

## INS/GPS 결합 칼만필터의 측정치 스무딩 및 예측

### Smoothing and Prediction of Measurement in INS/GPS Integrated Kalman Filter

이 태 규, 김 광 진, 제 창 해  
(Tae-Gyoo LEE, Kwang Jin Kim, and Chang-He Je)

**Abstract** : Inertial navigation system(INS) errors increase with time due to inertial sensor errors, and therefore it is desired to combine INS with external aids such as GPS. However GPS informations have a randomly abrupt jump due to a sudden corruption of the received satellite signals and environment, and moreover GPS can't provide navigation solutions. In this paper, smoothing and prediction schemes are proposed for GPS's jump or unavailable GPS. The smoothing algorithm which is designed as a scalar adaptive filter, smooths abrupt jump. The prediction algorithm which is proved by Schuler error model of INS, estimates INS error in appropriate time. The outputs of proposed algorithm apply stable measurements to GPS aided INS Kalman filter. Simulations show that the proposed algorithm can effectively remove measurement jump and predict INS error.

**Keywords** : INS/GPS integrated Kalman filter, scalar adaptive filter, Schuler error model

#### I. 서론

관성 항법 시스템(inertial navigation system, INS)은 외부 장치의 도움 없이 항체의 위치, 속도 및 자세를 결정하는 항법 시스템으로 항체의 회전을 측정하여 기준 좌표계(reference frame)에 대한 자세를 결정하는 자이로(gyro)와 항체에 작용하는 비력(specific force)을 측정하는 가속도계(accelerometer) 및 항법 계산을 위한 항법 컴퓨터에 의하여 이루어진다. INS는 전파장이나 환경에 영향을 받지 않고, 비교적 정확한 항법 정보를 제공하지만 가속도계와 자이로의 부정확성, 관성센서의 정렬 오차, 컴퓨터 오차 그리고 시스템 방정식의 근사화 등에서 비롯되는 오차 등에 의하여 시간이 지남에 따라 항법 오차가 현저히 증가한다는 단점을 가진다 [1]-[5]. GPS는 위성 항법 시스템으로 세계 전역에서 위치, 속도, 시간을 적절한 수신 장비를 갖춘 사용자에게 공급한다. GPS는 위성 신호의 도달 시간으로부터 계산되는 의사 거리(pseudorange)를 이용하여 항법 정보를 얻는 시스템으로 항법 정보 및 시간을 계산하기 위하여 4개 이상의 위성을 필요로 한다. GPS의 항법 오차는 수신기와 GPS 기준 시간의 차인 수신기의 시계 바이어스 및 드리프트, 이온층 및 대류층의 전파 전달시의 지연, 수신기 주변의 환경에 의한 다중경로(multipath), 위성의 위치 오차 및 위성의 배치 형태 등에 의하여 기인된다. GPS 항법 오차는 INS와는 달리 시간에 따른 누적이나 증가가 없이 장시간 동안의 안정도를 가진다는 장점이 있으나, 주위의 지리적 환경이나 전파 방해(jamming) 등에 의하여 영향을 받는다는 단점을 가진다 [6][7]. 훌륭한 항법 시스템은 정확한 위치, 속도 및 자세 정보를 얻을 수 있는 시스템이다. 이를 위하여 두 가지 이상의 항법을 병행 또는 부수적으로 이용하는 항법 시스템을 설계할 수 있

는데, 그 형태의 하나가 INS와 GPS가 서로의 단점을 보완하는 항법 시스템을 구성하여 보다 정확하고 안정적인 정보를 얻는 방법이다. GPS와 INS의 결합방법은 형태에 따라 비결합(uncoupled), 약한 결합(loosely coupled) 그리고 강한 결합(tightly coupled) 등 다양한 형태로 구성할 수 있으며 칼만 필터에 의하여 구현되는데 칼만필터의 상태 변수 선정에 따라 직접(direct) 칼만필터, 간접(indirect) 칼만필터로 나눌 수 있으며, 추정된 오차를 보상하는 방식에 따라 앞먹임(feedforward) 방식과 되먹임(feedback) 방식으로 나눌 수 있다. 그런데 GPS는 지형 및 위성의 배치, 관측되는 위성의 개수 등에 의하여 영향을 받기 때문에 순간적으로 오차가 커지는 경우가 발생할 수 있으며, 더 나아가 항법해를 제공하지 못할 수 있다. 이러한 경우 INS/GPS 칼만필터는 상대적으로 큰 오차를 유발하게 되거나 안정성이 깨질 우려가 있다. 따라서 INS/GPS 결합시스템을 구성하는데 주의를 요하며 이러한 문제 해결 방법이 필요하다 [9][10].

본 연구에서는 INS/GPS 결합 칼만필터 시스템이 안정적으로 동작할 수 있도록 GPS의 불합리한 점프 오차에 의한 측정치 점프를 스무딩하기 위한 스칼라 적응 필터와 GPS가 순간적으로 정보를 제공하지 못할 경우 INS의 슬러 오차 특성을 이용하여 오차를 예측하는 기법을 설계하다. INS/GPS 결합 시스템에서 발생하는 문제점의 해결을 위하여 INS/GPS 결합 형태 또는 칼만필터의 수정에 의하여 이루어지는 경우가 많으나 본 연구에는 기존의 INS/GPS 결합 필터를 수정하지 않고 측정치 선행처리를 위한 필터와 예측 알고리즘을 부가하는 방법을 설계하였다. 설계된 알고리즘은 시뮬레이션을 통하여 측정치 점프와 INS 오차 예측에 효율적으로 동작함을 보였다.

#### II. INS/GPS 결합 칼만필터

본 연구에서는 그림 1과 같이 GPS 수신기로부터 주어지

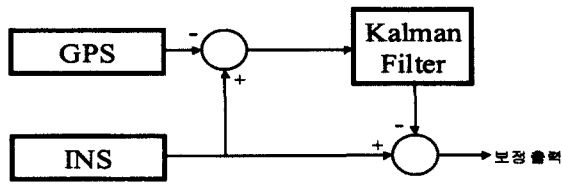


그림 1. INS/GPS 결합 칼만필터의 구성도.  
Fig. 1. Block diagram of INS/GPS integrated Kalman filter.

는 위치를 기준으로 INS 위치 오차를 추정하는 비결합 간접 앞먹임 형태의 칼만필터를 설계하였다.

