

2차원 트러스 구조물에 대한 제어/구조 시스템의 동시최적설계

Simultaneous Optimal Design of Control-Structure Systems for 2-D Truss Structure

박 중 현, 김 순 호

(Jung-Hyen Park and Soon Ho Kim)

Abstract : This paper proposes an optimum design method of structural and control systems, taking a 2-D truss structure as an example. The structure is supposed to be subjected to initial static loads and disturbances. For the structure, a FEM model is formed, and using modal transformation, the equation of motion is transformed into that of modal coordinates in order to reduce the D.O.F. of the FEM model. The structure is controlled by an output feedback H_{∞} controller to suppress the effect of the disturbances. The design variables of the simultaneous optimal design of control-structure systems are the cross sectional areas of truss members. The structural objective function is the structural weight. The control objective function is the H_{∞} norm, that is, the performance index of control. The second structural objective function is the energy of the response related to the initial state, which is derived from the time integration of the quadratic form of the state in the closed-loop system. In a numerical example, simulations have been carried out. Through the consideration of structural weight and H_{∞} norm, an advantage of the simultaneous optimum design of structural and control systems is shown. Moreover, while the optimized performance index of control is almost kept, we can acquire better design of structural strength.

Keywords : optimal structural design, vibration control, H_{∞} control, 2-D truss structure, energy responses

I. 서론

종래, 구조물을 설계함에 있어, 진동을 고려하는 구조설계문제와 능동제어법에 관한 문제는 각각 따로 연구되어 왔으나, 최근 특히 엄격한 제어사양을 요구하는 대형우주구조물이나 전자기기 등의 설계분야에서, 구조시스템과 제어시스템의 밀접한 관계에 착목하여 제어 및 구조 시스템에 대한 동시최적설계로 불리는 설계방법의 필요성에 대한 인식이 깊어지고 있다. 즉, 경량화가 요구되는 유연구조물을 설계함에 있어서, 구조시스템과 제어시스템은 서로 다른 한쪽 시스템의 동특성에 영향을 주기 때문에, 제어/구조 시스템을 상호 고려하여 설계할 필요가 있다. 그렇게 설계되어진 구조물은 제어시스템을 고려한 구조물로서, 보다 좋은 동특성을 지닌 구조물로 설계될 가능성이 높다. 특히 최근의 제어시스템 설계분야에 있어, 시스템 불확실성을 적극적으로 취급하는 강인성 제어이론인 H_{∞} 제어를 이용한 동시최적설계 또한 활발한 연구가 행하여지고 있다[1][2]. 참고문헌[3]에서는 3자유도 빔 모델에 대하여 페루프 시스템의 고유진동수의 제약조건에서 구조중량과 선형 레귤레이터의 2차형식 평가함수를 최소화하였다. 참고문헌[4]에서는, 진동에너지의 제약조건에서 구조중량과 제어에너지의 선형합을 최소화 하였다. 참고문헌[5]에서는 트러스 구조물에 대해 게임이론을 이용하여 구조중량과 선형 레귤레이터의 통합설계를 하였다. 참고문헌[6]에서는 트러스 구조물에 대하여 페루프 시스템의 고유진동수 및 감쇠계수 등의 제약조건에서 구조중량을 최소화하였다. 참고문헌[7]에서는 트러스 구

조물에 대해 페루프 시스템의 고유진동수 및 감쇠계수 등의 제약조건에서 구조중량과 계인행렬의 Frobenius Norm을 최소화하였다.

구조설계에 있어, 응력, 변형 등 구조강도를 고려한 최적화를 실행하는 것이 중요하다고 생각되어지나, 제어/구조 동시최적설계 분야에서 평가함수를 이용하여 강도설계까지 포함한 연구는 지금까지 거의 행해진 적이 없었다. 특히 과도응답에 의한 응력 최대값의 시간응답 변동량이나 위치에 의한 변동 등을 예측하는 것은 어려운 일이다. 본 연구에서는 페루프 시스템 상태의 2차형식 함수를 관측시간 안에서 시간적분 하여, 변형에너지와 운동에너지 등의 구조강도에 대한 평가도 반영하였다.

어떤 정적하중(초기외력)을 받고 변형된 상태에서 진동이 시작되어, 또 다른 외란이 가해지는 상태의 2차원 트러스 구조물을 설계대상으로, 제어/구조 시스템 동시최적설계를 실시한다. 먼저, 설계대상을 유한요소법으로 모델링, 다시 모드변환에 의해 저차원화 시킨 모델을 제어대상으로 한다. 이때, 저차원화의 과정에서 무시한 잔여모드를 모델링오차로 고려하는 강인성 설계문제 및 제어모드의 진동을 억제하기 위한 출력 피드백에 의한 H_{∞} 제어시스템을 설계한다.

최적화문제에 있어서의 평가함수는 구조시스템에 대하여는 구조중량을, 제어시스템에 대해서는 외란에서 제어출력까지의 전달함수의 H_{∞} Norm을 선택한다. 그리고, 페루프 시스템 상태의 2차형식 시간적분량에 변형을 주어 시간적분이 없는 초기상태의 항을 포함한 식인 초기값 응답에너지를 구조시스템의 평가함수로 하여 구조강도에 대한 평가도 고려한다. 본 연구의 최적화문제는 다목적계획문제로서, 가중인자법과 ϵ 제약법을 이용하여 동시최적설계문제를

접수일자 : 2001. 4. 19., 수정완료 : 2001. 7. 13.

박중현, 김순호 : 신라대학교 자동차공학과(sky@silla.ac.kr/ski@silla.ac.kr)

정식화한다. 최적화 수법으로는 콤플렉스법을 채용한다.

