

<논 문>

구배법을 이용한 진동제어용 압전 감지기/작동기의 위치 최적화  
Optimization of Piezoceramic Sensor/Actuator Placement for Vibration  
Control Using Gradient Method

강 영 규\*

Young Kyu Kang

(2001년 4월 21일 접수 : 2001년 7월 31일 심사완료)

**Key Words** : Piezoceramic Sensor/Actuator Placement(압전 감지기/작동기 위치설정), Vibration Control(진동 제어), Optimization(최적화), Gradient Method(구배법), Structural Damping Index(구조감쇠지수)

ABSTRACT

Optimization of the collocated piezoceramic sensor/actuator placement is investigated numerically and verified experimentally for vibration control of laminated composite plates. The finite element method is used for the analysis of dynamic characteristics of the laminated composite plates with the piezoceramic sensor/actuator. The structural damping index(SDI) is defined from the modal damping( $2\zeta\omega$ ). It is chosen as the objective function for optimization. Weights for each vibrational mode are taken into account in the SDI calculation. The gradient method is used for the optimization. Optimum location of the piezoceramic sensor/actuator is determined by maximizing the SDI. Numerical simulation and experimental results show that the optimum location of the piezoceramic sensor/actuator is dependent upon the outer layer fiber orientations of the plate, and location and size of the piezoceramic sensor/actuator.

1. 서 론

유연 구조물의 진동 및 소음을 억제하기 위한 감지기/작동기의 설계 및 위치설정에 관한 연구는 지난 20여년 동안 꾸준히 수행되어 왔다.<sup>(1~4)</sup> 진동제어용 감지기/작동기로 많이 사용되는 압전감지기/작동기의 최적의 개수와 최적의 위치선정이 매우 중요하다. 유연 구조물을 제어하기 위한 감지기/작동기의 위치 설정을 위해서 가제어성/가관측성(controllability/observability)의 관점에서 몇가지 성능지수가 제안되기도 하였다.<sup>(5,6)</sup> 하지만 가제어성/가관측성의 개념을 이용한 감

지기/작동기의 위치설정은 전체 구조물 강성의 측면에 비중을 두었으므로 구조물의 진동감쇠에는 큰 효과가 없었다. Devasia 등<sup>(7)</sup>은 단순한 수치적인 알고리즘을 이용하여 작동기의 최적위치에 관한 연구를 수행하여 진동억제의 문제에 있어서 가제어성을 작동기의 위치설정에 이용하는 것은 부적절하다고 설명하였다. Main 등<sup>(8)</sup>은 압전작동기가 발생하는 작동모멘트를 최대화하도록 작동기의 위치를 설정하였다. 몇몇 연구자들은 진동제어 또는 소음제어를 위한 감지기/작동기의 위치설정을 최적화하기 위해서 구배법(gradient method)이나 유전적 알고리즘(genetic algorithm)같은 기법을 사용하기도 하였다. 그러나 감지기/작동기의 위치설정에 관한 위와 같은 기존의 연구들은 정식화 과정에서 감지기/작동기가 부착된 전체 구조물 자체가 가지고 있는 본래의 구조감쇠를 무시하였다. 궁극적으로 능동제어를 통해서 구조물의 감

\* 정회원, 인하대학교 기계공학과  
E-mail : ykkang@munhak.inha.ac.kr  
Tel : (031) 860-8328, Fax : (031) 868-1716

쇠를 증가시키는 것이 주된 목적이므로 감지기/작동기의 위치설정을 위한 정식화 역시 감쇠의 관점에서 다루어져야 한다.

