근사 역동역학을 이용한 스튜어트 플랫폼의 위치제어

Position Control of a Stewart Platform Using Approximate Inverse Dynamics

이 세 한, 송 재 복, 최 우 천, 홍 대 희
(Se-Han Lee, Jae-Bok Song, Woo-Chun Choi, and Daehie Hong)

Abstract : Configuration-dependent nonlinear coefficient matrices in the dynamic equation of a robot manipulator impose computational burden in real-time implementation of tracking control based on the inverse dynamics controller. However, parallel manipulators such as a Stewart platform have relatively small workspace compared to serial manipulators. Based on the characteristics of small motion range, nonlinear coefficient matrices can be approximated to constant ones. The modeling errors caused by such approximation are compensated for by H-infinity controller that treats the modeling error as disturbance. The proposed inverse dynamics controller with approximate dynamics combined with H-infinity control shows good tracking performance even for fast tracking control in which computation of full inverse dynamics is not easy to implement.

Keywords : approximate inverse dynamics, position control, stewart platform

I. 서론

스튜어트 플랫폼(Stewart platform) 형태의 병렬형 기구[1]는 직렬형 기구에 비해서 높은 강성, 높은 정밀도, 큰 가반중량 등 여러 장점을 가지고 있으므로, 비행 및 차량 시뮬레이터, 고정밀 공작기계 등에의 응용 사례가 많이 개발되고 있다. 그러나 직렬형 기구에 비해서 비교적 작은 작업공간과 매우 복잡한 순기구학을 갖는다는 단점도 가진다.

일반적으로 병렬형 기구의 순기구학은 쉽게 해를 구할 수 있도록 제작한 예외적인 형태[2]도 존재하지만, 대부분의 경우에는 해를 구하기가 매우 어려우며, 또한 해가 존재하더라도 유일한 해를 갖지도 않는 경우가 많다. Liu 등은 특정 형상의 스튜어트 플랫폼에 대해서는 3개의 비선형 연립방정식을 통하여 해를 수치적으로 구하는 알고리즘을 제안하였다[3]. 한편, 제어기 개발에 중요한 스튜어트 플랫폼의 동역학은 폐루프를 구성하면서 결합된 구동장치의 동특성을 포함시켜서 유도할 경우에 매우 복잡하게 된다. 동역학에 관한 연구는 주로 Lagrange 방식[4], Newton-Euler 방식[5]과 가상일의 원리[6] 등에 기초한 해석이 대부분이다. 그러나 이들 동역학 해석은 구동장치의 동역학도 포함시켜 그렇지 않은 경우보다 실제의 동역학에 보다 근접하지만, 대부분의 경우 매우 복잡한 계산을 필요로 하므로 고속의 DSP를 사용하더라도 실시간으로 구현하는 것이 쉽지 않다. 몇몇 문헌에서는 시뮬레이션에 기초하여 스튜어트 플랫폼의 동역학을 고려한 제어를 수행하였지만, 실시간 제어시에 발생되는 많은 연산량의 처리에 대해서는 거의 언급이 없었다[4][5]. 한편, Fichter[7]는 실시간 제어기 구현에서 구동장치의 동역학을 무시한 모델링을 사용하였는데, 부하의 관성이 구동장치의 관성에 비하여 상대적으로 매우 큰 경우를 제외하고는 정확성이 저하되는 단점을 보였다. 특히, 작업부하의 관성값이 작으며, 정밀한 작업 정밀도를 요구하는 공작기계의 공구 파지 작업(tool holder)과 같은 경우에는 구동장치의 동역학까지 고려한 정밀한 동역학 모델이 필요하게 된다[8].

일반적으로 병렬형 기구는 직렬형 기구에 비하여 작업공간이 작다는 단점이 있다. 그러나 이러한 작업공간의 협소함에 의하여 운동방정식을 구성하는 계수행렬의 변화도 비교적 작게 되므로, 어느 정도의 모델링 오차를 허용하면 이들을 상수행렬로 근사화할 수 있다. 이러한 상수행렬에 기초한 역동역학은 형상에 따른 행렬의 변화를 정확히 고려하는 완전한 역동역학의 계산에 비하여 연산속도가 매우 빠르게 되어 실시간 연산이 가능하게 된다. 물론 이 과정에서 모델링 오차가 발생하게 되는데, 이는 정확한 모델링 정보를 요구하는 역동역학 제어와 같이 시스템의 모델에 기초하는 제어 시스템의 제어성능의 저하 혹은 불안정성까지 초래하게 된다. 본 연구에서는 의도적인 근사화에 따른 오차를 외란으로 취급하여 외란을 효과적으로 처리할 수 있도록 H_∞ 제어기를 적용한다. 결과적으로 역동역학 제어기와 H_∞ 제어기로 구성된 2자유도 제어기를 구성하여, 스튜어트 플랫폼의 위치제어를 수행하는 제어 시스템을 개발하였다.

2장에서는 제어의 대상이 되는 스튜어트 플랫폼의 역동역학의 유도 및 이의 근사화에 대하여 다룬다. 3장에서는 역동역학과 제어 시스템 모델의 오차 보상에 유리한 H_∞ 제어기를 조합한 2자유도 제어기에 대하여 설명한 다음에, 4장에서 실제 실험을 통하여 제안된 제어기와 기존의 제어기의 제어 성능을 비교 분석한다.

II. 스튜어트 플랫폼의 동역학 방정식

이 장에서는 Newton-Euler 방식을 사용하여 스튜어트 플랫폼의 운동방정식을 작업공간상에서 유도한 다음에, 그 특성을 살펴보기로 한다. Newton-Euler 방식을 사용한 이유는 고전 역학을 사용하므로 힘 관계가 용이하게 가시화될 수

접수일자 : 2001. 4. 9., 수정완료 : 2001. 8. 1.
이세한, 송재복, 최우천, 홍대희 : 고려대학교(lshan@korea.ac.kr/jbsong@korea.ac.kr/wcchoi@korea.ac.kr/dhhong@korea.ac.kr)
※ 본 연구는 한국과학재단의 특정기초과제(1999-1-304-003)의 지원하에 수행되었습니다.

있고 기구 각 부분에 작용되는 힘들이 계산되어 기구 제작 단계에서 참고할 수 있기 때문이다.

