

다차원 평면 클러스터를 이용한 자기 구성 퍼지 모델링

Self-Organizing Fuzzy Modeling Based on Hyperplane-Shaped Clusters

고택범
(Taek-Beom Koh)

Abstract : This paper proposes a self-organizing fuzzy modeling (SOFUM) which can create a new hyperplane-shaped cluster and adjust parameters of the fuzzy model in repetition. The suggested algorithm SOFUM is composed of four steps: coarse tuning, fine tuning, cluster creation and optimization of learning rates. In the coarse tuning, fuzzy C-regression model (FCRM) clustering and weighted recursive least squared (WRLS) algorithm are used and in the fine tuning, gradient descent algorithm is used to adjust parameters of the fuzzy model precisely. In the cluster creation, a new hyperplane-shaped cluster is created by applying multiple regression to input/output data with relatively large fuzzy entropy based on parameter tunings of fuzzy model. And learning rates are optimized by utilizing meiosis-genetic algorithm in the optimization of learning rates. To check the effectiveness of the suggested algorithm, two examples are examined and the performance of the identified fuzzy model is demonstrated via computer simulation.

Keywords : self-organizing fuzzy modeling, fuzzy c-regression model, weighted recursive least squared algorithm, gradient descent, meiosis-genetic algorithm, fuzzy entropy

I. 서론

최근 비선형성을 가진 실제 시스템의 퍼지 모델링에 관한 연구가 다양한 분야에 걸쳐 연구되어 왔다[1]. 퍼지 모델링은 기존의 방법에 의해 수학적으로 정확하게 기술하기 어려운 경우 인간의 경험지식을 토대로 성공적으로 수행되었다. 하지만, 실제적인 응용에서는 모델을 구축하기 위해 적절한 퍼지 규칙을 탐색해야 하는 어려움이 있으며 퍼지 규칙을 자동적으로 동정하기 위해 많은 연구가 수행되었다[2]-[5].

이 퍼지 모델들 중에서 Takagi-Sugeno 모델[3]은 주어진 시스템을 탁월하게 모델링 하는 능력을 갖고 있으며, 모델기반 제어에 적합한 장점이 있다[6]-[8]. 그러나, Takagi-Sugeno 모델의 동정 알고리즘은 복잡하여 디지털 컴퓨터로 구현하기 어렵고, 시간이 많이 걸려 실제적으로 적용하기 어렵다. 이 문제를 해결하기 위해서 패턴인식 기술을 토대로 한 Sugeno와 Yasukawa의 모델[2]이 제안되었다. 이 모델은 Takagi-Sugeno 모델보다 구현하기 쉽고 후건부가 선형식이 아닌 언어 변수로 표현되어 있기 때문에 직관적으로 이해하기 쉽다. 하지만 후건부가 singleton으로 되어 있으므로 Takagi-Sugeno 모델에 비해 열등한 시스템 모델링 능력을 갖고 있으며 더 많은 퍼지 규칙을 필요로 한다.

최근 Takagi-Sugeno 모델과 Sugeno-Yasukawa 모델의 장점을 결합한 Kim의 모델[9]이 제안되었다. Kim의 모델은 Takagi-Sugeno 모델과 같은 적은 수의 퍼지 규칙으로 미지의 시스템을 정확하게 모델링할 수 있으며, Sugeno-Yasukawa 모델만큼 구현하기 쉽다. Kim의 모델은 선형식으로 된 후건부에 맞추어 기존의 다차원 구모양 클러스터 대신에 다차원 평면 클러스터를 이용하였으며, weighted recursive least

squared(WRLS) 알고리즘[10]과 fuzzy C-regression model(FCRM) 클러스터링[11]에 의해 퍼지 모델의 전건부와 후건부 파라미터를 개략적으로 동정한 후 gradient descent 알고리즘에 의해 전건부, 후건부 파라미터를 정밀하게 조정한다. 하지만, Kim의 모델링에서는 적당한 수의 클러스터가 찾아질 때까지 클러스터의 수를 단순하게 증가시키면서 모델링 오차가 증가되기 전까지 퍼지 모델의 파라미터 동정 과정을 반복하기 때문에 새로운 클러스터의 증가에 의해 모델링 오차가 줄어들기 어렵다. 또한 파라미터의 정밀 동조에 사용되는 gradient descent 알고리즘의 수렴 성능은 학습률에 의해 변하기 때문에 최적의 학습률을 구하여 모델의 학습, 예측 성능을 개선할 필요가 있다.

본 논문에서는 Kim의 모델과 같이 FCRM 클러스터링과 WRLS 알고리즘에 의해 퍼지 모델의 전건부와 후건부 파라미터를 개략적으로 동정하고, gradient descent 알고리즘을 이용하여 최적의 학습률에 의해 파라미터를 정밀하게 동정한 후 동정 결과를 토대로 선택된 큰 퍼지 엔트로피의 입출력 데이터 집단에 다중 회귀분석을 적용하여 새로운 다차원 평면 클러스터를 구성하고 모델 파라미터의 동정을 반복하면서 감수분열 유전알고리즘(MGA: Meiosis-Genetic Algorithm)을 이용하여 최적의 학습률을 탐색하는 새로운 자기구성 퍼지 모델(SOFUM: Self-Organizing Fuzzy Model)을 제안한다. 그리고 Box-Jenkins의 가스로 데이터와 다변수 비선형 정적 함수의 데이터를 활용한 예에 자기구성 퍼지 모델 SOFUM을 적용한 결과와 기존의 방법에 의한 모델링 결과를 비교하여 그 성능을 입증한다.

II. 자기 구성 퍼지 모델 (SOFUM)

본 논문에서 제안하는 자기구성 퍼지 모델 SOFUM은 다음과 같이 크게 4 부분으로 구성된다.

i) FCRM 클러스터링과 WRLS 알고리즘을 이용하여 전건

부와 후건부의 파라미터를 근사적으로 결정하는 개략 동조

ii) gradient descent 알고리즘에 의해 전건부와 후건부의 파라미터를 정밀하게 조정하는 정밀 동조

iii) 퍼지 엔트로피가 상대적으로 큰 입출력 데이터 집단에 다중 회귀분석을 적용한 새로운 다차원 평면 클러스터의 생성

iv) 감수분열 유전알고리즘에 의한 최적의 학습을 탐색

그림 1에 감수분열 유전알고리즘에 의해 최적의 학습을 탐색하면서 퍼지 모델 파라미터의 개략 동조, 정밀 동조와 새로운 클러스터의 생성에 의한 퍼지 규칙의 추가 과정을 수행하는 자기구성 퍼지 모델링의 전체 흐름도를 보인다.