본 논문에서는 구조진동 제어를 위해서 복합재 구조물 표면에 부착된 압전세라믹 감지기/작동기의 최적위치 설정을 다양한 적층각도에 대해서 수치적 기법을 이용하여 해석하고 실험적으로 검증하였다. 압전 감지기/작동기는 제어 안정성을 위해서 동일한 지점에 위치하며, 유한요소 정식화 과정에서 구조물 자체의 감쇠와 강성뿐만 아니라 압전세라믹과 접착층의 감쇠와 강성을 동시에 고려하였다. 최적화 방법으로 구배법을 사용하였으며, 모드감쇠(modal damping,  $2\zeta\omega$ )의 개념에 기초한 구조감쇠지수(structural damping index, SDI)<sup>(9)</sup>를 정의하여 이를 목적함수로 하였다. 각각의 진동모드에 대한 가중치를 구조감쇠지수의 계산과정에서 고려하였다. 압전감지기/작동기의 최적의 위치는 구조감쇠지수가 최대가 되는 지점으로 하였다. 복합적층판의 테일러링에 의한 수동제어와 능동제어를 위해서 설치하는 감지기/작동기의 위치 및 크기 등의 상호 연관성에 관해서도 수치해법을 통해서 연구를 수행하였다.

## 2. 방 법

압전감지기/작동기가 부착된 복합적층판을 2차원의 판요소로 모델링하였으며, 운동방정식을 유도하는 과정에서 해밀톤의 원리(Hamilton's principle)를 이용하였다. 압전감지기/작동기가 부착된 다자유도계 판형 구조물의 운동방정식은 다음과 같이 이산화될 수 있다.

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq = F_{Ext} + D_a u_c \quad (1)$$

여기서  $q(t)$ 는  $n \times 1$  변위벡터이며  $D_a$ 는 작동기 영향행렬(actuator influence matrix)이고,  $u_c$ 는 구조진동을 제어하기 위한 제어입력이다. 모드좌표 변환을 다음과 같이 도입한다.

$$q(t) = \Phi \eta(t) \quad (2)$$

여기서  $\Phi$ 는 식 (1)의 질량 및 강성행렬에 관련된 고유치 문제를 풀어서 구해진 개회로(open-loop) 모드행렬이며,  $\eta(t)$ 는 모드좌표계의  $n \times 1$  벡터이다. 식 (1)을 모드좌표계로 변환하면 다음과 같다.

$$\overline{M}\ddot{\eta} + \overline{C}\dot{\eta} + \overline{K}\eta = \overline{F}_{Ext} + \overline{D}u_c \quad (3)$$

여기서 변환된 질량, 감쇠, 강성, 외력 및 작동기 영향행렬은 각각 다음과 같다.

$$\overline{M} = \Phi^T M \Phi = I \quad (4a)$$

$$\overline{C} = \text{diag}(2\zeta_1\omega_1, 2\zeta_2\omega_2, \dots, 2\zeta_n\omega_n) \quad (4b)$$

$$\overline{K} = \Phi^T K \Phi = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_n^2) \quad (4c)$$

$$\overline{F}_{Ext} = \Phi^T F_{Ext} \quad (4d)$$

$$\overline{D} = \Phi^T D_a \quad (4e)$$

식 (3)을 1차의 상태방정식으로 표현하면

$$\dot{x} = Ax + Bu_c + B_0 \quad (5)$$

이다. 여기서  $A$ ,  $B$ ,  $B_0$  및  $x$ 는 다음과 같다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -\overline{K} & -\overline{C} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{D} \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ \overline{F}_{Ext} \end{bmatrix}, x = \begin{bmatrix} \eta \\ \dot{\eta} \end{bmatrix}$$

되먹임 이득이  $G(t)$ 인 제어입력은 다음과 같다.

$$u_c = -Gx \quad (6)$$

압전세라믹 감지기가 구조진동의 변형률속도를 감지하면 압전세라믹 작동기는 식 (6)에서 변형률속도를 되먹임하여 식 (5)의 시스템행렬  $A$ 에서 모드감쇠행렬  $\overline{C}$ 를 증가시킨다. 즉 압전세라믹 감지기/작동기를 이용한 구조진동 제어는 구조물의 감쇠를 증가시킨다. 구조진동의 전체 모드감쇠는 구조물 본래의 모드감쇠  $\overline{C}$ 와 제어입력에 의한 능동모드감쇠  $\overline{C}_a$ 로 구성된다. 구조물 본래의 모드감쇠는 제어입력이 가해지지 않은 수동 모드감쇠를 의미한다.