1. 시스템 및 측정치 모델

INS는 센서 오차에 의하여 주 오차를 발생하게 되는 데 이는 가속도계와 자이로의 바이어스, 척도계수 오차, 비정렬 등이며, RLG(Ring laser gyro)의 경우 랜덤 워크에 의한 오차가 크며, 동적 비정렬 오차가 나타난다[1][2][5]. 본 연구에서는 오차 요소의 항법 오차에 대한 기여도를 근거로 위치(경도, 위도), 동쪽(E), 북쪽(N) 방향 속도, 동쪽(E), 북쪽(N) 그리고 위쪽(U)에 대한 자세 오차 그리고 항법 오차에 영향이 큰 자이로 바이어스와 가속도계 바이어스를 상태 변수로 선정한 13차 시스템 모델을 설계하였다. INS의 수직축 위치 및 속도는 시간이 지남에 따라 기하급수적으로 증가하므로 별도의 센서에 의하여 보정된다고 가정하였다. 시스템 모델은 다음과 같다.

$$\dot{x} = Fx + Gw \tag{1}$$

여기서,  $x \in R^{13}$ : INS 오차 상태변수

$F \in R^{13 \times 13}$ : 시스템 행렬

$G \in R^{13 \times 13}$ : 시스템 잡음 이득 행렬

$w \in R^{13}$ : 시스템 백색잡음

INS의 위치, 속도 그리고 자세를 위한 항법식으로부터 섭동에 의하여 INS 오차 모델을 구하고, 자이로 바이어스와 가속도계 바이어스를 랜덤상수로 가정하면 (1)은 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{p1} & F_{p2} & 0 & 0 & 0 \\ F_{v1} & F_{v2} & F_{v3} & F_{v4} & 0 \\ F_{\phi 1} & F_{\phi 2} & F_{\phi 3} & 0 & F_{\phi 5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_{v2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g_{\phi 3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \end{bmatrix}$$

여기서,  $x_1 = [\delta\lambda \ \delta\phi]^T$ : 경도, 위도 위치 오차

$x_2 = [\delta v_E \ \delta v_N]^T$ : E, N 속도 오차

$x_3 = [\phi_E \ \phi_N \ \phi_U]^T$ : E, N, U 자세 오차

$x_4 = [\beta_x^a \ \beta_y^a \ \beta_z^a]^T$ : 가속도계 바이어스 오차

$x_5 = [\beta_x^w \ \beta_y^w \ \beta_z^w]^T$ : 자이로 바이어스 오차

$w_1, w_2, w_3, w_4, w_5$ : 시스템 잡음

F, G 행렬의 각각의 요소는 부록 A에 나타내었다. 본 연구에서는 GPS의 위치를 기준으로 INS의 오차를 추정하는 필터이므로 측정치는 GPS와 INS 위치의 차이이며 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z = Hx + v$$

$$= \begin{bmatrix} \text{INS 경도} - \text{GPS 경도} \\ \text{INS 위도} - \text{GPS 위도} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_\lambda \\ z_\phi \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서,  $v \in R^2$ : 측정 잡음

$$H = [I_{2 \times 2} \ 0_{2 \times 13}] \in R^{2 \times 13}$$

2. 칼만필터

(1)의 시스템은 다음과 같은 불연속 상태 공간 모델로 나타낼 수 있다.

$$x_k = \Phi_{k/k-1}x_{k-1} + G_{k/k-1}w_{k-1} \tag{3}$$

여기서,  $x_k (\in R^n)$ : 상태 변수 벡터

$\Phi_{k/k-1} (\in R^{n \times n})$ : 천이 행렬

$G_{k/k-1} (\in R^{n \times r})$ ,  $w_{k-1} (\in R^r)$ : 입력 행렬

: 시스템 백색잡음 ( $E[w_{k-1}w_{k-1}^T] = Q$ )

$n = r = 13$

그리고 (2)의 측정치 역시 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$z_k = Hx_k + v_k \tag{4}$$

여기서,  $z_k (\in R^m)$ : 측정 벡터

$H (\in R^{m \times n})$ : 측정 행렬

$v_k (\in R^m)$ : 측정 백색잡음 ( $E[v_k v_k^T] = R$ )

$m = 2$

(3)의 시스템 모델과 식 (4)의 측정치로부터 상태변수( $x_k$ )에 대한 최적 추정 알고리즘(Kalman filter)은 다음과 같다[3][9].

$$\hat{x}_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} \hat{x}_{k-1}$$

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + G_{k/k-1} Q G_{k/k-1}^T$$

$$K_k = P_{k/k-1} H^T [H P_{k/k-1} H^T + R]^{-1} \tag{5}$$

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (z_k - H \hat{x}_{k/k-1})$$

$$P_k = (I - K_k H) P_{k/k-1}$$

여기서,  $\hat{x}_k (\in R^n)$ : 현재 추정치

$\hat{x}_{k/k-1} (\in R^n)$ : 선행 추정치(priori estimation)

$K_k (\in R^{n \times m})$ : 칼만 이득 행렬

$P_k (\in R^{n \times n})$ : 추정 오차의 공분산 행렬

$$P_k = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] = E[\tilde{x}_k \tilde{x}_k^T]$$

$\tilde{x}_k (\in R^n)$  : 추정 오차

$$P_{k/k-1} (\in R^{n \times n})$$
 : 선행 추정 오차의 공분산 행렬
$$P_{k/k-1} = E[(x_k - \hat{x}_{k/k-1})(x_k - \hat{x}_{k/k-1})^T]$$

$$= E[\tilde{x}_{k/k-1} \tilde{x}_{k/k-1}^T]$$

$\tilde{x}_{k/k-1} (\in R^n)$  : 선행 추정 오차

**III. INS 오차의 스무딩 및 예측**

GPS는 순간적인 측정치의 점프 또는 측정치를 얻을 수 없을 경우가 발생할 수 있으며, 이에 의하여 칼만필터에 영향을 미치게 된다. 본 연구에서는 이러한 측정치의 이상이 칼만필터에 미치는 영향을 줄이기 위한 스무딩 및 예측 알고리즘을 설계한다. 알고리즘은 그림 2와 같이 부가된다.

**1. GPS에 의한 INS 오차 측정치의 스무딩**

GPS 정보는 위성이 빠르게 변화할 때 순간적인 점프가 발생할 수 있으며 지형조건, 위성배열 등의 환경조건에 의하여 불안정한 정보를 제공할 수 있다[3][7]. INS의 위치 오차 모델은 스칼라 형태로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta x_k = \delta x_{k-1} + \delta v_{k-1} \cdot \Delta t \tag{6}$$

여기서,  $\delta x_k$  : INS 위치 오차  
 $\delta v_k$  : INS 속도 오차  
 $\Delta t$  : 샘플 시간

GPS와 INS의 차에의 하여 구성되는 측정치는 다음과 같다.

$$z_k = \delta x_k + v_k \tag{7}$$

여기서,  $v_k$  : 측정 잡음

(5), (6)에 대한 불합리한 점프 오차 스무딩은 적용 이론을 통한 스칼라 적응필터 구현 알고리즘의 하나는 다음과 같다[3].

$$\begin{aligned} \delta \hat{x}_k &= \delta \hat{x}_{k-1} + K_k(z_k - \delta \hat{x}_{k-1}) \\ P_{k/k-1} &\approx P_{k-1} + \frac{2 - K_{st}}{K_{st}} q_k \\ K_k &= \frac{P_{k/k-1}}{P_{k/k-1} + R_k} \\ P_k &= (1 - K_k)P_{k/k-1} \end{aligned} \tag{8}$$

여기서,  $\delta \hat{x}_k$  : 신호샘플( $x(t)$ )의 추정치  
 $K_k$  : 필터이득  
 $P_{k/k-1}$  : 선행 추정오차 공분산

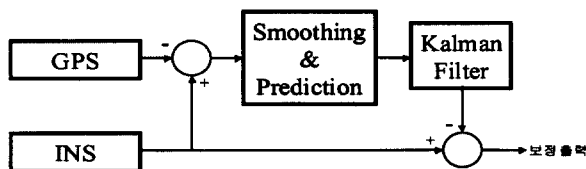


그림 2. 스무딩 및 예측 기법의 구성도.  
 Fig. 2. Block diagram of smoothing and prediction schemes.

