

## Dither를 가지는 링레이저 자이로 항법시스템의 복합 주파수 원추운동 오차 해석

### Error Analysis of the Multi-Frequency Coning Motion with Dithered Ring Laser Gyro INS

김 광 진, 이 태 규

(Kwangjin Kim and Tae Gyoo Lee)

**Abstract** : The ring laser gyro(RLG) has been used extensively in strapdown inertial navigation system(SDINS) because of the apparent advantages of having wide dynamic range, digital output and high accuracy. The dithered RLG system has dynamic motion at sensor level, caused by the dithering motion to overcome the lock-in threshold. In this case, an attitude error is produced by not only the true coning of the vehicle motion but also the pseudo coning of the sensor motion. This paper describes the definition of the multi-frequency coning motion and its noncommutativity error to reject the pseudo coning error produced by the sensor motion such as the dithered RLG. The simulation results are presented to minimize the multi-frequency coning error.

**Keywords** : dithered RLG, noncommutativity error, coning motion, pseudo coning, multi-frequency coning

#### I. 서론

스트랩다운 관성항법시스템(Strapdown Inertial Navigation System-SDINS)의 항법컴퓨터에서 수행되는 주요한 연산은 자이로 출력을 이용한 자세계산과 자세계산에서 구한 좌표 변환행렬을 이용하여 동체좌표계의 가속도 출력을 기준좌표계에 대한 속도와 위치로 계산하는 것이다[1]. 항법시스템이 우수한 성능을 가지기 위하여 이러한 자세, 속도 및 위치 계산에서 발생하는 오차가 관성센서의 오차와 비교하여 무시할 만큼 적어야 하며 관성센서 오차의 5% 이내의 범위를 만족해야 하는 것으로 알려져 있다[2]. 컴퓨터의 성능이 급속하게 발전함에 따라 현재의 항법컴퓨터는 kHz 단위의 속도로 센서 데이터 처리 및 실수부 연산이 가능하게 되었으며[3], 항법컴퓨터 연산에 의한 계산오차 보다는 항법컴퓨터에서 사용되는 알고리즘 자체의 오차가 주요한 연구 주제가 되었다.

스트랩다운 관성항법시스템의 자세계산 알고리즘은 자세계산 주기에서 항체의 자세변화를 나타내는 회전벡터와 기준좌표계에 대한 항체의 자세변화를 나타내는 quaternion 연산으로 나누어서 수행되며 이러한 연산을 multirate 연산이라 한다[2][4]. 회전벡터는 자이로 출력의 비교환 오차(noncommutativity error) 성분을 보상하기 위하여 Bortz에 의하여 사용된 개념으로써[5], 비교환 오차란 항체의 자세 및 속도가 자이로와 가속도계 출력의 적분과 교환 관계가 성립되지 않는 오차 성분을 의미한다. 따라서 항체의 다양한 운동에 대하여 비교환 오차 성분을 최소화하는 것이 자세계산 알고리즘의 핵심이며, 이를 위하여 원추운동(coning

motion)을 이용하여 자세계산 알고리즘의 오차를 최소화하는 개념이 Miller에 의하여 소개되었다[6]. 그 후 자세계산 구간에서 고속으로 샘플링된 자이로 출력을 이용하여 원추운동 오차를 최적화하기 위한 많은 연구가 이루어졌으며 [7]-[9], Park 등에 의하여 공식화된 방법으로 자세계산 알고리즘을 구성하는 연구가 이루어졌다[10].

지금까지 제시된 자세계산 알고리즘은 항체에 원추운동이나 다항식으로 표현되는 임의의 운동이 인가되는 경우에 대하여 유도된 알고리즘이다. 그러나 Lock-In 현상을 제거하기 위하여 센서 자체의 정현파 Dithering 운동을 수행하는 RLG 시스템은 센서 자체의 운동에 의한 원추운동이 존재하게 된다[11]. 이러한 센서에 의한 정현파 운동을 항체에 인가되는 실 원추운동(True coning motion)과 다르게 의사 원추운동(Pseudo coning motion)이라 정의한다[12]. RLG에 사용되는 Dithering 운동은 두 축이 동일한 주파수의 정현파 운동을 하는 일반적인 원추운동과 다르게 기계적인 공진을 최소화하기 위하여 두 축이 서로 다른 주파수를 가지는 정현파 운동을 하며[13], 여기서는 이를 복합주파수(Multi-frequency) 원추운동이라 정의한다.