1. FCRM 클러스터링과 WRLS 알고리즘에 의한 개략동조

FCM 클러스터링은 다차원 구형 클러스터에 적합하며 클러스터에 속하는 데이터의 무게중심을 계산하여 중심점으로 각 클러스터를 나타내지만, FCRM 클러스터링은 다차원

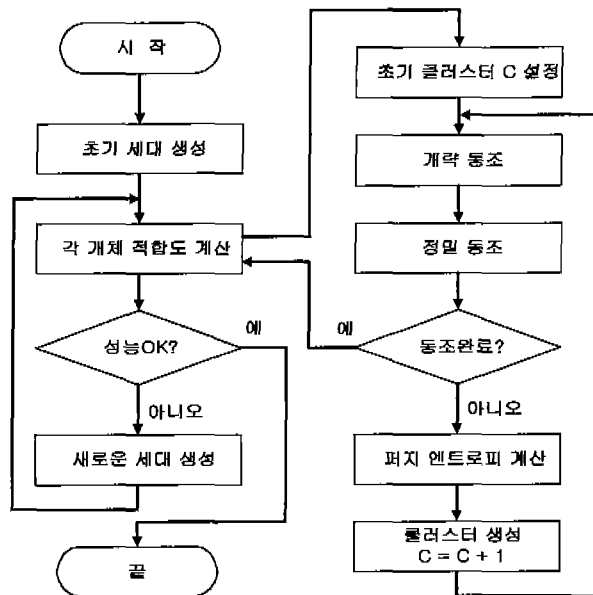


그림 1. 자기구성 퍼지 모델링의 구성.
Fig. 1. Structure of SOFUM.

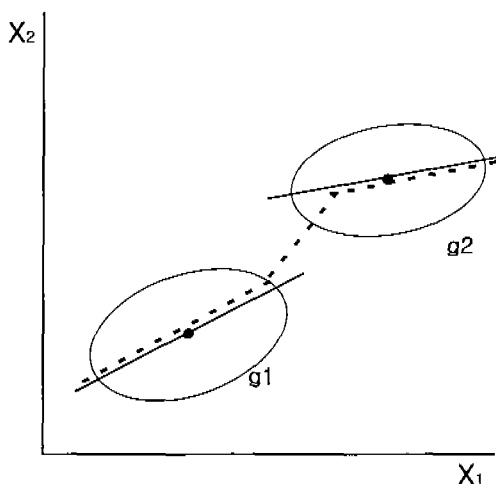


그림 2. FCRM 클러스터링.
Fig. 2. FCRM clustering.

평면 클러스터에 적합하며 WRLS 알고리즘에 의해 관련 데이터의 다차원 평면 적합도를 계산하여 각 클러스터를 나타낸다. FCRM 클러스터링은 각 퍼지 규칙이 제어하는 데이터의 적합도를 결정하고 데이터를 나타내는 선형식을 구하기에 적합하다.

FCRM으로 구한 클러스터는 다차원 평면으로 표현되고, m차원의 입력과 단일 출력의 경우 i번째 클러스터는 다음과 같이 표현된다.

$$y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (i = 1, \dots, c) \quad (1)$$

이를 벡터 방정식의 형태로 변환하면 $y^i = X^T P^i$ 로 표현된다.

여기서, $X = [1 \ x_1 \ \dots \ x_m]^T$ 이고, $P^i = [a_0^i \ a_1^i \ \dots \ a_m^i]^T$ 이다.

본 논문에서는 미선형 다변수 시스템의 모델을 구축하기 위해 (2)와 (3)으로 표현되는 Takagi-Sugeno형 퍼지 모델을 이용한다.

$$R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i(p_{11}^i, p_{12}^i) \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i(p_{21}^i, p_{22}^i) \text{ and } \dots \text{ and } x_m \text{ is } A_m^i(p_{m1}^i, p_{m2}^i), \text{ then } y^i = a_0^i + a_1^i x_1 + \dots + a_m^i x_m \quad (2)$$

$$y_m = \frac{\sum_{i=1}^c w^i y^i}{\sum_{i=1}^c w^i}, \quad w^i = \text{MIN}_{j=1}^m A_j^i(x_j) \quad (3)$$

여기서 $A_j^i = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$ 는 2개의 파라미터 p_{j1}^i 와 p_{j2}^i 를 갖는 종형 소속함수이다.

다차원 평면 클러스터는 FCRM 클러스터링과 WRLS 알고리즘에 의해 다음과 같은 단계를 거쳐 갱신된다.

1) FCRM 클러스터링 알고리즘

단계 1 : 실험에 의해 얻어진 n개의 표본 데이터 집합 $(X_k, y_k), 1 \leq k \leq n$ 의 입력 공간에만 C-means 알고리즘을 적용하여 초기 클러스터를 설정한다. 각 클러스터에 다중 선형회귀 알고리즘을 적용하여 FCRM 클러스터링을 위한 c개의 다차원 평면 클러스터를 구한다.

$$y^1 = X^T P^1(1) \\ \dots \\ y^c = X^T P^c(1)$$

단계 2 : l번째 반복시행에서 각각의 표본 데이터 $(X_k, y_k), 1 \leq k \leq n$ 을 각 클러스터 $y^i = X^T P^i(l)$ 에 퍼지하게 할당하여 소속도 u_i^k 로 구성되는 $c \times n$ 행렬 $U(l)$ 을 다음과 같이 구한다.

$$I_k = \{i \mid 1 \leq i \leq c, d_k^i = \|y_k - X_k^T P^i(l)\| = 0\} \\ \bar{I}_k = \{1, 2, \dots, c\} - I_k$$

$$\text{If } I_k = \emptyset \Rightarrow u_i^k = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{d_{jk}^i}{d_{jk}^i}\right)^{2/(m-1)}}$$

If $I_k \neq \emptyset \Rightarrow u_k^i = 0 \forall i \in \bar{I}_k$ and $\sum_{i \in \bar{I}_k} u_k^i = 1$

단계 3 : 만일 $\|U(l) - U(l-1)\| \leq \epsilon$ 이면 종료, 아니면 단계 4를 수행

단계 4 : 단계 2에서 구한 $U(l)$ 을 이용하여 WRLS 알고리즘에 의해 $(l+1)$ 번째의 새로운 클러스터 $y^i = X^T P^i(l+1)$ ($i=1, 2, \dots, c$)를 구한다.