구조진동의 전체 변위는 각 진동모드의 중첩으로 표현되며 각각의 진동모드는 모드감쇠의 크기에 따라서 지수함수적으로 감쇠선도가 달라진다. 진동모드의 모드감쇠와 각 진동모드의 가중치를 고려하여 구조감쇠지수를 정의하였으며, 구조물의 전체 변위에 대한 각 모드의 가중치를 결정하기 위해서 전개이론(expansion theorem)을 이용하였다. 주어진 초기변위  $q_0$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$q_0 = \sum_{r=1}^N c_r \phi_r \quad (7)$$

식 (7)에서  $c_r$ 은 각 모드의 가중치이며,  $N$ 은 고려된 저차의 진동모드 갯수이며,  $\phi_r$ 은 모드형상벡터이다.

진동 모드의 직교성(orthogonality)을 이용하여 각 모드의 가중치를 구하며, 구조감쇠지수는 다음의 식으로 정의된다.

$$SDI = \sum_{r=1}^N 2\xi_r \omega_r c_r \quad (8)$$

본 논문에서는 감지기/작동기의 크기와 각 진동모드의 파장을 고려하여 진동모드의 갯수  $N$ 을 결정하였으며, 구조감쇠지수를 최적화의 목적함수(objective function)로 선정하여 구조감쇠지수가 최대가 되는 감지기/작동기의 위치를 최적의 조건으로 하였다. 구조감쇠지수는 다음과 같이 설계변수들의 함수이다.

$$SDI = SDI(\theta, \bar{x}_i, \bar{y}_i, C_x, C_y, t_p, G) \quad (9)$$

여기서 설계변수  $\theta$ 는 복합적층판의 적층각도이며  $\bar{x}_i$ 와  $\bar{y}_i$ 는  $i$ -번째 위치에서의 압전감지기/작동기의 중심의 좌표를 나타낸다.  $C_x$ 와  $C_y$ 는 압전재료의 크기,  $t_p$ 는 압전재료의 두께를 나타내며,  $G$ 는 되먹임 이득이다. Fig. 1에 최적화의 설계변수를 나타내었다.

목적함수의 구배는 다음과 같이 표현된다.

$$Grand(SDI) = \frac{\Delta(SDI)}{\Delta S} \quad (10)$$

여기서  $\Delta S$ 는 두 위치 사이의 거리이며,  $\Delta(SDI)$ 는 구조감쇠지수의 차이를 나타낸다. 최적화 과정의 설계 구속조건(design constraints)은 다음과 같이 표현된다.