1. 운동방정식의 유도[5]

Fig. 1은 본 연구에서 사용한 스튜어트 플랫폼으로, 운동하는 플랫폼(platform)과 고정되어 있는 하판(base) 사이에 6개의 구동장치(actuator) 또는 레그(leg)가 병렬로 연결되어 있다. 각 레그는 Fig. 2에서 볼 수 있듯이, 볼나사를 통하여 모터의 토크를 직선력으로 변화시키게 되는데(이때, 모터의 토크와 직선력은 비례 관계에 있다), 레그의 하단의 고정부는 하판과 유니버셜 조인트로 연결되어 있고, 직선운동을 수행하는 상단의 운동부는 플랫폼과 구조인트(spherical joint)로 각각 연결되어 있다. 플랫폼과 하판에는 각각 이동좌표계 xyz와 고정좌표계 XYZ가 부착되어 있다. 레그 i의 운동부에 대한 힘 평형식은 다음과 같다.

$$m_u \mathbf{s}_i^T \mathbf{a}_{ui} = F_i + m_u \mathbf{s}_i^T \mathbf{g} - \mathbf{s}_i^T \mathbf{f}_i \ (i = 1, \cdots, 6) \tag{1}$$

여기서, F_i는 구동장치의 모터에서 발생되어 볼나사를 통하여 전달되는 구동력으로써 모터의 발생 토크에 비례한다. m_u는 레그의 운동부의 질량, $\mathbf{s}_i$는 고정좌표계 기준으로 표시한 레그 길이 방향의 단위벡터, $\mathbf{a}_{ui}$는 레그의 운동부의 가속도 벡터, $\mathbf{g}$는 중력가속도 벡터, $\mathbf{f}_i$는 운동부가 플랫폼에 작용하는 힘이다. 이때, 레그는 2개씩 1조를 이루어 플랫폼의 3개의 모서리 T_1, T_2, T_3에 연결되어 있다(Fig. 1 참조).

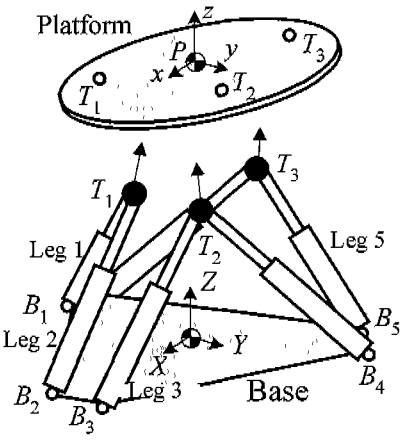


그림 1. 운동판과 구동장치로 구성된 스튜엇트 플랫폼.

Fig. 1. Stewart platform consisting of moving platform and actuating legs.

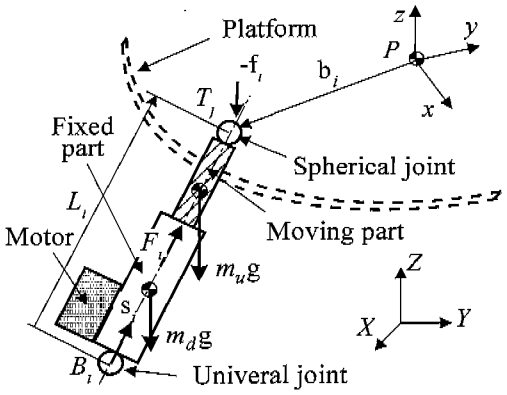


그림 2. 구동장치 가동부와 운동판의 자유 물체도.

Fig. 2. Free body diagram of platform and moving part of a leg.

또한, 레그 i의 운동부에 대한 모멘트 평형은 B_i를 모멘트 센터로 하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}(m_d \mathbf{r}_{di} + m_u \mathbf{r}_{ui}) \times \mathbf{g} = L_i \mathbf{s}_i \times \mathbf{f}_i + (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui})\boldsymbol{\alpha}_i \\ + \boldsymbol{\omega}_i \times (\mathbf{I}_{di} + \mathbf{I}_{ui})\boldsymbol{\omega}_i + m_d \mathbf{r}_{di} \times \mathbf{a}_{di} + m_u \mathbf{r}_{ui}\end{aligned} \tag{2}$$

여기서, m_d는 레그 고정부의 질량, L_i는 레그의 길이, r_{di}, r_{ui}는 B_i에서 레그의 고정부와 운동부의 무게중심까지의 위치벡터, $\mathbf{I}_{di}$, $\mathbf{I}_{ui}$는 각각 고정부와 운동부의 무게중심에 대한 관성모멘트, ω_i, α_i는 레그 i의 각속도와 각가속도를 나타낸다.

한편, 플랫폼의 중심에서의 각속도 ω_P, 속도 $\mathbf{v}_P$, 각가속도 α_P 및 가속도 $\mathbf{a}_P$는 Fig. 2에서 위치벡터 $\mathbf{b}_j$로 표시된 연결점 T_j(j=1,2,3)에서의 속도 $\mathbf{v}_{Tj}$ 및 가속도 $\mathbf{a}_{Tj}$와 다음과 같은 기하학적 관계를 갖는다.

$$\mathbf{v}_{Tj} = \mathbf{v}_P + \boldsymbol{\omega}_P \times (\mathbf{R}\mathbf{b}_j) \tag{3a}$$

$$\mathbf{a}_{Tj} = \mathbf{a}_P + \boldsymbol{\alpha}_P \times (\mathbf{R}\mathbf{b}_j) + \boldsymbol{\omega}_P \times \{\boldsymbol{\omega}_P \times (\mathbf{R}\mathbf{b}_j)\} \tag{3b}$$

여기서, $\mathbf{R}$은 기준좌표계 XYZ에 대한 이동좌표계 xyz의 회전(즉, 플랫폼의 자세)를 나타내는 회전행렬로, $\mathbf{R}\mathbf{b}_j$는 이동좌표계에 대하여 기술된 $\mathbf{b}_j$를 고정좌표계의 항으로 기술하여 준다. 한편, (3)의 속도, 가속도는 레그의 변수를 사용하여 기술할 수도 있다.

$$\mathbf{v}_{Tj} = \dot{L}_i \mathbf{s}_i + L \boldsymbol{\omega}_i \times \mathbf{s}_i \tag{4a}$$

$$\mathbf{a}_{Tj} = \ddot{L}_i \mathbf{s}_i + \boldsymbol{\alpha}_i \times (L_i \mathbf{s}_i) + \boldsymbol{\omega}_i \times \{\boldsymbol{\omega}_i \times (L_i \mathbf{s}_i)\} + 2\boldsymbol{\omega}_i \times (\dot{L}_i \mathbf{s}_i) \tag{4b}$$

(j=1 for i=1,2, j=2 for i=3,4, j=3 for i=5,6)