단계 5 : $l=l+1$, 단계 2를 수행

2) FCRM 모델링을 위한 WRLS 알고리즘

i 번째 다차원 평면 클러스터 $y^i = X^T P^i$ 는 (4)~(6)의 순환 방정식에 의해 구해진다.

$$P_{k+1}^i = P_k^i + K_{\beta} [y_{k+1} - X_{k+1}^T P_k^i] \quad (4)$$

$$K_k = S_{k+1} X_{k+1} = \frac{S_k X_{k+1}}{\frac{1}{u_k^i} + X_{k+1}^T S_k X_{k+1}} \quad (5)$$

$$S_{k+1} = [1 - K_k X_{k+1}^T] S_k \quad (6)$$

$S_0 = aI$ (a 는 100보다 큰 수, I 는 단위행렬)

여기서 $k=1, 2, \dots, n$ 이고, $i=1, 2, \dots, c$ 이다.

후건부 파라미터가 FCRM 클러스터링에 의해 결정된 후 전건부 파라미터는 소속도 행렬 $U(l)$ 을 이용하여 다음과 같이 구해진다.

$$A^i(p_{11}^i, p_{22}^i) = \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{11}^i}{p_{22}^i}\right)^2\right\}$$

$$p_{11}^i = \frac{\sum_{k=1}^n u_k^i x_{k1}}{\sum_{k=1}^n u_k^i}$$

$$\frac{p_{22}^i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^n u_k^i (x_{k1} - p_{11}^i)^2}{\sum_{k=1}^n u_k^i}}$$

여기서 p_{11}^i 와 p_{22}^i ($i=1, 2, \dots, c$ 와 $j=1, 2, \dots, m$)는 각각 i 번째 퍼지 규칙의 j 번째 소속함수 평균과 표준편차를 나타낸다.

2. Gradient descent 알고리즘에 의한 정밀 동조

퍼지 모델의 전건부와 후건부 파라미터가 다음과 같이 gradient descent 알고리즘에 의해 정밀하게 조정된다.

1) 전건부 파라미터의 정밀 동조

$$\Delta p_{jk}^i = \beta (y_d - y_m) (y^i - y_m) \frac{1}{\sum_{i=1}^m w^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i} \quad (7)$$

여기서 β 는 전건부 파라미터의 학습률, y_d 는 목표 출력, y_m 은 퍼지 모델의 출력이고, $\frac{\partial w^i}{\partial p_{jk}^i}$ 는 다음과 같이 구해진다.

i) $w^i = \text{MIN}_{k=1}^m A_k^i = A_j^i$ 를 만족하는 j (여기서 $j=1, \dots, m$)가 존재하면

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{11}^i} = \frac{\partial A_j^i}{\partial p_{11}^i} = \frac{2}{p_{22}^i} \frac{x_j - p_{11}^i}{p_{22}^i} \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{11}^i}{p_{22}^i}\right)^2\right\}$$

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{22}^i} = \frac{\partial A_j^i}{\partial p_{22}^i} = -\frac{2}{p_{22}^i} \left(\frac{x_j - p_{11}^i}{p_{22}^i}\right)^2 \exp\left\{-\left(\frac{x_j - p_{11}^i}{p_{22}^i}\right)^2\right\}$$

$$= \frac{x_j - p_{11}^i}{p_{22}^i} \frac{\partial w^i}{\partial p_{11}^i}$$

ii) $w^i = \text{MIN}_{k=1}^m A_k^i = A_j^i$ 인 $j(j=1, \dots, m)$ 에 대해

$$\frac{\partial w^i}{\partial p_{11}^i} = \frac{\partial w^i}{\partial p_{22}^i} = 0$$

2) 후건부 파라미터의 정밀 동조

$$\Delta a_j^i = \gamma (y_d - y_m) \frac{w^i x_j}{\sum_{i=1}^m w^i} \quad (8)$$

여기서 γ 는 후건부 파라미터의 학습률이다.

3. 퍼지 엔트로피를 이용한 새로운 클러스터의 생성

퍼지 집합을 정의역 $X = \{x_1, \dots, x_n\}$ 과 치역 $[0, 1]$ 의 대응이라고 하면, X 의 모든 퍼지 부분집합의 전체 집합은 다차원 입방체와 같고, 하나의 퍼지 집합은 이 다차원 입방체의 한 점과 같게 된다[21]. 본 논문에서는 퍼지 집합의 애매 모호한 정도(fuzziness)를 그림 3에 보인 바와 같이 $X = \{x_1, x_2\}$ 의 경우 (9)로 나타낸 퍼지 엔트로피로 정의한다.

$$E(A) = \frac{a}{b} = \frac{l^1(A, A_{near})}{l^1(A, A_{far})} \quad (9)$$

여기서 $l^p(A, B) = \sqrt[p]{\sum_{i=1}^n |m_A(x_i) - m_B(x_i)|^p}$ 이고, $p=1$

인 경우 fuzzy Hamming distance이며, $a = l^1(A, A_{near})$ 는 퍼지 집합 A 를 나타낸 점에서 가장 가까운 꼭지점까지의 거리, $b = l^1(A, A_{far})$ 는 퍼지 집합 A 를 나타낸 점에서 가장 먼 꼭지점까지의 거리이다.

