	16.74	16.74	TE ₁₁
2	1	21.20	21.13	21.15	TE ₂₁
3	0	22.48	22.44	22.36	TE ₃₀
3	1	27.02	26.89	26.90	TE ₃₁
0	2	29.98	29.90	29.72	TE ₀₂
4	0	29.98	29.90	29.72	TE ₄₀
1	2	30.90	30.83	30.71	TE ₁₂
2	2	33.52	33.50	33.42	TE ₂₂
4	1	33.52	33.50	33.42	TE ₄₁
3	2	37.47	37.31	36.92	TE ₃₂
5	0	37.47	37.31	36.92	TE ₅₀

주파수 값들이 서로 잘 일치함을 볼 수 있다.

그림 5에서는 그림 4와 같은 내부가 공기로 채워져 있는 구형 도파관에서 전파 상수 β 의 변화에 따른 TE₁₀ 모드에 대한 차단 주파수의 변화 곡선을 보여주고 있다. 여기서 곡선의 기울기는 도파관의 분산특성을 나타낸다. 그림에서 볼 수 있듯이 이 도파관의 경우 대체적으로 선형적인 분산 특성을 나타내고 있다. 그림 5에서도 마찬가지로 기존의 Compact 2D FDTD와 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D

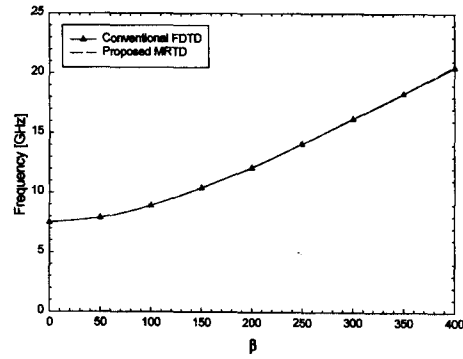


그림 5. 내부가 공기로 채워진 구형 도파관에 대한 특성(TE₁₀ 모드)

Fig. 5. Mode dispersion characteristics of the hollow rectangular waveguide(TE₁₀ mode).

표 3. 해석 조건 및 계산시간 비교

Table 3. Comparison of the analysis condition and CPU time.

	FDTD	MRTD
Δt	0.9622504 ps	1.8775620 ps
Observation time	4.81 ns	
Iteration number	5000	2562
CPU time	127 s	93 s

MRTD에 의한 해들이 매우 잘 일치함을 확인할 수 있다.

표 3에서는 내부가 공기로 채워진 구형 도파관의 해석에 있어 기존의 FDTD와 본 논문에서 제안된 알고리즘 간의 해석 조건 및 계산시간을 비교하였다. 해석에 사용된 컴퓨터는 펜티엄 III 800 MHz이고, 메모리는 256 Mbytes이다. 표를 통해 알 수 있듯이, 해석에 사용된 시간간격 Δt 는 각각의 안정조건을 만족하는 범위 내에서 기존 FDTD의 경우 0.9622504 pico초이고, MRTD의 경우 1.8775620 pico초이다. 이때 4.81 nano초 동안의 응답을 관찰하기 위한 전체 반복계산 수는 FDTD의 경우 5000번이 요구되는 반면에, 제안된 알고리즘의 경우 2562번으로 감소한다. 결과적으로 본 논문의 알고리즘에 의한 해석 소요시간은 기존의 FDTD에 비해 약 30% 가량 절약되었음을 확인할 수 있다.

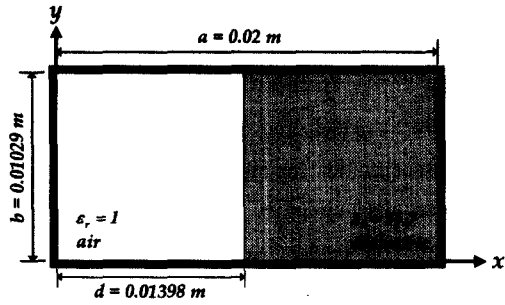


그림 6. 내부의 일부가 유전체로 채워진 구형 도파관
Fig. 6. Dielectric slab-loaded rectangular waveguide.

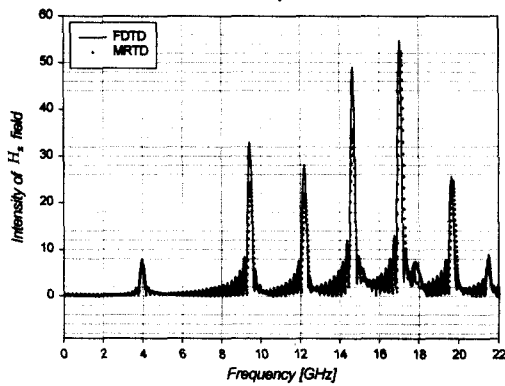


그림 7. 내부의 일부가 유전체로 채워진 구형 도파관에서의 각 TE 모드들의 차단 주파수
Fig. 7. Mode cutoff frequencies of the dielectric slab-loaded rectangular waveguide, TE polarization.