$P_k$  : 추정오차 공분산  
 $K_{st}$  : 정상상태 이득( $K_k$ 의 정상상태 값)  
 $q_k$  : 미지의 속도샘플 공분산  
 $R_k$  : 미지의 측정잡음 공분산

(8)의 필터를 실현하기 위하여  $K_k$ 는 0~1의 값을 가지므로  $K_{st}$ 는 시뮬레이션을 통하여 적절한 값을 선택하며,  $R_k$ 는 innovation sequence  $\nu_k = z_k - \delta \hat{x}_{k-1}$ 를 이용하여 다음과 같이 추정한다.

$$\hat{R}_k = \nu_k^2 - P_{k/k-1} \tag{9}$$

$\hat{R}_k$ 는 항상 양(+)의 정칙(positive definite)이어야 하므로 다음과 같이 정규화 과정을 부가한다.

$$\text{if } \text{diag } \hat{R}_k < 0 \text{ then } \text{diag } \hat{R}_k = 0$$

속도오차 분산  $q_k$ 는 최소 제곱 추정법을 이용하여 구한다. 오차 추정치는 (6)을 이용하여 일정 구간에 대하여 나타내면 다음과 같이 나타낼 수 있다

$$Z = H \cdot \begin{bmatrix} \delta x_0 \\ \delta v_0 \end{bmatrix} \tag{10}$$

여기서,

$$H^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ \Delta t_k & 2\Delta t_k & 3\Delta t_k & \dots & n\Delta t_k \end{bmatrix}$$

$$Z = \begin{bmatrix} \delta \hat{x}(t - n\Delta t_k) \\ \delta \hat{x}(t - (n-1)\Delta t_k) \\ \delta \hat{x}(t - (n-2)\Delta t_k) \\ \vdots \\ \delta \hat{x}(t) \end{bmatrix}$$

(10)에 대한 최소 제곱 추정은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \delta \hat{x}_0 \\ \delta \hat{v}_0 \end{bmatrix} = (H^T H)^{-1} H^T Z \tag{11}$$

결국,  $q_k$ 에 대한 추정치는 다음과 같이 구해진다.

$$\hat{q}_k = \delta \hat{v}_0^2 \tag{12}$$

(10)에서  $n\Delta t_k$ 는 최소 제곱 추정을 위한 시간 폭이며,  $t$ 는 현재의 시간이다. 즉, 이동 구간 동안의 최소제곱해를 스칼라 필터의 속도 오차 공분산으로 이용한다.

설계된 알고리즘은 GPS가 점프가 없다면  $\nu_k$ 는 작은 값을 가지게 되어 알고리즘은 현재의 측정치를 신뢰하게 된다. 그런데 순간적인 GPS 변화가 발생하면  $\nu_k$  역시 순간적으로 증가하여 이득이 작아지게 되므로 현재의 측정치에 대한 영향이 줄어들게 된다. 결국 제시된 알고리즘은 현재의 측정치에 종속되는 랜덤 이득을 갖게 되므로 점프에 대한 스무

딩 기능을 할 수 있다. 그런데 스칼라 적응필터는 순간적으로 변화하는 정보에 대하여 둔감하게 반응하도록 설계되었으므로 실제의 신호가 순간적으로 커다란 변화를 가진다면 이를 추종하는데 다소 시간이 걸리는 단점을 가질 수 있다. 또한 작은 크기의 변화를 가지는 고주파에 대한 스무딩 효과가 저하될 수 있으나 이는 알고리즘의 출력이 INS/GPS 칼만필터의 측정치로 이용되므로 칼만필터가 이러한 성분에 대한 필터링 기능을 하게 된다.

2. INS 오차 측정치의 예측

GPS는 환경에 영향을 받으므로 정보를 제공하지 못할 수 있으므로 이러한 경우를 위하여 측정치인 INS 오차를 예측하여 INS/GPS 칼만필터의 측정치로 이용한다. INS 오차는 크게 두 부분으로 나눌 수 있는데, 이들은 항체의 운동에 독립적인 슈러(Schuler) 오차 요소와 항체의 가속에 영향을 받는 비슈러(non-Schuler) 오차 요소이다. 슈러 오차는 센서의 오차에 의하여 나타나며 84.4[분]의 긴 주기를 가지는 저주파 특성인 반면에 비슈러 오차는 고주파 특성을 가지는 오차 요소이다[1][3][4]. 또한 GPS 역시 오차를 가지므로 GPS에 의하여 측정된 INS 오차는 실제의 오차에 대하여 슈러, 비슈러 그리고 GPS 오차를 포함한다. 그림 3에 이를 나타내었다. 예측 알고리즘은 슈러 오차를 기준으로 설계한다. 슈러 오차에 대한 수평축 INS 속도 오차모델을 간략히 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\delta v}_E &= -g\phi_N \\ \dot{\phi}_N &= \frac{\delta v_E}{R} + \omega_N \\ \dot{\omega}_N &= 0 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned} \dot{\delta v}_N &= g\phi_E \\ \dot{\phi}_E &= \frac{\delta v_N}{R} + \omega_E \\ \dot{\omega}_E &= 0 \end{aligned} \tag{14}$$

여기서,  $\delta v_E$ : 동쪽방향 INS 속도오차  
 $\delta v_N$ : 북쪽방향 INS 속도오차  
 $\phi_N$ : 북쪽방향 INS 자세오차

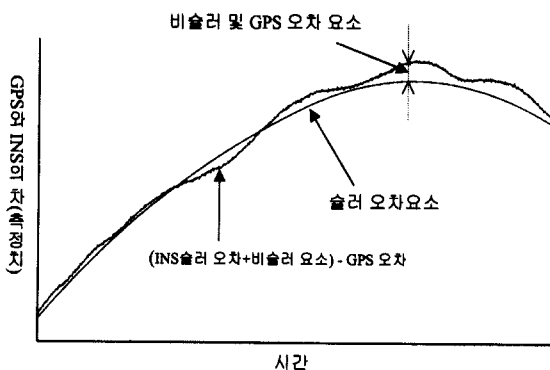


그림 3. 슈러, 비슈러 및 GPS 오차를 갖는 측정치.  
 Fig. 3. Measurement with Schuler, non-Schuler and GPS error.

$\phi_E$ : 동쪽방향 INS 자세오차  
 $\omega_E$ : 동쪽방향 자이로 오차  
 $\omega_N$ : 북쪽방향 자이로 오차  
 $g$ : 중력가속도,  $R$ : 지구반경

(13)과 (14)에 의하여 속도오차는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \delta v_E &= \delta v_E(0) \cdot \cos \nu t - \phi_N(0) \cdot R \nu \sin \nu t \\ &\quad - \omega_N \cdot R(1 - \cos \nu t) \\ \delta v_N &= \delta v_N(0) \cdot \cos \nu t + \phi_E(0) \cdot R \nu \sin \nu t \\ &\quad + \omega_E \cdot R(1 - \cos \nu t) \end{aligned} \tag{15}$$

여기서,  $\delta v_E(0)$ : 초기 동쪽방향 INS 속도오차  
 $\delta v_N(0)$ : 초기 북쪽방향 INS 속도오차  
 $\phi_M(0)$ : 초기 북쪽방향 INS 자세오차  
 $\phi_E(0)$ : 초기 동쪽방향 INS 자세오차  
 $\nu = \sqrt{g/R}$ : 슈러주기