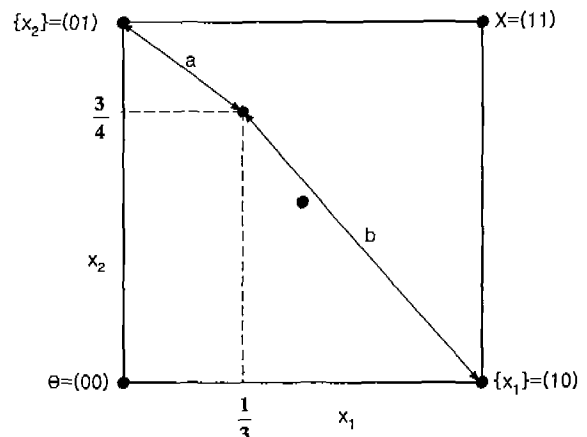


그림 3. 퍼지 엔트로피, $E(A) = a/b$.
Fig. 3. Fuzzy entropy, $E(A) = a/b$.

이를 확장하여 $X = \{x_1, \dots, x_m\}$ 에 대해 적용하면 퍼지 집합의 애매 모호한 정도를 (10)과 같은 퍼지 엔트로피로 정의할 수 있다.

$$E(A) = \frac{a}{b} = \frac{l^2(A, A_{near})}{l^2(A, A_{far})} \quad (10)$$

여기서 $l^2(A, B) = \sqrt{\sum_{i=1}^m (m_A(x_i) - m_B(x_i))^2}$ 은 fuzzy Euclidean distance이다.

퍼지 모델의 전건부, 후건부 파라미터의 개략 동조와 정밀 동조를 수행한 후 퍼지 엔트로피가 상대적으로 큰 입출력 데이터 집합을 구성하고 다중 회귀분석을 적용하여 새로운 클러스터를 생성한다. 퍼지 엔트로피가 큰 데이터는 각 클러스터에 소속하는 소속도가 거의 같고, 이에 따라 애매 모호한 정도가 커지게 된다. 따라서 퍼지 엔트로피가 큰 데이터 집합을 토대로 한 새로운 클러스터의 생성에 의해 퍼지 모델의 애매 모호한 정도가 적어지고 모델링 오차가 줄어들 가능성이 크다.

본 논문에서는 각 표본 데이터 (X_k, y_k) 의 퍼지 엔트로피를 구하는 대신에 각 데이터가 클러스터 $y^i = X^T P^i$ 에 소속하는 소속도 행렬 U 를 참조하여 다음과 같이 애매 모호한 정도가 큰 데이터 집합을 구성하고, 이 데이터에 다중 회귀분석을 적용하여 새로운 클러스터를 생성한다.

$$\begin{aligned} & \text{If } (MAX_{i=1}^c u_k^i - AVG_{i=1}^c u_k^i) < (\eta \times AVG_{i=1}^c u_k^i) \\ & \text{and } (AVG_{i=1}^c u_k^i - MIN_{i=1}^c u_k^i) < (\eta \times AVG_{i=1}^c u_k^i) \\ & \text{then } (X_k, y_k) \in Cluster_{new} \end{aligned}$$

여기서 η 는 새로운 클러스터의 퍼지 엔트로피 범위를 나타내는 상수이다.

4. 감수분열 유전알고리즘을 이용한 학습률의 최적화

본 논문에서는 퍼지 모델의 학습, 예측 성능을 개선하기 위해 감수분열 유전알고리즘[22]을 이용하여 전건부 파라미터의 학습률 β 와 후건부 파라미터의 학습률 γ 의 최적 값을 탐색한다. 감수분열 유전알고리즘은 실수형 유전자로 구성된 개체에 대해 인간 내에 존재하는 감수분열(meiosis)을 적용하여 개체를 생식체로 만들고, 생식체의 랜덤한 선택과 교배를 통해 세대가 진화함에 따라 전역탐색을 수행하고 우수개체 보존과 교배 및 변이를 통해 국부탐색을 수행한다. 감수분열 유전알고리즘을 기존의 유전알고리즘과 비교하면 i) 실수형 유전자를 사용하여 2진 코딩으로 인한 분해능의 제약과 변환 오차가 없고, ii) 개체의 모든 유전자를 교배 기준선에 따라 분할하고 랜덤하게 변화시켜 개체를 생성함으로써 개체간의 일부 유전자 교환에 한정되지 않으므로 다양한 공간탐색이 가능하며, iii) 우수개체의 보존과 변이를 통해 부모세대의 우수형질을 보존하면서 변이시켜 신속한 국부탐색을 동시에 가능하게 한다.

1) 생식체의 생성 유형

개체를 가로열로 나누고 랜덤하게 변화시켜 생식체를 생성시키고 랜덤하게 선택하여 교배시킴으로써 다음세대의 개체집단을 생성한다. 생식체의 생성을 개체의 감수분열 유

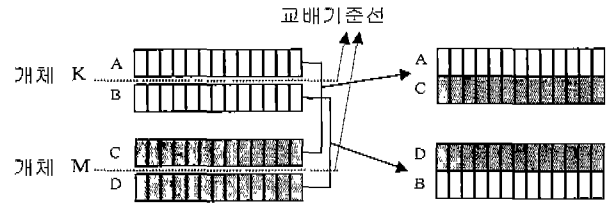


그림 4. 감수분열 유전알고리즘의 교배방식. Fig. 4. Crossover type of meiosis-genetic algorithm.

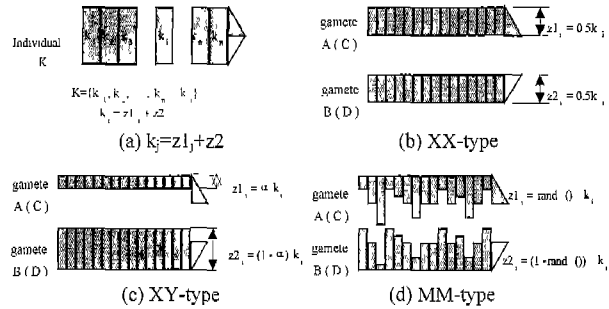


그림 5. 감수분열 유전알고리즘의 생식체 생성유형. Fig. 5. Gamete types of meiosis-genetic algorithm.

형에 따라 그림 5와 같이 3가지 유형으로 나눈다.