여기서, $\dot{L}_i$는 레그의 직선속도, $\ddot{L}_i$는 직선가속도를 나타낸다. (3)과 (4)를 등식화하면, 레그 관련 변수인 α_i, ω_i와 플랫폼 관련 변수인 ω_P, $\mathbf{v}_P$, α_P, $\mathbf{a}_P$간의 관계를 나타낼 수 있다. 이러한 관계에 기초하여 (1)에서의 $\mathbf{f}_i$는 기구학적 매개변수인 $\mathbf{Q}_{1i}$, $\mathbf{Q}_{2i}$, $\mathbf{Q}_{3i}$와 각 레그에서의 구동력 F_i를 사용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{f}_i = \mathbf{Q}_{1i} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_P \\ \boldsymbol{\omega}_P \end{Bmatrix} + \mathbf{Q}_{2i} \begin{Bmatrix} \mathbf{a}_P \\ \boldsymbol{\alpha}_P \end{Bmatrix} + \mathbf{Q}_{3i} F_i \tag{5}$$

한편, 6개의 구동장치에서 발생한 힘 $\mathbf{f}_i$는 다음과 같이 힘과 모멘트 평형 관계를 통하여 플랫폼에 작용한다.

$$m_P \mathbf{a}_P = m_P \mathbf{g} + \sum_{i=1}^{6} \mathbf{f}_i \tag{6}$$

$$\mathbf{I}_P \boldsymbol{\alpha}_P + \boldsymbol{\omega}_P \times (\mathbf{I}_P \boldsymbol{\omega}_P) = \sum_{i=1}^{6} [(\mathbf{R}\mathbf{b}_i) \times \mathbf{f}_i] \tag{7}$$

여기서, m_P는 플랫폼의 질량을 나타낸다. 이상의 운동방정

식은 다음과 같이 행렬 형태로 표시할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} m_P\mathbf{I}_3 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_P \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \mathbf{a}_P \\ \boldsymbol{\alpha}_P \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} m_P\mathbf{g}+\sum \mathbf{f}_i \\ -\boldsymbol{\omega}_P\times(\mathbf{I}_P\boldsymbol{\omega}_P)+\sum(\mathbf{R}\mathbf{b}_i)\times\mathbf{f}_i \end{Bmatrix} \quad (8)$$

여기서, $\mathbf{I}_P$는 플랫폼의 회전 관성행렬을 나타내며, $\mathbf{I}_3$는 3×3 단위행렬을 나타낸다. (8)의 우변의 $\mathbf{f}_i$를 (5)의 관계를 이용하여 F_i로 치환하고, 플랫폼 중심의 위치(자세), 속도(각속도) 및 가속도(각가속도)를 $\mathbf{X}\ \dot{\mathbf{X}}=\{\ v_P^T\ \ \omega_P^T\}^T$, $\ddot{\mathbf{X}}=\{\ a_P^T\ \ a_P^T\}^T$로 묶어서 정리하면 최종적으로 작업공간에서의 스튜어트 플랫폼의 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}}+\mathbf{h}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})=\mathbf{J}^T\mathbf{F} \quad (9)$$

여기서, $\mathbf{M}(\mathbf{X})$는 관성행렬, $\mathbf{h}(\mathbf{X}\ \dot{\mathbf{X}})$은 코리올리력(Coriolis force), 원심력, 중력 등이 포함된 비선형 항을 나타내며, $\mathbf{F}=\{F_1,\cdots,F_6\}^T$는 구동력 벡터를 나타낸다. 또한, $\mathbf{J}$는 병렬기구의 작업공간의 속도 $\dot{\mathbf{X}}$와 레그의 속도 $\dot{L}=\{\dot{L}_1,\cdots,\dot{L}_6\}^T$와의 관계 $\mathbf{J}\dot{\mathbf{X}}=\dot{\mathbf{L}}$을 나타내는 자코비안 행렬로, 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{J}=\begin{bmatrix} \mathbf{s}_1 & \mathbf{s}_2 & \cdots & \mathbf{s}_6 \\ \mathbf{R}\mathbf{b}_1\times\mathbf{s}_1 & \mathbf{R}\mathbf{b}_2\times\mathbf{s}_2 & \cdots & \mathbf{R}\mathbf{b}_6\times\mathbf{s}_6 \end{bmatrix}^T \quad (10)$$

$\boldsymbol{J^TF}$는 관절공간에서의 구동력 $\mathbf{F}$를 작업공간에서의 플랫폼에 작용하는 힘/토크로 변환시켜서 나타낸 것임에 주목하여야 한다.

2. 운동방정식의 특성

(9)로 표시되는 병렬기구의 운동방정식은 다음과 같은 특징을 갖는다. 관성행렬 $\mathbf{M}(\mathbf{X})$는 순수하게 병렬기구의 형상 $\mathbf{X}$에만 의존하며, $\mathbf{h}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})$는 중력과 속도 및 형상에 의존하는 비선형 항이다. 병렬기구는 작업공간이 비교적 작으므로, 변수 $\mathbf{X}$ 및 그의 함수인 관성행렬 $\mathbf{M}(\mathbf{X})$ 역시 작은 범위 내에서만 변하게 되며, 따라서 관성행렬은 약간의 오차를 허용하면 상수행렬로 가정할 수 있다.

한편, 역동역학 계산의 대부분을 차지하는 비선형항인 $\mathbf{h}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})$은 다음과 같이 속도벡터 $\dot{\mathbf{X}}$의 2차항과 중력항으로 분리하여 나타낼 수 있다[9].

$$\mathbf{h}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})=\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^T\mathbf{H}_1(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{X}}^T\mathbf{H}_6(\mathbf{X})\dot{\mathbf{X}} \end{Bmatrix}+\mathbf{G}(\mathbf{X}) \quad (11)$$

여기서, $\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$는 6×6 행렬이며, $\mathbf{G}(\mathbf{X})$는 6×1 행렬로 중력을 나타내는 항이다. 만일, 작은 동작범위로 인하여 $\mathbf{H}_i(\mathbf{X})\approx\mathbf{H}_{ci}$의 상수행렬로 가정할 수 있다면, $\mathbf{h}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})$는 다음과 같이

$$\mathbf{h}(\mathbf{X},\dot{\mathbf{X}})=\hat{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{X}})+\Delta\mathbf{h},\ \text{where}\ \hat{\mathbf{h}}(\dot{\mathbf{X}})=\begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{X}}^T\mathbf{H}_{c1}\dot{\mathbf{X}} \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{X}}^T\mathbf{H}_{c6}\dot{\mathbf{X}} \end{Bmatrix}+\mathbf{G}(\mathbf{X}) \quad (12)$$