최소중량설계에 관한 평가함수인 구조물의 총중량과 제진효과와의 척도를 나타내는 평가함수인 H_∞ Norm의 관계에 관한 고찰로부터, 제어시스템 단독설계와 비교하여 제어/구조 시스템 동시최적설계의 경우가 구조중량 및 H_∞ Norm을 함께 감소시키는 동시최적설계의 유효성을 보인다. 또한, H_∞ Norm과 초기값응답에너지의 관계에 대한 고찰로부터, 외란이 시스템에 미치는 영향을 억제하면서 구조강도에 도 뛰어난 설계가 가능한 사실을 보인다.

II. 트러스구조물과 제어문제

유한요소법에 의해 모델링 되어진 자유도 n 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$M_s \ddot{q} + D_s \dot{q} + K_s q = L_1 w + L_2 u \tag{1}$$

$M_s, D_s, K_s \in R^{n \times n}$ 은 질량행렬, 감쇠행렬, 강성행렬이며, $q \in R^n$, $w \in R^p$, $u \in R^d$ 은 변위, 외란입력, 제어입력이다. 또한 $L_1 \in R^{n \times p}$, $L_2 \in R^{n \times d}$ 은 외란입력, 제어입력 배치행렬이다. n 개의 전체 탄성모드를 제어하는 것은 실제문제에 있어 어려우므로, 본 연구에서는 다음과 같이 모드변환으로 모델을 저차원화한다.

$$q = \Phi \xi \tag{2}$$

여기서 $\Phi \in R^{n \times r}$ 은 시스템의 고유모드행렬이며, r 은 채용 모드수이다. (1)식의 운동방정식을 상태방정식으로 변환하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_s &= A_s x_s + B_{1s} w + B_{2s} u \\ A_s &= \begin{bmatrix} 0 & I_r \\ -\Omega^2 & -\Lambda \end{bmatrix}, B_{1s} = \begin{bmatrix} \Phi^T L_1 \\ 0 \end{bmatrix}, B_{2s} = \begin{bmatrix} \Phi^T L_2 \\ 0 \end{bmatrix} \\ \Omega^2 &= \Phi^T K_s \Phi = \text{diag}(\omega_1^2, \omega_2^2, \dots, \omega_r^2), \Lambda = \Phi^T D_s \Phi \end{aligned} \tag{3}$$

여기서 Ω^2 은 고유치행렬, ω_i 는 i 차의 고유각진동수를 나타낸다. 또한 $\Phi^T M_s \Phi = I_r$ 과 같이 고유모드행렬 Φ 를 정규화한다. 여기서 I_r 은 r 차의 단위행렬이다.

시스템의 관측출력을 상태 $\bar{x} = [q^T \dot{q}^T]^T$ 를 이용하여 다음과 같이 표현한다(첨자 T 는 전치행렬을 의미).

$$y = \bar{C}_{2s} \bar{x} + D_{21s} w \tag{4}$$

관측출력에는 미소한 관측외란이 작용한다고 가정하여 $D_{21s} = [0 \ \varepsilon I]$ 로 한다. 여기에서 관측출력을 모드좌표계의 상태 x_s 로 표현하면 다음과 같다.

$$y = C_{2s} x_s + D_{21s} w, C_{2s} = \bar{C}_{2s} \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Phi \end{bmatrix} \tag{5}$$

또한 본 연구에서는 행렬 C_{1s}, D_{12s} 를 이용, 제어량 z_s 를 다음과 같이 표현한다.

$$z_s = C_{1s} x_s + D_{12s} u \tag{6}$$

$$C_{1s} = \begin{bmatrix} \text{diag}(\omega_1, \dots, \omega_r) & 0 \\ 0 & I_r \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, D_{12s} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ I \end{bmatrix} \tag{7}$$

제어대상의 상태공간방정식은 아래와 같다.

$$\begin{cases} \dot{x}_s = A_s x_s + B_{1s} w + B_{2s} u \\ \dot{z}_s = C_{1s} x_s + D_{12s} u \\ y = C_{2s} x_s + D_{21s} w \end{cases} \tag{8}$$

H_∞ 제어문제의 일반화 제어대상은 다음과 같이 표현 가능하다[8][9].

$$G(s) \equiv \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \tag{9}$$

H_∞ 제어문제는 페루프 시스템을 내부안정으로 하며 외란 w 에서 제어출력 z 까지의 페루프 전달함수 $G-zw(s)$ 의 H_∞ Norm이

$$J_n = \|G_{zw}(s)\|_\infty < \gamma \tag{10}$$

조건을 만족하는 제어를 구하는 문제이다. 여기서 J_n 및 γ 의 값이 작으면 작을수록 외란의 영향을 억제하는 성능이 뛰어나다.

본 연구에서는, 제어성능을 향상시키고 모델링 오차에 대하여 보다 강인한 제어시스템 설계를 수행하기 위하여, 외란 w 에서 관측출력 y 까지의 전달함수 T_{yw} 에 저주파 영역에서 값이 큰 계인값을 취하는 주파수 가중인자 $W_1(s)$ 를, 외란에서 제어입력 u 까지의 전달함수 T_{uw} 에 고주파 영역에서 계인값을 크게 하는 주파수 가중인자 $W_2(s)$ 를 설정한다. 본 연구에서는 잔여모드를 모델링 오차로 간주하기 때문에, 이러한 설정을 취함으로써 잔여모드에 의한 스피로버(Spillover)를 억제 가능하다. 또한, (1)식에서 제어대상에 가해지는 외란은 예측 불가능한 외력 등에 의한 불확실성을 나타내고 있으며, 주로 낮은 주파수 대역에서 외란이 시스템에 영향을 끼친다고 생각할 수 있다. 그러므로, 시스템에 가해지는 외란 w 에 대해 저주파에서 계인이 커지게 하는 주파수 가중인자 W_F 를 필터로 하여 주파수 특성을 갖게 한다.

