

## 경사진 고체 표면 위를 내려가는 액적의 미끌림 운동

김진호, 김호영<sup>†</sup>, 강병하<sup>\*</sup>, 이재현<sup>\*\*</sup>

한국과학기술연구원 열·유동제어연구센터, <sup>\*</sup>국민대학교 기계·자동차공학부, <sup>\*\*</sup>한양대학교 공과대학 기계공학부

### A Study of Droplet Motion on an Inclined Surface

Jin-Ho Kim, Ho-Young Kim<sup>†</sup>, Byung Ha Kang<sup>\*</sup>, Jae-Heon Lee<sup>\*\*</sup>

Thermal/Flow Control Research Center, KIST, Seoul 136-791, Korea

<sup>\*</sup>School of Mechanical and Automotive Engineering, Kookmin University, Seoul 136-702, Korea

<sup>\*\*</sup>Department of Mechanical Engineering, College of Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea

(Received June 21, 2001; revision received August 30, 2001)

**ABSTRACT:** A scaling analysis is provided which predicts the sliding velocity of a liquid drop down an inclined surface. The analysis is based on the balance of the gravitational work rate that drives the drop sliding and the resistances by capillary and viscous forces. The capillary resistance is accounted for via the contact angle hysteresis, which is quantified by measuring the critical inclination causing the drop to start sliding. The sliding of the drop is governed by the rate of the viscous dissipation of the Stokes flow. The analysis result in its limit form for small contact angles is consistent with previous results. In the experiments to verify the analysis results, the measured sliding velocity of various liquid drops are shown to obey the predictions made in this study.

**Key words:** Liquid drop(액적), Sliding(미끌림), Scaling analysis(스케일링 해석), Capillary number(모세수), Contact angle hysteresis(접촉각 히스테리시스)

#### 기호설명

$a$  :  $\sin^2 \theta / (\theta - \sin \theta \cos \theta)$   
 $b$  :  $\sin \theta \cos \theta / (\theta - \sin \theta \cos \theta)$   
 $c$  :  $\sin^2 \theta / 2(\theta - \sin \theta \cos \theta)$   
 $Ca$  : 모세수,  $\mu U / \sigma$   
 $d$  : 분자를 정육각형으로 볼 때 한 모서리의 길이 [m]  
 $f$  : 단위 부피당 점성 소산 [ $N/m^2 s^3$ ]

$g$  : 중력가속도 [ $m/s^2$ ]  
 $L$  : 액적 접촉면의 둘레 [m]  
 $\hat{M}$  : 액체의 분자량 [kg/mole]  
 $\hat{N}$  : Avogadro수 [개/mole]  
 $r$  : 지름방향 축  
 $R$  : 반경 [m]  
 $s$  :  $R_{b,sc} / R_0$   
 $U$  : 정상 속도 [m/s]  
 $v$  : 속도 [m/s]  
 $V$  : 액적의 부피 [ $m^3$ ]  
 $w$  : 액적 접촉면의 폭 [m]

† Corresponding author

Tel. : +82-2-958-5673; fax : +82-2-958-5689

E-mail address: hoyoung@kist.re.kr

그리스 문자

$\alpha$	: 경사면의 기울기 [°]
$\beta$	: 비례상수
$\varepsilon$	: $(\theta_A - \theta_R) / (\theta_A + \theta_R)$
$\phi$	: 원주방향 축
$\Phi$	: 일률 [W]
$\gamma_A$	: 비례상수, 식(12)
$\gamma_B$	: 비례상수, 식(12)
$\chi^{-1}$	: 모세길이 [m]
$\lambda$	: 접촉선으로부터의 매우 가까운 거리 [m]
$\lambda_0$	: $= \lambda \theta_0$ , 미끌림 상수
$\Lambda$	: Stokes 가정이 적용되는 범위까지의 거리 [m]
$\mu$	: 점성계수 [Ns/m <sup>2</sup> ]
$\theta$	: 접촉각 [°]
$\theta_0$	: $(\theta_A + \theta_R) / 2$ [°]
$\rho$	: 밀도 [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	: 표면장력 [N/m]
$\tau_c$	: 임계 전단응력 [N/m <sup>2</sup> ]
$\psi$	: $V^{2/3}(\sin \alpha - \sin \alpha_c) / \ln(R_b / \lambda)$

### 상첨자

' : 단위 깊이당

### 하첨자

0	: 액적을 부피가 동일한 구로 가정
A	: 전진
app	: 겉보기
b	: 접촉면, 벌크
c	: 모세력, 임계
e	: 평형
g	: 중력
R	: 후퇴
sc	: 구의 꼭대기
v	: 점성력

## 1. 서 론

액적이 경사면에 놓인 경우, 액적은 기울어진 표면을 따라 내려가려 한다. 극단적인 소수성을 가진(super-hydrophobic) 표면 위에 놓인 액적은 표면을 굴러 내려가는 반면,<sup>(1,2)</sup> 약간의 소수성을 띤 표면 위에서 액적은 표면을 따라 미끄러지며 내려간다. 그러나, 표면의 경사각이 작은 경우 액적은 표면 위에 고정되어 움직이지 않는다. 이렇게 액적이 경사면에서 움직이지 않는 현상의 원인은 접촉각 히스테리시스(contact angle hysteresis), 즉 전진접촉각(advancing contact angle)과 후퇴접촉각(receding contact angle)의 차이로 설명된다. 접촉각 히스테리시스는 주로 표면의 조도, 표면의 오염 및 액적의 용질에 의해 야기된다고 알려져 있다.<sup>(3)</sup> 접촉선(contact line)의 움직임, 즉 액적의 정지상태에서 운동상태로의 천이 매커니즘은 액적의 에너지가 에너지 장벽(energy barrier)보다 클 때 발생하는 동력학적 임계현상(critical phenomenon)으로 간주될 수 있다고 알려져 있다.<sup>(3,4)</sup>

