

<논 문>

주행질량에 의한 불균일 단면보의 동적응답

Dynamic Response of Non-uniform Beams under a Travelling Mass

김 인 우* · 이 영 신** · 이 규 섭*** · 류 봉 조***

In-Woo Kim, Young-Shin Lee, Gyu-Seop Lee and Bong-Jo Ryu

(2001년 6월 1일 접수 : 2001년 7월 24일 심사완료)

Key Words : Moving Mass (이동질량), Dynamic Response (동적응답), Non-uniform Beam (불균일 단면보)

ABSTRACT

In this paper, the dynamic response of non-uniform beams subjected to a travelling mass is investigated. Dynamic behaviors of flexible beam structures under a moving mass have been a concern in the design of bridges, ceiling crain in industry, as well as gun barrel fields. Most of studies for moving mass problems have been related to the theoretical dynamic responses of a simple beam model with uniform cross-sections. In some experimental studies, only a few transverse inertia effects due to travelling mass have been studied so far. The intended aim of the present paper is to investigate the dynamic response of non-uniform beams taking into account of inertia force, centrifugal force, Coriolis force and self weight due to travelling mass. Galerkin's mode summation method is applied for the discretized equations of motion. Numerical results for the dynamic response of non-uniform beams under a travelling mass are demonstrated for various magnitudes and velocities of the travelling mass. In order to verify propriety of numerical solutions, experiments were conducted. Experimental results have a good agreement with theoretical predictions.

1. 서 론

주행하중 또는 질량에 의한 구조물의 동적 거동에 관한 연구는 기계공학, 토목공학, 군사분야 등 공학의 여러 분야에서 많은 관심의 대상이 되어져 왔다. 예를 들어, 교량구조물의 거동, 포강 내에서 빠르게 이동하는 탄체에 의한 포열의 거동, 천장크레인의 이동할차가 움직이는 거더 등 각종 산업기계 및 구조물들이 대상이 될 수 있다. 최근 주행물체의 고속화에

의한 이동하중 속도의 다양화, 구조물의 경량화에 의한 유연성 증대에 따라 보 구조물의 동적응답에 대한 보다 상세한 해석이 요구되고 있는 실정이다.

18세기 중반부터 관심을 갖기 시작한 이동하중에 의한 교량 구조물의 응답에 관한 연구는 Tung⁽¹⁾에 의한 이동하중을 받는 고가 교량의 불규칙 응답에 대한 연구와 함께 가속화되었다. 그 후, 유한요소법의 발전에 따라 Yoshida와 Weaver⁽²⁾는 이동하중 문제에 처음으로 유한요소법을 적용하였고, Timoshenko와 Young 등⁽³⁾은 보를 따라 주행질량이 일정속도로 움직이는 문제를 이동하중으로 단순화하여 이동집중하중을 받는 보의 동적 응답해를 구하였다. 한편, Hayashikawa와 Watanabe⁽⁴⁾는 이동 집중하중에 의한 연속보의 동적응답해석을 연속법(continuum method)으로 연구하였으며, 류봉조⁽⁵⁾는 일정속도와 가속도로 움직이는 이동질량에 의한 단순지지 보 및

* 정회원, 국방과학연구소

** 정회원, 충남대학교 기계설계공학과

*** 정회원, 한국원자력연구소

**** 정회원, 한밭대학교 기계공학부

E-mail : bjryu701@hanbat.ac.kr

Tel : (042) 821-1159, Fax : (042) 821-1587

연속보에 대한 동적 응답을 유한차분법으로 수치해석을 통하여 계산하였다. 그 후, Sadiku와 Leipholz⁽⁶⁾는 그린함수(Green function)를 사용하여 단순하게 주행하중만을 고려한 이동하중 문제와 질량의 관성효과를 고려한 이동질량 문제에 관한 변위 해의 차이를 규명하였다. Seiniawska와 Sniady^(7,8)는 일정한 속도를 갖고 움직이는 불규칙 집중하중에 의한 보의 동적응답을 연구하였는데 그들은 이 연구에서 보의 강성, 감쇠계수 및 질량의 구조적 요소를 불규칙 변수로 가정하고 동적응답속도와 변위의 연결확률함수를 제안하였다.

Olsson⁽⁹⁾은 일정한 속도와 크기를 갖는 이동하중을 받는 양단 단순지지된 균일 Euler-Bernoulli 보를 대상으로 동적 거동을 해석하였다. 그는 엄밀해와 유한요소법에 의한 결과의 오차를 비교하였으며, 이 때 적용한 가정은 보의 초기 변형을 무시하여 이동하중은 보를 따라 곧은 경로로 낮은 속도로 이동하고 구조적 변형은 작은 것으로 하였다. 또한, 보의 길이에 대한 높이의 비가 작아 고차 모드가 중요하지 않은 것으로 보았으며 차량의 관성력이 차량 자체중량에 비해 상대적으로 작고 일정한 수직 하중만이 작용하는 것으로 가정하였다. 즉 힘의 크기가 일정한 경우 하중의 위치 변화 효과만을 고려하여 동적 거동을 해석하였다.

