

유연 고유구조 지정기법 : 최적화 접근법

Flexible Eigenstructure Assignment : An Optimization Approach

최재원, 김신종, 서영봉
(Jae Weon Choi, Sin Jong Kim, and Young Bong Seo)

Abstract : Eigenstructure assignment is a typical method with the capability of consideration of the time-domain specifications in designing a linear control system. In this paper, we propose a new method for eigenstructure assignment to achieve desired eigenvectors more precisely than with the conventional method. In the proposed method, the conventional eigenstructure assignment problem is interpreted as a constrained optimization one, and is converted into an unconstrained optimization problem to deal with the problem easily. Numerical examples are presented to illustrate the proposed flexible eigenstructure assignment method.

Keywords : flexible eigenstructure assignment, optimization

I. 서론

고유구조 지정기법(eigenstructure assignment)은 시간역 응답 성능을 고려할 수 있는 대표적인 선형 제어 기법으로서 페루프 시스템의 고유치를 지정하고 남은 자유도를 이용하여 고유벡터까지 원하는 방향에 가깝게 지정하는 기법이다. 1980년대에 들어서면서 활발하게 연구되어 왔던 기존의 고유구조 지정 문제는 우(right) 고유구조, 즉 고유치 및 우 고유벡터의 동시 지정문제를 지칭하는 것으로서, 고전적인 제어 문제에서 다루어 왔던 감쇠, 정착시간 및 모드(mode) 또는 외란 분리(disturbance decoupling) 특성을 현대 다변수 제어 구조(multivariable control structure)에 반영시킬 수 있는 효과적인 제어 방법 중 하나로 잘 알려져 있다[1]-[3]. 한편, 시스템의 좌(left) 고유구조(고유치 및 좌 고유벡터)는 시스템의 가제어성(controllability) 및 외란의 억제능력(suppressibility)을 지배[3]하므로 이의 적절한 지정을 통하여 페루프 시스템이 필요로 하는 정도의 가제어성 및 외란 억제능력을 갖도록 제어기를 설계할 수 있다. 이와 같은 고유구조 지정 기법은 Moore[2]에 의하여 MIMO 시스템의 경우 페루프 시스템의 고유치 지정을 위한 해는 유일하지 않고 여분의 자유도가 존재함이 알려졌으며, 이후 시스템의 고유벡터의 방향을 지정하고자 할 때 여분의 자유도를 이용하였다. 그 이후 Sobel 등[4], Garrard와 Liebst[5][6], Sobel과 Shapiro[7] 및 Choi 등[8]-[11]을 비롯한 많은 연구자들이 페루프 시스템이 요구하는 고유구조를 만족시키기 위한 여러 가지 제어 알고리즘들을 개발하였다.

우 고유구조 지정기법(고유치와 우 고유벡터의 동시 지정) 기법은 시스템 내부에서 외란 또는 모드 분리에 관계하므로 이러한 성질을 바탕으로 외란 분리 문제, 비행체의 모드 분리 문제 및 항공기 또는 유연(flexible) 우주구조물의 진동 억제 문제 등에 폭넓게 사용되어 왔다. 한편, 시스템의 좌 고유구조는 제어력의 전달 능력과 외란의 억제능

력을 지배한다. 제어력의 효과적인 전달 능력과 외란의 억제 능력을 동시에 가진 제어기의 설계는 시스템의 좌 고유구조(고유치와 좌 고유벡터)의 적절한 지정을 통하여 성취할 수 있다. 이와 같은 고유벡터에 따른 여러 가지 성능을 더 향상시키고자 하는 경우에는 정확한 고유치 지정보다 정확한 고유벡터 지정이 더 필요하게 된다.