외란 w 에서 제어출력 z_s 까지의 전달함수 T_{zw} 도 포함하여, 주파수 가중인자를 이용한 H_∞ 제어 시스템 설계문제는 다음 식을 만족하는 제어를 구하는 문제로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} T_{z,w} \\ W_1^T T_{yw} \\ W_2^T T_{uw} \end{bmatrix} \infty < \gamma \quad (11)$$

여기서 가중인자의 상태를 각각 x_1, x_2, x_f , 출력을 z_1, z_2, w_f 로 두면, 주파수 가중인자 $W_1(s), W_2(s), W_F$ 는 다음과 같이 표현되며,

$$W_1(S) = C_{w1}(sI - A_{w1})^{-1}B_{w1} + D_{w1} \quad (12)$$

$$W_2(S) = C_{w2}(sI - A_{w2})^{-1}B_{w2} + D_{w2} \quad (13)$$

$$W_F(S) = C_F(sI - A_F)^{-1}B_F + D_F \quad (14)$$

제어대상의 상태공간표현은 다음과 같다.

$$\begin{array}{c|ccc|ccc} A_s & 0 & 0 & B_{1s}C_F & B_{1s}D_F & B_{2s} \\ \hline B_{w1}C_{2s} & A_{w1} & 0 & 0 & B_{w1}D_{21s} & 0 \\ 0 & 0 & A_{w2} & 0 & 0 & B_{w2} \\ 0 & 0 & 0 & A_F & B_F & 0 \\ \hline C_{1s} & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{12s} \\ D_{w1}C_{2s} & C_{w1} & 0 & 0 & D_{w1}D_{21s} & 0 \\ 0 & 0 & C_{w2} & 0 & 0 & D_{w2} \\ \hline C_{2s} & 0 & 0 & 0 & D_{21s} & 0 \end{array} \quad (15)$$

본 연구에서는 다음과 같이 가정한다.

$$D_{w1} = 0, D_F = 0, D_{12s}^T \begin{bmatrix} C_{1s} \\ D_{12s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

(15)식의 각 요소를 (9)식의 요소와 대응시켜 생각할 경우, 2개의 Riccati 방정식으로 구해지는 H_∞ 제어기는

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A_k \hat{x} + B_k y \\ u = C_k \hat{x} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} A_k = A + \frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T X - B_2 F - ZL(C_2 + D_{21} B_1^T X) \\ B_k = ZL \\ C_k = -F \\ F = D_{12}^T C_1 + E_{12}^{-1} B_2^T X \\ L = B_1 D_{21}^T + Y C_2^T E_{21}^{-1} \\ Z = (I - \frac{1}{\gamma^2} YX)^{-1} \end{cases} \quad (17)$$

과 같이 표현되며, Riccati 해 X, Y 는 다음의 Riccati 방정식으로 구해진다.

$$\begin{aligned} & X(A - B_2 D_{12}^T C_1) + (A - B_2 D_{12}^T C_1)^T Y \\ & + X(\frac{1}{\gamma^2} B_1 B_1^T - B_2 E_{12}^{-1} B_2^T)X + (D_{12}^T C_1)^T D_{12}^T C_1 = 0 \\ & Y(A - B_1 D_{21}^T C_2)^T + (A - B_1 D_{21}^T C_2)Y \\ & + Y(\frac{1}{\gamma^2} C_1^T C_1 - C_2^T E_{21}^{-1} C_2)Y + B_1 D_{21}^T (B_1 D_{21}^T)^T = 0 \end{aligned}$$

여기서, 각 요소들의 값은 다음과 같다.

$$\begin{cases} E_{12} = D_{12}^T D_{12} \\ E_{21} = D_{21} D_{21}^T \\ D_{12}^T = (D_{12}^T D_{12})^{-1} D_{12}^T \\ (D_{12}^T)^T D_{12}^T = I - D_{12} D_{12}^T \\ D_{21}^T = D_{21}^T (D_{21} D_{21}^T)^{-1} \\ D_{21}^T (D_{21}^T)^T = I - D_{21}^T D_{21} \end{cases}$$

(15), (17)식으로부터, 페루프 시스템의 상태공간 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = \tilde{A}\hat{x} + \tilde{B}w \\ z = \tilde{C}\hat{x} \end{cases} \quad (18)$$

$$\tilde{x} = \begin{bmatrix} \hat{x} \\ z \end{bmatrix}, \tilde{A} = \begin{bmatrix} A & B_2 C_k \\ B_k C - 2 & A_k \end{bmatrix}$$

$$\tilde{B} = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_k D_{21} \end{bmatrix}, \tilde{C} = [C_1 \quad D_{12} C_k]$$

이때 다음의 Riccati 방정식이 성립한다.

$$\tilde{A}^T P + P\tilde{A} + \gamma^{-2} P\tilde{B}\tilde{B}^T P + \tilde{C}^T \tilde{C} = 0 \quad (19)$$

$$P = \begin{bmatrix} \gamma^2 Y^{-1} & -(\gamma^2 Y^{-1} - X) \\ -(\gamma^2 Y^{-1} - X) & \gamma^2 T^{-1} - X \end{bmatrix}$$

실제사양과 불가분의 관계에 있으며, 동시최적설계에 있어서 중요한 부분을 차지하는 평가함수에 대해 살펴보자. 본 연구에서의 구조시스템, 제어시스템의 설계요구사항으로써는, 구조물을 경량화 하는 것, 외란이 시스템에 미치는 영향을 작게 하는 것, 구조강도에 있어서 우수하게 하는 것이 고려되어 지며, 이러한 설계목적에 맞는 평가함수를 설정할 필요가 있다. 본 연구에서의 평가함수는 다음과 같이 표현된다.