본 연구는 위에서 언급한 약간의 소수성을 지닌 표면 위에서 점성 액체의 임계점을 지난 상태의 운동을 고찰하였다. 이러한 현상은 빗방울이 유리창에 부딪혀 흐르는 현상과 차가운 튜브 표면에 증기가 응축하는 현상 등에서도 같이 자연계나 공업현장에서 흔히 볼 수 있는 현상임에도 불구하고 액적의 임계운동에 관한 연구는 극히 제한적인 면에 한정되어 왔다.<sup>(5-8)</sup> 3상(기/액/고상)이 만나는 접촉선에서 일반적인 점착(no slip) 경계조건을 사용하면 전단응력과 에너지 소산이 발산하는 특이점(singularity)이 발생한다.<sup>(9)</sup> 이러한 특이점을 해결하기 위한 많은 모델이 제시되었으나,<sup>(10)</sup> 이동 접촉선 문제(moving contact line problem)는 아직도 이론의 여지가 많으며, 이로 인해 액적의 미끌림 문제에 관한 충분한 이해가 부족한 실정이다.

이동 접촉선 문제에 있어서, 접촉각의 변화를 결정하고 전단응력의 특이점 문제를 해결하려는 여러 가지 경계조건이 제안되어 왔다. Hocking<sup>(5)</sup>은 접촉선의 전진접촉각과 후퇴접촉각이 고정된 작은 값이고, 액적을 얇은 이차원 형상이라고 가정하여 이동 접촉선 문제를 고찰하였다. 특이점 문제를 해결하기 위하여, 고체 표면과 접촉하는 액적의 바닥에서 미끌림 속도가 국부 속도구배 또는 전단응력에 선형적으로 비례한다는 Navier

의 미끌림 경계조건<sup>(11)</sup>을 사용하였다.

Dussan V. and Chow<sup>(6)</sup> 그리고 Dussan V.<sup>(7)</sup>는 레이놀즈수와 모세수(capillary number)가 "0" 근처의 값이라는 조건하에서 액적 정상(steady) 운동의 점근해(asymptotic solution)를 구했다. 이들의 연구는 접촉선 운동의 준정상해에 섭동(perturbation)을 가함으로써 점근해를 구하였는데, 이때 접촉선 근처에서 접촉각이 접촉선 속도에 비례한다는 모델을 사용하였다. 이 모델에서는 모세수가 "0" 근처의 값이라는 제한조건 때문에 전단응력의 특이점 문제를 내포하지는 않았다. 또한 Durbin<sup>(8)</sup>은 전진접촉각과 후퇴접촉각이 일정하다는 가정을 사용하여 얇은 이차원 액적에 관하여 연구하였다. 이 모델은 접촉선 근처의 소위 항복응력(yield stress) 영역에서는 속도 미끌림(velocity slip)이 있으며, 항복응력 영역 내에서는 전단응력이 계면 항복응력과 동일한 상수값을 갖는 것으로 가정한 것이다.

위의 연구들은 경험상수들을 포함하고 있고, 이 경험상수들을 결정하기가 어렵기 때문에 이러한 이론을 검증하기는 쉽지 않다. 또한, 이들의 연구는 제한된 형상에서만 적용이 가능하다. 즉, 윤활근사(lubrication approximation)는 작고 얇은 액적에만 적용 가능하기 때문에, 본 연구와 같이 약간의 소수성을 지닌 표면 위의 점성 액적에 관한 문제에는 적용할 수가 없다.

그러므로, 본 연구에서는 미끌림 액적 문제에 관한 근본적인 이해를 위하여, 미끌림 점성 액적의 정상 속도에 관한 스케일링 해석방법을 제안하여, 액적 미끌림 현상에 관한 물리적인 메커니즘, 특히 저항 메커니즘을 밝혔다. 또한 스케일링 해석의 타당성을 증명하는 미끌림 액적 속도에 관한 실험을 수행하여 결과를 비교하였다.

## 2. 미끌림 속도의 스케일링 해석

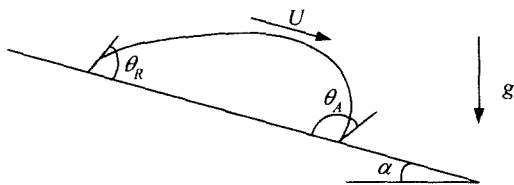


Fig. 1 A schematic of a sliding drop on an inclined solid surface.