Esmailzadeh와 Ghorashi⁽¹⁰⁾는 이동질량의 관성효과까지도 고려한 이동질량을 받는 보의 거동을 고찰하였고, 최근 Wang⁽¹¹⁾은 이동하중과 보의 무게의 연성효과에 의한 Timoshenko보의 비선형 진동연구를 위하여 대변형 이론을 사용한 운동방정식을 구하고 Galerkin 방법을 이용하여 보의 동적응답을 구하였다.

일반적으로 보 구조물과 그 위를 지나는 주행물체의 문제는 주행물체와 보 사이에 상호 작용하는 관성효과를 무시한 단순 이동하중문제, 이동질량의 일부 관성효과만 고려한 이동하중 문제 및 보와 이동물체 사이의 횡방향 관성효과를 고려한 이동질량의 문제로 구분할 수 있다.

이제까지의 대부분의 연구들은 균일 단면보의 단순한 모델에 대하여 관성효과를 무시한 이동하중의 문제로 취급하였으며, 관성효과를 고려한 경우에도 이동질량의 가속도 성분 중 접촉하고 있는 보의 수직방향의 가속도항만을 포함하였다. 즉, 균일 단면보를 대상으로 하여 이동질량의 동적효과를 부분적으로만 고려

하였다.

그러나 유연한 보 구조물은 초기 정적처짐 상태로 부터 이동질량에 의한 하중에 의하여 진동하게 되며 이동질량은 진동하는 경로를 따라 움직이므로 이동질량과 보에 관계된 가속도 성분은 다음과 같은 항들이 된다. 즉, 원심력 방향의 가속도, 코리올리 가속도, 이동질량의 속도가 균일하지 않을 경우에 발생하는 수직방향 가속도, 그리고 접촉하고 있는 보의 수직방향 가속도항들이다.

따라서 본 연구에서는 관성력, 코리올리력, 원심력, 보의 초기 정적처짐을 모두 고려한 이동질량을 받는 불균일 단면보의 동적응답을 흠의 깊이 및 흠의 길이 변화에 따라 수치해석 및 실험을 병행하여 연구하였다.

2. 이론해석

2.1 수학적 모델 및 운동방정식

이동질량에 의한 보 운동의 수학적 모델은 Fig. 1과 같고, 해석을 위해 다음과 같은 가정을 한다.

첫째, 보의 길이방향 변위와 폭방향 변위는 무시한다. 둘째, 이론해석을 위한 대상 보는 Euler-Bernoulli 보로 간주할 수 있을 만큼 충분히 얇고 긴 보이다. 셋째, 보의 한쪽 끝단은 힌지로 지지되어 있으며, 다른 한쪽 끝단은 단순지지되어 보의 횡방향 변위에 따른 축방향 변위의 변화가 구속되지 않으므로 비선형항은 발생하지 않는다. 넷째, 이동질량은 주행 중에 항상 보와 접촉하고 있다.

Fig. 1에 있어, l 은 보의 전체길이, m 은 단위 길이당 질량, EI 는 보의 강성, M 은 이동질량의 크기, $y(x, t)$ 는 임의의 위치 x 에 있어서의 횡방향 변위, x 와 y 는 각각 축방향 및 횡방향 좌표를 나타낸다.

Fig. 1의 수학적 모델에 대한 운동방정식은 다음과 같다.

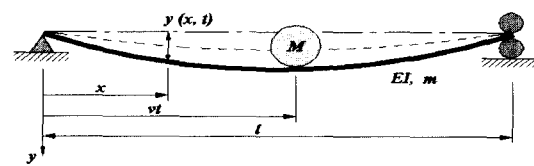


Fig. 1 Mathematical model of simply-supported beams subjected to a travelling mass.

$$EI \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = mg + Mg\delta(x-vt) - M \left[\frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2} v^2 + 2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t} v + \frac{\partial y(x,t)}{\partial x} a + \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} \right] \delta(x-vt) \quad (1)$$

식 (1)에서와 같이, 이동 중의 질량에 의해 작용하는 힘은 중력 Mg , 원심력 $Mv^2 \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x^2}$, 코리올리력 $2Mv \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial x \partial t}$, 보의 기울기에 의해 발생하는 이동질량 관성력의 횡방향 성분 $Ma \frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$ 및 이동질량에 의한 보의 횡방향 관성력 $M \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}$ 으로 표현될 수 있다.

한편, 초기 정적처짐은 초기조건으로 보에 경사면을 제공하기 때문에 이와 같은 이동질량에 의해 작용하는 힘에 영향을 주게 된다.