- $J_m = W$ (구조중량)
 - $J_n = \|G_{zw}(S)\|_\infty$
- (외란에서 제어출력까지의 전달함수의 H_∞ Norm)

- $J_{e1} = \int_0^\infty \tilde{z}^T Q \tilde{x} dt$

(상태 \tilde{x} 의 2차형식 시간적분. Q 는 가중인자행렬)

(18)식의 페루프 시스템 상태방정식으로부터, $\tilde{C}^T \tilde{C}$ 를 평가함수 J_{e1} 의 가중인자행렬 Q 로 정하면 다음과 같이 변형 가능하다.

$$\begin{aligned} J_{e1} &= \int_0^\infty \tilde{x}^T Q \tilde{x} dt = \int_0^\infty \tilde{x}^T \tilde{C}^T \tilde{C} \tilde{x} dt \\ &= \int_0^\infty z_1^T z_1 dt + \int_0^\infty z_2^T z_2 dt + \int_0^\infty \{q^T K_s q + q^T M_s \dot{q} + u^T u\} dt \end{aligned} \quad (20)$$

(20)식의 제3항은 변형에너지, 운동에너지, 제어비용을 나타내며, 평가함수 J_{e1} 은 변형에너지에 관한 항을 포함하고 있으므로 구조강도의 평가도 포함한 평가함수로서 의미부여가 가능하다.

J_{e1} 은 $Q = \tilde{C}^T \tilde{C}$ 로 가정했으므로 (19)식을 이용하여 다음과 같이 변형 가능하다.

$$J_{e1} = \int_0^\infty \tilde{x}^T \tilde{C}^T \tilde{C} \tilde{x} dt \leq \gamma^2 \int_0^\infty w^T w dt + \tilde{x}_0^T P \tilde{x}_0 \quad (21)$$

우변의 제1항은 외란에 의해 정해지는 항이며, 우변의 제2항을 작게 함으로써 J_{e1} 역시 작게 되기 때문에, (21)식의 제2항을 상태의 2차형식 적분량인 평가함수 J_{e1} 대신 사용한다. 즉, 다음을 의미한다.

$$J_{e2} = \tilde{x}_0^T p \tilde{x}_0 \quad (22)$$

본 연구에서는 구조물에 초기외력이 가해짐으로써 진동이 시작된다고 생각하지만, 그 초기외력을 확정적으로 아는 것은 불가능하다고 고려, 초기외력 p_0 를 다음 식과 같이 정한다.

$$p_0 = p'_0 + \Psi \quad (23)$$

$$E[p_0] = E[p'_0] + E[\Psi] \quad (24)$$

p'_0 는 상정되어진 초기외력, Ψ 는 상정되어진 초기외력의 분산 정도를 나타내는 확률변수이며, $E[\]$ 는 기대값 연산자를 의미한다. $E[p_0] = p'_0$ 의 경우, 확률변수인 초기외력의 공분산행렬은 다음과 같다.

$$Cov(p_0, p_0^T) = E[(P_0 - E[p_0])(p_0 - E[p_0])^T] = E[\Psi\Psi^T] \quad (25)$$

본 연구에서는 구조물에 초기외력이 가해진다고 상정하고 있으므로 초기상태를 구할 필요가 있다. 일반적으로 Φ 는 정방행렬이 아니기 때문에 역행렬이 존재하지 않지만, 고유모드행렬 Φ 가 정규화 되어진 사실을 이용하면, 초기변위 q'_0 로부터 초기모드좌표 ξ'_0 는 다음과 같이 구해진다.

$$\xi'_0 = \Phi^{-1} q'_0 = \Phi^T M_s K_s^{-1} P_0 \quad (26)$$

초기상태는 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$x_0 = \begin{bmatrix} S p_0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad S = \Phi^T M_s K_s^{-1} \quad (27)$$

초기상태의 차수를 나타내는 차원은 제어대상과 주파수가 중인자의 상태수의 합으로 구할 수 있다.

이러한 확률적 초기외력을 고려하면, (22)식의 J_{e2} 역시 확률적으로 되며 기대값은

$$\begin{aligned} E[J_{e2}] &= E[\tilde{x}_0^T P \tilde{x}_0] \\ &= \gamma^2 \text{trace} \left(\begin{bmatrix} SE[\Psi\Psi^T S^T] & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} Y^{-1} \right) \\ &\quad + [(S p'_0)^T \ 0] X \begin{bmatrix} S p'_0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

과 같이 된다.(제어기의 초기값을 상정되어진 초기외력 p_0

로부터 정해진다고 가정)

이와 같이, 초기외력에 분산이 존재한다고 상정할 경우, 평가함수 J_{e2} 역시 확률변수를 포함한 기대값으로 볼 수 있으며, 이 기대값을 새로운 평가함수 J_e

$$J_e = E[J_{e2}] \quad (29)$$

로 한다. 또한, 평가함수 J_e 를 지금부터 초기값응답에너지라고 정의한다.