## 2.1 에너지 평형

액적 미끌림 현상의 물리적인 메커니즘을 밝히기 위하여, 기울기  $\alpha$ 인 경사면을 내려가는 액적의 중심이 정상 속도  $U$ 로 움직이는 액적 모델 및 사진을 각각 Fig. 1 및 Fig. 2에 나타내었다. 그림에서  $\theta_A$  및  $\theta_R$ 는 각각 전진접촉각 및 후퇴접촉각이다. 중력에 의해 움직이는 액적 유동은 모세력(capillary force)과 점성 소산에 의한 저항을 받는다. 액적의 밀도와 부피를 각각  $\rho$  및  $V$ 라 하면, 위치에너지 감소를  $\Phi_g$ 는 식(1)과 같다.

$$\Phi_g = \rho V g U \sin \alpha \quad (1)$$

여기서,  $g$ 는 중력가속도이다.

모세력에 의한 일률  $\Phi_c$ 는 고체 표면에 평행한 표면력의 합과 정상 속도의 곱으로 나타낼 수 있다.<sup>(6,12)</sup> 액적의 미끌림이 시작되는 임계점의 형상으로부터 변하는 정도가 미미한 경우, 즉  $\theta_R$ 과  $\theta_A$ 이 임계점에서의 값과 같은 상수로 유지될 경우 식(2)와 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_c = \sigma w U (\cos \theta_R - \cos \theta_A) \quad (2)$$

여기서,  $\sigma$ 는 액적의 표면장력이고,  $w$ 는 액적 접촉면의 폭이다. 이전의 연구<sup>(13)</sup>에 의하면  $Ca < 10^{-3}$  일 때 위와 같이  $\theta_R, \theta_A = const.$ 임을 가정할 수 있다.

점성 소산은 액적의 속도장에 의해 결정된다. 액적이 클 때, 액적은 중력이 주로 작용하는 평평한 중앙 영역과 모세력이 주로 작용하는 모서리(wedge) 영역으로 나뉠 수 있다.<sup>(4)</sup> 이러한 경우, 평평한 중앙 영역의 속도장은 윤활근사가 적

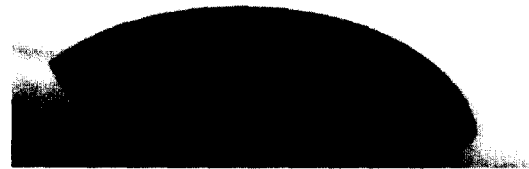


Fig. 2 A photo of a sliding drop on an inclined solid surface.

용될 수 있고, 모서리 영역의 속도장은 접촉각이 아주 작지 않다면, Stokes 가정이 적용될 수 있다.<sup>(5)</sup> 특성길이(즉, 부피가 동일한 구의 반경  $R_0$ )

가 모세길이(capillary length,  $\lambda^{-1} = \sqrt{\sigma/\rho g}$ )와 비슷한 크기를 갖는 작은 액적일 경우, 액적은 수평면에 놓인 잘려진 구의 형상을 갖는다고 할 수 있다.<sup>(2)</sup> 고체 표면의 기울어짐으로 인한 액적의 변형이 작고, 고체 표면이 약간의 소수성을 띠고 있다고 가정하면, 작은 액적의 전체 속도장은 Stokes 가정이 적용될 수 있다. 실제에서 볼 수 있는 액적은 이러한 크기를 가지고 있기 때문에 본 연구에서는 작은 액적의 전체 영역에 적용될 수 있는 모서리 영역의 점성 소산에 관하여 논의한다.

작은 액적의 전체 영역에 적용될 수 있는 Stokes 가정에 의한 점성 소산을 계산하기 위하여, Fig. 3에 보인 바와 같이 원통좌표계에서 이차원 모서리 영역의 속도장을 계산하였다.<sup>(9)</sup> 이 속도장을 이용하면, 단위부피당 점성소산  $f$ 는 식(3)과 같이 표시할 수 있다.

$$f = 4\mu \frac{U^2}{r^2} (a \cos \phi - b \sin \phi)^2 \quad (3)$$

여기서,  $a$ 는  $\sin^2 \theta / (\theta - \sin \theta \cos \theta)$ 이고  $b$ 는  $\sin \theta \cos \theta / (\theta - \sin \theta \cos \theta)$ 이며,  $\theta$ 는 접촉각이다.

액적 모서리에서의 단위깊이당 소산  $\Phi_v'$ 는 식(4)와 같이 계산된다. 이때, 접촉선( $r=0$ )에서 에너지 소산의 발산을 막기 위하여, 모서리 근처의 점성 소산을 계산할 때, 접촉선으로부터 매우 가까운 거리  $\lambda$  이상의 구간에서만 계산한다.<sup>(3,14)</sup>

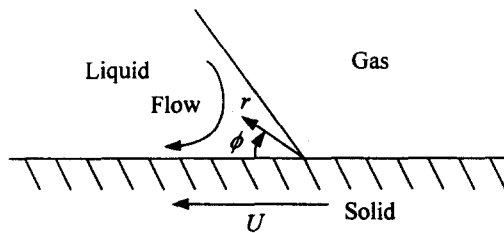


Fig. 3 The coordinate system and the flow field in a wedge near the contact line.

