

<논 문>

## 능동구속감쇠 기법을 이용한 보의 진동제어 실험 Experiment on Vibration Control of Beam Using Active Constrained-Layer Damping Treatment

강 영 규\* · 최 진 영\*\* · 김 재 환\*

Young Kyu Kang, Jin Young Choi and Jaehwan Kim

(2001년 3월 16일 접수 : 2001년 6월 13일 심사완료)

**Key Words** : Active Constrained-layer Damping(능동구속감쇠), Viscoelastic Material(점탄성 재료), Piezoelectric Sensor/Actuator(압전 감지기/작동기), Vibration Control(진동 제어), Finite Element Method(유한요소법), Structural Design(구조설계)

### ABSTRACT

The flexural vibration of aluminum beams with active and passive constrained-layer damping has been investigated experimentally to design a structure with maximum possible damping capacity. Piezoelectric film is used as a sensor and piezoceramic as an actuator for the negative velocity feedback control. The experimental results are compared with those by the finite element analysis. This paper shows the effectiveness of active constrained-layer damping treatment through experiments, and we have carried out an experiment to study the effect of beam thickness.

### 1. 서론

점탄성 재료는 에너지 소산력(energy dissipation)이 우수하여 수동구속 감쇠층(passive constrained-layer damping, PCLD)<sup>(1-4)</sup> 또는 비구속 감쇠층(unconstrained-layer damping, UCLD)<sup>(5,6)</sup>의 형태로 진동 및 소음제어에 많이 활용되어 왔다. 특히 유연 구조물의 설계에 있어서 효과적인 구조감쇠를 얻기 위해서 점탄성 재료를 많이 활용하고 있다. 또한 최근에는 능동구속감쇠층(active constrained-layer damping)<sup>(7)</sup>을 이용하여 구조물의 감쇠특성을 향상시키는 연구가 활발히 진행되고 있다. 능동구속감쇠층은 수동구속감쇠층에 비해서 효과는 뛰어나지만 제작비용이 많이 드는 단점이 있다. 본 논문에서는 알루미늄을

주구조물로 하여 점탄성재료와 구속재인 압전세라믹을 이용하여 부분적으로 피복된 유연보의 진동제어 실험을 수행하였다. 그 결과를 토대로 구조감쇠를 얻기 위한 압전감지기/작동기 및 구속감쇠층의 위치, 그리고 주구조물(core structure)의 두께에 따른 진동 제어의 영향을 고찰한다

### 2. 이론

실험에 앞서 기초적인 해석을 위한 유한요소 정식화 과정에서 다음의 몇 가지를 가정하였다. 첫째로 주구조물(core structure)과 구속재(constraining layer)는 순수한 굽힘운동을 한다. 둘째로 주구조물과 구속재의 중립축은 동일한 휨선(deflection line)을 가진다. 셋째로 구조물을 구성하는 모든 층들은 동일한 횡방향의 변위( $w$ )를 갖는다. 이러한 가정들은 유연보와 점탄성층의 두께가 얇은 경우에 전단감쇠가 주된 역할을 하므로 타당하다.

구속감쇠층을 가진 유연보를 2차원의 판요소로 모델링하였으며, 운동방정식을 유도하는 과정에서 확장

\* 정회원, 인하대학교 공과대학 기계공학과  
E-mail : ykkang@munhak.inha.ac.kr  
Tel : (032) 860-8328, Fax : (032) 868-1716  
\*\* 인하대학교 대학원 기계공학과

된 해밀턴의 원리(extended Hamilton's principle)를 이용하였다. 구속감쇠층이 있는 유연보의 운동방정식은 다음의 식을 만족한다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} [T - U + U_v + W] dt = 0 \quad (1)$$

식 (1)에서  $t_1$ 과  $t_2$ 는 임의의 두 시점이며,  $T$ 는 각 구성요소들의 운동에너지,  $U$ 는 위치에너지이며,  $U_v$ 는 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지이며,  $W$ 는 외력에 의한 일이다. Fig. 1에 능동구속감쇠층을 갖는 외팔 유연보를 나타내었다. Fig. 1에서 보의 길이방향을  $x$ 축으로 하였으며,  $\gamma_p$ 와  $\gamma_a$ 는 각각 수동구속감쇠에 의한 전단변형각 및 능동구속감쇠에 의한 전단변형각을 의미한다.