(15)로부터 임의의 시간동안의 위치오차는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} \delta x_E(t) &= \int_0^t \delta v_E dt \\ &= \delta v_E(0) \frac{1}{\nu} \sin \nu t - \phi_N(0) R(1 - \cos \nu t) \\ &\quad - \omega_N R(t - \frac{1}{\nu} \sin \nu t) \\ \delta x_N(t) &= \int_0^t \delta v_N dt \\ &= \delta v_N(0) \frac{1}{\nu} \sin \nu t + \phi_E(0) R(1 - \cos \nu t) \\ &\quad + \omega_E R(t - \frac{1}{\nu} \sin \nu t) \end{aligned} \tag{16}$$

여기서,  $\delta x_E(t)$ : 0 ~ t 시간동안의 동쪽 위치오차  
 $\delta x_N(t)$ : 0 ~ t 시간동안의 북쪽 위치오차

(16)에서 알 수 있듯이 INS의 오차는 자이로 오차에 의하여 시간에 비례하여 증가하므로 자이로 오차는 INS의 성능을 나타내는 지표라 할 수 있다. 임의의 시간을 기준으로 T의 시간 폭을 가지는 T, 2T, 3T시간에서의 위치오차의 변화량은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \delta x_E(T) \\ \delta x_E(2T) \\ \delta x_E(3T) \end{bmatrix} &= R \cos(\phi) \begin{bmatrix} z_x(T) - z_x(0) \\ z_x(2T) - z_x(0) \\ z_x(3T) - z_x(0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\nu} \sin \nu T & -R(1 - \cos \nu T) & -R(T - \frac{1}{\nu} \sin \nu T) \\ \frac{1}{\nu} \sin \nu 2T & -R(1 - \cos \nu 2T) & -R(2T - \frac{1}{\nu} \sin \nu 2T) \\ \frac{1}{\nu} \sin \nu 3T & -R(1 - \cos \nu 3T) & -R(3T - \frac{1}{\nu} \sin \nu 3T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_E(0) \\ \phi_N(0) \\ \omega_N \end{bmatrix} \\ &= A_1 \begin{bmatrix} \delta v_E(0) \\ \phi_N(0) \\ \omega_N \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{bmatrix} \delta x_N(T) \\ \delta x_N(2T) \\ \delta x_N(3T) \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} z_\phi(T) - z_\phi(0) \\ z_\phi(2T) - z_\phi(0) \\ z_\phi(3T) - z_\phi(0) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{\nu} \sin \nu T & R(1 - \cos \nu T) & R(T - \frac{1}{\nu} \sin \nu T) \\ \frac{1}{\nu} \sin \nu 2T & R(1 - \cos \nu 2T) & R(2T - \frac{1}{\nu} \sin \nu 2T) \\ \frac{1}{\nu} \sin \nu 3T & R(1 - \cos \nu 3T) & R(3T - \frac{1}{\nu} \sin \nu 3T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta v_N(0) \\ \phi_E(0) \\ \omega_E \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$= A_2 \begin{bmatrix} \delta v_N(0) \\ \phi_E(0) \\ \omega_E \end{bmatrix}$$

여기서,  $\phi$ : 위도

$z_\lambda(\cdot), z_\phi(\cdot)$ : 측정치 (2)

(17)과 (18)로부터 초기 속도오차, 자세오차 및 자이로 오차는 다음과 같이 된다.

$$\begin{bmatrix} \delta v_E(0) \\ \phi_N(0) \\ \omega_N \end{bmatrix} = A_1^{-1} \begin{bmatrix} \delta x_E(T) \\ \delta x_E(2T) \\ \delta x_E(3T) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$\begin{bmatrix} \delta v_N(0) \\ \phi_E(0) \\ \omega_E \end{bmatrix} = A_2^{-1} \begin{bmatrix} \delta x_N(T) \\ \delta x_N(2T) \\ \delta x_N(3T) \end{bmatrix} \quad (20)$$

위의 (19)과 (20)으로부터 초기의 속도, 자세, 자이로 오차를 구할 수 있으며 이 초기 오차와 (16)을 이용하여 임의의 시간에서의 오차 변화량을 다음과 같이 예측될 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \hat{x}_E(3T + \Delta t) &= \delta v_E(0) \frac{1}{\nu} \sin \nu(3T + \Delta t) \\ &\quad - \phi_N(0) R(1 - \cos \nu(3T + \Delta t)) \\ &\quad - \omega_N R(3T + \Delta t - \frac{1}{\nu} \sin \nu(3T + \Delta t)) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \delta \hat{x}_N(3T + \Delta t) &= \delta v_N(0) \frac{1}{\nu} \sin \nu(3T + \Delta t) \\ &\quad + \phi_E(0) R(1 - \cos \nu(3T + \Delta t)) \\ &\quad + \omega_E R(3T + \Delta t - \frac{1}{\nu} \sin \nu(3T + \Delta t)) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,  $\Delta t$ : sampling 시간

$3T + \Delta t$ : 현재 시간

즉, INS 오차의 예측이란 결국 GPS 신호가 유용한 3T시간 동안의 정보를 연속적으로 저장한 후 임의의 시기에 GPS 정보가 유용하지 않다면 (21)와 (22)를 이용하여 INS 오차를 계산하는 것이다. 이를 개념적으로 나타내면 그림 4와 같다. 이때 T의 크기는 비슬러 오차와 GPS 오차의 경향에 영향을 받지 않을 정도의 범위로 설정한다. 결국 최종 INS 오차 예측치는 다음과 같이 된다.

$$\hat{z}_\lambda(3T + \Delta t) = z_\lambda(0) + \frac{\delta \hat{x}_E(3T + \Delta t)}{R \cos(\phi)} \quad (23)$$

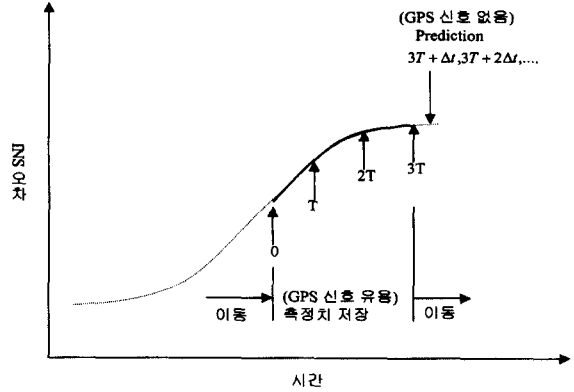


그림 4. INS 오차의 예측.

Fig. 4. Prediction of INS error.

$$\hat{z}_\phi(3T + \Delta t) = z_\phi(0) + \frac{\delta \hat{x}_N(3T + \Delta t)}{R} \quad (24)$$

(23)과 (24)는 근사화 모델로부터 구해진 것이므로 실제 모델과의 차이가 있으므로 예측치는 짧은 시간 동안에는 유용할 수 있으나 오랜 시간이 지나면 크게 벗어날 수 있으므로 일정한 시간이 지나도 GPS 정보를 얻을 수 없을 때에는 최종 GPS 정보가 유용했을 때의 정보를 기준으로 INS 오차를 계산하거나 INS만을 이용하는 것이 안정된 항법 정보를 얻을 수 있다.