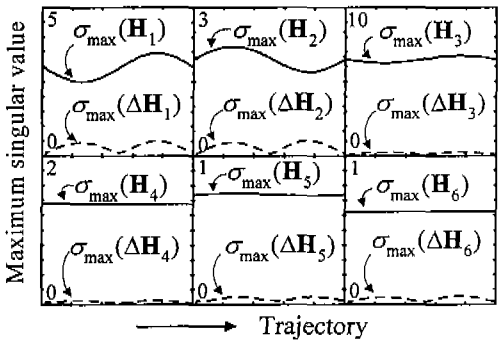


그림 3. 원궤적 추종시, (11)의 $\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$와 $\Delta\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$의 특이값.
Fig. 3. Maximum singular values of $H_i(X)$ in Eq. (11) and $\Delta\mathbf{H}_i(\mathbf{X})=\mathbf{H}_{ci}-\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$ while tracking a circular trajectory.

표시할 수 있다.

이때, 병렬기구의 형상 $\mathbf{X}$는 구동 장치에 부착된 고성능 엔코더를 통하여 계산할 수 있으므로 중력항 $\mathbf{G}(\mathbf{X})$는 정확하게 계산될 수 있다. (12)에서와 같은 근사화의 결과로, 복잡한 역동역학의 계산은 비교적 간단한 연산만으로 구현할 수 있다.

위의 근사화가 어느 정도 오차를 발생시키는지는 작업에 따라서 다르다. 일반적으로 형상의 변화가 심할수록 오차가 증가하게 된다. 예를 들어, 플랫폼의 중심(Fig. 1의 P점)이 주어진 원 궤적을 추종하는 작업을 수행한다고 가정하자(4절 참조). Fig. 3은 (11)에서의 형상에 따라서 변하는 행렬 $\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$의 최대 특이값 $\sigma_{max}(\mathbf{H}_i)$ 및 상수행렬 $\mathbf{H}_{ci}$와의 차이(즉, $\Delta\mathbf{H}_i(\mathbf{X})=\mathbf{H}_{ci}-\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$)에 대한 최대 특이값 $\sigma_{max}(\Delta\mathbf{H}_i)$을 나타낸 것이다. 이 그림에서 알 수 있듯이, $\sigma_{max}(\Delta\mathbf{H}_i)$는 대략 $\sigma_{max}(\mathbf{H}_i)$의 10% 미만의 범위 내에 존재한다. 결과적으로 (12)는 역동역학 계산에 있어서 대부분의 연산량을 차지하는 비선형 항의 근사값은 상수행렬과 센서에서 검출된 속도만의 곱으로 비교적 간단히 구해질 수 있음을 의미한다.

이때, 상수행렬 $\mathbf{H}_{ci}$는 수행하고자 하는 작업 궤적에 따라서 적절히 결정한다. 예를 들어, 특정한 원 궤적을 추종할 때, 궤적의 중심에 해당하는 이 원의 중심 위치 등 적절한 위치에 대하여 오프라인으로 $\mathbf{H}_{ci}$를 미리 계산한 다음에, 이를 실시간 계산에서 $\mathbf{H}_i(\mathbf{X})$의 근사값으로 사용한다.

III. 근사 역동역학 제어기

1. 역동역학 제어기

병렬기구의 위치제어 기법 중의 하나로 직렬기구의 위치제어에 널리 사용되는 역동역학 제어(inverse dynamics control)를 고려할 수 있다[10]. 계산토크 제어(computed-torque control)로 불리기도 하는 이 기법은 제어 대상의 모델링이 정확할 경우에는 우수한 제어 성능을 나타낼 수 있지만, 모델링이 부정확한 경우에는 바람직하지 않은 제어 결과를 초래하게 된다.

Fig. 4는 앞에서 유도한 병렬기구의 운동방정식에 기초하여 구성한 전형적인 역동역학 제어기의 블록선도를 나타낸다. 그림에서 보는 바와 같이 선형화를 위하여 내부 루프에서 역동역학을 계산하여 전체적으로 선형 플랜트처럼 동작하도록 한다. 전형적인 역동역학 제어 법칙은 다음과 같다.

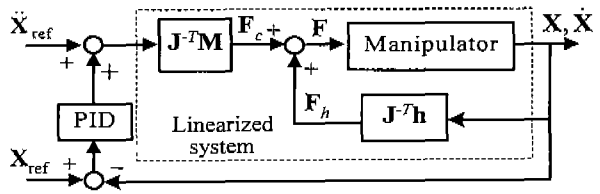


그림 4. 역동역학 제어기의 블록도.
Fig. 4. Block diagram of the inverse dynamics controller.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_h \tag{13}$$

이 식에서 보듯이 제어 입력 **F**는 궤적의 추종을 위하여 필요한 구동력인 $\mathbf{F}_c$와 비선형 항을 상쇄시켜 시스템을 선형화하는데 필요한 구동력을 $\mathbf{F}_h$로 구성되어 있다.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_c &= \mathbf{J}^{-T}\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{X}}_{ref} + \mathbf{K}_P(\mathbf{X}_{ref} - \mathbf{X}) + \mathbf{K}_D(\dot{\mathbf{X}}_{ref} - \dot{\mathbf{X}}) \\ &\quad + \mathbf{K}_I\int(\mathbf{X}_{ref} - \mathbf{X})dt\} \\ \mathbf{F}_h &= [\mathbf{J}^{-T}\mathbf{h}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})]\end{aligned} \tag{14}$$

여기서, $\mathbf{X}_{ref}$는 플랫폼이 추종하여야 할 기준궤적을 나타내며, $\mathbf{K}_P$, $\mathbf{K}_D$, $\mathbf{K}_I$는 제어이득을 나타내는 상수행렬이다. (13)를 운동방정식 (9)에 대입하면

$$\begin{aligned}\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{h} &= \mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{X}}_{ref} + \mathbf{K}_P(\mathbf{X}_{ref} - \mathbf{X}) + \mathbf{K}_D(\dot{\mathbf{X}}_{ref} - \dot{\mathbf{X}}) \\ &\quad + \mathbf{K}_I\int(\mathbf{X}_{ref} - \mathbf{X})dt\} + \mathbf{h}\end{aligned} \tag{15}$$

이 된다. (15)에서 비선형항 **h**가 상쇄되면, 다음과 같은 오차방정식을 얻는다.

$$\ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_D\dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_P\mathbf{e} + \mathbf{K}_I\int\mathbf{e}\,dt = 0 \tag{16}$$

여기서, $\mathbf{e}=\mathbf{X}_{ref}-\mathbf{X}$는 오차이며, $\mathbf{K}_P$, $\mathbf{K}_D$, $\mathbf{K}_I$는 오차가 점근적으로 안정하도록 적절히 선정하면 된다.

