

## 오일러각 정합방식의 전달정렬 칼만필터 설계

### The Kalman Filter Design for the Transfer Alignment by Euler Angle Matching

송기원, 이상정

(Ki Won Song and Sang Jeong Lee)

**Abstract :** This paper presents firstly the method of Euler angle matching, designing the transfer alignment using the attitude matching. In this method, the observation directly uses Euler angle differences between MINS and SINS, so it needs to describe the rotation vector error to the Euler angle error. The rotation vector error related to the Euler angle error is derived from the direction cosine matrix error equation. The feasibility of the Kalman filter designed for the transfer alignment by Euler angle matching is analyzed by the alignment error results with respect to the roll angle, the pitch angle, and the yaw angle matching.

**Keywords :** INS(Inertial Navigation System), transfer alignment, Kalman filter, Euler angle, rotation vector

#### 1. 서론

전달정렬(transfer alignment)이란 모선인 배 또는 비행기 등에 장착되어 이미 정렬된 주 관성항법장치(Master Inertial Navigation System:MINS)에서 출력되는 항법정보를 이용하여 모선에 장착된 또 다른 부 관성항법장치(Slave Inertial Navigation System : SINS)의 정렬을 수행하는 방법이다[1][2]. 이러한 SINS는 모선에서 발사되는 유도탄의 스트랩다운 관성항법장치(Strapdown INS:SDINS)를 생각할 수 있다. 이러한 SDINS에서 이용되는 자이로스코프는 경제적인 측면에서 중저가의 DTG(Dynamically Tuned Gyroscope) 또는 FOG(Fiber Optic Gyroscope)가 사용되는데 중급이하의 자이로스코프로 자이로콤파스(gyrocompass) 원리를 이용한 자기정렬(self align)은 정밀한 정렬을 수행할 수 없다. 그러나 전달정렬 기법을 이용하면 중급 이하의 자이로스코프로 가능한 자기정렬 보다 정렬성능을 크게 향상시킬 수 있다. 이러한 이유로 해서 전달정렬은 높은 정확도에 비해 저비용의 경제적인 측면에서 이미 선진국에서 전술유도무기의 관성항법장치를 위한 초기정렬 기법으로 이용되고 있는 추세이다[3].

전달정렬 기법에 있어서 SINS 출력정보와 정합(matching) 가능한 MINS 항법정보로 자세가 있는데, 자세정합에 의한 전달정렬의 원리는 자세오차에 의해 유발된 MINS와 SINS 사이의 자세차이로부터 MINS와 SINS 사이의 장착 비정렬을 추정하는 방식이다[4][5]. 만약에 비정렬이 없도록 장착되었다면 SINS의 초기자세는 MINS의 자세를 그대로 이용하면 된다. 자세정합에서는 자세변수가 되는 DCM(Direction Cosine Matrix)과 쿼터니언 정합이 알려져 있다[5][6]. 그러나 대표적인 자세변수로 알려진 오일러각 정합방식은 알려진 바가 없다.

본 논문은 이제까지 알려지지 않은 오일러각 정합방식의 전달정렬을 위한 칼만필터 설계방법에 대해 소개하고자 한

다. 오일러각 정합방식에 의한 전달정렬용 칼만필터 구성을 위해서는 오일러각 오차의 동적 미분방정식이 요구되는데 INS의 자세오차 미분방정식은 오일러각 오차로 직접 표현되지 않고 회전벡터(rotation vector)가 이용되고 있다. 따라서 오일러각 오차와 회전벡터 오차의 변환식이 요구된다[7]. 이러한 변환식은 상태변수가 회전벡터 오차이고 측정치가 오일러각 오차일 때 전달정렬용 칼만필터의 새로운 오일러각 오차 측정모델을 유도하는데 이용되는데 본 논문에서는 오일러각 오차와 항법좌표계 기준 회전벡터 오차 및 동체좌표계 기준 회전벡터 오차와의 변환식을 유도하여 보인다. 그리고 각각의 롤, 피치, 요각만의 측정방정식 조합으로 오일러각 정합의 전달정렬용 칼만필터를 설계하여 정렬오차가 추정 가능한 자세운동이 무엇인지를 살펴본다.

전달정렬의 자세정합 변수인 DCM 또는 쿼터니언 정합 방식에서 DCM과 쿼터니언 변수는 롤, 피치, 요각이 모두 주어졌던 경우에만 결정될 수 있기 때문에 롤, 피치, 요각 모두가 MINS에서 제공 가능할 때만이 DCM 또는 쿼터니언 정합의 전달정렬용 칼만필터를 구성할 수 있다. 그런데 오일러각 정합은 MINS에서 롤, 피치, 요각 모두 제공되는 경우 DCM 또는 쿼터니언 정합방식에 비해 장점이 없으나 측정치가 롤, 피치, 요각으로 분리되어 있기 때문에 롤, 피치, 요각 중 어느 하나의 측정치만이 유용할 때에도 전달정렬 칼만필터를 구성할 수 있는 장점이 있다. 최근에 자세측정용 GPS 수신기가 활발히 연구되면서[8] GPS와 SDINS를 혼합한 항법장치에 GPS에서 측정된 자세가 SDINS의 초기자세 정렬에 응용될 수 있는 여건이 조성되고 있다. 그런데 자세측정용 GPS 수신기는 롤, 피치, 요각을 모두 제공하기 위해서는 3개의 안테나로 2개의 기저선을 갖추어야 하는데, 2개의 안테나로 1개의 기저선을 가질 때 오일러각 원소 3개중에 2개만을 제공하게 되어 DCM 또는 쿼터니언 정합은 불가능하게 되며 오일러각 정합의 전달정렬만이 가능하게 된다. 따라서 이러한 경우에 본 논문에서 소개하는 오일러각 정합의 전달정렬이 이용 가능하다.