III. 최적설계문제의 정식화

본 연구에서의 최적화문제는 다목적계획문제로 정식화된다. 제어시스템의 평가함수인 H_∞ Norm, 초기값응답에너지에 대하여는 가중인자를 이용하여 단독 목적 제어시스템 평가함수로 설정하고, 구조시스템과 제어시스템의 통합평가함수에 대해서는 ϵ 제약법을 이용하여 구조중량을 등식 제약조건으로 하여 정식화한다. 설계변수를 각 부재의 단면적 a 로 설정, 제약조건으로 설계변수의 상하한값을 설정하며, 또한 저차원화 시스템에서 설계되어진 제어기를 전체모드시스템에 적용하였을 경우의 페루프 시스템이 안정이라는 조건도 설정한다. 그리고, 평가함수 J_n, J_e 의 정규화를 위해, 부재의 단면적을 초기구조로 하여 γ -iteration으로 제어시스템 단독설계를 실시하였을 때의 각 평가함수 값 J_{n0}, J_{e0} 로 나눈 값을 평가함수로 설정한다. 즉, 다음과 같이 정식화한다.

$$\min_a J(a) = s \frac{J_n(a)}{J_{n0}} + t \frac{J_e(a)}{J_{e0}} \quad (s+t=1) \quad (30)$$

$$\text{subject to} \begin{cases} W(a) - W_c \leq \epsilon \\ a^{\min} < a < a^{\max} \\ \text{전모드시스템의} \\ \text{페루프시스템이안정} \end{cases} \quad (31)$$

여기서 $W(a) = \sum_i \rho_i l_i a_i$ 는 구조중량 (ρ_i, l_i, a_i 는 제 i 부재의 밀도, 길이, 단면적)을 나타내고, W_c 는 중량규정값이며, s 와 t 는 평가함수에 대한 가중인자이다. 제약조건식의 첫 번째항은 ϵ 제약법의 정식화를 의미한다. 동시최적설계문제의 최적화 과정에 있어서, H_∞ Norm J_n 은 γ -iteration에 의해 구해지며, 그때의 γ 값을 이용하여 J_e 를 계산한다.

최적화수법으로는 평가함수가 설계변수에 관해 연속적 아닐 경우에 있어서도 최적해를 탐색가능한 방법으로 알려져 있는 콤플렉스법을 채용한다[10][11].

IV. 수치 시뮬레이션

설계대상은 그림 1의 2차원 트리스 구조물이며, 긴 부재의 길이가 2.0m, 짧은 부재 길이가 0.2m, 밀도 1.0kg/m³, 종단성계수 2000Pa, 초기단면적 1.0m², 초기구조중량이 30.8kg이다. 구조물은 절점 10,11,12,13에서 x, y방향이 고정되어 있다. 절점 7의 방향에 센서와 액츄에이터가 배치되며, 센서

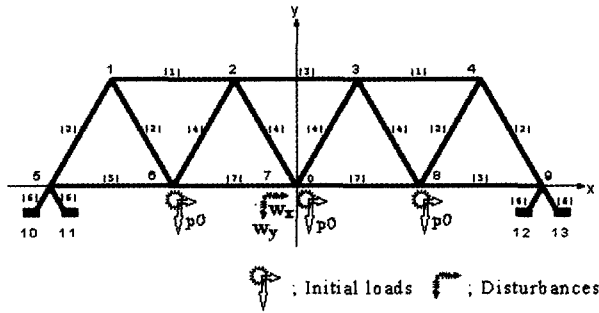


그림 1. 2차원 트러스구조물.
Fig. 1. 2-D truss structure.

는 절점 7의 변위를 측정가능하며, 외란이 절점 7에 작용한다. 초기외력이 절점 6,7,8에 작용하고 각 방향에 대해 변동

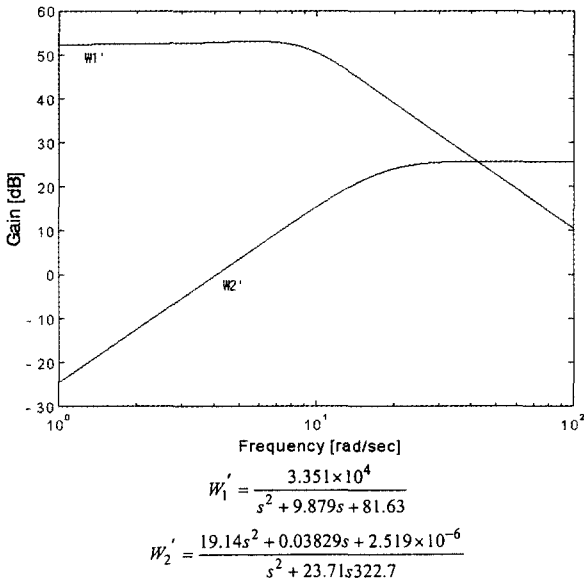


그림 2. 주파수 가중인자, \$W_1, W_2\$.
Fig. 2. Frequency weighting factors, \$W_1, W_2\$.

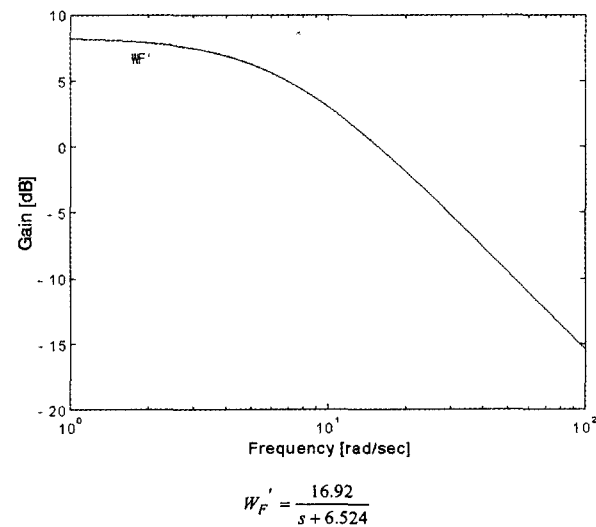


그림 3. 주파수 가중인자 \$W_F\$.
Fig. 3. Frequency weighting factor \$W_F\$.