본 논문에서는 RLG의 Dithering 운동과 같이 센서의 동적 운동에 의한 의사 원추운동을 제거하기 위한 기법을 연구한다. 이를 위하여 먼저 자세계산 알고리즘 최적화에 이용되는 일반적인 원추운동과 비교환 오차를 정의하고 실 원추운동과 의사 원추운동에 대하여 설명한다. 그리고 Dithering 운동과 같이 두 축이 서로 다른 주파수를 가지는 복합주파수 원추운동을 정의하고 이때의 비교환 오차를 일반적인 원추운동의 오차 해석 방법을 사용하여 유도한다. 유도된 복합주파수 원추운동의 비교환 오차식을 이용하여 Dithering 운동에 의한 시스템의 자세 오차를 최소화하기 위한 주파수 결정 방법을 시뮬레이션을 통하여 보인다.

접수일자 : 2000. 12. 30., 수정완료 : 2001. 5. 11.

김광진, 이태규 : 국방과학연구소(secret@sunam.kreonet.re.kr/tglee@sunam.kreonet.re.kr)

II. 자세계산 알고리즘

스트랩다운 관성항법시스템의 자세계산 알고리즘은 크게 자세계산 주기에서 항체의 자세 변화를 나타내는 회전 벡터 계산과 기준좌표계에 대한 동체좌표계 사이의 회전량을 나타내는 quaternion 계산을 나누어 수행하는 multirate 연산을 이용한다[2]. 이 관계를 나타내면 그림 1과 같으며 그림에서 데이터 샘플 구간  $\Delta T$ 는 자이로와 가속도계의 샘플링 주기이며 소구간  $T$ 는 회전벡터를 계산하는 주기이며 주구간  $h$ 는 quaternion을 계산하는 주기이다. 현재는 항법컴퓨터의 연산 처리 속도가 빨라짐에 따라 회전벡터와 quaternion에 대한 주기를 구분하지 않고 동일한 시간에 계산한다[3].

그림 1에서 이전 주구간의 계산 시간인  $t_{n-1}$ 에서 주구간  $h$ 가 지난후  $t_n$ 에서 수행되는 quaternion 갱신은 다음과 같이 정의된다.

$$Q(t_n) = Q(t_{n-1}) * q(h) \tag{1}$$

여기서,  $Q(t_n)$ 과  $Q(t_{n-1})$ 은 현재의 주구간과 이전 주구간에서의 quaternion 값이다. (1)에서  $q(h)$ 는 주구간  $h$  동안의 항체의 자세 변화를 나타내는 quaternion으로 회전 벡터  $\Phi$ 에 의하여 다음과 같이 정의된다.

$$q(h) = \begin{bmatrix} C \\ S \cdot \Phi_x \\ S \cdot \Phi_y \\ S \cdot \Phi_z \end{bmatrix} \tag{2}$$

여기서,  $C = \cos(\Phi_0/2)$ ,  $S = (1/\Phi_0) \sin(\Phi_0/2)$ ,  $\Phi_0 = (\Phi \cdot \Phi)^{1/2}$ .

(2)의 회전벡터는 다음의 식으로 정의된다.

$$\dot{\Phi} = \omega + \frac{1}{2} \Phi \times \omega + \frac{1}{12} \Phi \times \Phi \times \omega \tag{3}$$

여기서,  $\omega$ 는 항체의 각속도 벡터로써 자이로 출력에 의하여 계산된다.

(3)에서 나타낸 회전벡터 미분식을 각속도 자이로의 적분값으로 근사화하면 다음과 같이 나타낼 수 있다[1].

$$\Phi = \alpha(t = \tau_n) + \delta \alpha(t = \tau_n) \tag{4}$$

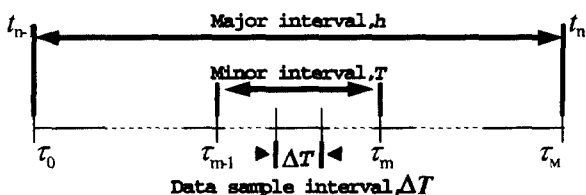


그림 1. 자세계산 구간.  
Fig. 1. Intervals for Attitude Calculation.

여기서,  $\alpha(\tau) = \int_{\tau_{n-1}}^{\tau} \omega \, d\tau$ ,  $\delta \alpha(\tau) = \frac{1}{2} \int_{\tau_{n-1}}^{\tau} \alpha \times \omega \, d\tau$ .