유연보 자체와 구속재가 횡방향 진동시의 변위벡터  $\mathbf{u}$ 와 변형률 벡터  $\boldsymbol{\varepsilon}$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z \frac{\partial w}{\partial x} \\ -z \frac{\partial w}{\partial y} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z\beta_x \\ z\beta_y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & z & 0 \\ 0 & 0 & z \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{v} \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \\ z \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + z \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \end{bmatrix} = z\boldsymbol{\kappa} \quad (3)$$

여기서  $w$ 는 횡방향 변위이며,  $\beta_x$ 와  $\beta_y$ 는 각각  $x$ 축과  $y$ 축에 대한 회전이며,  $\boldsymbol{\kappa}$ 는 곡률벡터이다.  $\mathbf{v}$ 와  $\boldsymbol{\kappa}$ 는 아래와 같이 표현된다.

$$\mathbf{v} = \{w \quad \beta_x \quad \beta_y\}^T \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\kappa} = \left\{ \frac{\partial \beta_x}{\partial x} \quad \frac{\partial \beta_y}{\partial y} \quad \left( \frac{\partial \beta_y}{\partial x} + \frac{\partial \beta_x}{\partial y} \right) \right\}^T \quad (5)$$

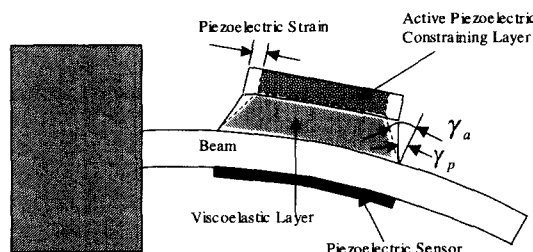


Fig. 1 Flexible beam with ACLD

운동에너지  $T$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$T = \int_V \frac{1}{2} \rho \dot{\mathbf{u}}^T \dot{\mathbf{u}} dV \quad (6)$$

여기서  $\rho$ 는 밀도,  $V$ 는 구조물의 부피이다. 유연보의 변형에너지는 고전 적층판 이론(classical laminated plate theory)으로부터 유도되며, 전체 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.

$$U = \frac{1}{2} \int_A \boldsymbol{\kappa}^T D \boldsymbol{\kappa} dA \quad (7)$$

여기서  $A$ 는 단면적이며,  $D$ 는 이방성 판의 굽힘강성행렬(flexural stiffness matrix)로 다음과 같이 표현된다.

$$D_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{NLAY} (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (8)$$

여기서  $\bar{Q}$ 는 변환된 단층강성도이며,  $z_k$ 와  $z_{k-1}$ 는 각각  $k$ 번째 층의 상하면으로부터 적층판의 중립축까지의 거리이다.

굽힘진동시에 점탄성층이 받는 전단변형각  $\gamma$ 는 Fig. 2로부터 다음과 같이 표현된다.<sup>(7)</sup>

$$\gamma = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{u_A - u_B}{t_v} = \frac{u_c - u_s + \frac{\partial w}{\partial x} t_D}{t_v} \quad (9)$$

여기서  $t_D = t_s + 2t_v + t_c$ 로 표현되며, 하부첨자  $s, v, c$ 는 각각 주구조물, 점탄성층 및 구속재를 의미한다. 또한 점탄성 전단층에 대해서 전단변형각과 전단응력은 다음의 관계를 가진다.

$$\begin{pmatrix} \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{pmatrix} = G_v \begin{pmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{pmatrix} \quad (10)$$