그러나 역동역학 제어기는 구현 측면에서 역동역학이 복잡한 경우에는 연산 시간이 너무 많이 소요되는 단점을 갖는다. 본 연구에서는 앞서 설명한 바와 같이 근사화된 동역학 모델을 사용함으로써, 운동방정식이 최대 10% 정도의 모델링 오차를 포함하게 되지만, 역동역학 계산에 소요되는 계산 시간을 대폭 줄일 수 있다. 구체적으로 말하자면, 50 MHz DSP를 사용하는 경우에, 완전한 역동역학의 계산에는 대략 25msec 정도의 연산 시간이 소요되는 반면에, 근사화된 역동역학의 계산에는 대략 1msec 미만의 시간만이 소요된다.

2. H∞ 제어기

근사화된 모델은 모델링 오차를 포함하고 있으므로, 전체 제어 시스템의 안정성을 보장할 수 없게 된다. 모델링 오차에 의한 제어 시스템의 불안정을 극복하기 위한 일반적인 방법으로, 적응제어[11]와 슬라이딩모드 제어[12] 등의 기법이 사용될 수 있다. 그러나 적응제어의 경우에는 역시 계산시간이 많이 소요되는 문제와 시스템 규명을 위하여 항상 persistently exciting한 신호가 공급되어야 하는 문제가 발생한다. 슬라이딩모드 제어의 경우에는 급격한 제어입력의 변동이 채터링(chattering) 현상에 의하여 제어 대상의 불필요한 진동을 야기할 수 있다.

본 연구에서는 계산시간의 단축을 위하여 의도적으로 도입한 이와 같은 모델링 오차를 보상하기 위하여 안정성 보장과 외란억제 성능이 우수한 H_∞ 제어기를 사용한다[13]. 이때, 병렬기구가 동작할 수 있는 최대 속도의 한계를 알고 있으므로 속도에 의존하는 불확실성의 크기 역시 알 수 있다. 원하는 궤적을 추종하기 위한 추종 제어기로는 PID 제어기를 사용하여 피드포워드 형태로 구현하며, 모델링 오차를 보상하기 위하여 H_∞ 제어기를 추가하여, Fig. 5와 같은 2자유도 제어기를 구성한다.

H_∞ 제어기는 불확실성에 따른 외란을 억제하는 작용뿐만 아니라, 2자유도 제어기의 피드포워드 PID 제어기의 모델링 오차까지 억제하여야 한다. 이 때, 피드포워드 제어기는 피드백 부분이 없으므로 제어 시스템 안정성에는 영향을 미치지는 않는다.

제어기 구성에 편리하도록 운동방정식을 상태방정식으로 형태로 구하면 다음과 같다. 본 연구에서 제안한 제어기에서는 역동역학 계산에 정확한 비선형 항인 **h** 대신에 근사값 $\hat{\mathbf{h}}$을 사용하게 된다. 근사값 $\hat{\mathbf{h}}$을 적용한 (13)을 (9)에 대입하면 다음과 같다.

$$\mathbf{M}(\mathbf{X})\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{h}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) = \mathbf{J}^T\mathbf{F}_c + \hat{\mathbf{h}} \tag{17}$$

따라서 양변의 비선형 항은 정확히 상쇄되지 못하고, 오차 $\Delta\mathbf{h}$가 존재하게 된다. (12)를 (17)에 대입하면

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{M}^{-1}\mathbf{J}^T\mathbf{F}_c - \mathbf{M}^{-1}\Delta\mathbf{h} \tag{18}$$

이 되며, 상태변수를 새로운 변수 $Z=\{X^T\dot{X}^T\}^T$로 정의하면 (18)로부터 아래의 상태방정식을 얻을 수 있다.

$$\dot{\mathbf{Z}} = \begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{I}_6 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\mathbf{Z} + \begin{Bmatrix}\mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\end{Bmatrix}\mathbf{J}^T\mathbf{F}_c - \begin{Bmatrix}\mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\end{Bmatrix}\Delta\mathbf{h} \tag{19}$$

이 식에서 $\mathbf{I}_6$은 6×6 단위행렬을 나타내며, 모델링 오차 $\Delta\mathbf{h}$

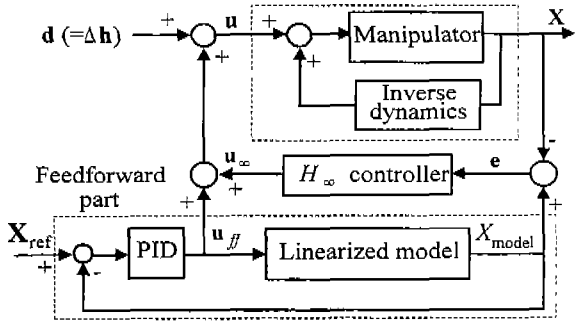


그림 5. 근사동역학과 H_∞ 제어기로 구성되어 있는 본 연구에서 제안된 역동역학 제어기.
Fig. 5. Proposed inverse dynamics controller with approximate dynamics and H_∞ controller.

$$\left\| \mathbf{W}_e(\mathbf{I}+\mathbf{PK})^{-1}\{-\mathbf{PW}_d \quad \mathbf{I}\} \right\|_\infty < \gamma$$

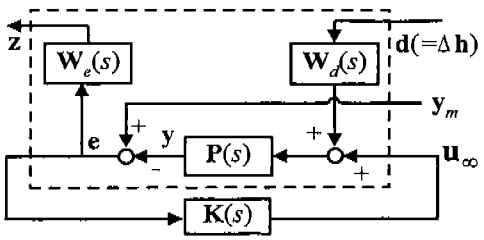


그림 6. 가중함수가 포함된 일반화 플랜트.
Fig. 6. Generalized plant with weighting functions.

를 외란으로 취급하고 관성행렬의 **M**과 자코비안 행렬 **J**를 상수로 근사화하면, (19)은 다음과 같은 일반적인 선형 상태 방정식으로 표현할 수 있다.

$$\dot{\mathbf{Z}} = \mathbf{AZ} + \mathbf{Bu} \tag{20}$$

이때, **A, B**는 (19)에서 해당하는 행렬이며, **u**는 작업공간에서의 구동력 $J^T\mathbf{F}_c$를 나타낸다.