일반적인 고유구조 지정기법을 이용하는 경우[3][8][12]에는 페루프 시스템의 고유치를 원하는 고유치로 정확히 지정하는 반면에, 페루프 시스템의 고유치가 지정되면 고유벡터는 지정된 고유치에 의해 생성된 공간 내에 존재해야 하므로 고유벡터의 지정에 한계가 있다. 하지만, 원하는 고유치를 페루프 시스템의 안정성을 해치지 않는 어떤 제한된 영역 안에서 지정하여도 된다면, 고유치를 정확히 지정하는데 필요했던 자유도를 일부분 고유벡터를 지정하는데에 이용할 수 있게 된다. 고유벡터 지정시 원하는 고유벡터를 허용가능한 고유벡터의 부분공간에 투영(projection)하는 방법을 이용하는데, 본 논문에서 제시하는 최적화 접근법을 이용한 유연(flexible) 고유구조 지정기법을 이용하면 이러한 허용가능한 고유벡터의 부분공간이 늘어나게 되어 원하는 고유벡터에 더 근접하도록 사용자가 고유벡터를 지정할 수 있게 된다. 즉, 고유벡터가 놓일 수 있는 공간을 확장시킬 수 있으므로 원하는 고유벡터 방향에 더 가까운 고유벡터 지정이 가능하게 되어서 고유벡터 지정에 의한 여러 가지 성능을 향상하는 것이 가능하다. 또한, 기존의 방법처럼 고유치를 정확히 지정하고 고유벡터를 최소 자승의 관점에서 최적으로 접근하는 것도 지정하고자 하는 고유치의 영역을 0으로 설정하면 가능하므로 기존의 방법을 포함하면서 더 확장된 기법이다.

본 논문에서는 최적화 기법(optimization technique)[13][14]을 사용하여 페루프 시스템의 각 고유치를 원하는 영역 내에 지정함과 동시에 페루프 시스템의 각 고유벡터 방향을 원하는 고유벡터 방향과 최대한 가깝게 지정할 수 있는 우 및 좌 고유구조 지정기법을 제안한다. 즉, 주어진 고유치의 영역을 만족하면서 원하는 고유벡터에 더 가깝게 페루프 시스템의 고유벡터를 지정하기 위해서, 주어진 영

접수일자 : 2000. 12. 19., 수정완료 : 2001. 5. 29.

최재원, 서영봉 : 부산대학교 기계공학부 및 기계기술연구소

(choijw@hyowon.pusan.ac.kr/ybseo@hyowon.pusan.ac.kr)

김신종 : 부산대학교 기계공학부 대학원(sinjong@netian.com)

역을 만족하면서 평가함수를 최소화하도록 하는 구속조건이 없는 최적화 방법을 사용한다. 그리고 제안한 기법의 타당성을 입증하기 위해, 간단한 수치 예제에 적용하여 그 결과를 일반적인 고유구조 지정기법의 결과와 비교하도록 한다.

II. 최적화 문제 설정

본 논문에서는 다음과 같은 선형 시불변 다변수 가제어(controllable) 시스템을 고려한다.

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1}$$

여기서, $x \in R^n$, $u \in R^m$, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times m}$ 은 각각 상태 벡터, 제어입력 벡터, 개루프 시스템 행렬, 그리고 제어입력 행렬을 나타낸다. 그리고 제어입력 u 는 다음과 같이 전상태되먹임(full-state feedback)에 의해 획득된다.

$$u = Kx \tag{2}$$

여기서, $K \in R^{m \times n}$ 는 구하고자 하는 되먹임이득행렬을 나타낸다. 이때, 폐루프 시스템 행렬은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$A_c = A + BK \tag{3}$$

1. 우 고유구조 지정

폐루프 시스템의 i 번째 고유치($\lambda_i \in C$)와 이에 대응되는 우 고유벡터($\phi_i \in C^{n \times 1}$)는 다음 식으로부터 정의된다.

$$(\lambda_i I - A - BK)\phi_i = 0 \tag{4}$$

본 논문에서는 폐루프 시스템의 i 번째 고유치가 개루프 시스템의 모든 고유치와 일치하지 않는다고 가정한다. 이러한 가정 하에서 우 고유구조 지정 문제를 λ_i 가 실수인 경우와 복소수인 경우의 두 가지로 나누어 생각한다.