<주요기호>

$i$  : 관성좌표계

$r$  : MINS 동체좌표계

- $n$ : 항법좌표계
- $b$ : SINS 동체좌표계
- $e$ : 지구좌표계
- $\omega_{ij}^k$ :  $j$ 좌표계의  $i$ 좌표계에 대한 각속도를  $k$ 좌표계에서 측정된 값
- $C_A^B$ : A좌표계로부터 B좌표계로의 좌표변환행렬
- $Q_A^B$ : A좌표계로부터 B좌표계로의 쿼터니언
- $\delta \cdot$ : 오차를 표현하는 기호
- $\hat{\cdot}$ : 계산된 값을 표현하는 기호

**II. 오일러각 오차와 회전벡터 오차**

계산되거나 측정된 롤각, 피치각, 요각을 각각

$$\hat{\phi} = \phi + \delta\phi \tag{1}$$

$$\hat{\theta} = \theta + \delta\theta \tag{2}$$

$$\hat{\psi} = \psi + \delta\psi \tag{3}$$

와 같이 정의하자. 여기서  $\phi, \theta, \psi$ 는 롤각, 피치각, 요각의 참값이며,  $\delta\phi, \delta\theta, \delta\psi$ 는 오일러각 오차이다. 오일러각 오차와 회전벡터 오차의 관계식 유도는 (1)~(3)에 의해 정의되는  $\hat{C}_b^n(\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi})$ 과 좌표계 섭동  $n'$ 와  $n$ 를 회전벡터 오차로 표현하는  $C_n^{n'}$ 의 등식인

$$\hat{C}_b^n(\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}) = C_n^{n'} C_b^n \tag{4}$$

로부터 유도될 수 있다. (4)의 좌변을 전개하여 오일러각 오차를 충분히 작은 것으로 가정하여 정리하면

$$\hat{C}_b^n(\hat{\phi}, \hat{\theta}, \hat{\psi}) = C_b^n + \Delta C[(\phi, \theta, \psi), (\delta\phi, \delta\theta, \delta\psi)] \tag{5}$$

이 되고, (4)의 우변은  $n$ 과  $n'$  사이의 회전벡터 오차 또한 충분히 작으므로

$$C_n^{n'} C_b^n = (I - E) C_b^n \tag{6}$$

와 같이 근사화 할 수 있다. 이때 회전벡터 오차  $\epsilon^n$ 의 왜대칭 행렬(skew symmetric matrix) E는

$$E = -\Delta C[(\phi, \theta, \psi), (\delta\phi, \delta\theta, \delta\psi)] C_b^n \tag{7}$$

와 같은 관계식이 성립되며, 여기서  $\Delta C$ 는 [7]에 소개되어 있다. (7)을 정리하면

$$\begin{bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_e \\ \epsilon_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\theta\cos\phi & \sin\phi & 0 \\ -\cos\theta\sin\phi & -\cos\phi & 0 \\ \sin\theta & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix} \tag{8}$$

이 되며, 이 결과는 항법좌표계에서 정의한 회전벡터 오차  $\epsilon^n = [\epsilon_n \ \epsilon_e \ \epsilon_d]^T$ 과 오일러각 오차의 관계를 나타내며, (8)의 역으로

$$\begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\phi/\cos\theta & -\sin\phi/\cos\theta & 0 \\ \sin\phi & -\cos\phi & 0 \\ -\tan\theta\cos\phi & -\tan\theta\sin\phi & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_e \\ \epsilon_d \end{bmatrix} \tag{9}$$

와 같은 관계식도 성립한다. (8), (9)에서 나타난 회전벡터 오차  $\epsilon^n$ 는 항법좌표계에서 정의된 것으로 동체좌표계에서 정의하는 좌표계 섭동  $b'$ 와  $b$ 를 회전벡터 오차로 표현하는  $C_b^{b'}$ 와  $C_n^{n'}$ 의 관계를 살펴보면

$$\begin{aligned} \hat{C}_b^{b'} &\equiv C_b^{b'} = C_b^{b'} C_b^b = C_b^{n'}(I+B) \\ &\equiv C_b^{n'} = C_n^{n'} C_b^n = (I-E)C_b^n \end{aligned} \tag{10}$$

가 된다. 따라서 동체좌표계에서 정의하는 회전벡터  $\beta^b = [\beta_x \ \beta_y \ \beta_z]^T$ 의 왜대칭 행렬 B와 E의 관계는  $B = -C_n^{n'} E C_b^n$ 이므로 벡터형태의  $\epsilon^n$ 과  $\beta^b$ 의 관계는

$$\beta^b = -C_n^{n'} \epsilon^n \tag{11}$$

와 같다. (11)의 우변의  $\epsilon^n$ 에 (8)을 대입하여 정리하면

$$\begin{bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin\theta \\ 0 & \cos\phi & \sin\phi\cos\theta \\ 0 & -\sin\phi & \cos\phi\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix} \tag{12}$$

이 되며, (12)의 역은

$$\begin{bmatrix} \delta\phi \\ \delta\theta \\ \delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi\tan\theta & \cos\phi\tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \sin\phi/\cos\theta & \cos\phi/\cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_x \\ \beta_y \\ \beta_z \end{bmatrix} \tag{13}$$

와 같이 된다.