IV. 시뮬레이션

설계된 알고리즘은 GPS 점프에 의한 INS 오차 측정치의 순간적인 변화에 대한 스무딩과 항체의 운동에 관계없이 센서 오차에 의하여 주어지는 긴 주기의 슬러 오차를 이용한 예측 알고리즘이므로 정지 상태에서의 시뮬레이션을 통하여 제시된 알고리즘의 성능을 분석하였다. 표 1은 INS의 센서 오차를 나타내었으며 GPS 오차는 C.E.P. 12[m]로 정하였다. 알고리즘은 최소제곱추정과 예측을 위한 데이터 저장을 위한 시간이 필요한데 이를 각각 150[초] ( $n\Delta t=150$ ), 450[초] ( $T=150$ )로 정하였다. 알고리즘을 평가하기 위하여 GPS의 신호가 1[초], 60[초], 5[분]동안 실제의 위치에서 100[m] 점프할 경우와 GPS가 1[분], 3[분], 5[분]동안 정보를 제공하지 못할 경우에 대하여 시뮬레이션을 행하였다. 그림 5에 제시된 알고리즘에 의한 GPS 기준 경도(동쪽) 방향 INS 오차 추정치를 보이고 있다. 그림에서 A(1[분]), C(3[분]), E(5[분])는 GPS가 정보를 주지 못할 경우를 B(5[분]), D(1[분]), F(1[초])는 GPS가 순간적으로 점프된 현상을 가진 경우를 나타낸다. 그림 7에 이들에 대한 확대된 그림을 나타내었다. 먼저 GPS가 정보를 주지 못할 경우에 대하여 살펴보면 그림 7의

표 1. INS 센서 오차 사양.

Table 1. The specification of INS sensor errors.

자이로 랜덤워크 (1σ) [deg/hr <sup>0.5</sup> ]	자이로 바이어스 (1σ) [deg/hr]	자이로 척도계수 (1σ) [ppm]	자이로 비정렬 (1σ) [arcsec]	가속도계 바이어스 (1σ) [ug]	가속도계 척도계수 (1σ) [ppm]	가속도계 비정렬 (1σ) [arcsec]
0.005	0.01	10	10	100	100	10

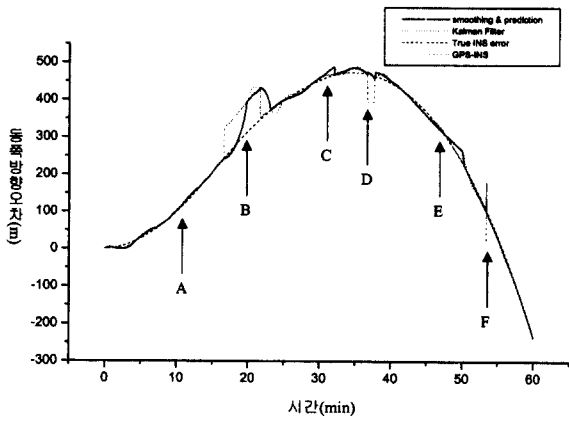


그림 5. 경도(동쪽) 방향 INS오차, 스무딩 및 예측 추정 I.  
Fig. 5. The performances of longitude(east) INS error, smoothing and prediction I.

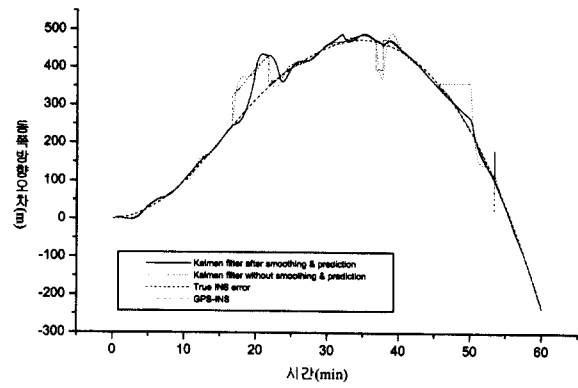
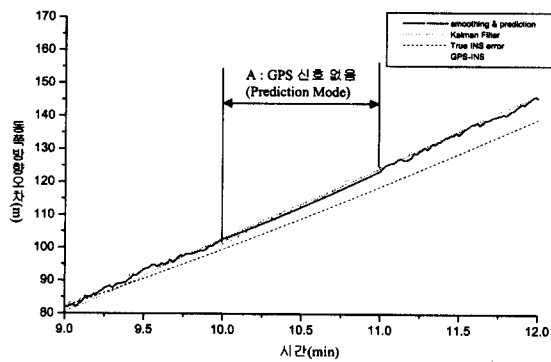
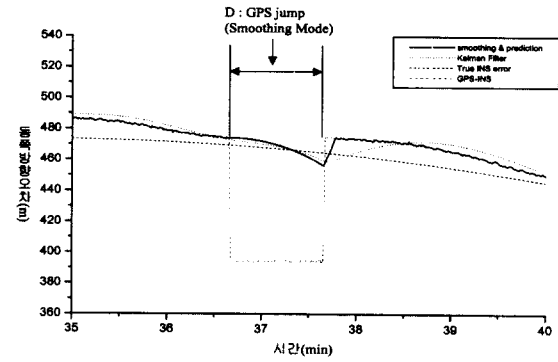


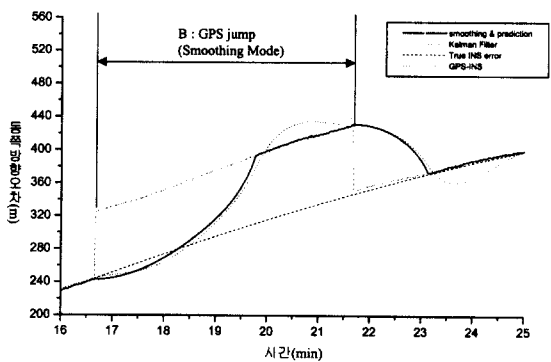
그림 6. 제시된 알고리즘에 의한 칼만필터 경도(동쪽) 방향 INS 오차 추정.  
Fig. 6. Longitude(east) INS error estimation of Kalman filter with the proposed algorithm.



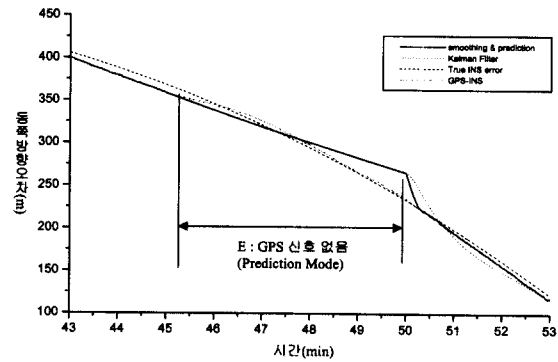
(a)



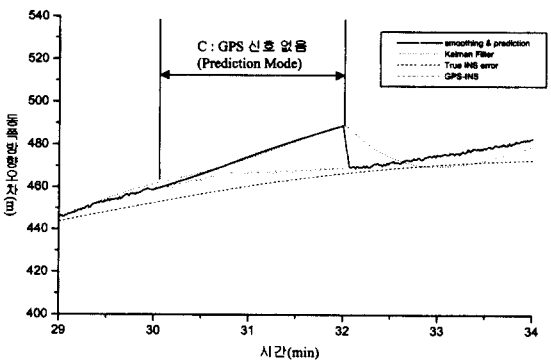
(d)



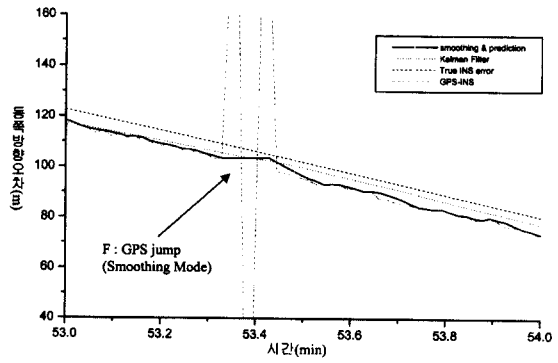
(b)



(e)



(c)



(f)

그림 7. 경도(동쪽) 방향 INS 오차, 스무딩 및 예측 추정 II(그림 5의 확대).  
Fig. 7. The performances of longitude(east) INS error, smoothing and prediction II.