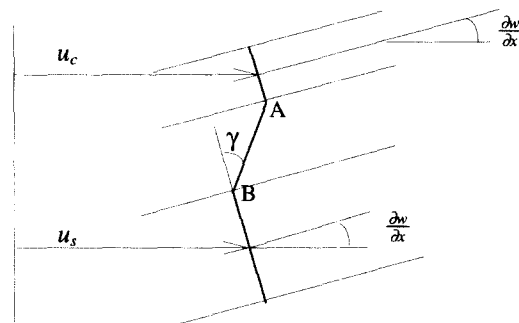


Fig. 2 Shear angle of VE layer under flexural motion

여기서  $G_v$ 는 점탄성재료의 복소전단계수(complex shear modulus)이다. 점탄성층의 전단변형에 의한 변형에너지  $U_v$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$U_v = \int_V \frac{1}{2} (\gamma_{zx} \ \gamma_{zy}) \begin{bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{bmatrix} dV_v \quad (11)$$

외력에 의한 일은 다음과 같다.

$$W = \sum_{i=1}^{n_f} u^T(x_i) f(x_i) \quad (12)$$

여기서  $f(x_i)$ 는  $x_i$ 에 작용하는 힘벡터이며,  $u(x_i)$ 는  $x_i$ 에서의 변위벡터이며,  $n_f$ 는 외력의 갯수이다.

변위  $u$ , 곡률  $\kappa$  및 회전변위  $\alpha$ 는 4절점 12자유도를 갖는 사각평판요소를 이용하여 절점변위(nodal displacement)로 표현하면 다음과 같다.

$$u = \Psi_u q^e \quad (13)$$

$$\kappa = \Psi_\kappa q^e \quad (14)$$

$$\alpha = \begin{pmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{pmatrix} = \Psi_\alpha q^e \quad (15)$$

여기서  $\Psi_u$ ,  $\Psi_\kappa$  및  $\Psi_\alpha$ 는 각각  $u$ ,  $\kappa$  및  $\alpha$ 에 대한 보간함수이며  $q^e$ 는 요소절점의 변위벡터이다. 운동에너지와 위치에너지, 전단변형 에너지 및 외력에 의한 일 등을 식 (1)에 대입하여 변분을 취하면 절점변위에 대한 운동방정식이 다음과 같이 주어진다.

$$M\ddot{q} + Kq = F_{Ext} \quad (16)$$

구조물의 감쇠는 구조동역학적인 관점에서 중요하다. 본 논문에서는 비감쇠용량(Specific Damping Capacity, SDC)의 개념을 이용하여 유연보의 감쇠해석을 수행하였다. 비감쇠용량은 다음과 같이 표현된다.

$$\varphi = \Delta U / U \quad (17)$$

여기서  $\Delta U$ 는 소산된 에너지이다. 식 (13), (14), (15)에 의해서 식 (17)을 이산화하여 절점변수로 표현되면 비감쇠용량  $\varphi$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\varphi = \frac{q^T (K_D + K_{v_D}) q}{q^T (K + K_v) q} \quad (18)$$

$$K_D = \sum_{elem} \int_A \Psi_x^T D^d \Psi_x dA \quad (19)$$

$$K_{v_D} = \sum_{elem} \int_A G_v \varphi_v \frac{2}{t_v} \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right)^T \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right) dA \quad (20)$$

$$K_v = \sum_{elem} \int_A G_v \frac{2}{t_v} \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right)^T \left( \frac{t_D}{2} \Psi_v + \Psi_u \right) dA \quad (21)$$

여기서 하첨자  $D$ 는 감쇠와 관련됨을 의미하며,  $\varphi_v$ 는 점탄성재료의 비감쇠용량이다.

압전감지기의 극화방향(poling direction)을  $z$ -방향이라고 하면 감지기상의 한 점에서 전기적 변위는 다음과 같이 표현된다.

$$D_z = e_{31}\epsilon_x + e_{32}\epsilon_y + e_{36}\gamma_{xy} \quad (22)$$

식 (22)에서  $e$ 는 압전상수 행렬을 의미한다. 감지기에서 발생한 총전하는 감지기 각 점에서 발생한 전기적 변위의 면적합으로 다음과 같다.

$$\Gamma(t) = \int_{A_s} (e_{31}\epsilon_x + e_{32}\epsilon_y + e_{36}\gamma_{xy}) dA \quad (23)$$

압전감지기의 총전하(total charge)는 다음과 같이 감지 전압으로 표현된다.