**III. 오일러각 정합 측정모델의 유도**

전달정렬은 정합방식에 따라 분류되는데 자세정합 방식에는 자세를 표현하는 변수에 따라 DCM 정합과 쿼터니언 정합방식이 있다. 그런데 자세변수로 널리 사용되는 오일러각 정합에 의한 전달정렬은 이제까지 알려진 바가 없다. 오일러각은 항법장치에서 출력되는 자세각으로 매우 보편화되어 있으며 또한 유도 및 조종에 요구되는 일반적인 자세변수이다. 따라서 MINS에서 출력되는 자세각이 오일러각인 경우 DCM 정합이나, 쿼터니언 정합의 전달정렬을 위해서는 오일러각을 이용하여 자세변수를 DCM 또는 쿼터니언으로 변환하여 사용하게 된다. 이러한 변환 없이 오일러각을 그대로 사용할 수 있는 정합방법을 이용하고자 하면 MINS와 SINS 사이의 오일러각 차이를 2장에서 서술한 것과 같은 오일러각 오차와 좌표계 섭동을 나타내는 회전벡터 오차의 관계를 이용하여야 한다. 충분히 작은 오일러각 오차에 관한 자세정합 방정식이 회전벡터 오차 형태로 변환되면 오일러각 정합의 전달정렬용 칼만필터의 측정모델로 이용될 수 있다.

오일러각 정합방정식을 유도하기 위해 우선 전달정렬에서 정의되는 좌표계에 관하여 살펴보면 항법좌표계  $n$ 과 MINS 동체좌표계  $r$ , SINS 동체좌표계  $b$ 를 기준으로  $n-r$  사이의 오일러각을  $\phi_r, \theta_r, \psi_r$  그리고  $n-b$  사이의 오일러각

을  $\phi_b, \theta_b, \psi_b$  라 하고 그 차이를

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_b \\ \theta_b \\ \psi_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_r \\ \theta_r \\ \psi_r \end{bmatrix} \quad (14)$$

와 같이 정의하면 (14)의 우변 항은  $r$ - $b$  사이의 회전벡터  $\mu^r = [\mu_x \ \mu_y \ \mu_z]^T$ 에 해당하는 항으로

$$\begin{bmatrix} \Delta\phi \\ \Delta\theta \\ \Delta\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi_r \tan\theta_r & \cos\phi_r \tan\theta_r \\ 0 & \cos\phi_r & -\sin\phi_r \\ 0 & \sin\phi_r/\cos\theta_r & \cos\phi_r/\cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_x \\ \mu_y \\ \mu_z \end{bmatrix} \quad (15)$$

와 같이 표현할 수 있게 된다. 이러한 결과는 2장에서 서술한 바 있는 내용으로 (13)과 같이 유도된 결과와 동일한 것이다. 오일러각 정합의 전달정렬용 칼만필터를 위한 상태변수로 회전벡터 형태의 자세오차를 선정하면 상태방정식은 기존의 DCM 정합의 전달정렬에서 사용하는 자세오차 미분방정식을 그대로 사용할 수 있으며, 추정모델은 오일러각 정합방정식 (14)로부터  $r$ - $b$  사이의 상대적 오일러각  $\Delta\phi, \Delta\theta, \Delta\psi$ 를 고려하면 된다.

오일러각 정합의 측정치  $Z$ 는 SINS에서 계산된  $\hat{\phi}_b, \hat{\theta}_b, \hat{\psi}_b$ , MINS에서 측정된 오일러각  $\hat{\phi}_r, \hat{\theta}_r, \hat{\psi}_r$  그리고  $r$ - $b$  사이의 상대적 오일러각  $\hat{\Delta\phi}, \hat{\Delta\theta}, \hat{\Delta\psi}$ 으로부터

$$Z = \begin{bmatrix} \hat{\phi}_b \\ \hat{\theta}_b \\ \hat{\psi}_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\phi}_r \\ \hat{\theta}_r \\ \hat{\psi}_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\Delta\phi} \\ \hat{\Delta\theta} \\ \hat{\Delta\psi} \end{bmatrix} \quad (16)$$

와 같이 정의하자. (1)~(3)의 정의를 (16)에 대입하면

$$Z = \begin{bmatrix} \delta\phi_b \\ \delta\theta_b \\ \delta\psi_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \phi_b \\ \theta_b \\ \psi_b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_r \\ \theta_r \\ \psi_r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{\Delta\phi} \\ \hat{\Delta\theta} \\ \hat{\Delta\psi} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta\phi_r \\ \delta\theta_r \\ \delta\psi_r \end{bmatrix} \quad (17)$$

가 된다. 여기서 두 번째 세 번째 항은 (14)로부터 (15)와 같으며 네 번째 항의  $r$ - $b$  사이의 상대적 오일러각의 계산값  $\hat{\Delta\phi}, \hat{\Delta\theta}, \hat{\Delta\psi}$ 은 회전벡터 계산값  $\hat{\mu}^r$ 와

$$\begin{bmatrix} \hat{\Delta\phi} \\ \hat{\Delta\theta} \\ \hat{\Delta\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi_r \tan\theta_r & \cos\phi_r \tan\theta_r \\ 0 & \cos\phi_r & -\sin\phi_r \\ 0 & \sin\phi_r/\cos\theta_r & \cos\phi_r/\cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mu}_x \\ \hat{\mu}_y \\ \hat{\mu}_z \end{bmatrix} \quad (18)$$