$$\Phi_v' = \int_{\lambda}^{\Lambda} \int_0^{\theta} f r dr d\phi \quad (4)$$

여기서,  $\Lambda$ 는 Stokes 가정이 적용되는 범위까지의 길이이다.  $\lambda$ 의 크기는 액체분자의 크기와 비슷함이 알려져 있다. 액체를 모서리의 길이가  $d$ 인 정육면체 모양의 분자들로 구성되어 있다고 가정하면, 분자크기  $d$ 는 식(5)와 같이 계산될 수 있다.<sup>(15)</sup>

$$d = (\hat{M} / \rho \hat{N})^{1/3} \quad (5)$$

여기서,  $\hat{M}$ 은 분자량이고,  $\hat{N}$ 은 Avogadro의 수이다. 식(4)에 식(3)을 대입하고 정리하면, 식(6)과 같다.

$$\Phi_v' = 4\mu U^2 c(\theta) \ln(\Lambda/\lambda) \quad (6)$$

여기서,  $c(\theta)$ 는  $\sin^2 \theta / 2(\theta - \sin \theta \cos \theta)$ 로서 Fig. 4에 그 함수를 그렸다. 그림에서 볼 수 있듯이  $\theta$ 가  $0^\circ$ 에 접근할수록  $c$ 가 급격하게 증가하며 이에 따라 소산도 급격하게 증가한다.  $\theta$ 가  $180^\circ$ 에 접근하면  $c$ 는 "0"이 되고, 또한 모서리에서의 소산도 "0"이 된다. 이것은 접촉선에서의 응력 또는 힘의 특이점이 없는 작은 액적의 굴림 현상에 해당한다.<sup>(1)</sup> 그렇지만  $\theta$ 가 중간 정도일 때, 즉

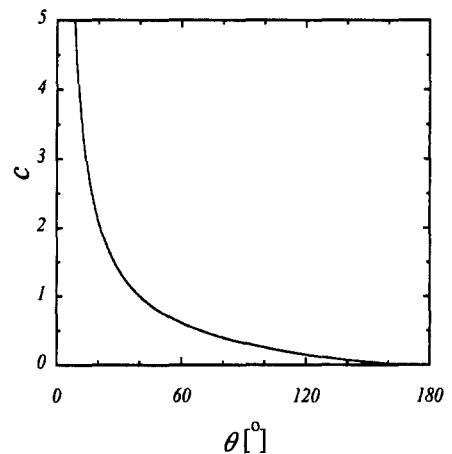


Fig. 4  $c$  variation along contact angle  $\theta$ .

$0^\circ \ll \theta \ll 180^\circ$ 인 경우,  $c$ 는 1의 오더(order)를 갖는다. 약간의 소수성을 가진 표면 위에 있는 액적은 이러한 접촉각 영역에 속한다. 그러므로,  $\Phi_v'$ 을 액적의 둘레에 따라 적분하면, 모서리 영역에서의 소산  $\Phi_v$ 는 식(7)과 같이 스케일된다.

$$\Phi_v \sim c(\theta)\mu U^2 L \ln(\Lambda/\lambda) \quad (7)$$

여기서,  $L$ 은 액적과 교체 표면의 접촉면 둘레 길이이다. 모서리 영역에서의 점성 소산을 이차원으로 계산할 수 있다고 가정하고, 또한 운동 접촉각이 평형 접촉각과 비슷한 크기일 경우, 스케일링 해석에서  $\theta$ 는 평형 접촉각으로 대체된다.

미끌림 액적의 정상 속도는 위치 에너지 감소율과 모세력 및 점성에 기인하는 일률의 평형  $\Phi_g \sim \Phi_c + \Phi_v$ 에 의하여 계산될 수 있다. 식(1), (2) 및 (7)을 이용하면, 정상 상태의 속도  $U$ 는 식(8)과 같이 계산된다.

$$U \sim \frac{\rho V g \sin \alpha - \sigma \omega (\cos \theta_R - \cos \theta_A)}{\mu L c(\theta) \ln(\Lambda/\lambda)} \quad (8)$$

## 2.2 이전 연구와의 비교

본 스케일링 해석의 타당성을 검증하기 위하여 이전의 이론적 연구결과와 본 연구결과를 비교하였다. 작고 얇은 이차원 액적에 적용할 수 있는 Hocking의 선형해<sup>(5)</sup>는 식(9)와 같이 표현된다.

$$U = \frac{\theta_0^2}{9\mu \ln(R_b \theta_0/\lambda_0)} (\rho g R_b^2 \sin \alpha - 3\sigma \theta_0 \epsilon) \quad (9)$$

여기서,  $\lambda_0$ 는 본 연구의  $\lambda \theta_0$ 와 같은 값으로 미끌림 상수이고,  $\theta_0$  및  $\epsilon$ 는 각각  $(\theta_A + \theta_R)/2$  및  $(\theta_A - \theta_R)/(\theta_A + \theta_R)$ 이다.<sup>(5)</sup> 작고 얇은 액적의 경우, 식(8)을 식(9)와 비교하기 위하여, 식(8)을 식(9)와 비슷한 형태로 바꾸면 식(10)과 같다.

$$U \sim \frac{\theta_0}{\mu c(\theta_0) \ln(\Lambda/\lambda)} \left[ \rho g R_b^2 \sin \alpha - \frac{8}{\pi} \sigma \frac{(\cos \theta_R - \cos \theta_A)}{\theta_0} \right] \quad (10)$$

$\theta_0 \ll 1$ 인 경우,  $c(\theta_0) \sim 1/\theta_0$ 이다.  $\theta_A, \theta_R \ll 1$ 인 경우,  $\theta_A = \theta_0 + \Delta\theta$  그리고  $\theta_R = \theta_0 - \Delta\theta$ 라 할 수 있으므로, 식(10)에서 모세항(capillary term)의 상수(우변의 두번째 항)를 제외하면 식(9)와 거의 동일한 형태가 된다.