(A), (C), (E)로부터 알 수 있듯이 짧은 시간동안은 GPS가 신호를 제공하지 못하더라도 예측치가 실제의 값에 가까운 값을 가지나 시간이 길어짐에 따라 실제의 INS 오차에 대하여 차이를 많이 가짐을 알 수 있다. 즉 짧은 시간동안에 설계된 예측기법이 유용함을 알 수 있으며 다소 긴 시간에도 이용 가능하나 상황에 따라 예측치의 오차가 증가하는 특성을 가지므로 시간에 대한 조건을 정하여 일정시간(시물레이션 상 1[분] 정도)이 지나면 INS만을 이용하거나 GPS가 유용할 때 구한 오차를 기준으로 INS 정보를 보정하여 이용하는 것이 안정하다. 그림 7의 (D)와 (F)는 GPS가 점프를 가질 경우 알고리즘의 특성을 나타내고 있다. 스무딩에 의하여 GPS의 순간적인 점프에 대하여 반응을 하지 않고 실제 INS오차에 가까운 값을 가짐을 알 수 있다. 그림 7의 (B)는 GPS의 점프 시간이 긴 경우를 가정 한 것으로 순간적인 점프가 발생한 후 오랜 시간 동안 GPS가 점프 레벨의 정보를 제공한다면 GPS에 의하여 측정된 INS 오차 측정치를 계속적으로 신뢰하지 않을 수 없으므로 측정된 정보를 추종하게 됨을 보이고 있다. 이때 추종 속도가 매우 느린데, 이는 스칼라 적응 필터의 단점이라 할 수 있으며 INS의 오차 특성이 (B)와 같이 나타날 수 없다는 가정이 없으면 문제가 될 수 있다. 일반적으로 INS의 오차는 (B)와 같은 특성을 가지지 않으므로 이는 GPS에 의하여 기인하는 것으로 보아야 할 것이다. 따라서 임의의 시스템에 스칼라 적응필터를 적용할 시, 측정치의 변화가 (B)와 같은 형태를 가질 수 있다면 이러한 경우에 대하여 고려하여야 한다. 결국 스칼라 필터의 설계 목적에 해당하는 (D)와 (F)에 대한 특성을 고려할 때 효율적임을 알 수 있다. 그림 6은 INS/GPS 칼만필터가 설계된 알고리즘에 의하여 스무딩 및 예측된 값을 측정치로 이용한 경우와 알고리즘이 없을 시 칼만필터 응답특성을 보이고 있다. 이때 GPS가 정보를 주지 못할 경우 (5)의 시간 갱신(time update)이 가능하나 (1)의 모델에 의한 시간 갱신은 매우 짧은 시간에서만 유용하기 때문에 오차가 시간에 따라 급격하게 증가할 수 있다. 따라서 측정치가 없을 경우, 칼만필터는 전 상태의 정보를 유지하는 형태로 설계하였다. 측정치가 없을 경

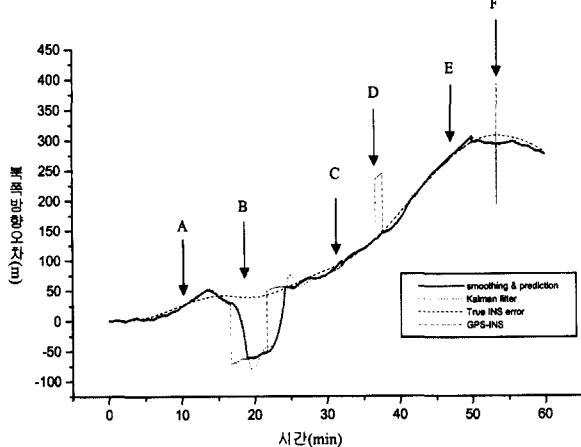


그림 8. 위도(북쪽) 방향 INS오차, 스무딩 및 예측 추정 I.  
Fig. 8. The performances of latitude(north) INS error, smoothing and prediction I.

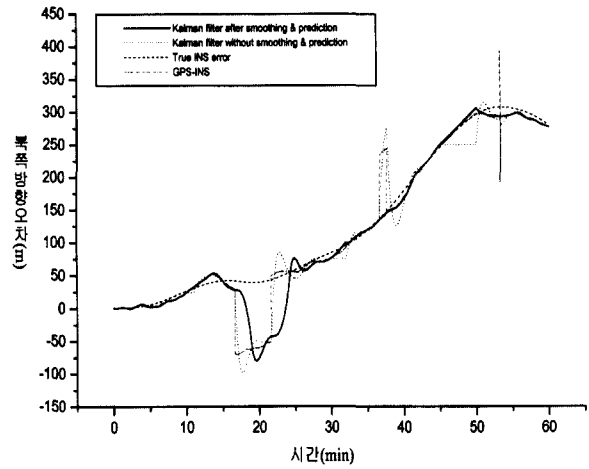


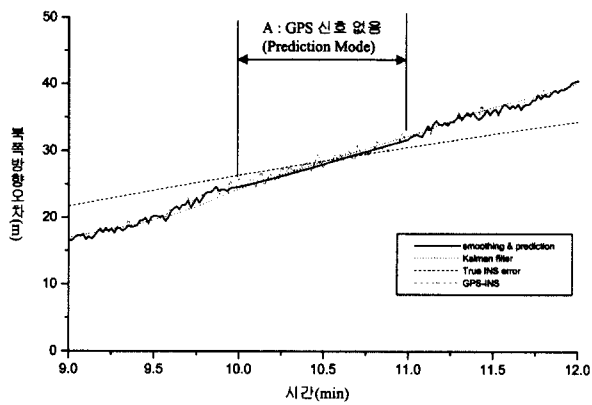
그림 9. 제시된 알고리즘에 의한 칼만필터 위도(북쪽) 방향 INS 오차 추정.

Fig. 9. Latitude(north) INS error estimation of Kalman filter with the proposed algorithm.

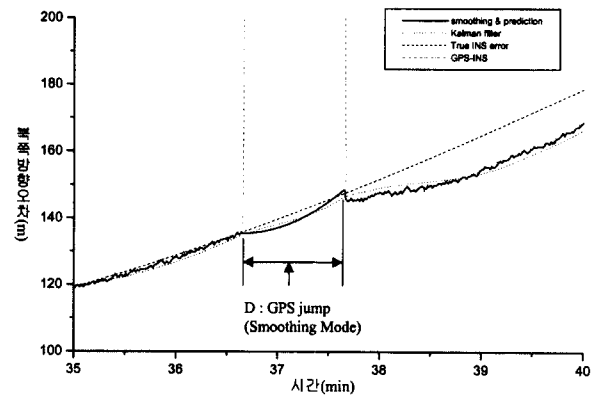
우 칼만필터 출력은 A, E의 경우 알고리즘에 의한 INS 오차 추정 특성이 우수하나 C의 경우는 알고리즘을 사용하지 않은 경우의 특성이 우수하다. 이는 (C)의 경우 실제 INS 오차의 기울기가 정(+)에서 부(-)로 변화하는 시점으로 추정 오차가 크게 나타난다. (C)의 경우 역시 짧은 시간 동안의 예측치를 이용한다면 유용한 결과를 가져올 수 있다. GPS가 점프가 있는 경우는 (B), (F)는 설계된 알고리즘에 의한 장단점을 평가하기 어려우나 (D)의 경우를 보면 알고리즘을 이용한 칼만필터가 매우 우수한 특성을 가짐을 알 수 있다. 그림 8, 그림 9 그리고 그림 10은 각각 위도(북쪽) 방향 오차 추정치, 그 확대 그리고 알고리즘의 유무에 따른 칼만필터 특성을 나타내고 있다. 경도(동쪽) 방향의 오차 추정과 유사한 형태를 가짐을 알 수 있다.