여기서 XX, XY 유형은 외형적으로 감수분열되는 비율에 따라 생성되는 생식체를 기준으로 구분되고, MM 유형의 감수분열은 염색체의 돌연변이를 모델로 한 것이다. 개체 K는 염색체 k_i ($1 \leq i < n$)의 1차원 배열로 구성되어 있으며, 파라미터 α 는 개체의 감수비율, θ_i 는 각 염색체의 감수비율, $rand(\eta)$ 는 0과 η 사이의 랜덤 값을 발생시키는 랜덤 함수를 나타낸다.

$$\begin{aligned} & \text{개체 } K = \{k_1, k_2, \dots, k_n\} \\ & \text{개체 } K' = \{k_1', k_2', \dots, k_n'\} \\ & \text{파라미터 } \theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n\} \end{aligned}$$

하나의 개체가 분리되어 생성되는 2개의 생식체가 생성되는데 다음 식으로 나타낼 수 있으며 파라미터의 비율에 따라 유형이 결정된다.

$$\begin{aligned} & \text{생식체 } A = \{z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1n}\} \\ & \text{생식체 } B = \{z_{21}, z_{22}, \dots, z_{2n}\} \\ & k_i' = z_{1i} + z_{2i} \end{aligned}$$

i) XX 유형 : 하나의 개체를 1/2로 감수분열시키고 각 염색체의 파라미터 θ_i 를 미세하게 랜덤 값으로 변화시켜 2개의 동일한 생식체를 생성하는 경우이다. 우수개체집단에 대해 XX 유형으로 개체를 나누어 생식체로 생성시키고 우수개체 풀에서 랜덤 선택 교배를 수행하여 국부탐색을 수행할 수 있도록 한다. 최적 해에 접근함에 따라 염색체들에 가해지는 변화의 폭을 줄여 완만하게 수렴하기에 적합하도록 하기 위해 새로운 최적 해의 발생유무를 기준으로 수렴에 따른 변화량을 결정하기 위한 파라미터로 i_{factor} 를 정의한다. 하나의 개체에서 생성되는 2개의 생식체는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \alpha = 0.5 \\ & z_{li} = \alpha k_i(1 + \theta_i) \end{aligned}$$

$$z2i = (1 - \alpha)ki(1 - \theta i)$$

$$\theta i = \text{rand}(0.5) / i_{factor}$$

$$i_{factor} = \begin{cases} 1 & ; \text{새로운 해가 발생} \\ i_{factor}++ & ; \text{새로운 해가 없음} \end{cases}$$

ii) XY 유형 : 염색체 각각에 대해서는 감수비율을 적용하지 않고, 개체에 대한 감수비율만을 적용하여 생식체들이 생성된다. 개체내의 염색체들에 적용된 비율이 일률적인 특성을 지닌 생식체들간의 교배를 통하여 현재의 국소값이 있는 부근을 크게 이탈하는 수단으로 이용될 수 있으며, 개체내의 형질특성을 유지하면서 공간상에서 다른 범위의 탐색을 가능하게 하는 효과가 있다.

$$\alpha = \text{rand}(1)$$

$$\theta i = 0, 1 \leq i \leq n$$

$$z1i = \alpha ki$$

$$z2i = (1 - \alpha)ki$$

iii) MM 유형 : 개체내의 모든 염색체에 대해 랜덤하게 감수비율을 적용하면서 개체에 대해서도 랜덤한 감수비율을 적용하여 생식체를 생성한다. 이 생식체들의 랜덤 선택 교배에 의해 생성되는 개체는 공간적 이동 폭이 크므로 전역 탐색의 수단으로 효과를 나타낸다. 개체집단이 진화함에 따라 집단내의 대부분의 개체가 국부해를 갖는 개체로 될 때 국부해에서의 탈출을 도모하는 수단이 된다.

$$\alpha = \text{rand}(1)$$

$$w_i = \text{upper bound} - \text{lower bound}$$

$$-0.5w_i \leq \theta i \leq 0.5w_i$$

$$z1i = \alpha ki(1 + \theta i)$$

$$z2i = (1 - \alpha)ki(1 + \theta i)$$

여기서 각 염색체의 감수비율 θi 는 구간 w_i 의 상한과 하한 사이의 랜덤 값을 갖는다.

iv) 경계값 초과 시 처리 : 생식체간의 랜덤 선택에 의한 교배 결과 XY, MM 유형에 의해 경계값을 초과하는 개체가 생성될 수 있다. 이와 같은 경우 본 논문에서는 모든 개체의 발생 확률이 균등하게 유지되도록 개체의 각 염색체가 상한을 벗어나면 그 염색체가 구간내에 들어올 때까지 구간값을 반복하여 빼고, 하한보다 작으면 구간 값을 더한다.

$$\text{If } ki' > \text{upper bound, } ki' = ki' - w_i$$

$$\text{If } ki' < \text{lower bound, } ki' = ki' + w_i$$

2) 감수분열 유전알고리즘의 구성

i) 개체 집단 : 개체집단은 세대가 진화함에 따라 정해진 개체집단의 크기를 갖는 부모세대와 자손세대가 번갈아 존재한다. 초기 개체집단은 랜덤한 값으로 구성되며 집단의 각 개체에 대한 적합도를 평가하여 최우수 개체를 선정하고 자손세대의 엘리트 집단을 구성하는 증자로 최우수 개체 버퍼에 저장된다.

자손세대를 구성하기 위해 부모세대내의 개체들은 XX 유형을 기준으로 한 최우수개체 변형그룹과 XY 유형과 MM 유형의 감수분열을 적용할 개체그룹으로 나뉘어 생식체로 분리되고 교배 풀에 전달되며 랜덤하게 선택되어 새로운 개체집단인 자손세대를 구성한다.

ii) 생식체 교배 풀 : 생식체 교배 풀은 엘리트 풀과 동적 풀로 구성된다. 엘리트 풀은 부모세대의 최우수개체에 대해

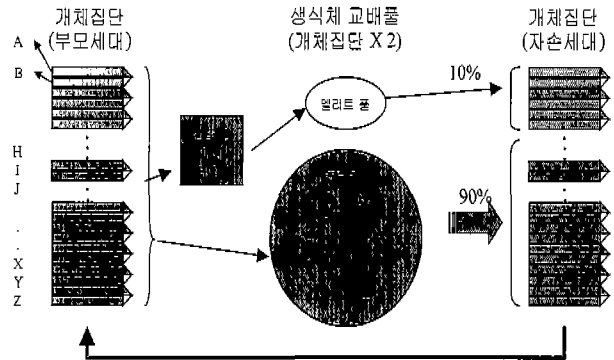


그림 6. 감수분열 유전알고리즘의 구성.