와 같은 관계를 가진다. 따라서 (17)의  $[\delta\phi_b \ \delta\theta_b \ \delta\psi_b]^T$ 에 (9)를 대입하고, (17)의  $[\phi_b - \phi_r \ \theta_b - \theta_r \ \psi_b - \psi_r]^T$ 에 (15)를 대입하며, 그리고 (17)의  $[\hat{\Delta\phi} \ \hat{\Delta\theta} \ \hat{\Delta\psi}]^T$ 에 (18)을 대입하여 정리하면 추정모델은

$$Z = \begin{bmatrix} -\cos\psi_b/\cos\theta_b & -\sin\psi_b/\cos\theta_b & 0 \\ \sin\psi_b & -\cos\psi_b & 0 \\ -\tan\theta_b \cos\psi_b & -\tan\theta_b \sin\psi_b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n \\ \varepsilon_e \\ \varepsilon_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi_r \tan\theta_r & \cos\phi_r \tan\theta_r \\ 0 & \cos\phi_r & -\sin\phi_r \\ 0 & \sin\phi_r/\cos\theta_r & \cos\phi_r/\cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mu_x \\ \delta\mu_y \\ \delta\mu_z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \delta\phi_r \\ \delta\theta_r \\ \delta\psi_r \end{bmatrix} \quad (19)$$

가 된다. 여기서  $\varepsilon^n$ 는 SINS의 회전벡터 형태의 자세오차이며,  $\delta\mu_x = \hat{\mu}_x - \mu_x, \delta\mu_y = \hat{\mu}_y - \mu_y, \delta\mu_z = \hat{\mu}_z - \mu_z$ 인데, 참값  $\mu^r$ 는  $r$ - $b$  사이의 비정렬을 회전벡터로 표현한 것이며,  $\hat{\mu}^r$ 는 추정자(estimator)에 의해 계산된 것이다. 그리고  $\delta\phi_r, \delta\theta_r, \delta\psi_r$ 는 MINS에서 출력된 오일러각의 오차로서 측정값으로 간주된다.

IV. 전달정렬 칼만필터 설계 및 분석

1. 칼만필터의 상태방정식

전달정렬을 이용해 초기자세 정렬을 수행할 SINS를 SDINS로 가정하면 칼만필터의 상태방정식은 회전벡터 형태인 자세오차 미분방정식으로 유도되는데 이러한 오차는 널리 알려진 관계로 그 결과만을 소개하면 (20)과 같다[9]. (20)은 회전벡터 오차 미분방정식인데 항법각속도  $\Omega_{in}^n$ 에 의해 서서히 변하고 자이로 오차  $\delta\omega^b$ 에 의해 오차가 증가된다.

$$\dot{\varepsilon}^n = -\Omega_{in}^n \varepsilon^n - C_b^n \delta\omega^b \quad (20)$$

또 다른 상태변수로 (19)의  $\delta\mu^r$ 는 MINS와 SINS의 장착 비정렬을 나타내며, 여기서 MINS와 SINS의 장착대가 강체로 가정되면 장착 비정렬의 크기는 상수가 되며 따라서  $\delta\mu^r$ 의 동적 방정식은

$$\delta\dot{\mu}^r = 0 \quad (21)$$

이 된다. 그러나 장착비정렬은 유연성을 고려하면 상수가 아닌 시변이 되는데, 이러한 경우의 전달정렬 기법은 [3][5][10] 등에서 볼 수 있으며, 본 논문에서는 유연성을 고려하지 않은 기본적인 오일러각 정합방식의 전달정렬의 구성기법만을 고찰한다. 칼만필터 설계를 위한 추정방정식은 3장에서 유도된 추정모델 (19)이며, 상태방정식은 SDINS 자세오차 미분방정식과 강체로 가정된 MINS와 SINS의 비정렬로부터 (20)~(21)과 같다. 따라서 칼만필터의 상태변수를 종합하면 SINS 자세오차 그리고 장착 비정렬 오차 등 6차로 (22)와 같다.

$$X = [\varepsilon_n \ \varepsilon_e \ \varepsilon_d \ \delta\mu_x \ \delta\mu_y \ \delta\mu_z]^T \quad (22)$$

2. 오일러각 정합의 전달정렬 구성

오일러각 정합의 전달정렬 구성은 그림 1과 같다. 대상시

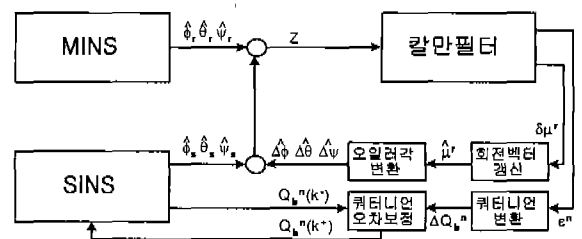


그림 1. 오일러각 정합의 전달정렬 구성. Fig. 1. Structure of transfer alignment by Euler angle matching.