을 가지는 것으로 가정한다. 제어시스템 설계에서는 2차모드(초기구조에서는 \$\omega_1=6.01\$, \$\omega_2=9.66\$까지를 채용한다. 실제적인 설계에 있어, 모든 부재의 단면적을 설계변수로 하는 것은 현실적이지 않다. 그러므로, 대칭인 위치에 있는 부재를 하나의 부재변수로 하여 일곱종류의 부재변수를 설계변수로 고려([1]~[7])하여 최적화를 실행한다. 주파수 가중인자 \$W_1, W_2\$를 그림 2에, \$W_F\$를 그림 3과 같이 설정한다.

$$W_1 = \text{diag}[W_1 \ W_1] \quad W_2 = \text{diag}[W_2 \ W_2] \quad (32)$$

$$W_F = \text{diag}[W_F \ W_F]$$

본 연구에서는 절점 6,7,8에 작용하는 상정된 평균 초기 외력은 \$x\$방향에 1, \$y\$방향에 -2이고 \$x, y\$방향에 독립이며, 각 방향에 0.1의 분산을 가진다고 고려하여, 공분산행렬을 다음과 같이 설정한다.

$$P_0 = [0, \dots, 0, [1, -2, 1, -2, 1, -2], 0, \dots, 0]^T$$

$$\text{Cov}(p_0, p_0^T) = \text{diag}[0, \dots, 0, [1, 1, 1, 1, 1, 1], 0, \dots, 0] \times 10^{-2}$$

감쇠특성은 다음과 같이 가정한다.

$$D_s = 0.001 M_s + 0.001 K_s$$

i) 수치예-1

$$\min_a \frac{J_A(a)}{J_{n0}}$$

with $W(a) - W_c \leq \epsilon$

(30)식의 평가함수 가중인자를, 로하여, (31)식의 구조중량 규정값 \$W_c\$를 여러 가지 수치로 변화시켜 동시최적설계를 실시한 결과, 그림 4와 같은 관계를 얻었다. a점은 초기 단면적으로 고정된 경우에 \$\gamma\$-iteration으로 제어시스템만을 설계했을 경우의 수치이며, b점은 구조중량 규정값이 초기구조중량인 경우의 동시최적설계점이다.

a점과 b점의 비교에서, 설계변수인 부재 단면적을 변화시키는 구조시스템도 포함한 설계를 함으로써, 제어시스템 단독설계에서는 달성할 수 없는 \$H_\infty\$ Norm을 실현시킬 수 있다는 사실을 알 수 있다. 또한, a점과 c점의 비교에서, c점은 a점에 대해, 구조중량을 10% 감소시키며, \$H_\infty\$ Norm에서는

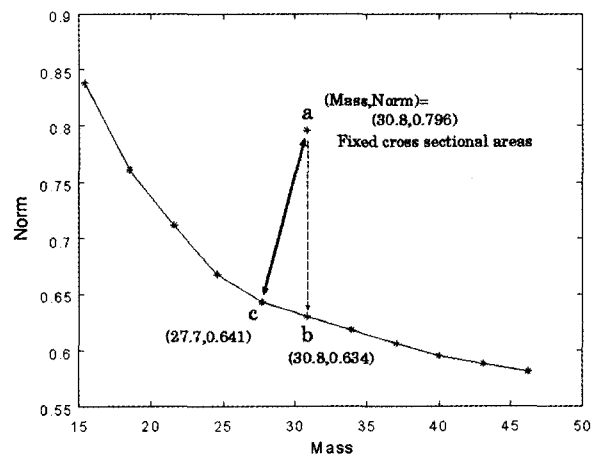


그림 4. 구조중량 및 \$H_\infty\$ norm에 관한 Pareto 최적해.
Fig. 4. Pareto optimality of two objectives for structural mass and norm.

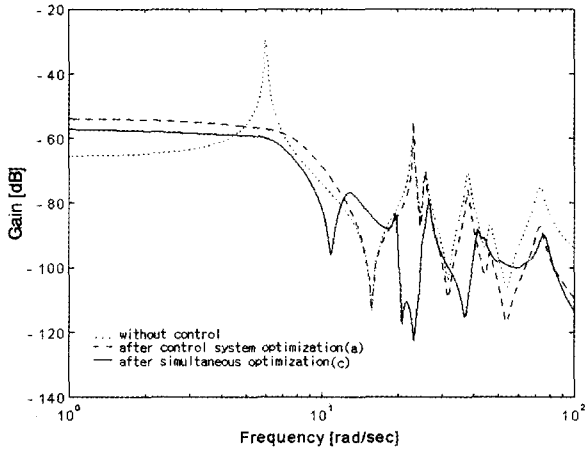


그림 5. 주파수 응답.
Fig. 5. Frequency responses.