1.1 $\lambda_i \in R$ 인 경우

λ_i 가 실수인 경우, 이 고유치에 해당하는 폐루프 시스템의 고유벡터는 $\phi_i \in R^{n \times 1}$ 를 만족한다. 그리고 가정에 의해 행렬 $(\lambda_i I - A)$ 는 정칙(nonsingular)이다. 먼저 다음 같이 정의되는 계수벡터 $w_i \in C^m$ 를 고려하자.

$$w_i = K\phi_i \tag{5}$$

그러면, 우 고유구조 지정 문제에 대입하면 (4)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$(\lambda_i I - A)\phi_i = Bw_i$$

또는

$$\phi_i = (\lambda_i I - A)^{-1} Bw_i \tag{6}$$

(6)으로부터 폐루프 시스템의 i 번째 우 고유벡터는 폐루프 시스템의 i 번째 고유치 λ_i 와 계수벡터 $w_i (\in R^{m \times 1})$ 에 의해 결정되는 것을 알 수 있다. 즉 $\phi_i = \phi_i(\lambda_i, w_i)$ 가 된다.

기존의 고유구조 지정기법에서는 λ_i 를 원하는 고유치 λ_i^d 로 정확히 지정하기 때문에 λ_i 에 대한 여분의 자유도가 없었고, 따라서 ϕ_i 는 계수벡터 w_i 에 의해서만 결정되었다. 하지만 λ_i 를 다음 식을 만족하는 영역 내에서 선택한다면, λ_i 에 대한 여분의 자유도가 생겨서 이를 ϕ_i 를 결정하는데 이용하여 고유벡터를 더 정확하게 지정할 수 있는 자유도를 가지게 된다.

$$|\lambda_i^d - \lambda_i| \leq r_i \tag{7}$$

여기서, λ_i^d 와 $r_i > 0$ 는 설계사양으로서 실수값을 가진다.

따라서 지정하고자 하는 i 번째 고유벡터를 ϕ_i^d 라 하면, 이에 가장 가까운 고유벡터 ϕ_i 와 (7)로 표현되는 영역 내의 고유치 λ_i 를 동시에 만족시키는 이득행렬 K 를 다음의 구속조건을 가지는 최적화 문제(constrained optimization problem)로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \|\phi_i^d - \phi_i(\lambda_i, w_i)\| \\ &\lambda_i, w_i \\ &\text{subject to } |\lambda_i^d - \lambda_i| \leq r_i \end{aligned} \tag{8}$$

즉, 고유치 λ_i 는 (8)로부터 직접 구할 수 있고, 고유벡터 ϕ_i 는 (8)에서 얻어진 λ_i 와 w_i 를 (6)에 대입함으로써 구할 수 있다.

(8)로 표현된 최적화 문제는 새로운 독립변수를 도입함으로써 구속조건이 없는 최적화 문제(unconstrained optimization problem)[13][14]로 바꿀 수 있다. 이를 위해 독립변수 $\theta_i \in R$ 를 도입하여 (7)로 표현된 영역을 다음과 같이 나타낸다.

$$\lambda_i = \lambda_i^d + r_i \cos \theta_i \tag{9}$$

(9)로부터 λ_i 는 θ_i 에 의해 결정되므로 ϕ_i 는 θ_i 와 w_i 에 의해 결정된다. 즉 $\phi_i = \phi_i(\theta_i, w_i)$ 가 된다. 따라서 (8)은 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} &\text{minimize } \|\phi_i^d - \phi_i(\theta_i, w_i)\| \\ &\theta_i, w_i \end{aligned} \tag{10}$$

여기서, $r_i = 0$ 이면 일반적인 고유구조 지정기법과 같이 고유치를 정확히 지정하고자 하는 문제와 동일하다.

1.2 $\lambda_i \in C$ 인 경우

λ_i 가 복소수인 경우, 이 고유치에 해당하는 폐루프 시스템의 고유벡터는 $\phi_i \in C^{n \times 1}$ 를 만족하므로 λ_i 와 ϕ_i 를 다음과 같이 표현한다.

$$\lambda_i = \lambda_i^{re} + j\lambda_i^{im} \quad (11)$$

$$\phi_i = \phi_i^{re} + j\phi_i^{im} \quad (12)$$

이때, (11)과 (12)를 (4)에 대입하면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \phi_i^{re} \\ \phi_i^{im} \end{bmatrix} = \hat{A}^{-1} \hat{B} \begin{bmatrix} w_i^{re} \\ w_i^{im} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$[w_i^{re} \ w_i^{im}] = K[\phi_i^{re} \ \phi_i^{im}] \quad (14)$$