(4)를 회전벡터 갱신을 위한 반복 형태로 나타내면 다음과 같다.

$$\Phi(\tau_m) = \theta + 1/2 \Phi(\tau_{m-1}) \times \theta + \delta \hat{\alpha} \tag{5}$$

여기서,  $\theta$ 는 회전벡터 계산구간에서의 자이로 출력의 합이다.

(5)로부터 회전벡터 갱신은 갱신 구간에서 샘플링된 자이로 출력의 합  $\theta$ 와 이전 구간에서의 회전벡터  $\Phi(\tau_{m-1})$ 와  $\theta$ 의 곱 그리고 비교환 오차 보상항인  $\delta \hat{\alpha}$ 으로 구성됨을 알 수 있다. 비교환 오차 보상항인  $\delta \hat{\alpha}$ 는 자이로 출력의 적분에 의하여 정확하게 계산되지 못하는 자세 성분으로 자세 계산 알고리즘의 성능을 결정하는 부분이다.

$m$ 번째 소구간에 대한 근사화된 비교환 오차 보상항  $\delta \hat{\alpha}_m$ 은 현재 소구간 동안의 자이로 출력인  $n$ 개의 현재 샘플과 이전 소구간 동안의 자이로 출력인  $p$ 개의 이전 샘플들을 이용하여 다음과 같이 공식화된 식으로 구하여진다[10].

$$\delta \hat{\alpha}_m = \left[ \sum_{j=n-p+1}^n k_{2n-j} \Delta \theta_{m-1}(j) + \sum_{i=1}^{n-1} k_{n-i} \Delta \theta_m(i) \right] \times \Delta \theta_m(n) \tag{6}$$

여기서,  $\Delta \theta_m(n)$ 은  $m$ 번째 소구간에서  $n$ 번째 자이로 출력을 나타내며  $k_{2n-j}$ ,  $k_{n-i}$ 은  $\Delta \theta_m(n)$ 과 샘플링 거리  $2n-j$ ,  $n-i$ 인 상수이다.

비교환 오차 보상식 (6)에서 계수  $k_{2n-j}$ ,  $k_{n-i}$ 는 원추운동이 발생하는 경우의 비교환 오차와 계수 비교를 통하여 결정되며 원추운동이 발생하는 경우의 비교환 오차는 다음장에서 설명한다.

III. 원추 운동

자세계산 알고리즘 최적화를 위하여 사용되는 원추운동은 항체의 서로 다른 두 축에 위상차를 가진 동일한 주파수의 정현파 운동이 인가되어 이와 수직된 다른 한 축이 원추모양의 운동을 하는 것으로 정의된다[10]. 일반적으로 원추운동의 각속도 벡터식은 다음과 같이 정의된다.

$$\omega(t) = [ a\Omega \cos \Omega t \quad b\Omega \cos(\Omega t + \theta) \quad 0 ]^T \tag{7}$$

여기서,  $a$ ,  $b$  = 수직된 두축의 각의 진폭,

$\Omega$  = 원추운동 주파수,  $\theta$  = 원추운동 위상차.

(7)에서 정의된 원추운동에 의하여 자세계산 시간  $\tau_{m-1}$ 과  $\tau_m$  사이에서 발생하는 비교환 오차는 (4)의 관계로부터 구할 수 있으며 이를 위하여 (7)의 각속도 벡터의 적분

$\alpha(t)$ 를 구하면 다음과 같다.

$$\alpha(t) = \begin{bmatrix} a(\sin \Omega t - \sin \Omega \tau_m) \\ b(\sin(\Omega t + \theta) - \sin(\Omega \tau_m + \theta)) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

위에서 구한 (7)과 (8)을 앞의 (4)에 대입하여 원추운동의 비교환 오차를 계산하면 z축 방향으로 다음과 같은 부유오차(drift error)가 발생됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta \alpha_z &= \frac{1}{2} \int_{\tau_{n-1}}^{\tau} \alpha(\tau) \times \omega \, d\tau \\ &= \frac{ab\Omega \sin \theta}{2} \left( \Delta T - \frac{\sin(\Omega \Delta T)}{\Omega} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

위 식으로부터 원추운동의 비교환 오차는 자세계산 시간에 관계없이 원추운동 진폭  $a$ ,  $b$ 와 원추운동 주파수  $\Omega$ , 원추운동 위상차의  $\sin$ 값에 비례하여 발생되며 자세계산 주기  $\Delta T$ 와도 관계됨을 알 수 있다. 일반적으로 자세계산 속도가 원추운동 주파수와 비교하여 매우 고속으로 이루어지는 경우에는  $\sin(\Omega \Delta T) \approx \Omega \Delta T$ 가 되어 원추운동 비교환 오차가 0이 되며 또한 원추운동의 위상차가 0인 경우에도 비교환 오차가 0이 됨을 알 수 있다. 그러나 원추운동 위상차가  $\pi/2$ 일 경우에는 비교환 오차가 최대로 발생되며, 자세계산 알고리즘 최적화란 위상차  $\pi/2$ 일 때의 비교환 오차를 (6)에서와 같이 자이로 출력들을 이용하여 보상하는 것이 나[2][6-10].