H_∞ 제어기에서 주로 기술하는 일반화 플랜트를 나타내는 Fig. 6에서 가중치 $\mathbf{W}_e$, $\mathbf{W}_d$ 행렬의 대각 성분 함수인 $W_e(s)$, $W_d(s)$는 각각 오차 및 외란의 가중치를 나타낸다. 오차는 궁극적으로 정상상태에서는 제로가 되어야 하므로 오차 가중치 함수는 적분기를 포함하여야 한다. 또한, 외란의 경우 주로 역동역학 계산의 근사화 과정에서 발생하며, 병렬기구의 운동은 주로 10Hz 이하의 주파수 성분을 갖는다고 가정한다.

$$\mathbf{W}_d = \begin{bmatrix} W_d(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W_d(s) \end{bmatrix}, \mathbf{W}_e = \begin{bmatrix} W_e(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & W_e(s) \end{bmatrix}$$

$$\text{where } W_d(s) = \frac{d_0}{s+20\pi}, W_e(s) = \frac{e_0}{s} \tag{21}$$

이때, d_0, e_0는 추종 성능에 영향을 미치는 상수이다. 제어기 $\mathbf{K}(s)$의 목적은 이상의 가중치 함수를 적용하여 다음과 같은 폐루프의 H_∞ norm 크기를 가능한 작은 크기의 γ로 억제하는 것이다.

$$\left\| \mathbf{W}_e(\mathbf{I}+\mathbf{PK})^{-1}\{-\mathbf{PW}_d \quad \mathbf{I}\} \right\|_\infty < \gamma \tag{22}$$

IV. 실험 결과 및 토론

Fig. 7은 본 연구를 위하여 제작한 스튜어트 플랫폼을 나타내는데, 6-UPS(universal-prismatic-spherical) 형태로 되어 있다.

동작 가능 범위는 X, Y축 ±0.2m, Z축 ±0.1m, 롤, 피치는 ±25°, 요는 ±30°이다. 제어기는 두 부분으로 나누어져 있다. PC를 사용하는 상위제어기는 실험 장치의 전반적인 동작을 제어하고 결과를 분석하는데 사용되며, DSP TMS320C31로 구성된 하위제어기에서는 역동역학, 순기구학 계산 및

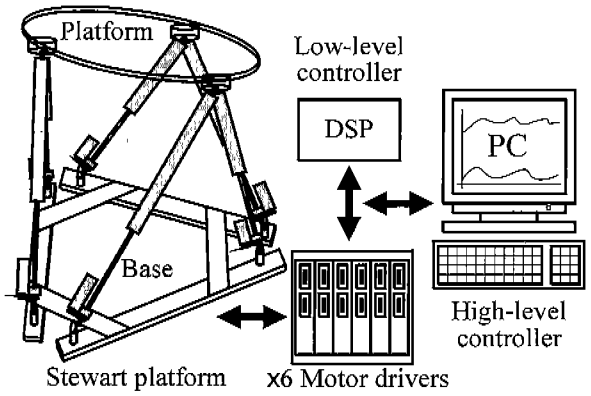


그림 7. 실험 장치 구성도.
Fig. 7. Schematic of experimental setup.

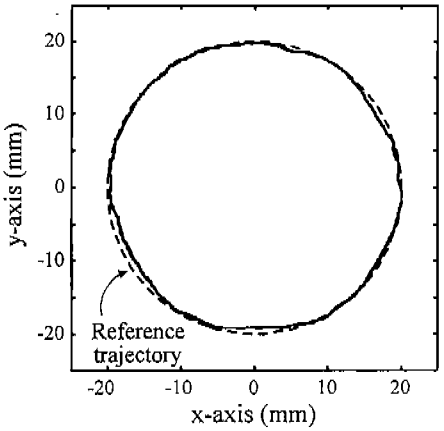


그림 8. 완전 역동역학 제어기와 단순 PID제어기의 저속 궤적 추종 성능.
Fig. 8. Tracking performance for simple PID controller and inverse dynamics controller with full dynamics during low-speed tracking.

제어기의 구현을 담당한다. 실험 결과들은 모두 구동 장치의 변위를 순기구학을 통해서 작업공간상의 변위로 재구성한 것들이다.

1. 완전한 동역학을 갖는 역동역학 제어기

Fig. 8은 플랫폼의 중심점 P가 반경 0.02m의 원 궤적을 0.2Hz의 속도로 비교적 저속으로 추종하는 실험 결과를 보여준다.

(13)으로 주어지는 완전한 동역학을 갖는 역동역학 제어와 단순 PID 제어의 추종 결과를 비교하였다. 완전한 동역학의 계산에는 약 30msec 정도의 연산시간이 소요되므로 이에 기초한 역동역학 제어기는 큰 샘플링 주기(약 30msec)를 가지게 되지만, 주어진 궤적의 기준속도 자체가 저속이므로 이러한 느린 샘플링 속도로도 비교적 원 궤적을 잘 추종하게 된다. 한편, 단순 PID 제어는 운동방정식의 비선형항인 $\mathbf{h}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}})$의 존재를 무시하고, 단순히 오차만으로 계산되는 제어기로 다음과 같은 제어 법칙을 갖는다.

$$\mathbf{F} = \mathbf{J}^{-T}\mathbf{M}\{\ddot{\mathbf{X}}_{\text{ref}} + \mathbf{K}_P(\mathbf{X}_{\text{ref}} - \mathbf{X}) + \mathbf{K}_D(\dot{\mathbf{X}}_{\text{ref}} - \dot{\mathbf{X}}) + \mathbf{K}_I\int(\mathbf{X}_{\text{ref}} - \mathbf{X})dt\} \tag{23}$$

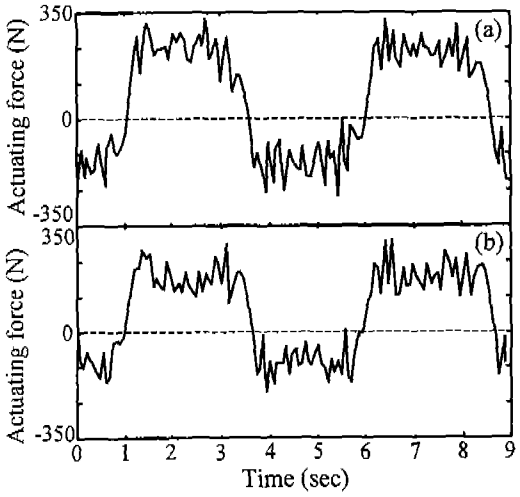


그림 9. 단순 PID제어기(a)와 완전 역동역학 제어기 (b)의 제어 입력.