여기서,

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} \lambda_i^{re}I - A & -\lambda_i^{im}I \\ \lambda_i^{im}I & \lambda_i^{re}I - A \end{bmatrix}, \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} B & 0 \\ 0 & B \end{bmatrix}$$

λ_i 가 실수인 경우와 마찬가지로 (13)으로부터 페루프 시스템의 i 번째 우 고유벡터는 페루프 시스템의 i 번째 고유치 λ_i 와 계수벡터 $w_i = w_i^{re} + jw_i^{im}$ 에 의해 결정되는 것을 알 수 있다. 따라서 (7)로 표현되는 영역 내에서 λ_i 를 선택한다면 (8)과 같은 최적화 문제를 유도할 수 있다. 단, (7)에서 λ_i^d 는 복소수가 되고, (8)의 $\phi_i(\lambda_i, w_i)$ 는 식 (12)와 (13)에 의해 결정된다.

λ_i 가 실수인 경우와는 달리 복소수인 경우, (7)은 복소평면 위의 디스크 영역이 된다. 따라서 (10)과 같은 구속조건이 없는 최적화 문제를 유도하기 위해서는 두 개의 독립변수를 도입할 필요가 있다. 이를 위해 (7)로 표현된 디스크 영역을 다음과 같이 나타낸다.

$$\lambda_i = \lambda_i^d + r_i \cos \theta_{i1} (\cos \theta_{i2} + j \sin \theta_{i2}) \quad (15)$$

여기서, $\theta_{ik} \in R (k=1,2)$ 는 독립변수를 나타낸다. (15)로부터 λ_i 는 θ_{i1} 과 θ_{i2} 에 의해 결정되므로 ϕ_i 는 θ_{i1} , θ_{i2} , 그리고 w_i 에 의해 결정된다. 즉 $\phi_i = \phi_i(\theta_{i1}, \theta_{i2}, w_i)$ 가 된다. 따라서 (8)의 구속조건이 있는 최적화 문제는 다음의 구속조건이 없는 최적화 문제로 고쳐 쓸 수 있다.

$$\text{minimize } \|\phi_i^d - \phi_i(\theta_{i1}, \theta_{i2}, w_i)\| \quad (16)$$

$\theta_{i1}, \theta_{i2}, w_i$

2. 좌 고유구조 지정

페루프 시스템의 좌 고유벡터 역시 고유치와 계수 벡터의 함수로 나타내어 (10), (16)과 같은 최적화 문제를 유도할 수 있다. 하지만 최적화 문제로부터 결정된 고유치와 좌 고유벡터를 페루프 시스템의 고유치와 좌 고유벡터로 지정할 수 있는 되먹임이득행렬을 계산할 수가 없다. 따라서 다음과 같은 우 고유구조 지정을 이용한 간접적인 방법으로 좌 고유구조 지정을 수행하도록 한다.

좌 고유구조 지정을 위해 다음과 같은 페루프 시스템의 좌모드행렬과 우모드행렬 사이의 관계를 이용한다.

$$\Psi^H \Phi = I \quad (17)$$

여기서, $\Psi = [\phi_1 \ \dots \ \phi_n]$ 와 $\Phi = [\phi_1 \ \dots \ \phi_n]$ 는 각각 페루프 시스템의 좌모드행렬과 우모드행렬을 나타낸다.

(17)로부터 $\|(\Psi^d)^H \phi_i - e_i\|$ (여기서, e_i 는 n 차 i 번째 단위 벡터)를 최소화하는 우 고유벡터를 구함으로써 원하는 좌 고유벡터 ϕ_i^d 에 가까운 고유벡터 ϕ_i 를 간접적으로 구할 수 있다. 따라서 좌 고유구조 지정을 위한 최적화 문제는 λ_i 가 실수일 경우,

$$\text{minimize } \|(\Psi^d)^H \phi_i(\theta_{i1}, w_i) - e_i\| \quad (18)$$

θ_{i1}, w_i

가 되고, λ_i 가 복소수일 경우,

$$\text{minimize } \|(\Psi^d)^H \phi_i(\theta_{i1}, \theta_{i2}, w_i) - e_i\| \quad (19)$$

$\theta_{i1}, \theta_{i2}, w_i$

가 된다.