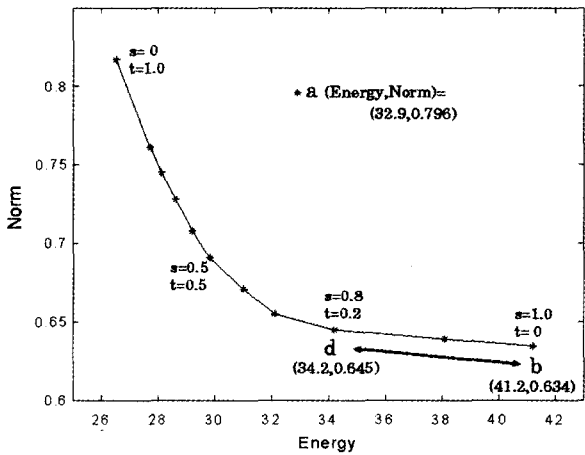


그림 6. H_∞ Norm 및 초기값 응답에너지에 관한 Pareto 최적해.
Fig. 6. Pareto optimality of two objectives for Norm and the initial state energy.

0.796에서 0.641로 제어성능이 향상됨을 보임으로써, 동시 최적설계의 유효성을 확인 할 수 있다.

그림 5에 외란 W_y 에서 절점 7의 y 방향 변위에서의 주파수 응답을 나타낸다. 그림으로부터, 제어시스템 단독설계와 비교하여 동시최적설계의 경우가 게인(Gain)의 피크값이 억제된다는 사실을 알 수 있다. 여기서, 설계대상의 제1차 진동모드는 방향, 제2차 진동모드는 방향으로의 진동이므로, 그림 5에 있어 제2차 진동모드는 나타나지 않는다.

ii) 수치예-2

$$\min S \frac{J_n(a)}{J_n0} + t \frac{J_e(a)}{J_e0}$$

with fixed $W(a)$

구조중량 규정값을 초기구조중량으로 고정시켜놓고, (30)식의 평가함수 가중인자 s, t 를 변화시키며 동시최적설계 하였을 경우의 각 평가함수들의 값을 그림 6에 나타낸다. 그림으로부터 두 평가함수의 관계는 서로 경합하는 것으로 판단되며, 이들의 값을 동시에 최소화하는 것은 불가능하다는 사실을 알 수 있다. 여기서, 초기값에너지를 전혀 고려하지 않는 b점($t=0$)과 초기값에너지를 고려하는 d점($t=0$)과

의 설계결과를 비교한다. 이 두 점에서는 외란억제의 평가인 H_∞ Norm은 거의 변화가 없지만, d점의 설계는 가중인자로 약간의 초기값응답에너지를 고려함으로써, b점과 비교하여 약 17% 초기값응답에너지의 수치가 감소하였다. 그림 7에 절점 7의 방향 y 변위의 초기상태응답을 나타낸다. 응답파형에 큰 차이는 보이지 않는다. 구조강도의 평가를 나타내는 초기값응답에너지가 감소하였다는 사실은 변형에너지가 감소하고 있다고 추측할 수 있다. 여기서 그림 8에, 대상구조물(그림 1) 좌측 제7요소에서의 응력의 초기상태응답 비교를 나타낸다. 그림 8로부터 b점의 설계와 비교하여 d점의 설계가 명백히 응력응답이 억제되어 변형에너지를 감소시켰다고 생각된다. 이상으로부터, 초기값에너지를 고려한 동시최적점 d점은, H_∞ Norm만의 단목적 동시최적해 b점과 동레벨의 H_∞ Norm을 달성하며, 또한 변형에너지를 감소시키는 것이 가능한 구조강도에도 뛰어난 설계점이라고 말할 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 2차원 트러스 구조물을 설계대상으로 제어/구조 시스템의 동시최적설계문제를 다루었다. 평가함수

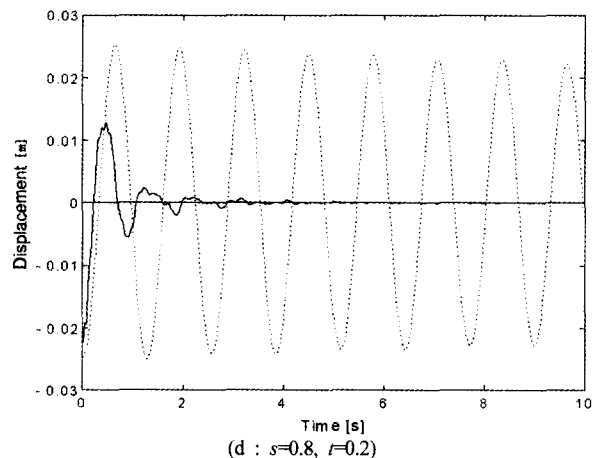
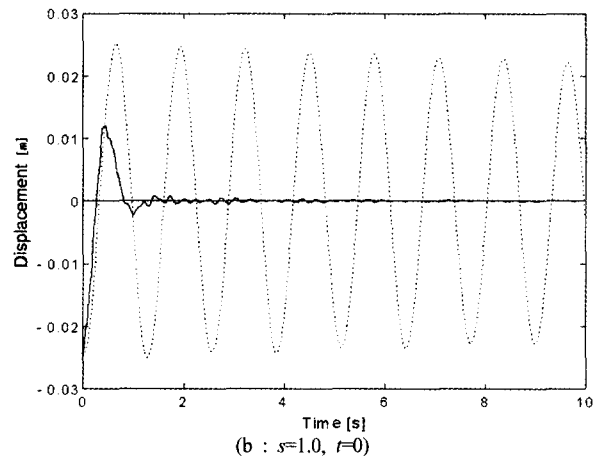


Figure 7. 변위의 초기상태 응답.
Fig. 7. Initial responses in displacement.

Figure 7. Initial responses in displacement.