$$0 < C_x \leq l_x/2 \quad (11a)$$

$$0 < C_y \leq l_y/2 \quad (11b)$$

$$\bar{x}_i - C_x/2 \geq 0 \quad (11c)$$

$$\bar{x}_i + C_x/2 \leq l_x \quad (11d)$$

$$\bar{y}_i - C_y/2 \geq 0 \quad (11e)$$

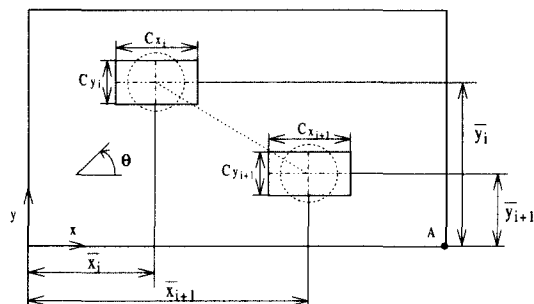


Fig. 1 Illustration of design variables

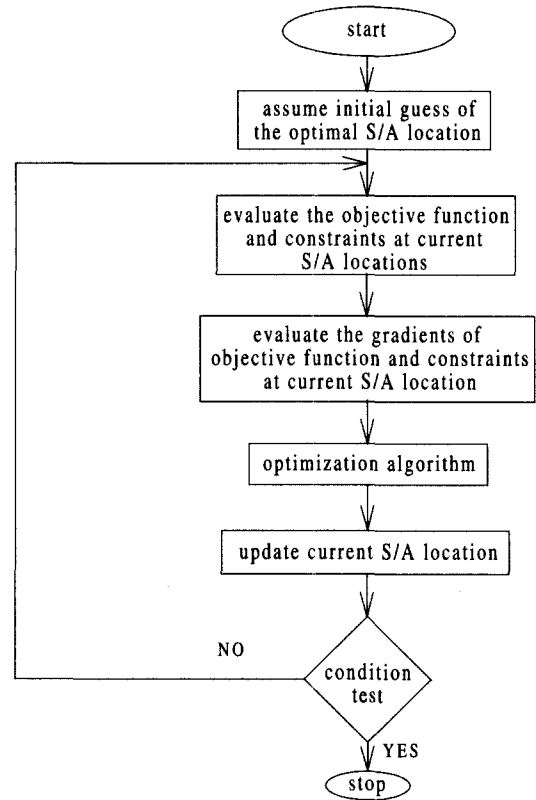


Fig. 2 Flow chart for optimization of S/A placement

$$\bar{y}_i + C_y/2 \leq l_y \quad (11f)$$

$$\bar{x}_{i+1} - \bar{x}_i \geq 0 \quad (11g)$$

$$\bar{y}_{i+1} - \bar{y}_i \geq 0 \quad (11h)$$

최적화 과정의 전체적인 흐름도를 Fig. 2에 나타내었다.

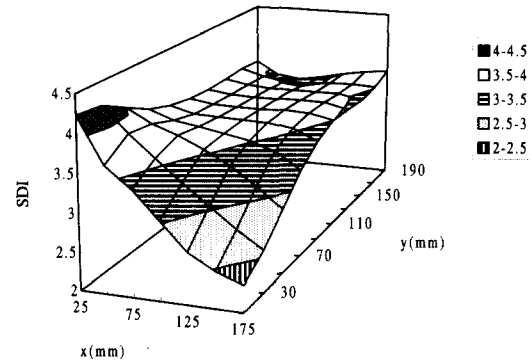
### 3. 결과 및 고찰

압전세라믹 감지기/작동기가 부착된 탄소/에폭시 복합적층판의 진동제어를 위한 압전감지기/작동기의 최적위치 설정을 최적화하고 실험적으로 확인하였다. 적층순서는  $[\theta_4/0_2/90_2]_s$ 이고 적층각도  $\theta$ 는 0, 15, 30, 45, 60, 75 및 90 °이다. 사용된 적층판 시편은 (주)한국화이바의 탄소 프리프렉(CU125NS)로 만들어졌으며 시편의 길이방향을 적층각도 0도로 선정하였다. 사용된 프리프렉의 두께는 0.125 mm 이며 시편의 크기는 200 × 200 × 2 mm이다. Table 1에

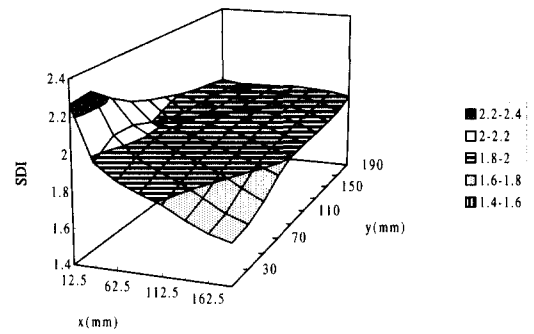
**Table 1** Mechanical properties of carbon/ epoxy laminates(CU125NS)