스텝 모델이 (20), (21)과 같이 연속시간 형태이고 측정치가 (16)이고 측정모델이 (19)와 같은 이산형인 전달정렬에 대한 이산형의 피드백형(feedback) 칼만필터의 일반적인 구현 기법은 [11]에 소개되어 있으며, 특히 전달정렬용 칼만필터의 세부 계산기법은 [12]를 참고할 수 있다. 칼만필터에서 추정된 SINS의 자세오차  $\epsilon^n$ 는

$$\Delta Q_b^n = \begin{bmatrix} \Delta q_0 \\ \Delta q_1 \\ \Delta q_2 \\ \Delta q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \frac{\epsilon_o}{2} \\ \frac{\epsilon_n}{\epsilon_o} \sin \frac{\epsilon_o}{2} \\ \frac{\epsilon_e}{\epsilon_o} \sin \frac{\epsilon_o}{2} \\ \frac{\epsilon_d}{\epsilon_o} \sin \frac{\epsilon_o}{2} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

$$\epsilon_o = \sqrt{\epsilon_n^2 + \epsilon_e^2 + \epsilon_d^2}$$

와 같이 쿼터니언 오차로 변환되며 (23)의 결과는  $k$ 시점에서 SDINS에서 계산되는 쿼터니언 변수  $\hat{Q}_b^n(k)$ 를

$$\hat{Q}_b^n(k^+) = \Delta Q_b^n(k) \hat{Q}_b^n(k^-) \quad (24)$$

와 같이 보정하는데 이용된다. 또한 칼만필터에서 추정된  $\delta\mu^r$ 는

$$\mu^r(k^+) = \mu^r(k^-) + \delta\mu^r(k) \quad (25)$$

와 같이  $r$ - $b$  사이의 회전벡터 형태의 비정렬  $\hat{\mu}^r$ 를 갱신하는데 이용되며,  $\hat{\mu}^r$ 는 (18)을 이용하여  $r$ - $b$  사이의 상대적 오일러각  $\Delta\phi$ ,  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$ 를 갱신하는데 이용된다. 이와 같이 갱신된  $\Delta\phi$ ,  $\Delta\theta$ ,  $\Delta\psi$ 는 MINS에서 측정된 오일러각  $\hat{\phi}_r$ ,  $\hat{\theta}_r$ ,  $\hat{\psi}_r$  그리고 SINS에서 계산된  $\hat{\phi}_b$ ,  $\hat{\theta}_b$ ,  $\hat{\psi}_b$ 과 더불어 칼만필터 측정치 (16)을 구성한다.

3. 전달정렬용 칼만필터 정렬오차 추정 가능성 분석

오일러각 정합의 전달정렬용 칼만필터 추정 가능성 분석은 시뮬레이션에 의해 수행되었는데, 정현파 형태의 자세운동이 2~3도 정도 존재하는 운동조건과 SINS의 자이로, 가속도계 랜덤상수 오차는 각각 1deg/hr와 500 $\mu$ g, MINS에서 출력되는 오일러각 오차의 측정잡음은 1arcmin, MINS와 SINS 사이의 장착비정렬은 3도로 가정하여 분석되었다. 시뮬레이션 방법은 본데칼로 방식을 채택하였다. 그리고 칼만필터 추정 및 계산주기는 1초로 정하였다.

정렬오차 추정 가능성 분석은 정합변수인 롤, 피치, 요각의 조합과 롤, 피치, 요각의 운동 요소에 따라 분류하여 수행되었다. 우선 각각의 정합을 위한 칼만필터 구성은 상태변수에는 변함이 없으나 (19)의 측정벡터에서 롤각만의 정합은

$$Z_{roll} = \hat{\phi}_b - \hat{\phi}_r - \Delta\phi$$

$$= \begin{bmatrix} -\cos\phi_b/\cos\theta_b & -\sin\phi_b/\cos\theta_b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_e \\ \epsilon_d \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$- \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi_r \tan\theta_r & \cos\phi_r \tan\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mu_x \\ \delta\mu_y \\ \delta\mu_z \end{bmatrix} - \delta\phi_r$$

이며, 피치각만의 정합은

$$Z_{pitch} = \hat{\theta}_b - \hat{\theta}_r - \Delta\theta$$

$$= \begin{bmatrix} \sin\phi_b & -\cos\phi_b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_e \\ \epsilon_d \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & \cos\phi_r & -\sin\phi_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mu_x \\ \delta\mu_y \\ \delta\mu_z \end{bmatrix} - \delta\theta_r$$

이며, 요각만의 정합은

$$Z_{yaw} = \hat{\psi}_b - \hat{\psi}_r - \Delta\psi$$

$$= \begin{bmatrix} -\tan\theta_b \cos\phi_b & -\tan\theta_b \sin\phi_b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_n \\ \epsilon_e \\ \epsilon_d \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$- \begin{bmatrix} 0 & \sin\phi_r/\cos\theta_r & \cos\phi_r/\cos\theta_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\mu_x \\ \delta\mu_y \\ \delta\mu_z \end{bmatrix} - \delta\psi_r$$

이다. 그리고 롤, 피치, 요각 정합의 조합에 의한 칼만필터 구성에서 측정모델은 대응되는 측정벡터의 롤각만의 정합, 피치각만의 정합, 요각만의 정합요소로 조합된다. 그런데 롤각만의 정합에서는  $\phi_r$ 만이 측정 가능한 것으로 가정되었으므로 (26)의  $\theta_r$ 은 존재하지 않아  $\theta_b$ 로서 대신한다. 마찬가지로 (27)과 (28)에서도  $\phi_r$ 은  $\phi_b$ 로,  $\theta_r$ 은  $\theta_b$ 로 대신하여 사용한다. 이러한 적용은 측정모델링 오차를 유발할 수 있으나 장착비정렬 오차가 3도이므로 측정모델링 오차는 무시할 정도로 작은 것이다.