원추운동은 그 운동의 발생 요인에 따라서 다음의 두가지로 나눌 수 있다[12].

- 실 원추운동 : 항체가 외부 입력에 의하여 서로 다른 두 축이 정현파 운동을 함. 항체의 자세는 변화, 항법컴퓨터는 인지 불가.
- 의사 원추운동 : 항체의 외부 입력은 없으나 센서의 서로 다른 두 축이 정현파 운동. 항체의 자세 고정, 항법컴퓨터 회전으로 인지.

위의 정의로부터 자세계산 알고리즘이란 실 원추운동이 발생하는 경우에 나타나는 (9)의 비교환 오차를 보상하는 알고리즘이다. 그러나 링레이저 자이로 시스템과 같이 Dithering에 의한 정현파 운동이 의사 원추운동으로 발생하는 경우에는 항법컴퓨터는 항체의 회전 유무에 관계없이 센서의 출력이 존재하기 때문에 항체의 회전으로 인지하여 자세 성분을 계산하게 된다. 이것은 항체에 또 다른 자세 오차를 유발하므로, 항법시스템이 우수한 성능을 가지기 위해서는 의사 원추운동 오차는 제거하고 실 원추운동 오차는 보상할 수 있어야 한다.

#### IV. 복합주파수 원추운동과 오차 해석

앞에서 정의한 원추운동은 두축에 입력되는 정현파의 주파수가 동일한 경우에 대한 것으로 실제적인 환경이나 RLG의 Dithering 운동의 경우에는 서로 다른 주파수를 가지는 정현파 운동이 입력되는 경우가 더 많이 존재하게 된

다. 이러한 경우를 해석하기 위하여 본 논문에서는 복합주파수 원추운동 개념을 정의한다.

복합주파수 원추운동이란 서로 다른 두 축에 서로 다른 주파수의 정현파 운동이 입력되는 경우로써 이때의 각속도 벡터식은 다음과 같이 정의된다.

$$\omega(t) = [ a\Omega_1 \cos \Omega_1 t \quad b\Omega_2 \sin \Omega_2 t \quad 0 ]^T \quad (10)$$

여기서,  $\Omega_1, \Omega_2$ 는 X, Y축의 정현파 운동 주파수 성분으로  $\Omega_1 = 2\pi f_1, \Omega_2 = 2\pi f_2$ .

복합주파수 원추운동이 존재하는 경우의 비교환 오차는 (4)를 이용하여 계산할 수 있으며, 이를 위하여 복합주파수 원추운동의 각벡터식을 (10)으로부터 다음과 같이 정의한다.

$$\alpha(t) = [ a(\sin \Omega_1 t - \sin \Omega_1 t_k) \quad b(\cos \Omega_2 t_k - \cos \Omega_2 t) \quad 0 ]^T \quad (11)$$

계산시간  $t_k$ 에서  $t_{k+1}$ 구간에서의 복합주파수 원추운동의 비교환 오차를  $\delta \alpha_{t_k}$ 라 정의하고  $\delta \alpha_{t_k}$  계산하기 위하여 (10), (11)을 (4)에 대입하면 다음과 같으며

$$\begin{aligned} \delta \alpha_{t_k} &= \frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \begin{bmatrix} a(\sin \Omega_1 t - \sin \Omega_1 t_k) \\ b(\cos \Omega_2 t_k - \cos \Omega_2 t) \\ 0 \end{bmatrix} \\ &\quad \times \begin{bmatrix} a\Omega_1 \cos \Omega_1 t \\ b\Omega_2 \sin \Omega_2 t \\ 0 \end{bmatrix} dt \end{aligned} \quad (12)$$

위 식을 적분하기 위하여 벡터곱을 수행한 후 정리하면 다음과 같이 Z축으로 오차가 유도된다.