Property	Symbol	Value
Youngs modulus(0 deg)	$E_1$	$114.7 \times 10^9$ Pa
Youngs modulus(90 deg)	$E_2$	$7.589 \times 10^9$ Pa
Shear modulus	$G_{12}$	$4.77 \times 10^9$ Pa
Poissons ratio	$\nu_{12}$	0.28
Volume density	$\rho$	1510 kg/m <sup>3</sup>
Damping capacity(0 deg)	$\varphi_{S1}$	0.013966
Damping capacity(90 deg)	$\varphi_{S2}$	0.049120
Damping capacity(Shear)	$\varphi_{S12}$	0.074344

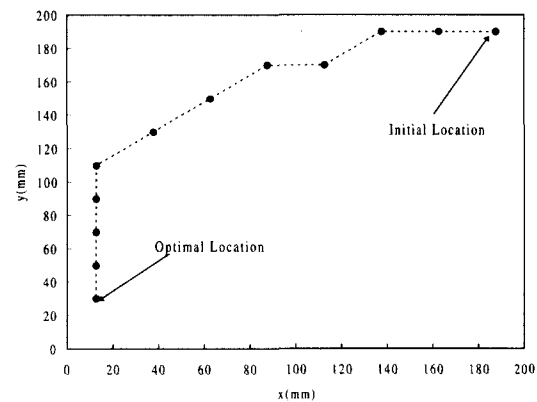
탄소/에폭시 복합재료의 물성을 나타내었다. 압전세라믹 감지기/작동기는 동일한 지점의 복합적층판 상하면에 위치하며, 압전세라믹의 폭은 20 mm이고 두께는 0.5mm이다. 압전감지기/작동기의 위치를 표시하기 위해서 시편의 길이방향을 x축으로, 고정단을 y축으로 설정하였으며, Fig. 1에서 끝단 모서리의 A지점에 외력을 가하였다. 다중모드 진동을 효과적으로 제어하기 위해서는 두쌍의 감지기/작동기가 좋지만 적층판 내에서의 압전세라믹 감지기/작동기의 위치를 체계적으로 표현하기 위해서 한쌍의 감지기/작동기를 판에 부착하는 것을 가정하였다. 실제로도 한쌍의 압전감지기/작동기를 이용하여 판의 다중모드 진동을 제어할 수 있다. 유한요소 모델링 기법을 이용해서 동특성을 해석하고 구조감쇠지수를 계산하는 과정에서 저차의 6개 진동모드를 고려하였다. 구조감쇠지수는 압전세라믹의 주어진 크기에 대해서 감지기/작동기의 위치에 따라서 달라진다. 또한 복합적층판의 제일 바깥층의 적층각도에 따라서 구조감쇠지수가 민감하게 달라진다. 먼저 압전세라믹의 길이가 50 mm인 경우에 대해서 수치모사를 수행하였다. Fig. 3은  $[0_4/0_2/90_2]_s$  시편에 대한 구조감쇠지수를 보여준다. Fig. 3에서 보면 압전감지기/작동기의 위치에 따라서 구조감쇠지수의 크기가 달라지며, 전체적으로 외력이 가해지는 반대편의 고정단 근처에 압전감지기/작동기를 설정하는 것이 좋을 수 있다. Fig. 4는 압전세라믹의 길이가 25 mm인 경우의  $[45_4/0_2/90_2]_s$  시편에 대한 구조감쇠지수를 보여준다.



**Fig. 3** SDI of  $[0_4/0_2/90_2]_s$  plate(S/A length = 50 mm)



**Fig. 4** SDI of  $[45_4/0_2/90_2]_s$  plate(S/A length = 25 mm)



**Fig. 5** Optimization using gradient method for  $[45_4/0_2/90_2]_s$  plate(S/A length = 25 mm)

Fig. 4에서 보면 외력이 가해지는 A지점 근처에 감지기/작동기가 위치할수록 구조감쇠지수는 작아진다. 전체적으로 고정단 근처에 감지기/작동기를 위치시키면 구조감쇠지수는 큰 값을 가짐을 알 수 있다.