초기 정적처짐 $y_s(x)$ 는

$$EI \frac{\partial^4 y_s(x)}{\partial x^4} = mg \quad (2)$$

의 관계식을 만족한다. 식 (1)의 해는 초기 정적처짐 $y_s(x)$ 와 이동질량에 의한 동적 변위 $y_d(x,t)$ 의 합으로 식 (3)과 같이 가정할 수 있다.

$$y(x,t) = y_s(x) + y_d(x,t) \quad (3)$$

이제, 무차원변수 $\xi = \frac{x}{l}$ 를 식 (1)에 적용하면 다음과 같다.

$$\frac{EI}{l^4} \frac{\partial^4 y(\xi,t)}{\partial \xi^4} + m \frac{\partial^2 y(\xi,t)}{\partial t^2} = mg + \frac{M}{l} \left[g - \left\{ \bar{v}^2 \frac{\partial^2 y(\xi,t)}{\partial \xi^2} + 2\bar{v} \frac{\partial^2 y(\xi,t)}{\partial \xi \partial t} + \bar{a} \frac{\partial y(\xi,t)}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 y(\xi,t)}{\partial t^2} \right\} \right] \delta(\xi - \bar{v}t) \quad (4)$$

여기서, $\bar{v} = \frac{v}{l}$, $\bar{a} = \frac{a}{l}$ 이다.

2.2 불균일 단면보의 운동방정식

Fig. 2는 불균일 단면보에 대한 그림을 나타내며, 계산상의 단순함을 위해 흡은 좌우대칭으로 하였다.

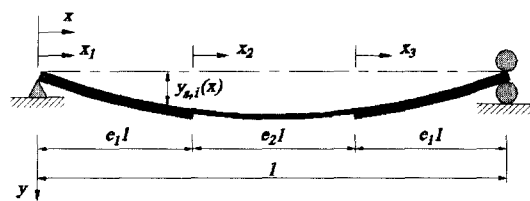


Fig. 2 A beam model with non-uniform cross section.

불균일 단면보의 무차원화된 운동방정식은 식 (4)의 균일보 운동방정식에 무차원 변수 $\xi_i = \frac{x_i}{l}$ ($i = 1, 2, 3$)를 적용하면 다음과 같이 표현된다.

$$\frac{EI_k}{m_k l^4} \frac{\partial^4 y_k(\xi_k,t)}{\partial \xi_k^4} + \frac{\partial^2 y_k(\xi_k,t)}{\partial t^2} = g + \frac{M}{m_k l} \left[g - \left\{ \bar{v}^2 \frac{\partial^2 y_k(\xi_k,t)}{\partial \xi_k^2} + 2\bar{v} \frac{\partial^2 y_k(\xi_k,t)}{\partial \xi_k \partial t} + \bar{a} \frac{\partial y_k(\xi_k,t)}{\partial \xi_k} + \frac{\partial^2 y_k(\xi_k,t)}{\partial t^2} \right\} \right] \delta(\xi_k - \bar{v}t), \quad (k=1, 2, 3) \quad (5)$$

여기서, k 는 Fig. 2에서와 같이 단면이 변화되는 요소의 순서를 의미한다.

이제, Galerkin의 모드 합 방법을 이용하면, 식 (5)의 해는 다음과 같이 가정될 수 있다.

$$y_{s,i}(\xi_i) = \sum_{j=1}^{\infty} A_j \phi_{i,k}(\xi_i), \quad (k=1, 2, 3) \quad (6)$$

$$y_{d,i}(\xi_i,t) = \sum_{j=1}^{\infty} q_j(t) \phi_{i,k}(\xi_i), \quad (k=1, 2, 3) \quad (7)$$

$$y(\xi_i,t) = \sum_{j=1}^{\infty} [A_j + q_j(t)] \phi_{i,k}(\xi_i) \quad (k=1, 2, 3) \quad (8)$$

여기서, $y_{s,i}(\xi_i)$ 와 $y_{d,i}(\xi_i,t)$ 는 이동질량에 의한 정적처짐과 동적처짐, $y(\xi_i,t)$ 는 전체처짐을 나타낸다.

식 (8)의 해를 식 (5)에 대입하고, $\phi_{n,k}(\xi_k)$, ($k=1,2,3$)을 내적하여 다시 정리하면 무차원화된 운동 지배방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[\int_0^1 \phi_{i,k}(\xi_k) \phi_{n,k}(\xi_k) d\xi_k + \mu_k \phi_{i,k}(v_o \tau) \phi_{n,k}(v_o \tau) \right] \ddot{q}_i(\tau) + \sum_{i=1}^{\infty} [2\mu_k v_o \phi_{i,k}'(v_o \tau) \phi_{n,k}(v_o \tau)] \dot{q}_i(\tau) + \sum_{i=1}^{\infty} \left[\left(\frac{\beta_i}{\beta_1} \right)^4 \pi^2 \int_0^1 \phi_{i,k}(\xi_k) \phi_{n,k}(\xi_k) d\xi_k \right] q_i(\tau)$$

$$\begin{aligned}
 & + \mu_k v_o^2 \phi_{i,k}''(v_o \tau) + \mu_k a_o \phi_{i,k}'(v_o \tau) \phi_{n,k}(v_o \tau)] \\
 \phi_i(\tau) \phi_{n,k}(v_o \tau) &= \frac{\mu_k}{\delta} \left[\left(\frac{\pi}{\omega_1} \right)^2 g - v_o^2 \right. \\
 & \left. \sum_{i=1}^{\infty} A_i \phi_{i,k}''(v_o \tau) - a_o \sum_{i=1}^{\infty} A_i \phi_{i,k}'(v_o \tau) \right] \phi_{n,k}(v_o \tau) \quad (9)
 \end{aligned}$$