III. 되먹임이득행렬의 계산

되먹임이득행렬 K 는 페루프 시스템의 모든 고유치가 실수인 경우와 복소수의 고유치를 포함하는 경우에 따라서 다음과 같이 계산된다.

먼저 모든 고유치가 실수인 경우, 모든 고유치에 대해서 (5)는 다음과 같이 표현된다.

$$[w_1 \ \dots \ w_n] = K[\phi_1 \ \dots \ \phi_n] \quad (20)$$

따라서 되먹임이득행렬은 다음과 같다.

$$K = [w_1 \ \dots \ w_n][\phi_1 \ \dots \ \phi_n]^{-1} \quad (21)$$

다음으로 복소수의 고유치를 포함하는 경우의 되먹임이득행렬 계산에 대해서 생각한다. 페루프 시스템의 p 번째 고유치 λ_p 가 복소수라면 이 고유치의 공액복소수 λ_p^* 역시 페루프 시스템의 고유치가 된다. 또한 λ_p 에 해당하는 고유벡터가 ϕ_p 라면 ϕ_p^* 는 λ_p^* 에 해당하는 고유벡터가 된다. 이때, 공액복소수의 고유치 λ_p^* 를 $(p+1)$ 번째 고유치($\lambda_{p+1} = \lambda_p^*$)라고 가정하자. 그리고 λ_p 와 λ_{p+1} 을 제외한 나머지 고유치는 실수라고 가정한다. (6)과 (14)로부터 되먹임이득행렬은 다음 식들을 모두 만족해야 한다.

$$[w_p^{re} \ w_p^{im}] = K[\phi_p^{re} \ \phi_p^{im}] \quad (22)$$

$$[w_{p+1}^{re} \ w_{p+1}^{im}] = K[\phi_{p+1}^{re} \ \phi_{p+1}^{im}] \quad (23)$$

$$w_i = K\phi_i \quad (i=1, \dots, p-1, p+2, \dots, n) \quad (24)$$

여기서 ϕ_p 와 ϕ_{p+1} 이 공액복소수임을 이용하면 (22)와 (23)은 동일한 식이 되므로 되먹임이득행렬은 (22)와 (24)만을 만족하면 된다. 그리고 이 두 식은 다음과 같은 하나의 식으로 표현된다.

$$\begin{bmatrix} w_1 & \dots & w_p^{re} & w_p^{im} & \dots & w_n \end{bmatrix} = K \begin{bmatrix} \phi_1 & \dots & \phi_p^{re} & \phi_p^{im} & \dots & \phi_n \end{bmatrix} \quad (25)$$

따라서 되먹임이득행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} w_1 & \dots & w_p^{re} & w_p^{im} & \dots & w_n \\ \phi_1 & \dots & \phi_p^{re} & \phi_p^{im} & \dots & \phi_n \end{bmatrix}^{-1} \quad (26)$$

IV. 수치 예제

본 장에서는 다음과 같은 개루프 시스템 행렬과 입력행렬을 가지는 시스템에 대해 참고문헌 [3][8]의 일반적인 고유구조 지정기법과 본 논문에서 제시한 최적화 기법을 이용한 유연고유구조 지정기법을 사용하여 좌 고유구조 지정과 우 고유구조 지정을 수행하여 두 결과를 비교하도록 한다.

$$A = \begin{bmatrix} -0.332 & 0.332 & 0 \\ 0.332 & -0.664 & 0.332 \\ 0 & 0.332 & -0.524 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0.764 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0.764 \end{bmatrix}$$

기존의 방법에서는 페루프 시스템의 고유치를 다음과 같은 원하는 고유치에 정확히 지정한다.

$$\lambda_i^d = -1.23, -2-j, -2+j$$

반면 제안된 방법에서는 위의 λ_i^d 와 $r_i=0.5$ ($i=1, 2, 3$)를 이용하여 (7)로 표현되는 영역 내에 고유치를 지정한다.