**Table 2** Modal dampings( $2\zeta\omega$ ) before and after optimization

Mode	Initial location	Optimal location
1	1.0354	1.4652
2	2.8346	3.2347
3	8.7820	9.1468
4	7.1973	14.435
5	10.567	12.325
6	18.097	17.600

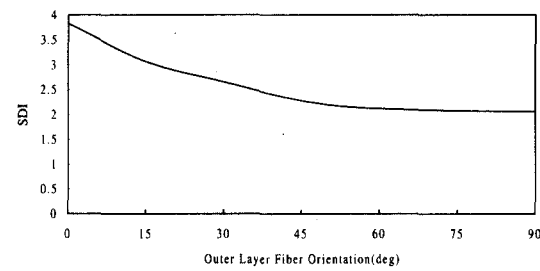
Fig. 3과 Fig. 4에서  $x, y$  좌표는 감지기/작동기의 중심의 좌표를 나타낸다. Fig. 5는  $[45_4/0_2/90_2]_s$  적층판의 경우에 대한 최적화 결과를 보여준다.

Fig. 5의 결과를 Fig. 4와 비교해 보면 계산량을 80% 정도 줄일 수 있다. Fig. 5의 최적화 결과에 대하여 초기 위치와 최적의 위치에 대한 각 모드의 모드 감쇠를 Table 2에 나타내었다. 되먹임 이득이 1인 경우에 대한 Table 2의 결과에서 보면 최적의 위치에 압전감지기/작동기가 위치하였을 때에 모드감쇠가 많이 증가하며, 진동변위가 빨리 감소함을 알 수 있다.

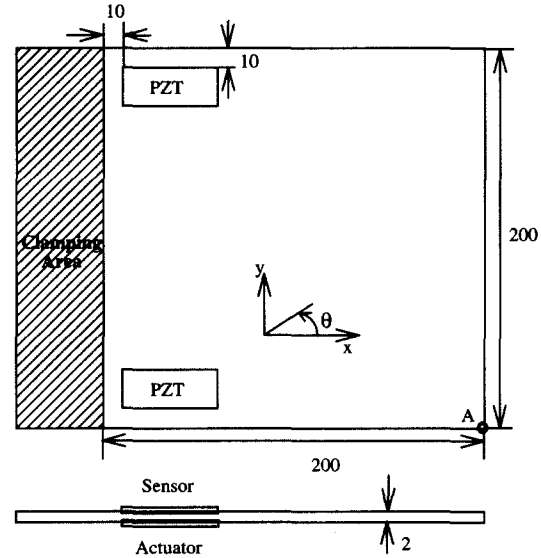
복합적층판의 모든 적층각도에 대하여 압전감지기/작동기가 최적의 위치에 설정되었을 때의 구조감쇠지수의 변화를 Fig. 6에 나타내었다. Fig. 6에서 보면 굽힘강성이 큰 시편이 더 큰 구조감쇠지수를 가지며, 적층각도에 따라서 그 경향이 달라짐을 알 수 있다.

복합적층판에 대한 압전감지기/작동기의 위치 및 적층각도에 대한 수치모사의 타당성을 확인하기 위하여 실험을 수행하였다. 다중 모드의 진동을 효과적으로 제어하기 위하여 두 쌍의 압전감지기/작동기를 사용하였으며, 실험을 위한 적층판의 제원을 Fig. 7에 나타내었다.