여기서, 무차원 변수들은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \mu_k &= \frac{M}{m_k l}, \quad \delta = \frac{4mg l^4}{EI \pi^5}, \quad \tau = \frac{\omega_1}{\pi} t, \quad \gamma = \frac{t_h}{h}, \\
 a_o &= \frac{\pi^2 a}{\omega_1^2}, \quad v_o = \frac{v}{v_{cr}} = \frac{\pi v}{\omega_1}, \quad \varphi_n = \frac{q_n}{\delta} \quad (10)
 \end{aligned}$$

이제 식 (9)의 운동방정식을 행렬형태로 나타내면 식 (11)과 같다.

$$[M(\tau)] \{\ddot{\varphi}(\tau)\} + [C(\tau)] \{\dot{\varphi}(\tau)\} + [K(\tau)] \{\varphi(\tau)\} = \{f(\tau)\} \quad (11)$$

여기서, 각 행렬들의 요소는 다음과 같다.

$$m_{ij}(\tau) = \int_0^1 \phi_{i,k}(\xi_k) \phi_{j,k}(\xi_k) d\xi_k + \mu_k \phi_{i,k}(v_o \tau) \phi_{j,k}(v_o \tau) \quad (12)$$

$$c_{ij}(\tau) = 2 \mu_k v_o \phi_{i,k}'(v_o \tau) \phi_{j,k}(v_o \tau) \quad (13)$$

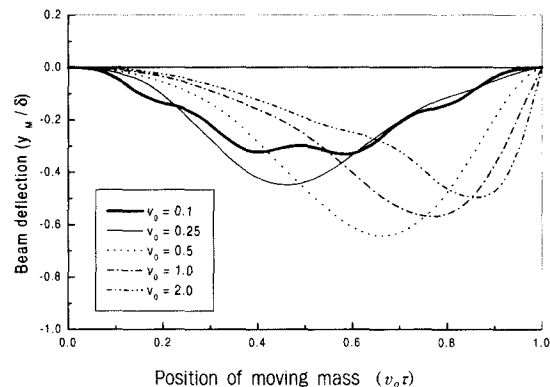
$$\begin{aligned}
 k_{ij}(\tau) &= \left(\frac{\beta_j}{\beta_i} \right)^4 \pi^2 \int_0^1 \phi_{i,k}(\xi_k) \phi_{j,k}(\xi_k) d\xi_k \\
 &+ \mu_k v_o^2 \phi_{i,k}(v_o \tau) \phi_{j,k}''(v_o \tau) \\
 &+ \mu_k a_o \phi_{i,k}(v_o \tau) \phi_{j,k}'(v_o \tau) \quad (14)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f_i(\tau) &= \frac{\mu_k}{\delta} \left[\left(\frac{\pi}{\omega_1} \right)^2 g - v_o^2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \phi_{n,k}''(v_o \tau) \right. \\
 & \left. - a_o \sum_{n=1}^{\infty} A_n \phi_{n,k}'(v_o \tau) \right] \phi_{n,k}(v_o \tau) \quad (15)
 \end{aligned}$$

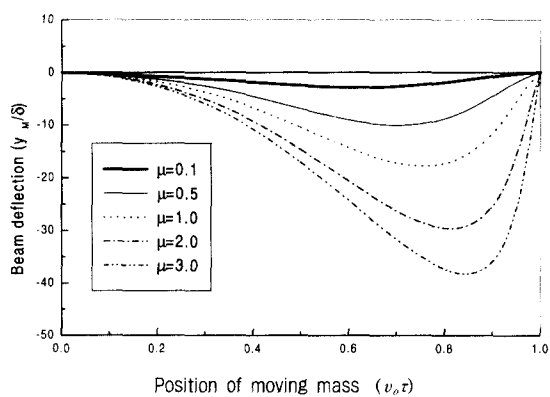
3. 수치해석 결과 및 검토

Fig. 3(a)는 질량비 $\mu=0.2$ 인 경우, 속도 v_o 를 변화시켜가며 이동질량 위치 $v_o \tau$ 에서의 보의 변위를 나타낸 그림이다. 이 그림에서는 정적처짐량을 뺀 동적 응답만을 제시하고 있고, 보 변위의 크기는 최대 정적처짐 δ 로 나눈 무차원화된 값이다.

속도가 느린 $v_o=0.1$ 인 경우는 약간의 굴곡이 있는 처짐곡선을 나타내며, $v_o=0.25$ 이상에서는 속도의 증가에 따라 최대처짐을 일으키는 이동질량의 위치가 우측으로 이동된다.