### V. 결론

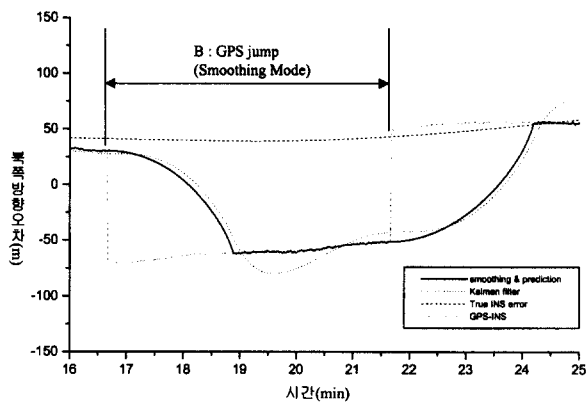
GPS 정보는 환경에 영향을 받으므로 그 정보가 순간적인 이상을 가져올 수 있으며 상황에 따라 정보를 제공하지 못할 수 있다. 이러한 경우 항법 오차가 크게 나타나며, INS/GPS 결합 칼만필터에 영향을 줄 수 있으므로 이에 대한 보상이 필요하다. 본 연구에서는 비결합 간접 앞먹임 형태의 INS/GPS 결합 칼만필터를 설계하고 GPS에 의하여 나타날 수 있는 INS 오차 측정치의 순간적인점프에 대하여 스칼라 적응 필터를 이용한 스무딩 알고리즘과 GPS 정보를 얻을 수 없을 경우, 즉 측정치가 없는 경우 INS 오차 모델과 과거의 측정치를 이용한 예측 기법을 설계하고 이를 기존의 INS/GPS 결합 칼만필터의 전단에 선행 필터로써 부가하였으며, 상황에 따른 다양한 시물레이션을 통하여 그 효용성을 보였다. 시물레이션 결과 제시된 알고리즘이 순간적인 GPS 오류에 대하여 점프 또는 정보를 주는 못하는 경우에 스무딩 및 예측을 효율적으로 수행하며, 오랜 동안 GPS 정보를 얻는 수 없을 경우에는 제시된 알고리즘을 선택적으로 사용함으로써 INS/GPS 결합 칼만필터의 항법 성능을 향상시킬 수 있음을 보였다.



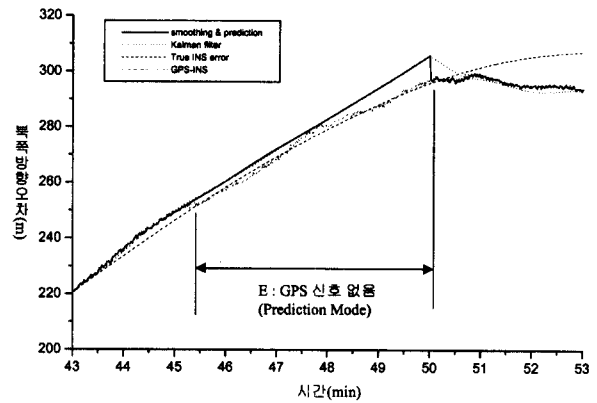
(a)



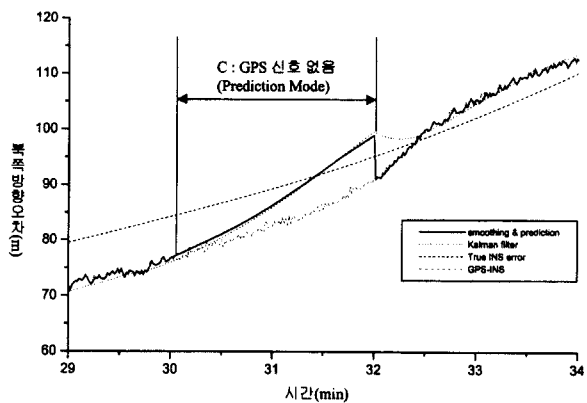
(d)



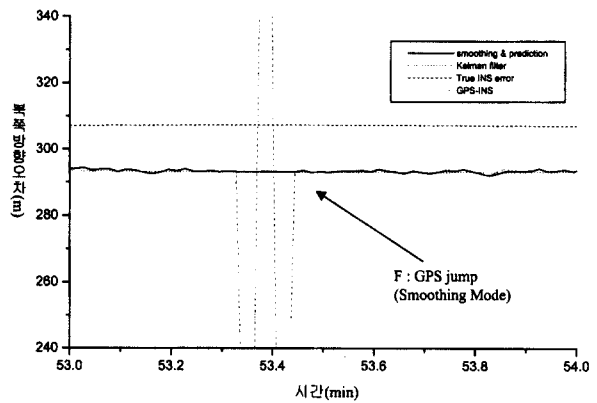
(b)



(e)



(c)



(f)

그림 10. 위도(북쪽) 방향 INS 오차, 스무딩 및 예측 추정 특성 II(그림 8의 확대).  
Fig. 10. The performances of latitude(north) INS error, smoothing and prediction II.

참고문헌

[1] M. M. Kuritsky and M. S. Goldstein, "Inertial navigation," *Pro. of IEEE*, vol. 71, no. 10, pp. 1156-1176, Oct., 1983.

[2] G. M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press, 1993.

[3] O. Salychev, *Inertial Systems in Navigation and Geophysics*, Bauman MSTU Press Moscow, 1998.

[4] S. H. Stovall, *Basic inertial navigation*, Naval air warfare weapons division, 1997.

[5] R. L. Greenspan, "Inertial navigation technology from 1970-1995," *Navigation: journal of the Institute of navigation* vol. 42. no. 1. pp. 165-185, 1995.

[6] D. H. Titterton and J. L. Weston, *Strapdown inertial navigation technology*, Peper Peregrinus Ltd, 1997.

[7] P. H. Dana, *Global positioning system overview*, University of Texas, 1994.

[8] C. D. Evans, *Design and Analysis of integrated navigation systems using real INS and GPS data*, AFIT/GE/ENG, 1994.

[9] R. M. Rogers, "Kalman Filter inertial navigation system error model based on filter stability consideration," *AIAA-94-3547. CP*, pp. 65-70, 1994.

[10] P. S. Maybeck, *Stochastic models, estimation and control* volume 1, Academic Press, 1979.