$$V_s(t) = \frac{1}{C_p} \Gamma(t) \quad (24)$$

식 (24)에서  $C_p$ 는 기하학적인 치수와 압전재료의 물성에 의해 결정되는 압전감지기의 축전상수(capacitance)이다. 직접 반속도 되먹임 제어(direct negative velocity feedback control)에 의한 압전 작동기의 제어 전압은 되먹임 이득  $G$ 를 이용하여 다음과 같이 표현된다.

$$u_v(t) = -G \dot{V}_s \quad (25)$$

구조물의 감쇠와 압전작동기와 압전감지기에 의한 제어력을 절점변위에 대한 운동방정식으로 표현하면 다자유도계 지능보의 운동방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F_{Ext} + F_C \quad (26)$$

점탄성 재료의 물성은 주파수와 온도의 함수이므로 감쇠비와 모드감쇠를 구하기 위해서는 비선형 복소 고유치 문제를 풀어야 한다. 본 논문에서는 감쇠행렬이 포함된 운동방정식을 상태방정식으로 표현한 다음 역순환법(inverse iteration)으로 복소고유치 문제를 풀었다.

### 3. 실험장치와 방법

본 연구에서 사용하고 있는 호스트 구조물인 알루미늄

**Table 1** Mechanical properties of aluminum, piezofilm and piezoceramic  
<Aluminum>

Property	Symbol	Value
Youngs modulus	$E_1$	63 Gpa
Poissons ratio	$\nu$	0.33
Density	$\rho$	2700 kg/m <sup>3</sup>
Length	$l$	210 mm or 240 mm
Width	$w$	25 mm
Thickness	$t$	0.5 mm or 2 mm

<Piezofilm>

Property	Symbol	Value
Youngs modulus	$E_1$	2 GPa
Piezoelectric strain const.	$d_{31}$	$23 \times 10^{-12}$ m/V
Piezoelectric stress const.	$g_{31}$	$216 \times 10^{-3}$ Vm/N
Density	$\rho$	1780 kg/m <sup>3</sup>
Length	$l$	150 mm
Width	$w$	20 mm
Thickness	$t$	0.052 mm

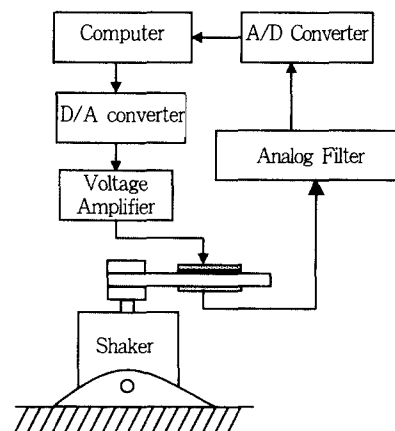
<Piezoceramic(PZT5H)>

Property	Symbol	Value
Youngs modulus	$E_1$	61 Gpa
Dielectric constant	$\epsilon_3^T$	3400 $\epsilon_0$
Coupling coefficient	$k_{31}$	0.39
Piezoelectric strain const.	$d_{31}$	$-274 \times 10^{-12}$ m/V
Length	$l$	33 mm or 60 mm
Width	$w$	25 mm
Thickness	$t$	1 mm

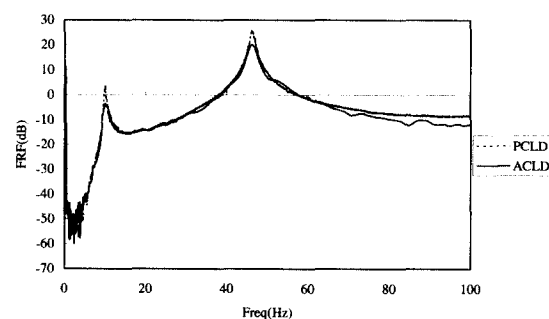
미늄, 압전필름 센서, 그리고 압전세라믹 작동기의 성질과 제원은 Table 1과 같다. 압전세라믹은 PZT5H를 사용하였다. 그리고 제어실험에 사용된 실험장치의 개략도는 Fig. 3과 같다.