(a) For different values of v_o and $\mu=0.2$

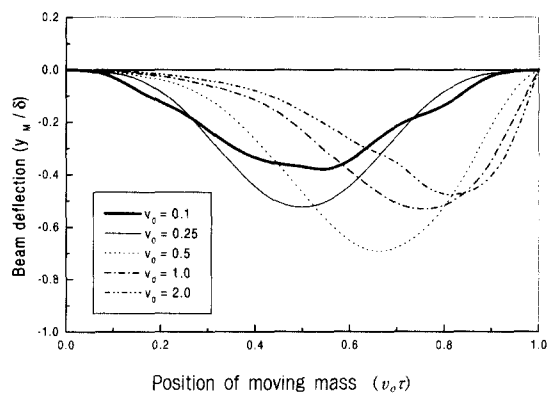


(b) For different values of μ and $v_o=0.5$

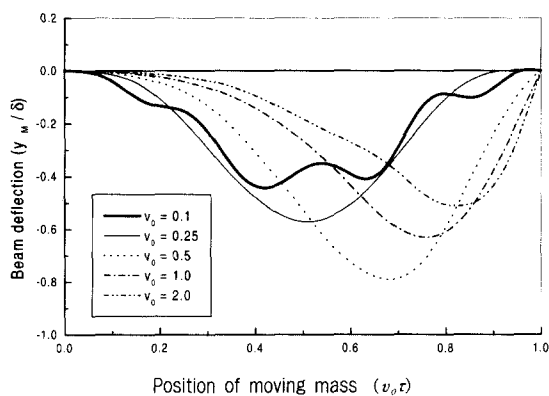
Fig. 3 Nondimensional deflections of a uniform beam at the position of moving mass ($v_o \tau$)

Fig. 3(b)는 $v_o=0.5$ 인 경우, μ 의 변화에 따라 이동질량 위치에서 보의 변위를 나타낸 것으로, 질량비가 증가할수록 최대변위는 증가하고, 최대변위를 나타내는 이동질량의 위치는 질량비가 증가될수록 우측으로 이동됨을 알 수 있다.

Fig. 4는 홈 깊이비 $\gamma=1/3$ 일때, 홈의 길이 z 가 $z=0.1, 0.2$ 의 두 가지 경우에 대한 동적처짐을 나타낸 그림이다. $z=0.1$ 일 경우는 처짐의 크기가 균일보의 경우와 유사하지만, 홈의 길이가 보다 긴 $z=0.2$ 의 경우는 동일한 속도의 크기에 대해 균일보와 $z=0.1$ 인 불균일 단면보에 비해 약간 더 큰 처짐을 보여주고 있다. 또한, $z=0.2$ 의 경우, $v_o=0.25$ 이상의 속도에서 속도의 증가에 따라 최대처짐을 일으키는 이동질량의 위치가 우측으로 이동되는 현상은 균일보의 현상과 유사함을 알 수 있다.

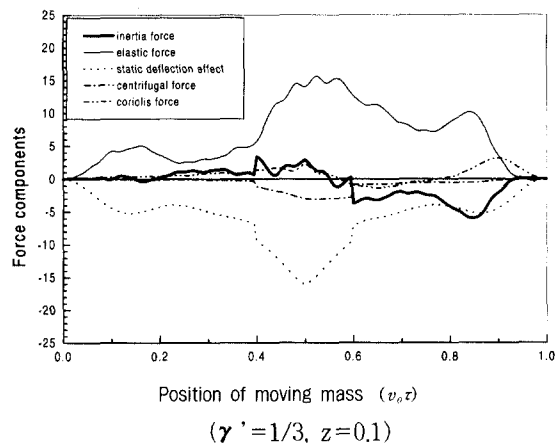


(a) $(\gamma' = 1/3, z = 0.1)$



(b) $(\gamma' = 1/3, z = 0.2)$

Fig. 4 Nondimensional beam deflections of beams at the position of moving mass $(v_0\tau)$ for different values of v_0 and $\mu = 0.2$



$(\gamma' = 1/3, z = 0.1)$

Fig. 5 Nondimensional force components at the position of moving mass $(v_0\tau)$ for beams with $v_0 = 0.5$ and $\mu = 0.2$

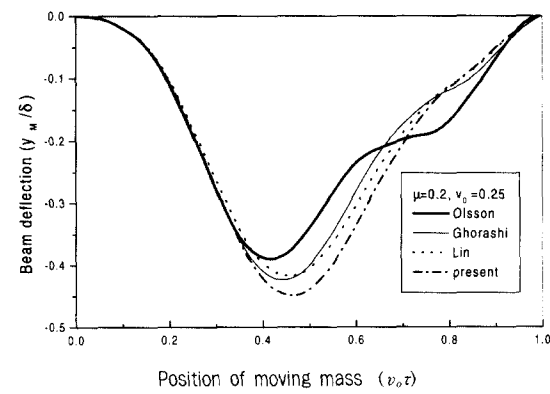
Fig. 5는 $\mu = 0.2, v_0 = 0.5, \gamma' = 1/3, z = 0.1$ 인 불균일 단면보에 대해, 보의 동적처짐에 영향을 줄 수 있는 다양한 힘 성분들의 효과를 나타낸 그림이다.

이 그림을 통해 알 수 있는 것은 탄성력과 정적처짐의 효과가 홈 부위에서 크게 나타난다는 것이고, 이동질량이 홈 부위에 도달하기 전에는 작용력들의 영향은 그리 크지 않으나, 홈 부위를 통과한 후에 급격히 증가됨을 알 수 있다. Fig. 5에서 살펴본 바와 같이 이동질량이 보 위를 지나게 될 때 각각의 힘 성분들은 보의 동적처짐에 영향을 주는 매우 중요한 인자들이 되고 있다.