부록 A. INS 오차 모델 행렬 요소

$$\begin{aligned}
 F_{\rho 1} &= \begin{bmatrix} 0 & F_{12} \\ 0 & F_{22} \end{bmatrix}, F_{\rho 2} = \begin{bmatrix} F_{13} & 0 \\ 0 & F_{24} \end{bmatrix} \\
 F_{v 1} &= \begin{bmatrix} 0 & F_{32} \\ 0 & F_{42} \end{bmatrix}, F_{v 2} = \begin{bmatrix} F_{33} & F_{34} \\ F_{43} & F_{44} \end{bmatrix} \\
 F_{\omega 3} &= \begin{bmatrix} F_{35} & F_{36} & F_{37} \\ F_{45} & F_{46} & F_{47} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -f_U & f_N \\ f_U & 0 & -f_E \end{bmatrix} \\
 F_{\omega 4} &= \begin{bmatrix} F_{38} & F_{39} & F_{3(10)} \\ F_{48} & F_{49} & F_{4(10)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \end{bmatrix} \\
 F_{\phi 1} &= \begin{bmatrix} 0 & F_{52} \\ 0 & F_{62} \\ 0 & F_{72} \end{bmatrix}, F_{\phi 2} = \begin{bmatrix} 0 & F_{54} \\ F_{63} & 0 \\ F_{73} & 0 \end{bmatrix} \\
 F_{\phi 3} &= \begin{bmatrix} 0 & F_{56} & F_{57} \\ F_{65} & 0 & F_{67} \\ F_{75} & F_{76} & 0 \end{bmatrix} \\
 F_{\phi 5} &= \begin{bmatrix} F_{5(11)} & F_{5(12)} & F_{5(13)} \\ F_{6(11)} & F_{6(12)} & F_{6(13)} \\ F_{7(11)} & F_{7(12)} & F_{7(13)} \end{bmatrix} = C_b^* \\
 G_{\omega 2} &= \begin{bmatrix} G_{33} & G_{34} \\ G_{43} & G_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix} \\
 G_{\phi 3} &= \begin{bmatrix} G_{55} & G_{56} & G_{57} \\ G_{65} & G_{66} & G_{67} \\ G_{75} & G_{76} & G_{77} \end{bmatrix} = C_b^*
 \end{aligned}$$

행렬의 요소는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 F_{12} &= \rho_N \tan \phi \sec \phi - \frac{\rho_N}{R_\lambda + h} \sec \phi \frac{\partial R_\lambda}{\partial \phi} \\
 F_{13} &= \frac{1}{R_\lambda + h} \sec \phi, F_{22} = \frac{\rho_E}{R_\phi + h} \frac{\partial R_\phi}{\partial \phi} \\
 F_{24} &= \frac{1}{R_\phi + h} \\
 F_{32} &= 2\Omega \sin \phi \cdot v_U + 2\Omega \cos \phi \cdot v_N + \frac{\partial R_\lambda}{\partial \phi} \left( \frac{\rho_N v_U}{R_\lambda + h} - \frac{\rho_U v_N}{R_\lambda + h} \right) \\
 &\quad + \frac{v_N v_E \sec^2(\phi)}{R_\lambda + h} \\
 F_{33} &= -\frac{v_U}{R_\lambda + h} + \frac{v_N \tan \phi}{R_\lambda + h}, F_{34} = \rho_U + 2\Omega \sin \phi \\
 F_{42} &= -2\Omega v_E \cos \phi - \rho_N v_E \sec^2 \phi - \frac{\rho_E v_U}{R_\phi + h} \frac{\partial R_\phi}{\partial \phi} + \rho_N \rho_U \frac{\partial R_\lambda}{\partial \phi}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 F_{43} &= -2\rho_U - 2\Omega \sin \phi, F_{44} = -\frac{v_U}{R_\phi + h} \\
 F_{52} &= -\frac{\rho_E}{R_\phi + h} \frac{\partial R_\phi}{\partial \phi}, F_{54} = -\frac{1}{R_\phi + h} \\
 F_{56} &= (\Omega \sin \phi + \rho_U), F_{57} = -(\Omega \cos \phi + \rho_N) \\
 F_{62} &= -\frac{\rho_N}{R_\lambda + h} \frac{\partial R_\lambda}{\partial \phi} - \Omega \sin \phi, F_{63} = \frac{1}{R_\lambda + h} \\
 F_{65} &= -(\Omega \sin \phi + \rho_U), F_{67} = \rho_E \\
 F_{72} &= \rho_N \sec^2 \phi - \frac{\rho_U}{R_\lambda + h} \frac{\partial R_\lambda}{\partial \phi} + \Omega \cos \phi \\
 F_{73} &= \frac{1}{R_\lambda + h} \tan \phi, F_{75} = \Omega \cos \phi + \rho_N \\
 F_{76} &= -\rho_E
 \end{aligned}$$

여기서,

$f^* = C_b^* f^{\phi} = [f_E \ f_N \ f_U]^T$ : E(동쪽), N(북쪽), U(위쪽) 방향 비력

$C_b^* = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$ : 항체 프레임으로부터 항법 프레임

으로의 변환 행렬

$$\omega_{ie}^* = [\Omega_E \ \Omega_N \ \Omega_U]^T = [0 \ \Omega \cos \phi \ \Omega \sin \phi]^T : E, N, U \text{ 방향 지구 회전}$$

$$\omega_{en}^* = [\rho_E \ \rho_N \ \rho_U]^T = \left[ -\frac{v_N}{R_\phi + h} \quad \frac{v_E}{R_\lambda + h} \quad \frac{v_E}{R_\lambda + h} \tan \phi \right]^T$$

: E, N, U 방향 항체의 회전

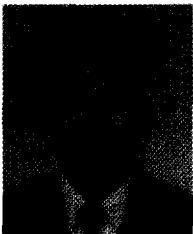
$$R_\phi = \frac{R_0(1 - \varepsilon^2)}{(1 - \varepsilon^2 \sin^2 \phi)^{3/2}} : \text{남북 방향 지구 반경}$$

$$R_\lambda = \frac{R_0}{(1 - \varepsilon^2 \sin^2 \phi)^{1/2}} : \text{동서 방향 지구 반경}$$

$$\frac{\partial R_\phi}{\partial \phi} = \frac{3R_0 e^2 \sin \phi \cos \phi (1 - e^2)}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{5/2}} \frac{\partial R_\lambda}{\partial \phi} = \frac{R_0 e^2 \sin \phi \cos \phi}{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^{3/2}}$$

$$\Omega = 7.2921159 \times 10^{-5} [\text{rad/s}], R_0 = 6378137 [m],$$

$$\varepsilon = 0.0818191908426, \phi : \text{위도}, h : \text{고도}$$



이 태 규

1964년 9월 10일생. 1987년 인하대 전기공학과 졸업. 1989년 동대학원 석사(기기 및 제어 전공). 1996년 동대학원 박사(제어 및 시스템 전공). 1997년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 SDINS/GPS/보조센서 통합 시스템, SDINS 항법 알고리즘, 퍼지/적응 알고리즘.



제 창 해

1960년 5월 20일생. 1983년 경북대학교 물리학과 졸업. 1993년 영남대학교 대학원 물리학과 졸업. (박사, 응용물리전공). 1989년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 항법 알고리즘, 항법시스템 설계.



김 광 진

1972년 10월 29일생. 1995년 광운대학교 제어계측공학과 졸업. 1997년 동대학원 석사. 1997년~현재 국방과학연구소 연구원. 관심분야는 SDINS 항법 알고리즘, 항법컴퓨터 설계 및 GPS/INS 통합 시스템.