1. 우 고유구조 지정

우 고유구조 지정에서 지정하고자 하는 페루프 시스템의 정규화된 우 고유벡터는 다음과 같다.

$$\phi^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5547-0.2774j & -0.5547+0.2774j \\ 0 & 0.5547+0.5547j & 0.5547-0.5547j \end{bmatrix}$$

기존의 방법을 사용하였을 경우, 계산된 되먹임이득행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} -1.7182 & -1.5633 & -0.1959 \\ -4.5551 & -9.5736 & -3.1379 \end{bmatrix}$$

이때, 고유치는 λ_i^d 로 정확히 지정되었고, 지정된 우 고유벡터를 정규화하면 다음과 같다.

$$\phi = \begin{bmatrix} 0.8923 & -0.0581-0.0793j & -0.0581+0.0793j \\ -0.3894 & 0.2114-0.0111j & 0.2114+0.0111j \\ -0.2284 & -0.8262-0.5127j & -0.8262+0.5127j \end{bmatrix}$$

제안된 방법을 사용하였을 경우, 계산된 되먹임이득행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} -1.9821 & -0.9451 & -0.0831 \\ -1.4916 & -5.3515 & -2.6606 \end{bmatrix}$$

이때, 고유치는 다음과 같이 지정되었고,

$$\lambda_i = -1.73, -1.6685-0.6257j, -1.6685+0.6257j$$

지정된 우 고유벡터를 정규화하면 다음과 같다.

$$\phi = \begin{bmatrix} -0.9585 & -0.0625-0.0872j & -0.0625+0.0872j \\ 0.2721 & 0.2935+0.0302j & 0.2935-0.0302j \\ 0.0848 & -0.7687-0.5572j & -0.7687+0.5572j \end{bmatrix}$$

원하는 우 고유벡터와 지정된 우 고유벡터 사이의 거리는 각도(예각)[8][15]로 표시되며, 최적화에 사용된 평가함수를 그대로 이용하여 표시한다. ϕ_i 와 $-\phi_i$ 모두 페루프 시스템의 우 고유벡터가 될 수 있는 특성을 고려하여 보다 구체적인 평가함수 $\min(\|\phi_i^d - \phi_{i1}\|, \|\phi_i^d + \phi_{i1}\|)$ 를 이용한다. 표 1에 두 방법에 의해 지정된 우 고유벡터에 대한 정확성을 나타내었다. 표 1로부터 제안된 방법에 의해 지정된 우 고유벡터가 기존의 방법에 의해 지정된 것보다 원하는 우 고유벡터에 더 가까이 지정된 것을 볼 수 있다.

2. 좌 고유구조 지정

좌 고유구조 지정에서 지정하고자 하는 페루프 시스템의 정규화된 좌 고유벡터는 다음과 같다.

$$\psi^d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.5547+0.5547j & -0.5547-0.5547j \\ 0 & -0.2774+0.5547j & -0.2774-0.5547j \end{bmatrix}$$

기존의 방법을 사용하였을 경우, 계산된 되먹임이득행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} -2.8330 & -2.0608 & -0.2991 \\ -31.3810 & -27.1927 & -2.0230 \end{bmatrix}$$

이때, 고유치는 λ_i^d 로 정확히 지정되었고, 지정된 좌 고유벡터를 정규화하면 다음과 같다.

표 1. 우 고유구조 지정 결과 비교.

-	$\min(\ \phi_i^d - \phi_{i1}\ , \ \phi_i^d + \phi_{i1}\)$			ϕ_i^d, ϕ_i 가 이루는 각도(예각, deg)		
	1	2	3	1	2	3
기존의 방법	0.46	0.54	0.54	26.84	27.19	27.19
제안된 방법	0.29	0.43	0.43	16.56	22.37	22.37

표 2. 좌 고유구조 지정 결과 비교.