Fig. 6. Structure of meiosis-genetic algorithm.

표 1. 자손세대의 개체유형.

Table 1. Individual types of children generation.

Type	X	Y	M
X	XX	XY	XM
Y	XY	YY	YM
M	XM	YM	MM

XX 유형을 적용하여 생식체로 분리하고 분리된 생식체내의 각 염색체를 랜덤하게 미세변화시켜 생성된 생식체들의 저장소이다. 엘리트 풀에서 교배를 통해 생성된 개체는 자손세대 개체집단의 10%를 채우도록 한다.

동적 풀은 XX, XY, MM 유형으로 분리된 생식체들로 이루어져 있으며 랜덤하게 교배할 수 있도록 한다. 동적 풀에 존재하는 최우수 개체를 포함한 부모세대로부터 생식체들간의 랜덤교배에 의해 생성된 개체들은 전역탐색이 국부탐색에 비하여 더 큰 비중을 갖도록 자손세대 개체집단의 90%를 채운다.

iii) 자손세대의 개체유형 : 생식체들간의 교배결과 얻을 수 있는 자손세대의 새로운 개체유형은 표 1과 같다.

III. 시뮬레이션 및 결과고찰

본 논문에서는 Box와 Jenkins[12]의 가스르 데이터와 다 입력 단출력 비선형 정적함수의 데이터[2]에 자기 구성 퍼지 모델링 SOFUM을 적용하여 모델링하고 기존의 방법을 적용한 모델링[2][9][13]-[20] 결과와 비교하여 그 유용성을 입증한다.

1. Box와 Jenkins의 가스르 데이터 모델링

가스르 데이터는 296개의 입력, 출력 시계열 데이터로 구성되어 있다. 입력 $u(k)$ 는 가스르에 들어가는 가스 흐름률, 출력 $y(k)$ 는 출구의 CO_2 농도이며, 샘플링 간격은 9초이다. 모델의 종합적인 성능을 평가하기 위해 2가지 경우로 나누어 퍼지 모델을 구축하였다. 첫 번째 경우는 296개의 전체 가스르 데이터를 학습하여 (11)에 의해 모델의 학습성능지표 Pie 를 구하였고, 두 번째 경우는 전체 가스르 데이터를 2개 부분으로 분할하여 148개의 전반부 데이터는 학습용으로, 148개의 후반부 데이터는 평가용으로 구분하고 (11)에 의해 학습성능지표 PIs 와 예측성능지표 $EPIs$ 를 구하였다.

$$\text{모델성능지표 } PI = MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_d(i) - y_m(i)]^2 \quad (11)$$

여기서 $y_d(i)$ 는 공정 출력, $y_m(i)$ 는 모델 출력이다.

입력 $u(k)$, $u(k-1)$, $u(k-2)$ 를 최대 입력치 2.84로 나누고 출력 $y(k-1)$, $y(k-2)$, $y(k-3)$ 를 최대 출력치 60.5로 나누어 정규화된 변수 $\hat{u}(k)$, $\hat{u}(k-1)$, $\hat{u}(k-2)$, $\hat{y}(k-1)$, $\hat{y}(k-2)$, $\hat{y}(k-3)$ 을 퍼지 모델의 전건부 변수로 선정하였으며, 2개의 퍼지 규칙(클러스터)에서 시작하여 10개의 퍼지 규칙을 갖는 (12)의 퍼지 모델을 구하였다.

$$R^i: \text{ If } \hat{u}(k) \text{ is } A_1^i \text{ and } \hat{u}(k-1) \text{ is } A_2^i \text{ and } \hat{u}(k-2) \text{ is } A_3^i \text{ and } \hat{y}(k-1) \text{ is } A_4^i \text{ and } \hat{y}(k-2) \text{ is } A_5^i \text{ and } \hat{y}(k-3) \text{ is } A_6^i, \text{ then } y^i(k) = a_0^i + a_1^i \hat{u}(k) + a_2^i \hat{u}(k-1) + a_3^i \hat{u}(k-2) + a_4^i \hat{y}(k-1) + a_5^i \hat{y}(k-2) + a_6^i \hat{y}(k-3) \quad (12)$$

여기서 $A_j^i = \exp\left\{-\left(\frac{\hat{x}_j - p_{j1}^i}{p_{j2}^i}\right)^2\right\}$ 는 전건부 소속함수이고, $i(=1, \dots, c)$ 는 퍼지 규칙의 번호 (또는 클러스터의 번호)이며, $j(=1, \dots, 6)$ 은 퍼지 변수의 번호이다.

그림 7에 전체 가스료 데이터를 학습한 경우 모델 출력(퍼지 규칙의 수=7)과 공정 출력과의 비교를, 그림 8에 공정

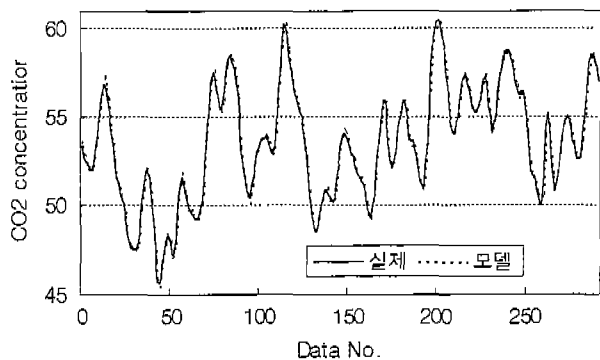


그림 7. Box와 Jenkins 가스료 데이터의 실제 출력과 모델 출력(규칙 수=7)과의 비교.

Fig. 7. Comparison of real output and model output(rule no.=7) for Box and Jenkins' furnace data.