오일러각 정합의 전달정렬용 칼만필터 추정 가능성 분석 결과인 표 1을 토대로 정렬오차 추정 가능성을 우선 각각의 롤각만의 정합, 피치각만의 정합, 요각만의 정합에 대해 살펴보면 롤각만의 정합은 롤 운동에 의해 어떠한 정렬오차 추정도 불가능하며, 피치 운동에 의해서는  $d$ 축 회전벡터 오차가 추정이 가능한 것으로 나타났으며, 반면에  $y$  운동 시에는  $e$ 축 회전벡터 오차가 추정이 가능하였다. 그리고 피치각만의 정합과 요각만의 정합에 대해 나타난 정렬오차 추정 결과는 각각의 롤, 피치, 요각만의 정합이 각각 항법좌표계의  $n, e, d$  회전벡터 오차에 대응되어 정합변수와 운동 요소가 같은 경우 어떠한 정렬오차 추정도 불가능하며, 정합변수와 운동요소가 다른 경우에는 정합변수와 운동요소를 제외한 나머지 요소에 대응되는 회전벡터 오차만이 추정 가능한 것으로 나타났다.

그리고 표 1의 롤, 피치, 요각 정합의 조합에 따른 정렬오차 추정 가능성을 종합적으로 살펴보면 정합변수 조합의 결과는 추정 가능성에서도 각각의 정합변수와 운동요소에 의한 고유한 추정 가능성의 조합으로 나타나고 있음을 볼 수 있다. 이것은 각각의 롤, 피치, 요각만의 정합에 따른 추정 가능성의 분석 결과만을 가지고도 정합변수가 조합되었을 때의 정렬오차 추정 가능성을 분석할 수 있음을 보여주고 있다. 예를 들면 롤과 피치가 조합된 정합의 추정가능성은 각각의 롤각만의 정합과 피치각만의 정합에서 나타난 추정 가능성을 혼합한 것과 동일하게 나타난다.

특히 자세정합에 의한 전달정렬의 중요한 목적인 방위각 정렬과 관계가 깊은  $d$ 축 정렬오차 추정 가능성은 롤각 또는

표 1. 전달정렬 오차 추정 가능성 분석표.

Table 1. The estimation feasibility analyzing table to transfer alignment error.

| 정합방식        | 운동<br>오차 | 롤                                  | 피치                                 | 요                                  | 롤, 피치                              | 롤, 요                               | 피치, 요                              | 롤, 피치, 요                           |
|-------------|----------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|------------------------------------|
|             |          | $\epsilon_n \epsilon_p \epsilon_d$ | $\epsilon_n \epsilon_p \epsilon_d$ | $\epsilon_n \epsilon_e \epsilon_d$ | $\epsilon_n \epsilon_e \epsilon_d$ | $\epsilon_n \epsilon_e \epsilon_d$ | $\epsilon_n \epsilon_p \epsilon_d$ | $\epsilon_n \epsilon_p \epsilon_d$ |
| 롤 정합        |          | X X X                              | X X ○                              | X ○ X                              | X X ○                              | X ○ X                              | X ○ ○                              | X ○ ○                              |
| 피치 정합       |          | X X ○                              | X X X                              | ○ X X                              | X X ○                              | ○ X ○                              | ○ X X                              | ○ X ○                              |
| 요 정합        |          | X ○ X                              | ○ X X                              | X X X                              | ○ ○ X                              | X ○ X                              | ○ X X                              | ○ ○ X                              |
| 롤, 피치 정합    |          | X X ○                              | X X ○                              | ○ ○ X                              | X X ○                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              |
| 롤, 요 정합     |          | X ○ X                              | ○ X ○                              | X ○ X                              | ○ ○ ○                              | X ○ X                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              |
| 피치, 요 정합    |          | X ○ ○                              | ○ X X                              | ○ X X                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              | ○ X X                              | ○ ○ ○                              |
| 롤, 피치, 요 정합 |          | X ○ ○                              | ○ X ○                              | ○ ○ X                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              | ○ ○ ○                              |

Note. ○ : 추정가능, X : 추정불가능

피치각 자세정합이 포함됨으로써 달성되며 각운동 또한 요 각 운동이 아닌 롤 또는 피치각 운동이 요구된다. 그리고  $n, e, d$ 축 정렬오차가 모두 추정 가능한 경우는 최소한 2개의 오일러각 원소가 정합되고 2축 각운동이 있을 때로 분석되었다. 기본적인 정합변수에 따른 추정추이를 살펴보면 그림 2~10과 같으며, 오일러각 정합 원소가 2개 이상의 조합에 따른 정렬오차 추이에 관한 시뮬레이션 결과는 각각의 정합의 합과 같이 나타나므로 지면상 생략하였다.