Durbin의 해<sup>(8)</sup>를 차원이 있는 식으로 쓰면 식(11)과 같다.

$$U = \frac{\theta_0^2 (\rho g R_b^2 \sin \alpha - 3\sigma \theta_0 \epsilon)}{9\mu \ln[2R_b \tau_c \theta_0 (1 - \epsilon^2)^{1/2} / 3\mu L]} \quad (11)$$

여기서,  $\tau_c$ 는 임계 전단응력이다. 이 경우에  $\lambda_0$ 를 전단응력이  $\tau_c$ 에 이르는 접촉선으로부터의 거리를 나타낸다고 하면,  $\tau_c$ 를  $\mu U/\lambda_0$ 로 스케일할 수 있고,  $\epsilon \ll 1$ 인 경우의 식(11)은 식(8)과 동일한 형태가 된다.

한편, 본 모델을 이전의 연구결과<sup>(6,7)</sup>와 비교하는 것은 이들의 연구가 점성효과를 포함하고 있지 않기 때문에 불가능하다. 그렇지만, 접촉선 속도와 접촉각의 관계가 접촉선 주위의 속도장에 의하여 결정될 수 있다는 것이 지적된 바 있으므로,<sup>(17)</sup> 이를 이용하여 비교를 시도하였다. 접촉선 속도와 접촉각의 관계에서 전진접촉선의 속도  $U$ 를  $\gamma_A(\theta_{app} - \theta_A)$ 로, 후퇴접촉선의 속도  $U$ 를  $\gamma_R(\theta_R - \theta_{app})$ 로 표현한다면,  $\gamma_A$ 와  $\gamma_R$ 는 비례상수로 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>(17)</sup> 여기서,  $\theta_{app}$ 는 겉보기 접촉각이다.

$$\gamma_A = \gamma_R = \frac{\sigma \theta_0^2}{3\mu \ln(2R_b/3\lambda)} \quad (12)$$

Dussan V.<sup>(7)</sup>의 식(5.2)를 다시 쓰면, 식(13)이 된다.

$$U \sim \frac{2V \sin \alpha}{R_b^3 \pi \left( \frac{1}{\gamma_A} + \frac{1}{\gamma_R} \right) \sin^2 \theta_A} \left[ \frac{\rho g R_b^2}{\sigma} - \frac{6(\cos \theta_R - \cos \theta_A)(1 + \cos \theta_A)^{1/2}}{\pi(\cos \theta_A + 2)(1 - \cos \theta_A)^{3/2} \sin \alpha} \right] \quad (13)$$

식(12)을 식(13)에 대입하면,  $\theta_0 \ll 1$ 인 경우의

식(10)과 동일한 형태가 된다. Hocking의 결과<sup>(5)</sup>에서 모세향의 계수가 식(10)의 스케일링 결과와 다름에도 불구하고, Dussan V.<sup>(7)</sup>의 3차원 결과의 모세향은 식(12)를 대입하면, 본 결과와 같은 상수를 갖는다. Dussan V.<sup>(7)</sup>의 이론을 고려하여 보면, 이것은 모세향이 Hocking의 2차원 결과에서는 찾아볼 수 없는 액적 바닥폭  $w$ 를 포함하고 있기 때문이다. 그러므로, Hocking의 2차원 해석을 3차원으로 확장할 때 주로 영향을 받는 인자는 액적 바닥폭과 관련된 모세향이라는 사실을 예상할 수 있다.

### 2.3 임계 경사각

모세력에 의한 일률  $\phi_c$ 의 계산은 접촉각 히스테리시스( $\cos \theta_R - \cos \theta_A$ )를 필요로 한다. 운동 접촉각은 보통 고체 표면의 평행선과 기/액/고 3상이 만나는 액체 표면 사이의 각도를 이미지 확대방법으로 측정함으로써 얻어진다. 그렇지만, 결보기 접촉각이 실제 접촉각과 같은 값을 갖는지는 아직까지 밝혀지지 않았기 때문에, 이전의 방법은 큰 실험오차를 포함할 수도 있다. 그러므로, 본 연구에서는  $\cos \theta_R - \cos \theta_A$ 의 값을 결정하는데 이전의 연구와는 다른 방법을 사용하였다. Furnidge<sup>(12)</sup>와 Dussan V. and Chow<sup>(6)</sup>는 중력과 모세력이 평형을 이루는 임계 경사각에서 식(14)가 성립함을 보였다.

$$\rho V g \sin \alpha_c = \sigma w (\cos \theta_R - \cos \theta_A) \quad (14)$$

여기서,  $\alpha_c$ 는 임계 경사각을 의미한다. 실험적으로 접촉각 히스테리시스는 액적의 크기와 경사면

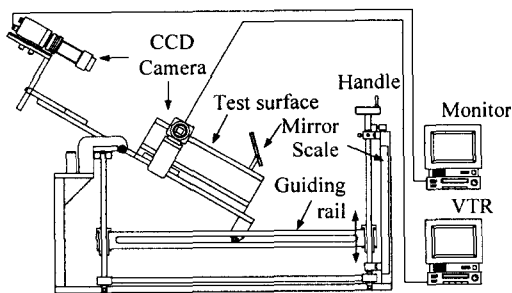


Fig. 5 A schematic of the experimental setup.