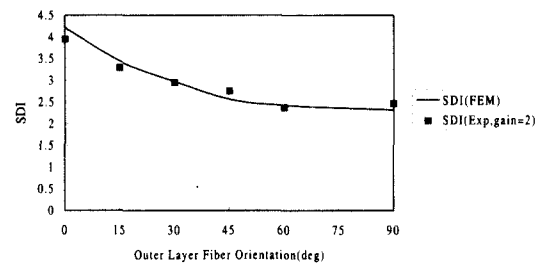
Fig. 8은 감지기/작동기의 위치에 대한 실험결과를



**Fig. 6** SDI of the plates for optimal location (S/A length = 25 mm)



**Fig. 7** Configuration of laminated composite plate for experiment



**Fig. 8** Experiment on location for plates(S/A length = 50mm)

보여준다. 능동제어 실험시의 되먹임 이득은 모든 적층각도에 대해서 2로 하였다. Fig. 8에서 보면 실험적으로 측정된 구조감쇠지수와 이론적으로 계산한 구조감쇠지수가 복합적층판의 적층각도에 대해서 비교해 보면 비슷한 경향을 보인다. 따라서 본 논문의 해석 기법이 타당함을 알 수 있다.

#### 4. 결론

구조진동 제어를 위한 압전세라믹 감지기/작동기의 위치설정을 위해서 최적화를 수행하였다. 다양한 적층각도에 대해서 수치적 기법을 이용하여 해석하고 실험적으로 검증하였다. 본 논문의 결론을 요약하면 다음과 같다.

복합적층판의 진동제어를 위한 압전감지기/작동기

의 위치설정을 최적화하기 위한 체계적이고 정량적인 방법을 제시하였으며 수치모사를 수행하고 실험적으로 확인하였다. 모드감쇠의 개념에 기초하며 각 진동 모드의 가중치를 고려한 구조감쇠지수는 감지기/작동기의 위치설정을 위한 좋은 척도이며, 물리적으로 타당하다. 또한 감지기/작동기가 위치할 수 있는 모든 지점에 대해서 구조성능을 계산하는 방법에 비해서 구배법을 이용한 최적화는 계산량을 현저히 줄일 수 있으므로 감지기/작동기의 최적위치 설정에 매우 효과적이다.

### 참 고 문 헌

- (1) Kammer, D. C., 1996, "Optimal Sensor Placement for Modal Identification Using System Realization Methods," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 3, pp. 729~731.
- (2) Lai, Z., Huang, J., and Mei, C., 1996, "Shape and Placement of Piezoelectric Sensors for Panel Flutter Limit-Cycle Suppression," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 4, pp. 855~857.
- (3) Varadan, V. V., Kim, J., and Varadan, V. K., 1997, "Optimal Placement of Piezoelectric Actuators for Active Noise Control," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 3, pp. 526~533.
- (4) Sunar, M., and Rao, S. S., March 1997, "Thermopiezoelectric Control Design and Actuator Placement," *AIAA Journal*, Vol. 35, No. 3, pp. 534~539.
- (5) Hamdan, A. M. A., and Nayfeh, A. H., 1989, "Measures of Modal Controllability and Observability for First- and Second-Order Linear Systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 12, No. 3, pp. 421~428.
- (6) Kim, Y., and Junkins, J. L., 1991, "Measure of Controllability for Actuator Placement," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 14, No. 5, pp. 895~902.
- (7) Devasia, S., Meressi, T., Paden, B., and Bayo, E., 1993, "Piezoelectric Actuator Design for Vibration Suppression: Placement and Sizing," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 16, No. 5, pp. 859~864.
- (8) Main, J. A., Garcia, E., and Howard, D., 1994, "Optimal Placement and Sizing of paired Piezoactuators in Beams and Plates," *Smart Materials and Structures*, Vol. 3, No. 3, pp. 373~381.
- (9) Kang, Y. K., Park, H. C., Hwang, W., and Han, K. S., Sep 1996, "Optimum Placement of Piezoelectric Sensor/Actuator for Vibration Control of Laminated Beams," *AIAA Journal*, Vol. 34, No. 9, pp. 1921~1926.