$$\begin{aligned} \delta \alpha_z &= \frac{1}{2} ab \int_{t_k}^{t_{k+1}} -\Omega_1 (\cos \Omega_2 t_k \cos \Omega_1 t - \cos \Omega_2 t \cos \Omega_1 t) \\ &\quad + \Omega_2 (\sin \Omega_1 t \sin \Omega_2 t - \sin \Omega_1 t_k \sin \Omega_2 t) \, dt \\ &= \frac{1}{2} ab \int_{t_k}^{t_{k+1}} -\Omega_1 \cos \Omega_2 t_k \cos \Omega_1 t \\ &\quad - \Omega_2 \sin \Omega_1 t_k \sin \Omega_2 t \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Omega_1 - \Omega_2) \cos (\Omega_2 + \Omega_1) t \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Omega_1 + \Omega_2) \cos (\Omega_2 - \Omega_1) t \, dt \end{aligned} \quad (13)$$

(13)을 적분한 후 삼각함수 관계를 이용하여 전개하면 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \delta \alpha_z &= \frac{1}{2} ab [ \sin \Omega_1 t_k \cos \Omega_2 t_{k+1} \\ &\quad - \cos \Omega_2 t_k \sin \Omega_1 t_{k+1} \\ &\quad + \frac{\Delta \Omega}{2 \Sigma \Omega} (\sin \Sigma \Omega t_{k+1} - \sin \Sigma \Omega t_k) \\ &\quad + \frac{\Sigma \Omega}{2 \Delta \Omega} (\sin \Delta \Omega t_{k+1} - \sin \Delta \Omega t_k) ] \end{aligned} \quad (14)$$

여기서,  $\Delta \Omega = \Omega_2 - \Omega_1, \Sigma \Omega = \Omega_1 + \Omega_2$ .

(14)에서 자세계산 주기  $t_{k+1} = t_k + \Delta T$ 와 같으므로 이를 대입하면 다음과 같으며

$$\begin{aligned} \delta\alpha_z &= \frac{1}{2} ab [ \sin\Omega_1 t_k \cos(\Omega_2 t_k + \Omega_2 \Delta T) \\ &\quad - \cos\Omega_2 t_k \sin(\Omega_1 t_k + \Omega_1 \Delta T) \\ &\quad + \frac{\Delta\Omega}{2\Sigma\Omega} (\sin(\Sigma\Omega t_k + \Sigma\Omega \Delta T) - \sin\Sigma\Omega t_k) \\ &\quad + \frac{\Delta\Omega}{2\Delta\Omega} (\sin(\Delta\Omega t_k + \Delta\Omega \Delta T) - \sin\Delta\Omega t_k) ] \end{aligned} \quad (15)$$

(15)에서  $\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B$ ,  $\cos(A+B) = \cos A \cos B - \sin A \sin B$ 의 관계를 이용하여 전개한 후 복합주파수 원추운동의 주파수 합  $\Sigma\Omega$ 와 차  $\Delta\Omega$ 의 항으로 정리하면 다음과 같다.

$$\delta\alpha_z = \frac{1}{4} ab [ K_1 \sin\Delta\Omega t_k - K_2 \cos\Delta\Omega t_k - K_3 \sin\Sigma\Omega t_k - K_4 \cos\Sigma\Omega t_k ] \quad (16)$$

여기서,  $K_1, K_2, K_3, K_4$ 는 상수항으로써 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} K_1 &= \cos\Omega_1 \Delta T - \cos\Omega_2 \Delta T + \frac{\Sigma\Omega}{\Delta\Omega} (\cos\Delta\Omega \Delta T - 1) \\ K_2 &= \sin\Omega_1 \Delta T + \sin\Omega_2 \Delta T - \frac{\Sigma\Omega}{\Delta\Omega} \sin\Delta\Omega \Delta T \\ K_3 &= \cos\Omega_1 \Delta T - \cos\Omega_2 \Delta T - \frac{\Delta\Omega}{\Sigma\Omega} (\cos\Sigma\Omega \Delta T - 1) \\ K_4 &= \sin\Omega_1 \Delta T - \sin\Omega_2 \Delta T - \frac{\Delta\Omega}{\Sigma\Omega} \sin\Sigma\Omega \Delta T \end{aligned} \quad (17)$$

(16), (17)로부터 복합주파수 원추운동의 비교환 오차는 원추운동의 각진폭  $a, b$ 에 비례하고 원추운동의 주파수 성분  $\Omega_1, \Omega_2$ 의 합인  $\Sigma\Omega$ 와 차인  $\Delta\Omega$ 의 sin, cosine 함수의 조화 함수로 이루어짐을 알 수 있다. 또한 복합주파수 원추운동의 경우에는 계산 시간  $t_k$ 에 의하여 비교환 오차가 달라짐을 알 수 있다.