Table 1 Physical properties of the liquids used in the experiments

Liquid	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$\mu$ [Pa · s]	$\sigma$ [N/m]	$\chi^{-1}$ [mm]
EG	1114	0.0209	0.0484	2.1
GW	1228	0.0600	0.0641	2.3
Glycerin	1260	0.95	0.063	2.3

의 기울기에는 관계가 없기 때문에,<sup>(12,18)</sup> 본 연구에서는  $\alpha_c$ 를 실험적으로 측정하여 식(14)에 따라 ( $\cos \theta_R - \cos \theta_A$ )의 값을 계산하였다.

## 3. 실험 및 실험의 고찰

### 3.1 실험장치

작은 액적의 미끌림 속도에 관한 스케일링 해석의 타당성을 검증하기 위한 실험장치의 개략도를 Fig. 5에 보였다. 그림에서 시험 표면의 측면과 후면에 고배율 렌즈(Moritex MV-Z07545)가 부착된 CCD 카메라(Pulnix TM-200)를 배치하고, 거울을 설치하여 액적의 측면 및 상부면의 영상을 얻었다. 카메라에 S-VHS 비디오(Philips VR 999/61)를 연결하여 촬영한 영상을 녹화하였으며, 실험하는 동안 액적의 영상을 모니터(Sony PVM-14N5E)로 보였다. 경사면의 경사각을 조절하기 위하여 핸들을 설치하고, 경사면의 경사각을 측정하기 위하여 자를 부착하였다. 실험 후 녹화된 영상은 영상처리장치(Eurecard Picolo Pro2)를 이용하여 디지털화하여 영상분석 소프트웨어로 영상을 분석하였다.

본 연구에서 사용된 고체 표면으로는 표면 조도의 제곱평균이 2.3 nm이고 평균편차가 4.8%인 폴리카보네이트(Poly-carbonate)를 사용하였다.<sup>(19)</sup> 액체는 에틸렌 글리콜(ethylene glycol, EG; 99.5% 이상), 글리세린(glycerin 80 wt%)-중류수(20 wt%) 혼합액(GW) 및 글리세린(98.5% 이상)을 사용하였으며, 각 액체의 물성치와 모세길이  $\chi^{-1}$ 는 Table 1에 나타내었다.

각 액체의 접촉각 히스테리시스를 구하기 위하여, 액적의 한쪽 모서리가 움직이기 시작하는 순간의 임계 경사각을 부착된 자를 이용하여 측정하였다. 이러한 과정을 액적의 부피에 따라 반복

하여 정확한 임계 경사각을 구하였다. 이때 액적만의 무게를 측정하기 위하여, 액적을 고체 표면에 떨어뜨리기 전후의 고체 표면의 무게를 전자저울(Mettler-Toledo AB204-S)을 이용하여 측정하였다.

액적의 미끌림 속도를 측정하기 위한 실험에서는 경사면을 임계 경사각보다 크게 경사지게 만든 다음 고정한다. 액적이 원래의 바닥 반경보다 많이 움직인 후에 경사면의 경사각을 조금씩 증가시키면서 액적운동을 두 대의 카메라를 이용하여 녹화하였다. 이때 경사각  $\alpha$ 는  $14^\circ$ 에서  $37^\circ$  정도이다. 액적의 움직임을 시간에 대하여 그린 측정값을 Fig. 6에 나타내었고, 이것은 실험 동안 정상 상태로 움직였다는 것을 보여준다.

액적의 높이와 길이는 측면 영상으로부터 측정하고 또한, 액적의 앞쪽 모서리와 뒤쪽 모서리의 속도도 측정하였다. 액적의 폭은 상부면 영상으로부터 측정하였다. 보정을 위하여 동일한 비디오 시스템으로 눈금자를 녹화하였다.

접촉각 히스테리시스와 미끌림 속도를 측정하는 실험에서 액적의 부피는 대략  $15 \text{ mm}^3$ 에서  $85 \text{ mm}^3$ 의 범위, 즉  $R_0$ 가  $1.5 \text{ mm}$ 에서  $2.7 \text{ mm}$ 까지의 값으로서 모세길리와 비슷한 값을 갖는다.

평형 접촉각  $\theta_e$ 은 Schiaffino<sup>(19)</sup>가 채용한 방법과 동일한 방법으로 측정하였다.

### 3.2 실험결과 및 토의

각 액체에 따라 폴리카보네이트 표면 위의 액적의 평형 접촉각과 접촉각 히스테리시스를 Table 2에 나타내었다. 이 기본 데이터와 미끌림 속도 측정값으로 스케일링 해석의 타당성을 조사하였다. 스케일링 해석에서 정상 미끌림 속도  $U$ 는 식(8)과 같이 표현된다. 이 관계식은 액적이 경사면 위에서 심하게 변형되지 않으면  $w \approx 2R_b$ ,  $L \approx 2\pi R_b$  및  $\Lambda \approx R_b$ 의 관계를 이용하여 쉽게 단순화될 수 있다. 여기서,  $R_b$ 는 접촉면의 반경이다. 또한,  $R_b$ 값으로는  $R_0$ 와 평형 접촉각  $\theta_e$ 의 함수로 나타낼 수 있는 수평면에서의 접촉면 반경  $R_{b,sc}$ 을 사용할 수 있다.