V. 결론

오일러각 정합방식의 전달정렬 칼만필터 설계에 핵심적으로 요구되는 측정모델이 (19)와 같이 처음으로 제시되었으며, 설계된 칼만필터의 정렬오차 추정 가능성을 확인하기 위한 정합변수인 롤, 피치, 요각과 운동요소인 롤, 피치, 요 운동에 따른 정렬오차 추정결과는 표 1과 같이 총 49개의 경우가 있다. 정렬오차 3변수 모두 추정 가능한 경우는 13개, 2변수가 추정 가능한 경우는 12개, 1변수가 추정 가능한 경

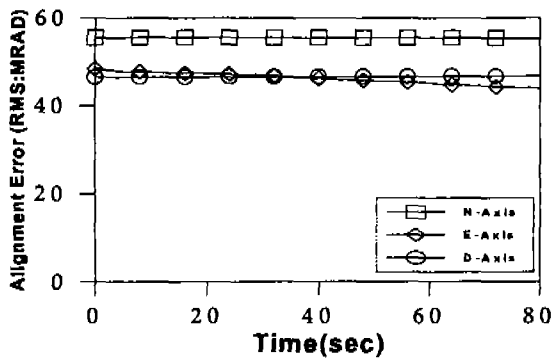


그림 2. 롤 정합, 롤 운동.  
Fig. 2. Roll match, roll motion.

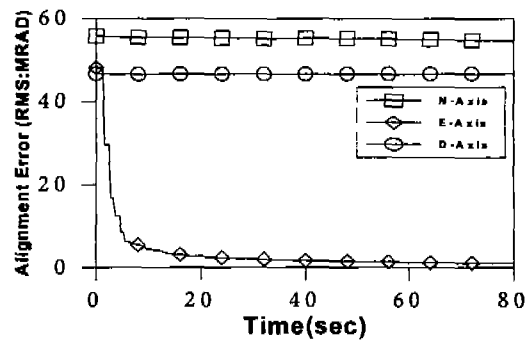


그림 4. 롤 정합, 요 운동.  
Fig. 4. Roll match, yaw motion.

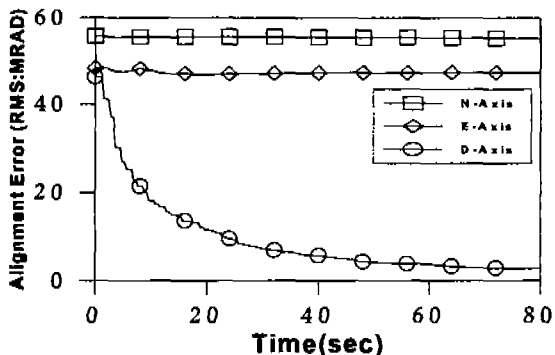


그림 3. 롤 정합, 피치 운동.  
Fig. 3. Roll match, pitch motion.

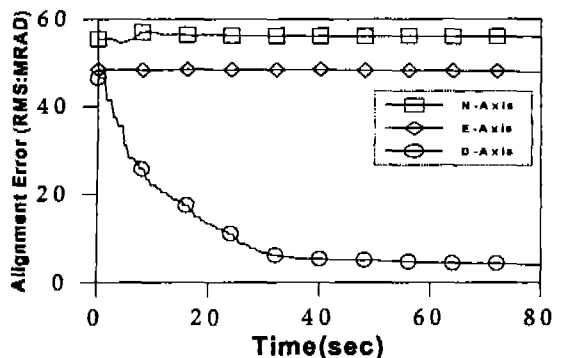


그림 5. 피치 정합, 롤 운동.  
Fig. 5. Pitch match, roll motion.

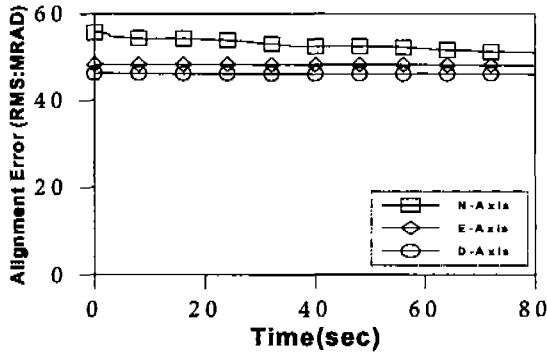


그림 6. 피치 정합, 피치 운동.  
Fig. 6. Pitch match, pitch motion.

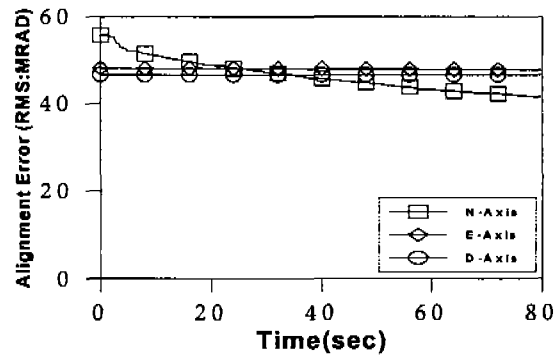


그림 10. 요 정합, 요 운동.  
Fig. 10. Yaw match, yaw motion.

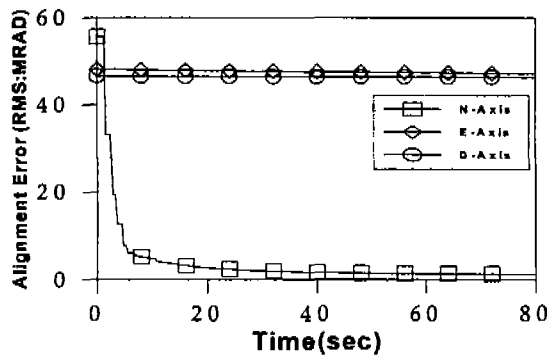


그림 7. 피치 정합, 요 운동.  
Fig. 7. Pitch match, yaw motion.