Fig. 9. Control forces of (a) simple PID controller, and (b) inverse dynamics controller with full dynamics.

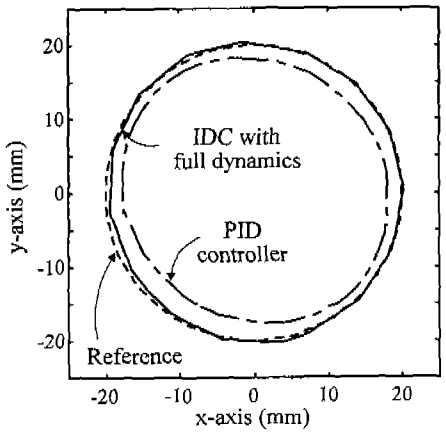


그림 10. 단순 PID제어기와 완전 역동역학 제어기의 고속 궤적 추종 성능.

Fig. 10. Tracking performance for simple PID controller and inverse dynamics controller (IDC) with full dynamics during high-speed tracking.

이때, 비선형 항의 무시를 적분제어 부분이 어느 정도 보상하게 된다. 이 때, (23)의 자코비안 행렬 **J**는 순기구학의 결과로 자연스럽게 얻어지는 값을, **M**은 궤적의 중심 위치에서 구한 고정값으로 사용하였다. 두 제어기의 추종성능은 별 차이를 보이지 않지만, Fig. 9의 제어입력을 살펴보면 역동역학 제어기가 다소 작은 제어입력을 필요로 함을 알 수 있다.

Fig. 10은 플랫폼의 무게중심이 반경 0.02m의 원 궤적을 2.5Hz의 속도(즉, Fig. 8보다 12.5배의 속도)로 추종하는 실험 결과를 나타낸다. 그림에서 알 수 있듯이 완전한 동역학을 갖는 역동역학 제어기의 결과가 단순 PID 제어기보다 추종 성능이 우수하지만, 실제 추종 궤적은 정확한 원이 아니다. 이는 샘플링 주기(30msec)가 원 궤적의 주기(400msec)에 비해서 충분히 작지 않으므로 정확한 추적제어를 수행할 수 없기 때문이다.

2. 근사화된 동역학을 갖는 역동역학 제어기

본 연구에서 제안한 방식은 기본적으로 1절의 완전한 동역학을 갖는 역동역학 제어기와 유사하지만, 근사화된 역동역학 모델링을 사용하여 역동역학 계산시간을 대폭 감소시키며, 이로 인해 발생되는 모델링 오차를 H_∞ 제어기로 보상하는 방식이다. 여기서는 이를 근사화된 동역학을 갖는 역동역학 제어기(inverse dynamics controller with approximated dynamics)로 부르기로 한다.

Fig. 8에서와 같은 저속의 추적제어에서는 제안된 제어기는 완전한 동역학을 갖는 역동역학 제어의 경우와 별다른 차이를 보이지 않는다. 그러나 Fig. 10에서와 같은 고속의 추적제어에서는 Fig. 11에서 나타난 바와 같이 제안된 방식이 더 우수한 추종 성능을 보여준다.

Fig. 11의 확대된 그림에서 볼 수 있듯이, 짧은 샘플링 주기(5msec)를 갖는 제안된 제어기는 비교적 부드러운 원 궤적을 보여주는 반면에, 긴 샘플링 주기(30msec)를 갖는 역동

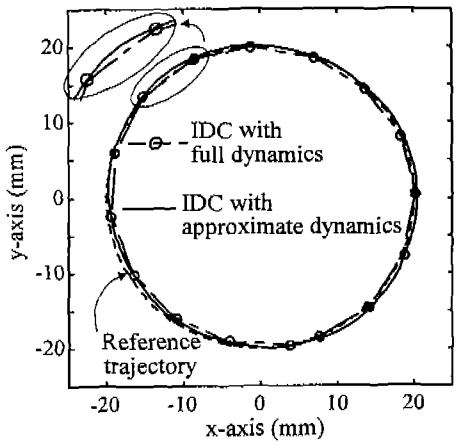


그림 11. 완전 역동역학 제어기와 근사 동역학 제어기의 고속 궤적 추종 성능.

Fig. 11. Tracking performance for inverse dynamics controllers (IDC) with full dynamics and approximate dynamics during high-speed tracking.

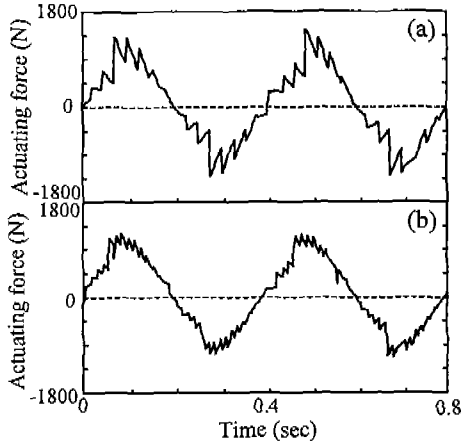


그림 12. 완전 역동역학 제어기(a)와 근사 동역학 제어기(b)의 제어 입력.

Fig. 12. Control forces of inverse dynamics controller with (a) full dynamics, and (b) approximate dynamics.

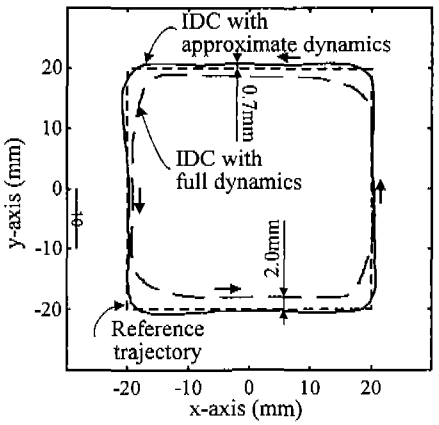


그림 13. 정사각형 궤적에 대한 완전 역동역학 제어기와 근사 동역학 제어기의 추종 성능.

Fig. 13. Tracking performance for inverse dynamics controllers with full dynamics and approximate dynamics subject to rectangular trajectories.

역학 제어기는 모서리가 존재하는 덜 부드러운 궤적을 보여준다. 또한, Fig. 12의 제어입력을 살펴보면 근사화된 동역학을 사용할 경우에 보다 변동이 작은 부드러운 제어 입력이 사용됨을 알 수 있다.