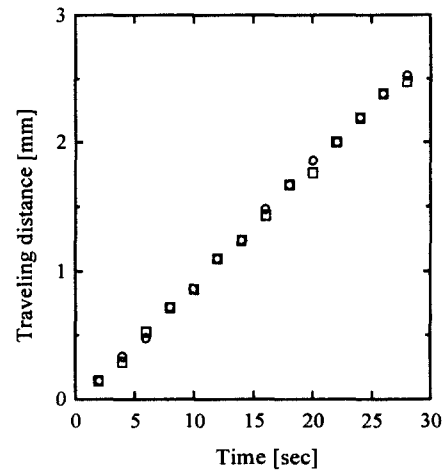


Fig. 6 A typical traveling distance of a glycerin drop versus time (○: advancing; □: receding contact line).

$$\frac{R_{b,sc}}{R_0} = \frac{4^{1/3} \sin \theta_e}{(2 - 3 \cos \theta_e + \cos^3 \theta_e)^{1/3}} \quad (15)$$

여기서, 하첨자  $sc$ 는 구형의 일부를 지칭한다. 식(15)를 이용하면, 식(8)은 다음과 같다.

$$U \sim \frac{\rho g}{\mu c s} \Psi \quad (16)$$

여기서,  $\Psi$ 는  $V^{2/3}(\sin \alpha - \sin \alpha_c) / \ln(R_b / \lambda)$ 이고,  $s$ 는  $R_{b,sc} / R_0$ 이다. 스케일링 해석의 가장 본질적인 특징은 식(16)에 보인 바와 같이 미끌림 속도를 액적의 크기나 기울기와 같은 매개변수의 함수로 나타낼 수 있다는 것이다. 즉,  $U$ 는 주어진 액체에 대하여  $\Psi$ 의 선형함수로 표현된다.

여러 가지 액체에서의 정상 미끌림 속도에 대

Table 2 The equilibrium contact angles and the contact angle hysteresis of the liquids on a poly-carbonate surface

Liquid	$\theta_e$	$\cos \theta_R - \cos \theta_A$	Standard deviation for ( $\cos \theta_R - \cos \theta_A$ )
EG	$70.2^\circ$	0.127	14.9%
GW	$73.6^\circ$	0.261	9.8%
Glycerin	$78.1^\circ$	0.143	19.0%

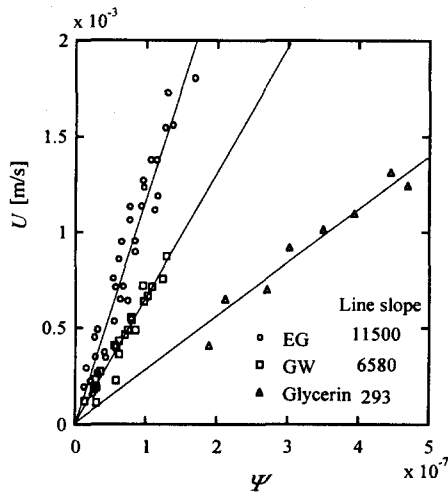


Fig. 7 The steady sliding velocity of liquid drops versus  $\Psi$ .

한 실험결과를 Fig. 7에 나타내었다. 그림에서 그려진 직선은 실험결과에 바탕을 두고 선형 최소자승법으로부터 구해졌다. 각 액체에 대하여 식 (4)의  $d$ 는 대략 0.5 nm이고, 표면조도의 제곱평균은 1.3 nm이므로,  $\lambda=1$  nm로 두었다. 실제로 미소크기 범위 내의  $\lambda$ 의 변화는 본 연구의 스케일링 해석에 거의 영향을 주지 못한다. 그림에서 모든 액체는 미끌림 속도가 변수  $\Psi$ 의 선형함수로서 본 연구의 해석결과와 일치함을 보여주고 있다. 직선이 원점과 교차한다는 사실은 임계 기울기가 정확히 측정되었고, 본 해석방법과 잘 일치한다는 것을 암시한다. 각 액체의 직선 기울기는 물성치에 따라 크게 차이가 난다. 그러므로 식(16)의 비례상수를  $\beta$ 라 하고, 각 액체에 대하여 평형 접촉각의 함수로 가정된  $c$ 와  $s$ 를 계산한 다음 각 액체의  $\beta$ 값을 구하여, 이 결과를 Table 3에 나타내었다. 표에서  $\beta$ 값이 액체의 종류에 관계없이 서로 비슷한 값을 가짐을 볼 수 있다. 이것은 본 해석방법의 타당성을 보여주는 또 다른

Table 3 The values of  $c$ ,  $s$  and  $\beta$

Liquid	$c$	$s$	$\beta$
EG	0.488	1.48	$1.6 \times 10^{-2}$
GW	0.454	1.44	$2.1 \times 10^{-2}$
Glycerin	0.412	1.39	$1.3 \times 10^{-2}$