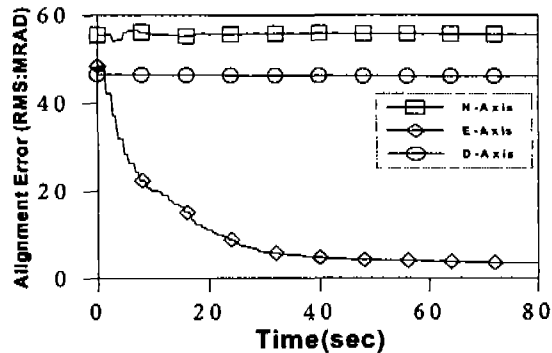


그림 8. 요 정합, 롤 운동.  
Fig. 8. Yaw match, roll motion.

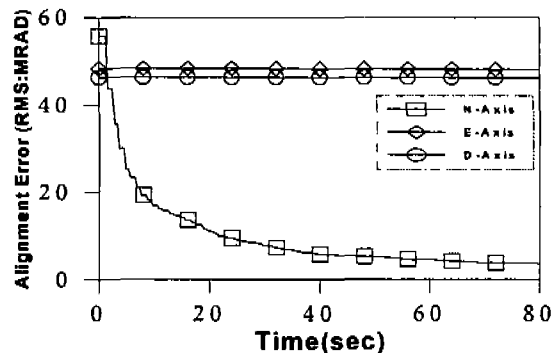


그림 9. 요 정합, 피치 운동.  
Fig. 9. Yaw match, pitch motion.

우는 21개, 전혀 불가능한 경우는 3개로 나타났다. 특히 주요 정렬오차인 방위각 오차와 관련이 깊은  $d$ 축 정렬오차 추정 가능성의 경우는 총 49개 중 28개로 나타났다. 이러한 칼만 필터 정렬오차 추정 가능성은 자세운동인 롤, 피치, 요각 운동 등이 추가될수록 그리고 조합되는 롤, 피치, 요각 정합이 늘어날수록 높아지는 것으로 나타났다. 이러한 결과는 오일러각 정합 전달정렬의 추정 가능한 조건의 다양성을 보여주고 있으며, 롤, 피치, 요각 정합이 모두 적용될 때만의 추정 특성이 나타나는 DCM 또는 쿼터니언 정합방식의 전달정렬에서는 볼 수 없는 특성이다. 다만 오일러각 정합방식의 전달정렬은 삼각함수 계산이 많은 단점이 있으며, 피치각이 90도인 경우 특이점을 가지므로 SINS가 수직상태에서 운용하는 것은 불가능하다.

참고문헌

- [1] A. Sutherland Jr., "The Kalman filter in transfer alignment of inertial guidance system," *J. of Spacecraft*, vol. 5, no. 10, pp. 1175-1180, Oct., 1968.
- [2] J. Deyst Jr. and A. Sutherland Jr., "Strapdown inertial system alignment using statistical filters : simplified formulation," *AIAA J.*, vol. 11, pp. 452-456, Apr., 1973.
- [3] J. E. Kain and J. R. Cloutier, "Rapid transfer alignment for tactical weapon application," *Proc. of the AIAA GN&C Conference*, pp. 1290-1300, 1989.
- [4] 송기원, "유도탄 전달정렬의 구성기법 및 가관측성 분석," 국방과학연구소 MSDC-416-961123, 1996.
- [5] 송기원, 전창배, "속도 및 쿼터니언 부분정합 방식에 의한 전달정렬 알고리즘," 제어·자동화·시스템 공학회 논문지, 제3권, 제3호, pp. 238-243, 1997.
- [6] K. Spalding, "An efficient rapid transfer alignment filter," *Proc. of the AIAA GN&C Conference*, pp. 1276-1286, 1992.
- [7] 송기원, 전창배, "오일러각 오차와 회전벡터 오차 관계식 유도," 제어계측·자동화·로보틱스·연구회 합동 학술발표회 논문집, pp. 217-220, 1997.
- [8] 박찬식, "GPS 반송파 위상신호를 이용한 자세결정," 공학박사학위논문, 서울대학교, 1997.
- [9] D. G. Meskin and I. Y. Bar-Itzhack, "Unified approach to inertial navigation system error," *J. Guidance, Control, and Dynamics*, vol. 15, pp. 648-653, 1992.
- [10] 일유철, 송기원, 유 준, "전달정렬 선체유연성 보상을

위한 속도 및 DCM 부분정합 방식,” 제어·자동화·시스템 공학회 논문지, 제7권, 제4호, pp. 369-373, 2001.

[11] P. S. Maybeck, Stochastic Models, Estimation and Control,

vol. 1, Academic Press, 1979.

[12] 송기원, “SDINS의 전달정렬 알고리즘 설계 및 성능분석,” 국방과학연구소 MSDC-416-980574, 1998.



**송 기 원**

1962년 1월 3일생. 1984년 성균관대학교 전자공학과 졸업. 충남대학교 전자공학과 석사(1992). 동대학 박사과정 1998~현재. 1984년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 강인추정 및 관성/GPS 항법.



**이 상 정**

1957년 8월 15일생. 1979년 서울대학교 전자공학과 졸업. 동대학원 석사(1981). 동대학 박사(1987). 1988년~현재 충남대학교 전자공학과 교수. 관심분야는 강인제어 및 GPS 항법.