앞장에서 설명한 일반적인 원추운동과의 복합주파수 원추운동과의 관계를 살펴보기 위하여 두주파수 성분  $\Omega_1, \Omega_2$ 가 동일한 경우인  $\Delta\Omega=0$ 를 (16), (17)에 대입하여 정리한다. 복합주파수 원추운동의 비교환 오차식의 상수항인 (17)에서  $\Delta\Omega$ 가 0일 때는 상수항  $K_2$ 를 제외한 모든 값이 0이 되며  $K_2$ 는 L'Hopital 법칙을 이용하여 다음과 같이 정리된다.

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} K_2 &= 2\sin\Omega \Delta T - \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{2\Omega}{\Delta\Omega} \sin\Delta\Omega \Delta T \\ &= 2\sin\Omega \Delta T - 2\Omega \lim_{\Delta\Omega \rightarrow 0} \frac{\Delta T \cos\Delta\Omega \Delta T}{1} \\ &= 2\sin\Omega \Delta T - 2\Omega \Delta T \end{aligned} \quad (18)$$

(18)과 (16)으로부터 두 주파수가 동일한 경우의 복합주파수 비교환 오차는 다음과 같다.

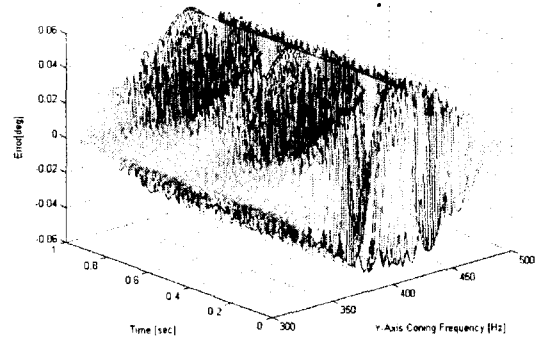
$$\begin{aligned} \delta\alpha_z &= \frac{1}{4} ab [ -(2\sin\Omega \Delta T - 2\Omega \Delta T) ] \\ &= \frac{1}{2} ab \Omega [ \Delta T - \frac{\sin\Omega \Delta T}{\Omega} ] \end{aligned} \quad (19)$$

위 식은 (9)에서 주어진 일반적인 원추운동의 비교환 오차식과 동일함을 알 수 있으며, 이 관계로부터 기존의 원추운동이 복합주파수 원추운동의 특별한 경우임을 알 수 있다.

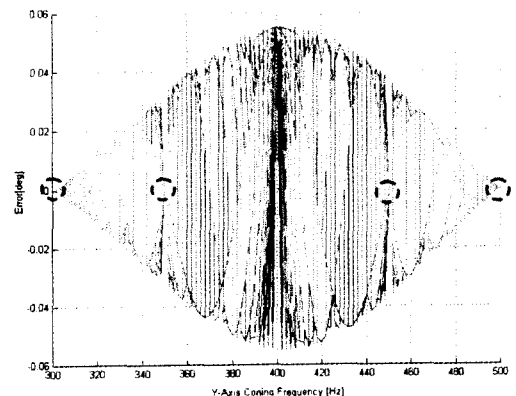
V. 시뮬레이션

앞에서 유도된 복합주파수 원추운동의 비교환 오차식을 이용하여 RLG 시스템의 정현파 Dithering 운동에 의하여 발생하는 의사 원추운동에 의한 비교환 오차를 시뮬레이션을 통하여 분석한다. (16), (17)로부터 복합주파수 원추운동의 비교환 오차는 주파수 성분인  $\Omega_1, \Omega_2$ 와 계산 시간  $t_k$ 에 의하여 크기가 변화하므로 여기서는 주파수와 계산시간을 변화시키면서 시뮬레이션을 수행한다. RLG의 Dithering 운동 주파수는 일반적인 항체의 최대 운동 주파수인 120 Hz보다 더 높은 주파수로 설계되므로[2,11], 시뮬레이션에서는 Dither의 주파수를 400Hz 부근에서 변화시키면서 비교환 오차를 나타낸다.

시뮬레이션 결과는 그림 2의 (a),(b)와 같으며, 복합주파수 원추운동의 X축 입력 주파수  $f_1$ 을 400Hz로 고정하고 Y축 입력 주파수  $f_2$ 를 300Hz에서 500Hz까지 변화시키면서 시간 변화에 따른 오차를 시뮬레이션 하였다. 시뮬레이션에서 사용되는 자세계산 주기는 100Hz이며 복합주파수 원추운동의 진폭  $a, b$ 는 모두 0.5[deg]이다.