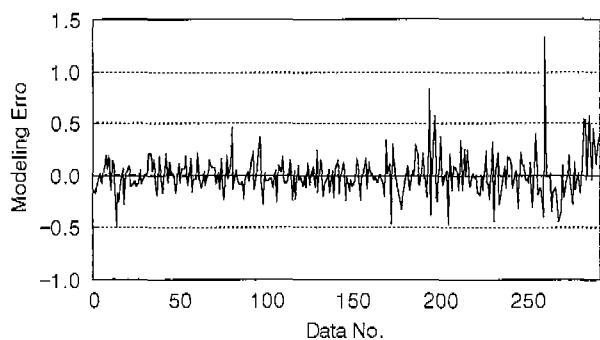


그림 8. Box와 Jenkins 가스료 데이터의 모델링 오차(규칙수=7).

Fig. 8. Modeling error(rule no.=7) for Box and Jenkins' furnace data.

표 2. 기존 퍼지 모델의 성능.

Table 2. Performance of previous fuzzy models.

Model	입력	규칙	MSE		
			PIe	PIs	EPIs
Pedrycz[14]	2	81	0.320		
Sugeno and Yasukawa[2]	3	6	0.190		
Sugeno and Tanaka[13]	6	2	0.068		
Kim, et al.[9]	6	2	0.055		
Oh, et al.[15]	4	4	0.123	0.020	0.271
Kim, et al.[17]	6	2		0.034	0.244
Lin and Cunningham[16]	5	4		0.071	0.261
Oh, et al.[20]	2	-		0.018	0.262

표 3. 전체 가스료 데이터에 대한 SOFUM.

Table 3. SOFUM over the entire furnace data.

학습률 β	학습률 γ	입력	규칙	PIe
0.0002	0.00015	6	2	0.055
			3	0.051
			4	0.049
			5	0.048
			6	0.042
			7	0.039

표 4. 학습용 데이터와 평가용 데이터에 대한 SOFUM.

Table 4. SOFUM on the training data and the testing data.

학습률 β	학습률 γ	입력	규칙	PIs	EPIs
0.0057	0.0157	6	2	0.0167	0.1376
			3	0.0156	0.1296
			4	0.0149	0.1447
			5	0.0139	0.1500
			6	0.0145	0.1530
			7	0.0144	0.1507
			8	0.0135	0.1547
			9	0.0144	0.1505
			10	0.0136	0.1458

출력과 모델 출력(퍼지 규칙의 수=7)과의 오차를 나타낸다. 표 2에 기존 퍼지 모델의 성능지표 Pie, PIs, EPIs(Pie: 전체 데이터를 학습한 모델성능지표, PIs: 전체 데이터 중 학습용 데이터를 학습한 모델성능지표, EPIs: 전체 데이터 중 평가용 데이터로 평가한 모델성능지표)를 나타내며, 표 3에 SOFUM의 모델성능지표 Pie를, 표 4에 SOFUM의 모델성능지표 PIs와 EPIs를 보인다. 시뮬레이션 결과 자기구성 퍼지 모델 SOFUM이 기존의 모델보다 월등한 학습 성능과 예측 성능을 가지고 있으며, 대체로 클러스터의 수(즉 퍼지 규칙의 수)가 증가함에 따라 모델링 오차가 축소됨을 알 수 있다.

2. 비선형 정적함수 데이터의 모델링

다음과 같이 2개의 입력과 1개의 출력을 갖는 비선형 정적함수[2]로부터 50개의 입력, 출력 데이터를 구하였다.

$$y = (1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5})^2, \quad 1 \leq x_1, x_2 \leq 5 \quad (13)$$

입력 x_1, x_2 를 최대 입력치 4.99로 나누어 정규화된 변수 \hat{x}_1, \hat{x}_2 를 퍼지 모델의 전건부 변수로 선정하였고, 자기구성 퍼지 모델링 SOFUM을 적용하여 3~12개의 퍼지 규칙을 갖는 (14)의 퍼지 모델을 구하였다.

$$R^i: \text{If } \hat{x}_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } \hat{x}_2 \text{ is } A_2^i \\ \text{then } y^i = a_0^i + a_1^i \hat{x}_1 + a_2^i \hat{x}_2 \quad (14)$$

여기서, $A_j^i = \exp\left\{-\left(\frac{\hat{x}_j - b_j^i}{b_j^i}\right)^2\right\}$ 는 전건부 소속함수이며, $i=(1, \dots, c)$ 는 퍼지 규칙의 번호 (또는 클러스터의 번호)이며, $j=(1, 2)$ 는 퍼지 변수의 번호이다.

2가지 경우의 퍼지 모델을 구축하였으며, 첫 번째 경우는 50개의 전체 데이터를 학습하여 (11)에 의해 모델의 학습성능지표 PIe를 구하였다. 두 번째 경우는 전체 데이터 중에서 25개의 전반부 데이터는 학습용으로, 25개의 후반부 데이터는 학습된 모델의 타당성을 검증하기 위한 평가용으로 구분하여 (11)에 의해 학습성능지표 PIs와 예측성능지표 EPIs를 구하였다.

그림 9에 전체 데이터를 학습용과 평가용으로 분할하여 모델을 구축한 경우 실제 출력과 퍼지 모델의 출력과의 비교를 보인다.

표 5에 기존의 방법을 적용하여 구한 모델성능지표 PIe, PIs, EPIs를 보인다.

표 6과 표 7에 각각 전체 입출력 데이터를 학습한 SOFUM과 전체 데이터를 학습용 및 평가용으로 분할하여 모델을 구축한 SOFUM을 나타내며, 자기구성 퍼지 모델 SOFUM이

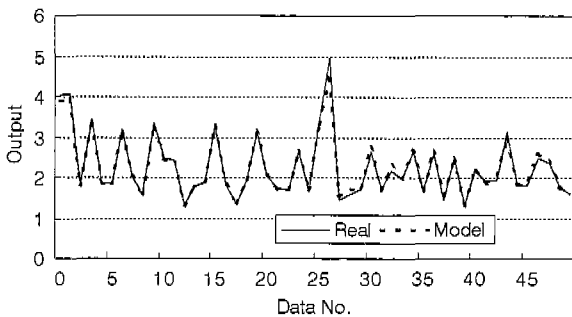


그림 9. 비선형 함수의 실제 출력과 모델 출력과의 비교.
Fig 9. Comparison of real output and model output for a nonlinear function.

표 5. 기존 퍼지 모델의 성능.
Table 5. Performance of previous fuzzy models.