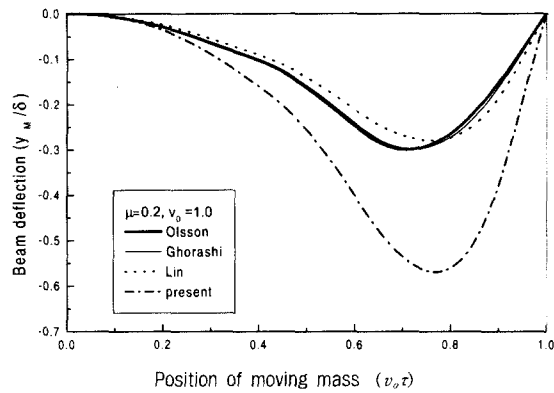
Fig. 6은 질량비 $\mu = 0.2$ 의 균일 보의 경우, 이동질량에 의해 보에 가해지는 힘의 모델에 따라 이동질량 위치에서의 보의 응답변위를 나타낸 그림이다. Fig. 6(a)는 이동질량의 속도 v_0 가 $v_0 = 0.25$ 인 경우이고, Fig. 6(b)는 $v_0 = 1.0$ 인 경우로써 속도가 빠른 경우이다.

이 그림들에서 Olsson⁽⁹⁾의 해석결과를 이동질량을 단순한 이동하중의 경우로만 생각했을 때의 동적처짐 결과 그래프이고, Esmailzadeh와 Ghorashi⁽¹¹⁾는 Olsson의 결과에 이동질량의 관성력 항을 첨가한 경우의 결과 그래프이다. 한편, Lin⁽¹²⁾은 코리올리 힘과 원심력 및 이동질량의 가속도의 영향들을 고려한 결과 그래프이지만, 보의 초기 정적처짐에 의한 영향은 고려하지 않았다.

본 연구에서는 보의 초기 정적처짐의 영향도 고려한 결과 그래프로써, 특히 정적처짐의 영향을 고려한 본 연구에 있어 보의 최대변위는 더욱 증가하게 되며, 이동속도가 증가할 수록 그 영향이 더 커짐을 알 수 있다.



(a) $\mu = 0.2, v_0 = 0.25$



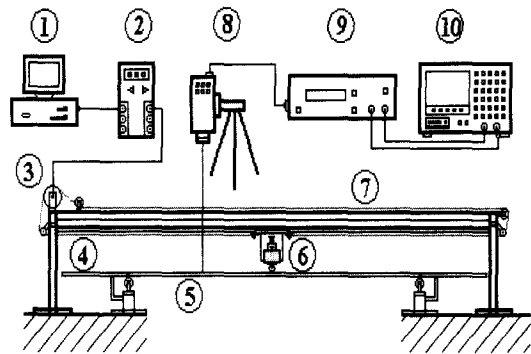
(b) $\mu = 0.2, v_o = 1.0$

Fig. 6 Comparison of deflections of uniform beam at the position of moving mass ($v_o \tau$) between present method and other references

4. 실험

4.1 실험장치

양단 단순지지되고 균일 및 불균일 단면을 갖는 보 구조물이 일정한 속도로 이동하는 질량에 의한 하중을 받을 경우에 발생하는 동적 거동에 관한 수치해석 결과를 검증하기 위하여 실험장치를 구성하였으며, Fig. 7은 실험장치 개략도를 보여준다.



- ① Computer
- ② Motor control box
- ③ Servo motor
- ④ Dummy beam
- ⑤ Test beam
- ⑥ Moving mass
- ⑦ Moving mass guide
- ⑧ Vibrometer laser sensor
- ⑨ Vibrometer controller
- ⑩ Digital oscilloscope

Fig. 7 Schematic diagram for experimental setup.

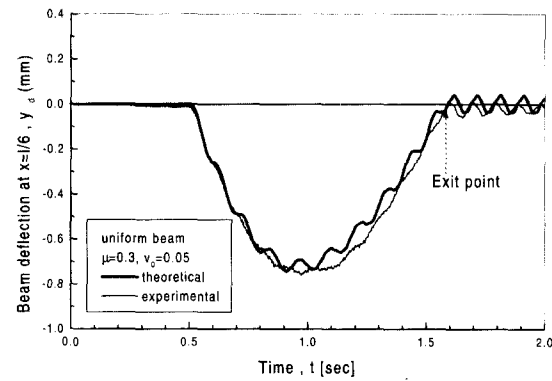
이 그림에서 이동질량 ⑥은 서보모터와 스틸와이어로 연결되어 안내레일 ⑦을 따라 이동하는 이동부 상에 결합되어 있다. 모터의 부하를 줄이고 속도제어시 이동부의 마찰에 의한 외란의 영향을 줄이기 위해 이동부는 선형베어링으로 결합되어 있다.

실험보의 양단지지부는 굽힘모멘트가 작용하지 않는 양단 단순지지의 경계조건을 유지하도록 베어링으로 구성하였다.