가진신호는 signal analyzer를 통하여 공급되며, 가진시 발생하는 구조물의 되먹임 신호는 외팔보 밑면의 감지기용 압전필름을 이용하여 얻었다. 또한 구속감쇠층으로 사용되고 있는 점탄성재료는 3M사의 ISD-112이며 크기는 주구조물인 알루미늄보의 두께가 0.5 mm일 경우에는  $33 \times 25 \times 0.127$  mm이며, 보의

두께가 2 mm일 경우에는  $60 \times 25 \times 0.127$  mm이다. 압전감지기, 점탄성층 및 압전작동기의 부착위치의 시작점은 고정단으로부터 22 mm지점이다. 그리고 제어프로그램내의 모든 샘플링주파수는 2300 Hz로 설정하였다. 진동제어 실험을 하기 전에 레이저센서를 이용하여 보의 끝단 변위를 측정하여 압전필름에서 나오는 신호와 보의 끝단 변위가 선형임을 확인하였다. 또한 시편의 두께에 따른 능동구속감쇠 효과의 차이를 알아보기 위해 주구조물인 알루미늄의 시편의 크기를  $210 \times 25 \times 0.5$  mm 또는  $240 \times 25 \times 2$  mm로 하여 실험을 수행하였다. Impact hammer로 시편을 가진시키고 가속도계(accelerometer)를 이용하여 변위를 측정하였으며, 제어프로그램을 작동시킬 때와 작동시키지 않을 때의 시편의 주파수 응답특성을 구하여 제어효과를 관찰하였다. 압전필름에서 받은 감지신호는 아날로그 필터를 통하여 제어프로그램으로 들어가며, 아날로그 필터는 고주파 차단 뿐만 아니라 압전필름의 임피던스를 매칭시키기 위한 역할도 수행한다. 보의 두께가 0.5 mm이고 반속도 되먹임이득이 250인 경우에 대한 주파수 응답특성을 Fig. 4에 나타내었다.



**Fig. 3** Schematic diagram of the experimental setup



**Fig. 4** Frequency response

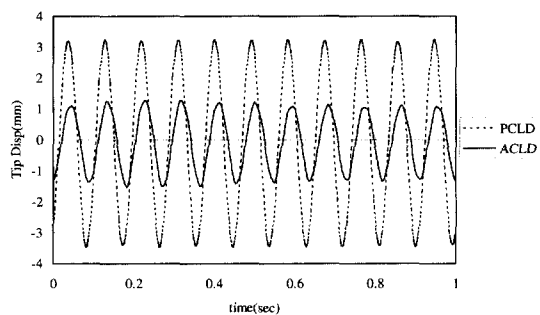


Fig. 5 Time response of forced vibration control

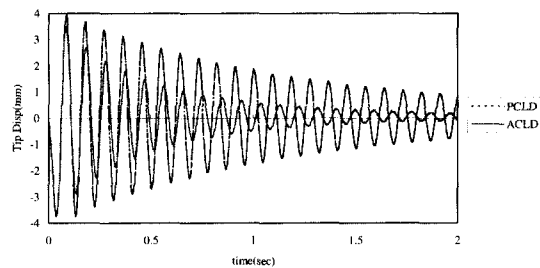


Fig. 6 Time response of transient vibration control

Fig. 5는 두께 0.5 mm인 보가 첫번째 굽힘모드로 강제진동시에 되먹임 이득 1200을 이용하여 제어 실험한 결과이다. 또한 두께가 0.5 mm인 시편을 이용하여 과도진동 제어 실험을 수행하였다. Fig. 6은 두께가 0.5 mm인 외팔보 시편을 되먹임 이득 1200을 이용하여 초기변위에 대한 과도진동 제어 실험 결과이다.

#### 4. 실험결과 해석

본 연구의 실험결과로부터 얻은 고유진동수를 유한요소 해석 결과와 비교하여 Table 2에 나타내었다. 저차의 두 모드에 대해서 잘 일치함을 알 수 있다.