예가 된다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 기울어진 고체 표면 위에서 중력의 영향으로 흘러내리는 액적의 미끌림 속도를 예측하는 스케일링 해석방법을 제안하고 이의 타당성을 실험적으로 규명하였다. 스케일링 해석은 액적의 미끌림 유동을 일으키는 중력에 의한 일률과 모세력 및 점성력에 의한 저항이 밸런스를 이룬다는 물리적인 개념에 기초를 두고 있다. 모세력에 의한 저항은 접촉각 히스테리시스에 기인하는데, 접촉각 히스테리시스는 액적의 미끌림이 시작되는 임계 기울기를 측정함으로써 구할 수 있다. 실제에서 볼 수 있는 정도의 액적크기는 모세길이와 비슷한 크기를 갖기 때문에 Stokes 가정을 사용할 수 있고 이 가정에 따라 액적의 점성 소산을 계산하였다. 이 계산을 바탕으로 미끌림 속도  $U$ 가  $\rho g \Psi / \mu c s$ 로 스케일될 수 있음을 보였다.

본 연구의 스케일링 해석방법 결과는 접촉각이 작아야 한다는 가정하에서의 유효근사를 이용한 이전의 연구결과와도 잘 일치한다. 본 연구의 스케일링 해석방법은 각각의 액적 액체에 대하여, 기울기나 액적의 부피와 같은 변수에 대한 미끌림 속도의 의존성을 예측할 수 있으며, 이를 실험결과로부터 규명하였다. 각 액체에서 변수  $\Psi$ 에 대한 미끌림 속도의 선형비례상수가 서로 비슷하다는 것을 보였고, 이는 본 해석방법의 타당성을 보여주는 것이다.

#### 후 기

본 연구는 과학기술부의 특정연구개발사업 중 국가지정연구실사업으로 지원되어 수행되었습니다.

#### 참고문헌

1. Mahadevan, L. and Pomeau, Y., 1999, Rolling drops, Phys. Fluid, Vol. 11, pp. 2449-2454.
2. Richard, D. and Quèrè, D., 1999, Viscous drops rolling on a tilted non-wettable solid, Europhys. Lett., Vol. 48, No. 3, pp. 286-291.



3. De Gennis, P. G., 1985, Wetting: statics and dynamics, *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 57, No. 3, Part 1, pp. 827-863.
4. Schäffer, E. and Wong, P.-Z., 2000, Contact line dynamics near the pinning threshold: A capillary rise and fall experiment, *Phys. Rev. E*, Vol. 61, No. 5, pp. 5257-5277.
5. Hocking, L. M., 1981, Sliding and spreading of thin two-dimensional drops, *Q. J. Mech. Appl. Math.*, Vol. 34, Pt. 1, pp. 37-55.
6. Dussan V., E. B. and Chow, R. T.-P., 1983, On the ability of drops or bubbles to stick to non-horizontal surfaces of solids, *J. Fluid Mech.*, Vol. 137, pp. 1-29.
7. Dussan V., E. B., 1985, On the ability of drops or bubbles to stick to non-horizontal surface of solid. Part 2. Small drops or bubbles having contact angles of arbitrary size, *J. Fluid Mech.*, Vol. 151, pp. 1-20.
8. Durbin, P. A., 1988, On the wind force needed to dislodge a drop adhered to a surface, *J. Fluid Mech.*, Vol. 196, pp. 205-222.
9. Huh, C. and Scriven, L. E., 1971, Hydrodynamic model of steady movement of a solid/liquid/fluid contact line, *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 35, No. 1, pp. 85-101.
10. Schikmurzaev, Y. D., 1997, Moving contact lines in liquid/liquid/solid systems, *J. Fluid Mech.*, Vol. 334, pp. 211-249.
11. Lamb, H., 1932, *Hydrodynamics*, Dover Publication, New York.
12. Furmidge, C. G. L., 1962, Studies at phase interfaces I. The sliding of liquid drops on solid surfaces and a theory for spray retention, *J. Colloid Sci.*, Vol. 17, pp. 309-324.
13. Hoffman, R. L., 1975, A Study of the Advancing Interface I. Interface Shape in Liquid-Gas System, *J. Colloid Sci.*, Vol. 50, No. 2, pp. 228-241.
14. Brochard-Wyart, F., Hervet, H., Redon, C. and Rondelez, F. J., 1991, Spreading of "Heavy" droplets, *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 142, No. 2, pp. 518-527.
15. Vincenti, W. G. and Kruger, Jr., C. H., 1965, *Introduction to Physical Gas Dynamics*, John Wiley & Sons, New York.
16. Blake, T. D., Brake, M. and Shikmurzaev, Y. D., 1999, Experimental evidence of non-local hydrodynamic influence on the dynamic contact angle, *Phys. Fluids*, Vol. 11, No. 8, pp. 1995-2007.
17. Extrand, C. W. and Kumagai, Y., 1996, Contact angles and hysteresis on soft surfaces, *J. Colloid Interface Sci.*, Vol. 184, pp. 191-200.
18. Kim, H.-Y. and Chun, J.-H., 2001, The recoiling of liquid droplets upon collision with solid surfaces, *Phys. Fluids*, Vol. 13, No. 3, pp. 643-659.
19. Schiaffino, S., 1996, *The Fundamentals of molten microdrop deposition and solidification*, Ph.D. Thesis, MIT, Cambridge, MA.