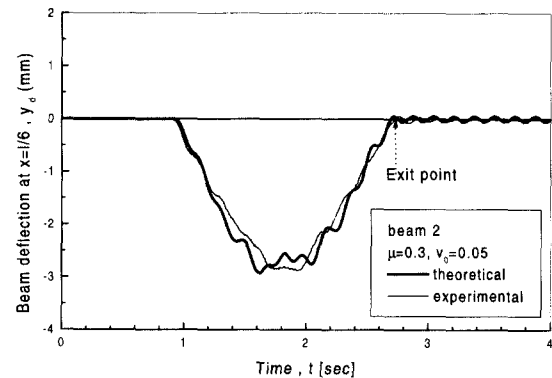
또한, 이동질량이 정속운동을 하기 위해서는 가속 및 감속구간이 필요한데 이를 위해 길이 500 mm의 연결보(dummy beam) ④를 설치하였고, 실험보와의 연결부에 단차가 생기지 않도록 정밀하게 가공하여 조립하였다.

4.2 실험 및 실험결과

Fig. 8(a)와 (b)는 각각 균일보와 불균일보에 대해



(a) Uniform beam with $\mu = 0.3$



(b) Non-uniform beam with $\mu = 0.3 (\gamma' = 1/2, z = 0.1)$

Fig. 8 Comparison of experimental dynamic deflections(position = $\frac{l}{6}$) with theoretical ones. ($v_o = 0.05$)

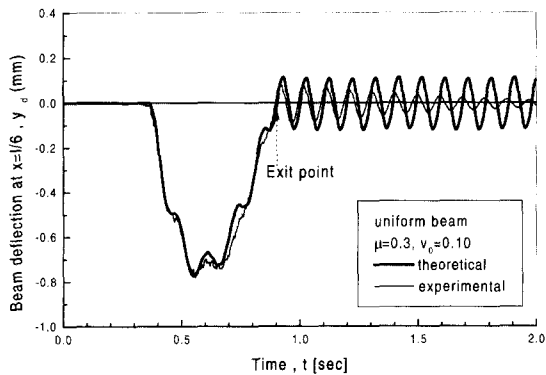
이동질량이 $v_0=0.05$ 의 낮은 속도로 이동하는 경우 보의 동적처짐을 이동질량이 출발하는 보의 위치로부터 $\xi=1/6$ 되는 곳에서 계측한 것이다.

이 경우 균일보와 불균일보 모두에 있어 질량비는 $\mu=0.3$ 이며, 불균일 보에 있어 홈의 깊이는 $\gamma'=1/2$ 이고, 홈의 길이는 $z=0.1$ 이다.

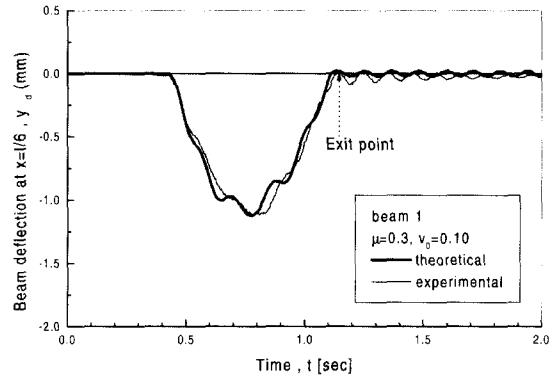
실험결과와 수치 시뮬레이션 결과를 비교할때 보의 변위량과 형상은 매우 유사하게 나타나고 있으나 실험치에 있어 1차 진동파의 영향이 시뮬레이션 결과와 아주 근사하게 나타나고 있지는 못하다. 이것은 이동질량이 주행할 때 이동질량과 결합되어 있는 선형베어링부의 다소의 마찰에 기인된 것으로 판단된다. 왜냐하면, 이동질량이 주행할 때, 이동질량과 상부의 안내레일 사이의 상하운동에 대해 마찰의 영향을 최소화하기 위해 선형베어링을 사용했다 하더라도 실제 운동시에는 경미한 마찰은 존재하기 때문인 것으로 판단된다.

Fig. 9(a)와 (b)도 각각 균일보와 불균일보의 경우에 대해 속도의 크기가 Fig. 8의 두배인 $v_0=0.1$ 인 경우에 대한 실험치와 수치 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다. 불균일 보의 경우인 Fig. 9(b)의 경우 홈의 깊이는 $\gamma'=1/3$, 홈의 길이는 $z=0.1$ 이다. 비교적 수치 시뮬레이션과 실험치의 결과가 근사하게 일치하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 10의 경우는 불균일 보의 경우, 홈의 깊이 $\gamma'=1/3$, 홈의 길이 $z=0.2$ 로 홈의 길이가 더 긴 경우의 동적처짐을 보여주고 있다. 또한, 이동질량의 속도도 $v_0=0.4$ 로 Fig. 9의 4배에 해당하는 속도이다. 이 경우도 실험치와 수치 시뮬레이션의 결과가 근사하게 일치하고 있음을 알 수 있다.