(a)  $f_1=400$ Hz일 때의 시간 및 주파수 변화에 따른 비교환 오차



(b) 주파수 변화에 따른 비교환 오차

그림 2. 복합주파수 원추운동에 의한 비교환 오차.  
Fig. 2. Noncommutativity error with multi-frequency coning motion.

그림 2의 (a)는  $f_1=400\text{Hz}$ 일 때의 시간 및 주파수 변화에 따른 비교환 오차를 나타내는 것으로, X, Y축의 정현파 Dithering 운동에 의하여 Z축에 발생하는 자세오차를 나타낸다.

그림에서 비교환 오차는 계산시간과 주파수 변화에 따라 변화됨을 알 수 있으며 이것은 복합주파수 원추운동 오차가 주파수 성분의 합  $\Sigma\Omega$ 와 차  $\Delta\Omega$ 의 sin, cosine 함수의 조화 함수로 나타나기 때문이다. 그림 2의 (a)와 같은 의사 원추운동에 의한 비교환 오차는 (6)의 자세계산 알고리즘에 의하여 실 원추운동과 함께 보상되므로 또 다른 자세오차를 유발하게 된다. 이와 같이 센서의 의사 원추운동이 자세에 미치는 영향을 제거하기 위하여 그림 2의 (a)에서 비교환 오차를 최소로 하는 주파수를 찾아야 한다.

그림 2의 (b)는 주파수 변화에 따른 비교환 오차를 나타낸 것이다. 그림에서 두 축의 주파수가 400Hz로 동일한 경우에는 의사 원추운동의 비교환 오차가 계산 시간에 관계없이 0.0548[deg]로 일정한 값을 가지는 것을 알 수 있다. 이것은 RLG 시스템의 Dithering 운동으로 인하여 항체의 자세에 5.48[deg/sec]으로 부유오차가 발생하는 것을 의미하며 이것은 매우 큰 자세 오차이다. 이로부터 RLG 두 축의 Dithering 주파수를 동일하게 설계할 경우에는 기계적인 공진이 발생할 뿐만 아니라[13], 의사 원추운동에 의한 비교환 오차가 최대로 발생됨을 알 수 있다. 이러한 오차를 제거하기 위해서는 복합주파수 원추운동에 의한 비교환 오차가 0가 되도록 Dither의 운동 주파수를 설계하여야 한다.

그림 2의 (b)로부터 X축의 주파수  $f_1=400\text{Hz}$ 일 경우  $f_2=300, 350, 450, 500\text{Hz}$ 에서 비교환 오차가 0임을 알 수 있다. 즉, 이 주파수에서는 자세계산 시간에 관계없이 의사 원추운동에 의한 비교환 오차가 0가 되며 이것은 RLG의 Dithering 운동이 자세에 미치는 영향을 제거할 수 있음을 나타낸다. 이로부터 복합주파수 원추운동의 한 축의 정현파 운동의 주파수가 결정되면 비교환 오차를 0으로 하기 위한 다른 한 축의 정현파 운동 주파수를 (16), (17)을 이용하여 결정할 수 있음을 알 수 있다. 그림 2.(b)의 점선에서 나타낸 비교환 오차를 0으로 하기 위한 주파수와 자세계산 주기와의 관계 사이에는 다음의 식이 성립됨을 알 수 있다.

$$\Delta\Omega = 2\pi\Delta f = 2\pi\frac{n}{2\Delta T} \quad (20)$$

여기서  $n = 1, 2, 3, \dots$ .

위의 (20)으로부터 RLG의 Dither 주파수를 자세계산 주기를 고려하여 결정할 수 있을 것이다.

## VI. 결론

본 논문에서는 항체의 두 축에 서로 다른 주파수의 정현파 운동이 발생하는 복합주파수 원추운동의 비교환 오차식을 유도하고 시뮬레이션을 통하여 오차 해석을 수행하였다. 복합주파수 원추운동의 비교환 오차는 두 축의 각의 진폭  $a, b$ 에 비례하고 주파수의 합  $\Sigma\Omega$ 와 차  $\Delta\Omega$ 의 sin, cosine 함수의 조화함수에 의하여 결정되며 계산시간에 의하여 오