-	min($\ \phi_i^d - \psi_i\ , \ \phi_i^d + \psi_i\ $)			ϕ_i^d, ψ_i 가 이루는 각도(예각, deg)		
	1	2	3	1	2	3
기존의 방법	0.52	1.08	1.08	29.96	60.10	60.10
제안된 방법	0.25	0.83	0.83	14.29	33.29	33.29

$$\Psi = \begin{bmatrix} -0.8663 & -0.2195 - 0.7433j & -0.2195 + 0.7433j \\ -0.4979 & -0.1508 - 0.6128j & -0.1508 + 0.6128j \\ 0.0389 & 0.0335 - 0.0022j & 0.0335 + 0.0022j \end{bmatrix}$$

제안된 방법을 사용하였을 경우, 계산된 되먹임이득행렬은 다음과 같다.

$$K = \begin{bmatrix} -2.2099 & -1.4258 & -0.1756j \\ -1.9588 & -5.1761 & -2.1560j \end{bmatrix}$$

이때, 고유치는 다음과 같이 지정되었고,

$$\lambda_i = -1.73, -1.5628 - 0.7574j, -1.5628 + 0.7574j$$

지정된 좌 고유벡터를 정규화하면 다음과 같다.

$$\Psi = \begin{bmatrix} 0.9691 & 0.3478 - 0.1131j & 0.3478 + 0.1131j \\ 0.2009 & 0.8942 - 0.0006j & 0.8942 + 0.0006j \\ -0.1435 & 0.1493 + 0.2105j & 0.1493 - 0.2105j \end{bmatrix}$$

우 고유구조 지정 예제와 마찬가지로, 좌 고유벡터가 원하는 우 고유벡터에 어느 정도 정확히 지정되었는가를 알아보기 위해 $\min(\|\phi_i^d - \psi_i\|, \|\phi_i^d + \psi_i\|)$ 와 ϕ_i^d, ψ_i 가 이루는 각도(예각)를 사용하였다. 표 2에 두 방법에 의해 지정된 좌 고유벡터에 대한 정확성을 나타내었다. 표 2로부터 제안된 방법에 의해 지정된 좌 고유벡터가 기존의 방법에 의해 지정된 것보다 원하는 좌 고유벡터에 더 가까이 지정된 것을 볼 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 최적화 기법을 사용하여 페루프 시스템의 고유벡터를 원하는 고유벡터의 방향에 보다 더 가까이 지정할 수 있는 고유구조 지정기법을 제안하였다. 기존의 일반적인 고유구조 지정기법보다 고유벡터를 원하는 방향으로 더 가깝게 지정하기 위해, 원하는 고유치를 중심으로 하는 디스크 영역 내에서 고유치를 선택할 수 있도록 하였다. 기존의 고유구조 지정기법을 포함하면서, 고유벡터를 더 정확히 지정하고자 하는 제어시스템에 유용한 제어방법이다. 또한, 원하는 고유치의 영역을 조절함으로써 생기는 여분의 자유도를 이용하여 고유치 지정이 중요한 문제와 고유벡터 지정이 더 중요한 문제에 각각 적용가능하게 함으로써 일반적인 고유구조 지정기법보다 훨씬 더 유연한 구조를 가진 제어기법임을 수치예제를 통해서 확인하고 검

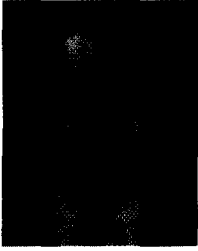
증하였다.