(a) Uniform beam with $\mu=0.3$



(b) Non-uniform beam with $\mu=0.3(\gamma'=1/3, z=0.1)$

Fig. 9 Comparison of experimental dynamic deflections (position $x = \frac{l}{6}$) theoretical ones. ($v_0=0.10$)

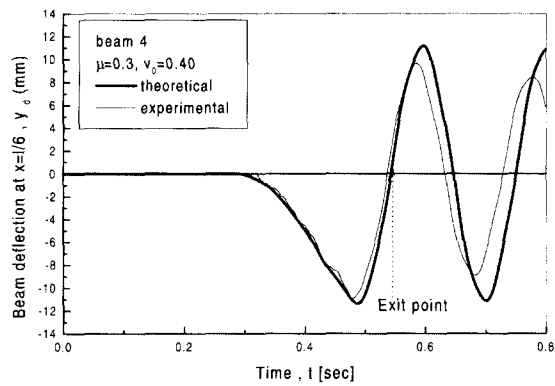


Fig. 10 Comparison of experimental dynamic deflections (position $x = \frac{l}{6}$) theoretical ones in non-uniform beam. ($v_0=0.40, \gamma'=1/2, z=0.2, \mu=0.3$)

5. 결론

주행질량에 의한 보의 동적응답에 관한 수치해석 및 실험적 검증을 통해 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 균일 단면보와 불균일 단면보 공히, 동적응답의 계산에 있어, 이동질량으로 인한 관성력, 코리올리력, 원심력, 탄성력, 보의 초기 정적처짐을 모두 고려한 해석이 타당하다. 또한, 이동질량은 계의 질량효과를 증대시켜 이동질량이 부가되지 않은 상태와 비교

하여 계의 고유진동수를 감소시키고 원심력 성분은 강성효과를 감소시킴으로써 보의 동적 처짐을 증대시킨다. 반면에 코리올리력은 감쇠항으로 작용한다.

(2) 보의 동적 최대처짐은 이동질량의 크기와 속도가 증가할 수록 커지게 되며 흠이 있는 불균일 보의 경우 고유진동수 감소 및 강성 저하의 요인으로 균일 보와 비교하여 큰 동적 변위가 나타나게 된다.

(3) 이동질량위치에서 보의 최대처짐 위치는 이동질량의 질량비(μ)와 속도(v_0)가 증가할수록, 보의 우측단쪽으로 이동된다.

(4) 이동질량에 의한 균일 및 불균일 단면보의 동적 응답에 관한 실험적 검증을 통해, 이론해석 결과가 실험치와 근사한 일치율 보임으로써 수치해의 타당성을 검토하였다.

참고 문헌

- (1) Tung, C. C., 1967, "Random Response of Highway Bridges to Vehicle Loads," Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 93, pp. 73~94.
- (2) Yoshida, D. M. and Weaver, W., 1971, "Finite Element Analysis of Beams and Plates with Moving Loads," Publication of International Association for Bridge and Structural Engineering, Vol. 31, No. 1, pp. 179~195.
- (3) Timoshenko, S., Young, D. H. and Weaver, W., 1974, Vibration Problems in Engineering, Fourth Edition, New York: John Wiley.
- (4) Hayashikawa, T. and Watanabe, N., 1981, "Dynamic Behavior of Continuous Beams with Moving Loads," Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Journal of Structural Mechanics Division, Vol. 107, pp. 229~246.
- (5) 류봉조, 1983, "이동집중질량에 의한 보의 동적 해석," 연세대학교 석사학위논문.
- (6) Sadiku, S. and Leipholz, H. H. E., 1987, "On the Dynamics of Elastic Systems with Moving Concentrated Masses," Ingenieur-Archiv, Vol. 57, pp. 223~242.
- (7) Sieniawska, R. and Sniady, P., 1990, "First Passage Problem of the Beam under a Random Stream of Moving Forces," Journal of Sound and Vibration, Vol. 136, pp. 177~185.
- (8) Sieniawska, R. and Sniady, P., 1990, "Life Expectancy of Highway Bridges Due to Traffic Load," Journal of Sound and Vibration, Vol. 140, pp. 31~38.
- (9) Olsson, M., 1991, "On the Fundamental Moving Load Problem," Journal of Sound and Vibration, Vol. 145, No. 2, pp. 299~307.
- (10) Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., 1992, "Vibration Analysis of Beams Traversed by Moving Masses," Proceedings of the International Conference on Engineering Application of Mechanics, Tehran, Iran, Vol. 2, pp. 232~238.
- (11) Wang, R. T., 1997, "Vibration of Multi-Span Timoshenko Beams to a Moving Force," Journal of Sound and Vibration, Vol. 207, pp. 731~742.
- (12) Esmailzadeh, E. and Ghorashi, M., 1997, "Vibration Analysis of a Timoshenko Beam Subjected to a Travelling Mass," Journal of Sound and Vibration, Vol. 199, No. 4, pp. 615~628.
- (13) Lin, Y. H., 1997, "Comments on Vibration Analysis of Beams Traversed by Uniform Partially Distributed Moving Masses," Journal of Sound and Vibration, Vol. 199, No. 4, pp. 697~700.