근사화된 역동역학 제어의 경우 샘플링 주기의 대부분은 순기구학 계산에 소요되며, 근사화된 역동역학 계산에는 거의 시간이 소요되지 않는다는 점에 주목하여야 한다.

Fig. 13은 이론적으로 저주파에서 고주파까지 전 영역을 포함하는 스텝 입력 형태가 반복적으로 이루어지는 정사각형 궤적을 0.5Hz의 속도로 추종하는 실험의 결과이다. 긴 샘플링 주기를 갖는 기존의 역동역학 제어기는 전반적으로 큰 추종 오차를 나타낸다. 특히, 추종 경로가 급격하게 변하는 모서리 근처에서는 더욱 큰 오차를 발생하게 되는데, 이는 긴 샘플링 주기로 인하여 고주파 성분을 갖는 모서리 부분의 기준 궤적을 잘 추종할 수 없기 때문이다. 이에 비하여, 짧은 샘플링 주기를 갖는 제안된 제어기는 구체적으로 기준 궤적에 대하여 최대 오차 0.7mm로 기존 역동역학 제어기의 최대 오차 2.0mm보다 작으며, 직선 부분뿐만 아니라 모서리 근처에서도 비교적 양호한 추종 결과를 보여준다. 결론적으로 제안된 제어기가 기존의 역동역학 제어기보다 고주파 기준입력을 더 잘 추종함을 알 수 있다.

V. 결론

스튜어트 플랫폼은 작업공간이 협소하다는 단점을 갖고 있지만, 이는 운동방정식의 여러 계수행렬을 큰 모델링 오차 없이 상수행렬로 근사화할 수 있음을 나타낸다. 특히, 관성 행렬인 **M(X)**의 경우 상수 **M**으로 가정했을 때, 최대 오차 값이 0.6% 정도로 1% 미만이 된다. 이와 같은 근사화된 상수행렬을 이용하면 역동역학 제어기의 구현에 필요한 신속한 역동역학 계산을 수행할 수 있게 된다.

본 연구에서는 이러한 근사화의 결과로 발생되는 최대 10% 정도의 모델링 오차를 외란으로 취급하여 이를 H_∞ 제어기를 사용하여 억제함으로써 전체 제어 시스템의 안정성을 확보할 수 있음을 보였다. 본 연구에서 제안된 근사화된 동역학을 갖는 역동역학 제어기는 완전한 동역학을 갖는 역동역학 제어기에 비해서, 저속의 위치제어에서는 유사한 성능을 보이지만, 추종 속도가 크거나 고주파 성분을 갖는 궤적을 추종하는 위치제어에서는 우수한 성능을 보여주었다. 제안된 제어기는 하나의 50MHz DSP로 구현할 수 있다. 현재 여러 다양한 궤적 및 작업에 대하여 제안된 제어기의 성능에 대한 연구가 진행되고 있다.

참고문헌

[1] D. Stewart, "A platform with six degrees of freedom," *Proc. of Inst. Mech. Engr.*, vol. 180, no. 1, pp. 371-386, 1965.

[2] E-M. Dafaoui, Y. Amirat, J. Pontnau, and C. Francois, "Analysis and design of a six-DOF parallel manipulator, modeling, singular configurations, and workspace," *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 14, no. 1, pp. 78-91, 1998.

[3] K. Liu, J. Fitzgerald, and F. L. Lewis, "Kinematic analysis of a stewart platform manipulator," *IEEE Trans. on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 2, pp. 282-293, 1993.

[4] G. Lebret, K. Liu, and F. L. Lewis, "Dynamic analysis and control of a stewart platform manipulator," *Journal of Robotic Systems* 10(5), pp. 629-655, 1993.

[5] B. Dasgupta and T. S. Mruthyunjaya, "Closed-form dynamic equations of the general stewart platform through the Newton-Euler approach," *Mechanism and Machine Theory*, vol. 33, no. 7, pp. 993-1012, 1998.

[6] C. Zhang and S. Song, "An efficient method for inverse dynamics of manipulators based on the virtual work principle," *Journal of Robotic Systems*, vol. 10, no. 5, pp. 605-627, 1993.

[7] E. F. Fichter, "A stewart platform-based manipulator: general theory and practical construction," *International Journal of Robotics Research*, vol. 5, no. 2, pp. 157-182, 1986.

[8] J. Zhiming, "Study of the effect of leg inertial in stewart platforms," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, vol. 10, pp. 121-126, 1993.

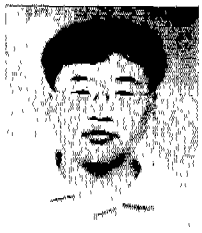
[9] J. J. Craig, *Adaptive Control of Mechanical Manipulators*, Addison-Wesley, 1988.

[10] H. Asada and J-J. E. Slotine, *Robot analysis and Control*, John Wiley and Sons, 1985.

[11] C. C. Nguyen, S. S. Antrazi, and Z.-L. Zhou, "Adaptive control of a stewart platform-based manipulator," *Journal of Robotic Systems*, vol. 10, no. 5, pp. 657-687, 1993.

[12] N.-I. Kim and C.-W. Lee, "High speed tracking control of stewart platform manipulator via enhanced sliding mode control," *IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 2716-2721, 1998.

[13] K. Zhou, J. C. Doyle, and K. Glover, *Robust and Optimal Control*, Prentice-Hall, 1996.



이 세 한

1968년 4월 22일생. 1989년 고려대학교 기계공학과 졸업. 동대학원 기계공학과 석사(1991). 1991년~1996년 삼성전자 전임 연구원. 1997년~현재, 동대학원 박사과정 재학중. 관심분야는 메카트로닉스, DSP 제어기.

송 재 복

1960년 8월5일생. 1983년 서울대학교 기계공학과 졸업. 동대학원 기계설계학과 석사(1985). MIT 기계공학과 박사(1992). 1993년~현재 고려대학교 기계공학과 교수. 관심 분야는 로봇공학, 햅틱스 및 메카트로닉스.

최 우 천

1959년 11월 23일생. 1982년 서울대학교 기계공학과 졸업. 동대학원 기계공학과 석사(1984). MIT 기계공학과 박사(1990). 1990년~1995년 포항공대 기계공학과 교수. 1995년~현재 고려대학교 기계공학과 교수. 관심 분야는 정밀 측정.

홍 대 희

1962년 2월 4일생. 1985년 고려대학교 기계공학과 졸업. 동대학원 기계공학과 석사(1987). UC Davis 기계공학과 박사(1994). 1998년~현재 고려대학교 기계공학과 교수. 관심분야는 생산자동화, 로봇 응용, 지능형 수송 시스템.