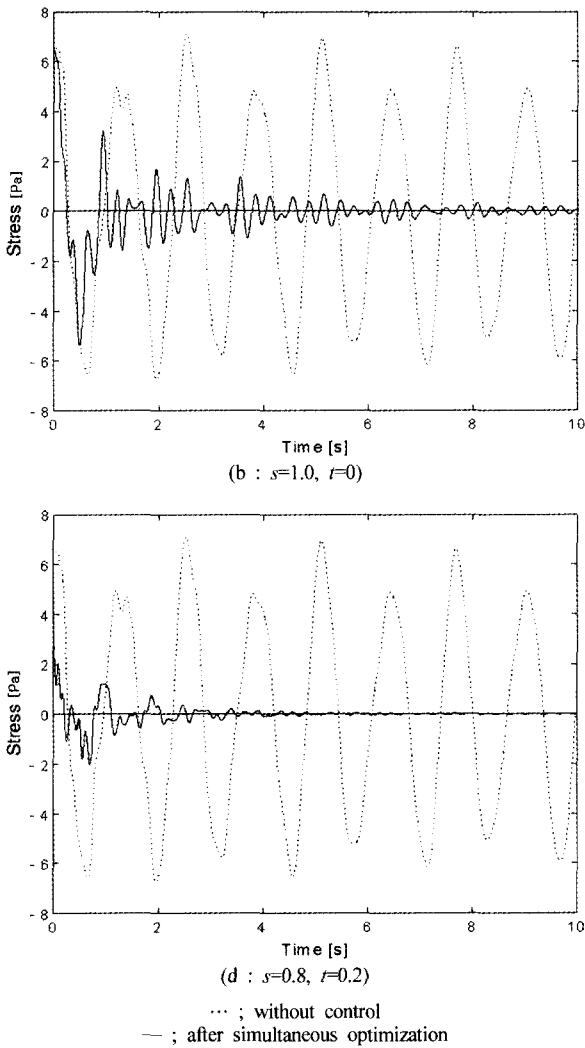


그림 8. 응력의 초기상태 응답.
Fig. 8. Initial responses in stress.

인 구조물 전체중량과 H_∞ Norm의 관계에 관한 고찰로부터, 동시최적설계에 의해 제어시스템 단독설계보다도 구조중량, H_∞ Norm을 동시에 감소시키는 최적점을 보임으로써, 동시최적설계의 유효성을 증명하였다. 그리고, 평가함수인 H_∞ Norm과 초기값응답에너지에 관한 고찰에서, 두 평가함수가 서로 경합하는 관계라는 사실을 밝혔다. 본 연

구에서 제시한 초기값 응답에너지를 고려한 설계를 H_∞ Norm 단독적동시최적설계의 결과와 비교함으로써 보다 뛰어난 제어성능을 확보함과 동시에, 구조강도에도 우수한 설계가 가능함을 보였다.

참고문헌

- [1] Y. Tada and J. H. Park, "Simultaneous optimal design of structural and control systems for flexible structure(representation by descriptor system forms)," *Trans. of ISCIE*, vol. 13, no. 1, pp. 14-19, Jan., 2000.
- [2] Y. Tada and J. H. Park, "Combined design of structural and control systems(representation by descriptor system forms and use of LMI)," *Trans. of JSME*, vol. 65, no. 636, pp. 3155-3160, Oct., 1999.
- [3] M. Salama, et al., "Simultaneous optimization of controlled structures," *Journal of the Computational Mechanics*, vol. 88, no. 3, pp. 275-282, 1988.
- [4] Onoda, J, and Haftka. R. T, "An approach to structure/control simultaneous optimization for large flexible spacecraft," *AIAA Journal*, vol. 25, no. 8, pp. 1133-1138, 1987.
- [5] Rao. S. S, et al., "Robustness improvement of actively controlled structures through structural modifications," *AIAA Journal*, vol. 28, no. 2, pp. 353-361, 1990.
- [6] Khot. N. S, "Structure/Control optimization to improve the dynamic response of space structures," *Journal of the Computational Mechanics*, vol. 88, no. 3, pp. 179-186, 1988.
- [7] Grandhi. R. V, "Structural and control optimization of space structures," *Journal of the Computers and Structures*, vol. 31, no. 2, pp. 139-150, 1989.
- [8] 박중현, 김영석, "차량의 능동형 현가장치를 위한 강인한 H_∞ 제어기 설계," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제6권, 제2호, pp. 146-154, 2000. 6.
- [9] 김연재, "시간 지연을 갖는 불확실 대형 연결 시스템의 분산제어," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제6권, 제5호, pp. 333-338, 2000. 6.
- [10] H. Kajiwara, D. Tsujioka, and J. Nagamatsu, "Simultaneous optimum design of structural and control systems by complex method," *Trans. of JSME*, vol. 59, no. 563, pp. 2124-2131, 1993.
- [11] M. J. Box, D. Davies, and W. H. Swann, *Non Linear Optimization Methods*, Baihukan Press, 1972.



박 중 현

1967년 11월 13일생. 1992년 부산대학교 생산기계공학과(공학사). 1995년 고배대학 시스템공학전공(공학석사). 2000년 고배대학 시스템공학전공(공학박사). 2001년~현재 신라대학교 자동차공학과 교수. 관심분야는 최적제어, 강인성제어, 최적설계, 무선통신.



김 순 호

1957년 2월 5일생. 1984년 동아대학교 금속공학과(공학사). 1991년 부산대학교 재료공학과(공학석사). 1996년 부산대학교 재료공학과(공학박사). 1998년~현재 신라대학교 자동차공학과 교수. 관심분야는 기계재료역학, 자동차제어 및 최적설계.