Fig. 7은 두께가 0.50 mm인 시편에 대한 능동제어 감쇠비를 다양한 되먹임 이득에 대해 보여주며, 유한요소 해석치와 잘 일치한다. 본 연구에서 제안된 240×25×2 mm 외팔보의 첫번째 공진 주파수는 28 Hz

Table 2 Natural frequencies of aluminum beam with ACLD (gain=0)

Beam thickness	Mode	FEM(Hz)	Exp(Hz)
0.5 mm	1	10.73	10.50
	2	49.37	47.88
2 mm	1	28.08	27.25
	2	158.12	157.25

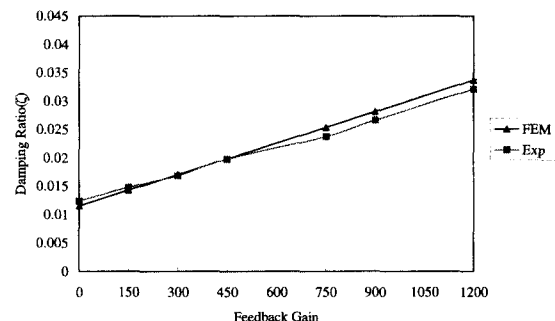


Fig. 7 Damping ratio vs. feedback gain

이며, 능동구속감쇠 제어 실험(되먹임 이득 750)의 결과로 진폭은 약 3.5 dB 줄었다. 그리고 두번째 공진 주파수는 158 Hz이며 진폭은 약 2.7 dB 줄었다. 그러나 210×25×0.5 mm 알루미늄 시편을 되먹임 이득 250으로 제어시 첫번째 모드의 진폭은 7 dB 감소하였으며, 두번째 모드는 5.6 dB 감소하였다. 첫번째 시편과 같은 크기는 아니지만 여기서 알 수 있는 것은 강성이 큰 시편보다는 유연한 시편의 능동구속감쇠 감쇠비가 우수함을 알 수 있으며, 이러한 경향은 복합적층보에 대한 연구 결과와 상통한다.<sup>(8)</sup>

#### 5. 결론

본 능동구속감쇠 제어 실험을 통하여 국부적으로 피복된 능동구속감쇠가 수동구속감쇠보다 나은 성능을 얻을 수 있음을 실험적으로 확인하였다. 또한 실험결과와 유한요소해석 결과를 비교하여 서로 잘 일치함을 확인하였다. 점탄성재료의 적절한 위치선정을 통하여 더 나은 실험결과가 나오리라 기대되며, 본 연구의 기법을 복합재료 구조물의 진동제어에 응용하면 적절한 적층각도와 되먹임 이득을 이용하여 구조물의 감쇠를 극대화할 수 있다.

#### 참고 문헌

- (1) Rao, D. K., 1977, "Vibration of Short Sandwich Beams," Journal of Sound and Vibration, Vol. 52, No. 2, pp. 253~263.
- (2) Douglas, B. E., and Yang, J. C. S., 1978, "Transverse Compressional Damping in the Vibratory Response of Elastic-Viscoelastic-Elastic Beams," AIAA Journal, Vol. 16, No. 9, pp. 925~930.

- (3) Soni, M. L., and Bogner, F. K., 1982, "Finite Element Vibration Analysis of Damped Structures," AIAA Journal, Vol. 20, No. 5, pp. 700~707.
- (4) Rao, M. D., and He, S., 1993, "Dynamic Analysis and Design of Laminated Composite Beams with Multiple Damping Layers," AIAA Journal, Vol. 31, No. 4, pp. 736~745.
- (5) Roy, P. K. and Ganesan, N., 1996, "Dynamic Studies on Beams with Unconstrained Layer Damping Treatment," Journal of Sound and Vibration, Vol. 195, No. 3, pp. 417~427.
- (6) Yi, S., Ahmad, M. F. and Hilton, H. H., 1996, "Dynamic Response of Plates with Viscoelastic Free Layer Damping Treatment," Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 118, No. 3, pp. 362~367.
- (7) Shen, I. Y., 1994, "Bending-Vibration Control of Composite and Isotropic Plates through Intelligent Constrained-Layer Treatments," Smart Materials and Structures, Vol. 3, No. 1, pp. 59~70.
- (8) 강영규, 김재환, 최승복, 2000, "능동구속감쇠 기법을 이용한 복합적층보의 진동제어," 한국소음진동 공학회 2000년도 춘계학술대회논문집, 제주, pp. 1333~1337.