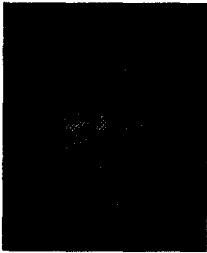
차가 변화됨을 알 수 있었다. 그리고 RLG의 정현파 Dithering 운동에 의하여 발생된 복합주파수 원추운동의 오차 특성을 분석하기 위하여 Dither 주파수를 변화시키면서 비교환 오차에 대한 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션을 통하여 두 축의 주파수가 동일한 경우에는 계산시간에 관계없이 일정한 값을 가지면서 비교환 오차가 발생하는 것을 알 수 있었으며, 의사 원추운동에 의한 비교환 오차를 최소화하기 위한 주파수 결정 방법을 제시하였다. 본 논문에서 유도된 복합주파수 원추운동 오차식은 RLG 시스템의 Dither 주파수 결정에 유용하게 사용될 수 있을 것이다. 추후 연구되어야 할 사항으로는 복합주파수 원추운동식을 이용하여 세 축의 Dither 주파수를 결정하여 설계하였을 경우에 나타나는 기계적인 공진 현상과의 관계 분석을 들 수 있다.

## 참고문헌

- [1] D. H. Titterton & J. L. Weston, *Strapdown Inertial Navigation Technology*, IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series 5, Peter Peregrinus Ltd, 1997.
- [2] P. G. Savage, "Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: attitude algorithms," *Journal of Guidance, Control and Navigation*, vol. 21, no. 1, 1998.
- [3] 김광진, 최창수, 이태규, "스트랩다운 관성항법시스템 고속 항법컴퓨터 설계와 구현," 제6회 제어·자동화·시스템 공학회 학술회의, 2000. 10.
- [4] V. Z. Gusinsky. et. al., "New procedure for deriving optimized strapdown attitude algorithms," *Journal of Guidance, Control and Navigation*, vol. 20, no. 4, 1997.
- [5] J. E. Bortz, "A new mathematical formulation for strapdown inertial navigation," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, vol. 7, no. 1, 1971.
- [6] R. B. Miller, "A new strapdown attitude algorithm," *Journal of Guidance, Control and Navigation*, vol. 6, no. 4, 1983.
- [7] J. G. Lee, Y. J. Yoon, J. G. Mark, and D. A. Tazartes, "Extension of strapdown attitude algorithm for high frequency base motion," *Journal of Guidance, Control and Navigation*, vol. 13, no. 4, 1990.
- [8] Y. F. Jiang and Y. P. Lin, "Improved strapdown coning algorithms," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic System*, vol. 28, no. 2, 1992.
- [9] M. B. Ignagni, "Efficient class of optimal coning compensation algorithms," *Journal of Guidance, Control and Navigation*, vol. 19, no. 2, 1996.
- [10] 박찬국, 김광진, 이장규, "최적 스트랩다운 원추보상 알고리즘," 제어·자동화·시스템공학회지, 제2권, 제3호, 1996.
- [11] F. Y. Xu, Q. Liu, Y. Teng, and Y. Zhang, "Investigation of a digital readout system for laser gyro," *Symposium Gyro Technology*, Stuttgart, Germany, 1997.
- [12] 김광진, 이태규, 제창해, 정태호, "스트랩다운 관성항법시스템의 고주파수 자세 오차 보상 연구," 제10차 유도무기학술대회 논문집, 2000. 11.
- [13] P. E. Pommellet, D. Portal, and P. J. Clemencea, "TOTEM

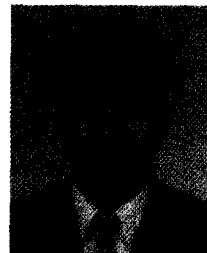
3000: The new generation of INS/GPS from SEXTANT AVIONIQUE," 5th Saint Petersburg International Confer-

ence on Integrated Navigation System, Saint Petersburg, 1998.



**김 광 진**

1972년 10월 29일생, 1995년 광운대 제어계측공학과 졸업, 1997년 동대학원 석사, 1997년~현재 국방과학연구소 연구원. 관심분야는 SDINS 항법알고리즘, 항법컴퓨터 설계 및 GPS/INS 통합 시스템.



**이 태 규**

1964년 9월 10일생, 1987년 인하대 전기공학과 졸업, 1989년 동대학원 석사(기기 및 제어 전공), 1996년 동대학원 박사(제어 및 시스템 전공), 1997년~현재 국방과학연구소 선임 연구원. 관심분야는 SDINS/GPS/보조 센서 통합 시스템, SDINS 항법 알고리즘, 퍼지/적응 알고리즘.