본 논문에서는 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD를 이용하여 그림 6과 같이 내부의 일부가 유전체로 채워져 있는 구형 도파관^[10]에서의 각 TE 모드들에 대한 차단 주파수를 계산하였다. 그림 7의 결과에서 피크(Peak)치들은 각 모드의 차단 주파수를 나타내고 있으며, 제안된 알고리즘은 기존의 Compact 2D FDTD에 의한 결과와 매우 잘 일치한다. 이와 함께 그림 7에 제시된 FDTD 및 MRTD의 결과는 기존의 해석적인 방법에 의해 계산된 결과^[10]와 비교했을 때 대체적으로 매우 정확하게 일치하고 있다. 그러나 17.63, 19.45, 24.83, 25.83, 27.33 GHz에서는 FDTD 및 MRTD에 의한 결과 모두 모

드의 피크치가 나타나지 않는데, 이는 이 모드들의 피크치가 상대적으로 작아 이들과 매우 근접해 있는 17.15, 19.79, 24.62, 27.16 GHz에 존재하는 피크들의 주변 리플(Ripple)에 의해 가려지기 때문으로 사료되며, 이러한 문제는 해석 시간을 매우 길게 함으로써 해결할 수 있다.

IV. 결 론

본 논문에서는 기존의 Compact 2D FDTD에 대한 고속화 알고리즘으로써 Haar 웨이블릿 기반 Compact 2D MRTD를 제안하였다. 또한 구현된 알고리즘을 이용하여 내부가 공기로 채워져 있는 구형 도파관에 대한 각 TM, TE 모드들의 차단 주파수를 추출하였고, TE₁₀모드에 대한 $\beta - \omega$ 관계 곡선을 통해 도파관의 분산특성을 관찰하였다. 기존의 해석적인 해 및 Compact 2D FDTD에 의한 해와의 비교를 통해 제안된 알고리즘의 정확성을 확인하였으며, Compact 2D FDTD와 계산 소요시간을 비교함으로써 방법의 효율성을 검증하였다. 제안된 알고리즘은 도파관 구조에 대한 분산 특성 연구에 있어 효율적인 고속화 기술로서 의미가 있다고 할 수 있다.

참 고 문 헌

- [1] A. Asi and L. Shafai, "Dispersion Analysis of Anisotropic Inhomogeneous Waveguides Using Compact 2D-FDTD", *Electronics Lett.*, vol. 28, no. 15, pp. 1451-1452, 16-th July 1992.
- [2] M. Fujii and S. Kobayashi, "Accurate Analysis of Losses in Waveguide Structures by Compact Two-Dimensional FDTD Method Combined with Autoregressive Signal Analysis", *IEEE Trans. On Microwave Theory and Tech.*, vol. 44, no. 6, pp. 970-975, June 1996.
- [3] M. Fujii and W. Hoefer, "Formulation of a Haar-Wavelet-based Multi-Resolution Analysis similar to the 3-D FDTD Method", in *IEEE MTT-S 1998*, pp. 1393-1396.
- [4] M. Krumpholz and L. P. B. Katehi, "MRTD: New Time-Domain Schemes Based on Multi-

resolution Analysis", *IEEE Trans. On Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 4, pp. 555-571, April 1996.

[5] M. Fujji and W. Hoeffler, "A Three- Dimensional Haar-Wavelet-Based Multiresolution Analysis Similar to the FDTD Method - Derivation and Application", *IEEE Trans. On Microwave Theory and Tech.*, vol. 46, no. 12, pp. 2463-2475, December 1998.

[6] S. Ju, D. Bae, and H. Kim, "A Combined MRTD/FDTD Approach to Analyze Local Characteristics of Lumped Elements", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, vol. 27, no. 3, pp. 190-192, November 2000.

[7] J. Cheon, S. Ju, H. Kim, and K. Ko, "Analysis of Power-Plane Resonance Using the Haar-Wavelet-Based MRTD", *Microwave and Optical Tech. Lett.*, vol. 30, no. 1, pp. 6-9, May 2001.

[8] S. Ju, Y. Vin, and H. Kim, "Modal MRTD approaches for the efficient analysis of waveguide discontinuities", *IEEE Microwave and Wireless Components Lett.*, vol. 11, no. 8, August 2001.

[9] A. Cangellaris, "Numerical Stability and Numerical Dispersion of a Compact 2-D/FDTD Method Used for the Dispersion Analysis of Waveguides", *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol. 3, no. 1, January 1993.

[10] S. Rao, *Time Domain Electromagnetics*, Academic Press, 1999.

천 정 남



전자파 수치해석

1998년 2월: 한양대학교 전파공학과 (공학사)
 2000년 2월: 한양대학교 전파공학과 (공학석사)
 2000년 2월~현재: 한양대학교 전자통신전파공학과 박사과정
 [주 관심분야] EMI/EMC, 안테나,

박 현 식



2001년 2월 경기대 전자공학과 (공학사)
 2001년 3월~현재: 한양대학교 전자통신전파공학과 석사 과정
 [주 관심분야] 전자파 수치해석, EMI/EMC

어 수 지



1996년 2월: 한국항공대학교 항공전자공학과 (공학사)
 2000년 3월~현재: 한양대학교 전자통신전파공학과 석사 과정
 [주 관심분야] 전자파 수치해석, EMI/EMC

김 형 동



1984년 2월: 서울대학교 공과대학 전자공학과 (공학사)
 1986년 2월: 서울대학교 공과대학 전자공학과 (공학석사)
 1992년 5월: The University of Texas at Austin(Ph. D) 마이크로파 공학 전공
 1993년 3월~1996년 2월 : 한양대학교 전파공학과 전임강사
 1996년 3월~2001년 2월: 한양대학교 전파공학과 조교수
 2001년 3월~현재: 한양대학교 전자전기공학부 부교수
 [주 관심분야] 이동통신용 안테나, 마이크로파 회로, 초음파 공학, 전자파 수치해석, 웨이블릿 변환의 수치해석 응용