참고문헌

- [1] Wonham, W. M., "On pole assignment in multi-input, controllable linear systems," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 12, pp. 660-665, 1967.
- [2] Moore, B. C., "On the flexibility offered by state feedback in multivariable systems beyond closed-loop eigenvalue assignment," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 21, no. 6, pp. 689-692, 1976.
- [3] Choi, J. W., "A simultaneous assignment methodology of right/left rigid structures," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 34, no. 2, pp. 625-634, April, 1998.
- [4] Sobel, K. M., Yu, W., and Lalman, F. J., "Eigenstructure assignment with gain suppression using eigenvalue and eigenvector derivatives," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 13, no. 6, pp. 1008-1013, Nov.-Dec., 1990.
- [5] Garrard, W. L. and Liebst, B. S., "Active flutter suppression using eigenspace and linear quadratic design techniques," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 3, pp. 304-311, May-June, 1985.
- [6] Garrard, W. L. and Liebst, B. S., "Design of a multi-variable helicopter flight control system for handling qualities enhancement," *Journal of American Helicopter Society*, vol. 35, pp. 23-30, Oct., 1990.
- [7] Sobel, K. M., and Shapiro, E. Y., "A design methodology for pitch pointing flight control systems," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 8, no. 2, pp. 181-187, Jan.-Feb., 1985.
- [8] Choi, J. W., Lee, J. G., Kim, Y., and Kang, T., "Design of an effective controller via disturbance accommodating left eigenstructure assignment," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 18, no. 2, pp. 347-354, March-April, 1995.
- [9] Siouris, G. M., Lee, J. G., and Choi, J. W., "Design of a modern pitch pointing control system," *IEEE Transactions on aerospace and electronic systems*, vol. 31, no. 2, pp. 730-738, April, 1995.
- [10] Choi, J. W., Lee, J. G., Suzuki, H., and Suzuki, T., "Comments on matrix method for eigenstructure assignment: the multi-input case with application," *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 19, no. 4, p. 983, July-August, 1996.
- [11] Choi, J. W. and Seo, Y. B., "LQR design with eigenstructure assignment capability," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 35, no. 2, pp. 700-708, April 1999.
- [12] 최재원, 서영봉, "고유구조 지정기법 : 연구동향과 전망," 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제6권, 제10호, pp. 854-870, 2000. 10.
- [13] Coleman, T. F. and Y. Li, "On the convergence of reflective newton methods for large-scale nonlinear minimization subject to bounds," *Mathematical Programming*, vol. 67, no. 2, pp. 189-224, 1994.

[14] Fletcher, R., "Practical methods of optimization," vol. 1, *Unconstrained Optimization*, John Wiley & Sons, 1980.

[15] Choi, J. W. and Seo, Y. B., *Eigenstructure Assignment Toolbox For Use with CEMTool*, RealGain Ltd., 1999.



최재원

1987년 서울대학교 제어계측공학 졸업. 1989년 서울대학교 대학원 제어계측공학 석사. 1995년 서울대학교 대학원 제어계측공학 박사. 1995년 2월~3월 일본 NASDA/TKSC 방문 연구원. 1995년 9월~1996년 2월 미국 USC PostDoc. 1998년 1월~2월,

1999년 12월~2000년 1월 미국 LSU 방문 교수. 1999년 8월~현재 IFAC Technical Committee on Aerospace 및 Technical Committee on Linear Systems 위원. 2000년 1월~현재 IEEE Control Systems Society Conference Editorial Board, Associate Editor. 2000년 1월~현재 제어·자동화·시스템공학 논문지 제어응용분야 담당 편집위원, 2000년 11월~현재 KSME International Journal, Associate Editor, 2000년 1월~12월 대한기계학회 동역학 및 제어부분 운영위원, 1996년~현재 부산대학교 기계공학부 전임강사, 조교수. 2000년 5월 한국과학기술단체총연합회 수여 제10회 과학기술우수논문상 수상. 2001년 3월 부산대학교 공과대학 신진교수상 수상. 관심분야는 항법 및 유도제어와 ITS에의 응용, 다중표적 추적필터 설계, 고장진단기반 제어기 재구성, 고유구조 이론 등.



김신종

1999년 부산대 기계공학부 졸업. 1999년~현재 부산대 기계공학부 대학원 석사과정. 관심분야는 최적제어 이론, LMI 이론, 고유구조 지정 및 응용, 구조물 진동 제어.



서영봉

1997년 부산대 기계설계공학과 졸업. 1999년 부산대 기계공학부 대학원 석사. 1999년~현재 부산대 기계공학부 대학원 박사과정. 2001년 5월~현재 부산대 기계기술연구소 전임연구원. 1998년 5월 부산대학교 대학원 공학계열 학술상 수상. 관심분야는 고유구조 지정 및 응용, 비행체 자세 제어, 통신망 흐름 제어.