Model	입력	규칙	MSE		
			PIe	PIs	EPIs
Sugeno and Yasukawa[2]	2	6	0.079		
Gomez-Skarmeta, et al.[18]	2	6	0.070		
Kim, et al.[9]	2	3	0.019		
Kim, et al.[17]	2	3	0.0089		
Oh, et al.[20]	2	-	0.0041		
Kang, et al.[19]	2	5		0.017	0.128

표 6. 전체 입력, 출력 데이터에 대한 SOFUM.
Table 6. SOFUM over the entire input-output data.

학습률 β	학습률 γ	입력	규칙	PIe
0.000539	0.0138	2	3	0.058
			4	0.018
			5	0.0054
			6	0.0028
			7	0.0070
			8	0.0032
			9	0.0053
			10	0.00037
			11	0.0011
			12	0.0027

표 7. 학습용 데이터와 평가용 데이터에 대한 SOFUM.
Table 7. SOFUM on the training data and the testing data.

학습률 β	학습률 γ	입력	규칙	PIs	EPIs
0.00778	0.0149	2	3	0.0061	0.067
			4	0.050	0.123
			5	0.043	0.135
			6	0.023	0.084
			7	0.045	0.134
			8	0.037	0.130
			9	0.024	0.083
			10	0.0077	0.093
			11	0.0023	0.016
			12	0.0043	0.027

기존의 모델에 비해 월등한 일반화 및 예측 성능을 보인다.

IV. 결론

본 논문에서는 퍼지 모델의 파라미터 동정 결과를 토대로 퍼지 엔트로피가 상대적으로 큰 데이터에 다중 회귀분석을 적용하여 새로운 다차원 평면 클러스터를 생성하고 모델 파라미터의 동정을 반복하면서 감수분열 유전알고리즘을 이용하여 최적의 학습률을 탐색하는 자기구성 퍼지 모델 SOFUM을 제안하고, 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 그 유용성을 입증하였다.

자기구성 퍼지 모델 SOFUM은 i) FCRM 클러스터링과 WRLS 알고리즘을 이용한 퍼지 모델 파라미터의 개략 동조, ii) gradient descent 알고리즘을 이용한 파라미터의 정밀 동조, iii) 퍼지 엔트로피가 큰 데이터를 토대로 다중 회귀분석을 적용한 새로운 다차원 평면 클러스터의 생성, iv) 감수분열 유전알고리즘에 의한 최적의 학습률 탐색과정으로 구성되고, 제안된 방법에 의해 다차원 평면 클러스터를 증가시키면서 모델 파라미터의 동조와 최적의 학습률 탐색을 병행하여 모델의 학습 성능과 예측 성능을 대폭적으로 향상시킬 수 있었다.

Box와 Jenkins의 가스르 데이터와 다입력 단출력 비선형 함수와 입출력 데이터에 대한 퍼지 모델링 결과에서 자기구성 퍼지 모델 SOFUM이 기존의 모델에 비해 우수한 일반화

및 예측 성능을 나타내었다.

추후 최적의 클러스터 탐색과 병렬 처리에 대한 연구가 필요하다고 하겠다.

참고문헌

- [1] -, "Editorial: Fuzzy models-What are they and why?," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 1, pp. 1-6, Feb., 1993.
- [2] M. Sugeno and T. Yasukawa, "A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling," *IEEE Trans. on Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 7-31, Feb., 1993.
- [3] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control," *IEEE Trans. on Syst., Man & Cybern.*, vol. 15, pp. 116-132, 1985.
- [4] C. L. Karr and E. J. Gentry, "Fuzzy control of pH using genetic algorithms," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 46-53, Jan., 1993.
- [5] A. Homaifar and E. McCormick, "Simultaneous design of membership functions and rule sets for fuzzy controllers using genetic algorithms," *IEEE Trans. Fuzzy Systems*, vol. 3, no. 2, pp. 129-139, May, 1995.
- [6] K. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 45, pp. 136-156, 1992.
- [7] K. Tanaka and M. Sano, "A robust stabilization problem of fuzzy control systems and its application to backing up control of a truck-trailer," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 2, pp. 119-134, May, 1994.
- [8] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Robust stabilization of a class of uncertain nonlinear systems via fuzzy control: Quadratic stabilizability, H^∞ control theory, and linear matrix inequalities," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 4, pp. 1-13, Feb., 1996.
- [9] E. Kim, M. Park, S. Ji, and M. Park, "A new approach to fuzzy modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Syst.*, vol. 5, no. 3, pp. 328-337, 1997.
- [10] L. Ljung, *System Identification: Theory for the User*. Englewood Cliffs. NJ: Prentice-Hall, 1987.
- [11] J. C. Bezdek, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Functional Algorithm*. New York: Plenum, 1981.
- [12] G. E. P. Box and G. M. Jenkins, *Time Series Analysis, Forecasting and Control*. San Francisco, CA: Holden Day, 1970.
- [13] M. Sugeno and K. Tanaka, "Successive identification of a fuzzy model and its applications to prediction of a complex system," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 42, pp. 315-334, 1991.
- [14] W. Pedrycz, "An identification algorithm in fuzzy relational systems," *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 13, pp. 153-167, 1984.
- [15] S. K. Oh and W. Pedrycz, "Identification of fuzzy systems by means of an Auto-Tuning algorithm and its application to nonlinear systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 115, no. 2, pp. 205-230, 2000.
- [16] Y. Liu and G. A. Cunningham III, "A new approach to fuzzy-neural modeling," *IEEE Trans. Fuzzy Sets Syst.*, vol. 45, pp. 136-156, 1995.
- [17] E. Kim, H. Lee, M. Park, and M. Park, "A simple identified Sugeno-type fuzzy model via double clustering," *Information Sciences* 110, 25-39, 1998.
- [18] A. F. Gomez-Skarmeta, M. Delgado, and M. A. Vila, "About the use of fuzzy clustering techniques for fuzzy model identification," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 106, 179-188, 1999.
- [19] S. -J. Kang, C. -H. Woo, H. -S. Hwang and K. B. Woo, "Evolutionary design of fuzzy rule base for nonlinear system modeling and control," *IEEE Trans. Fuzzy Sets Syst.*, vol. 8, pp. 37-45, 2000.
- [20] S. K. Oh, D. W. Kim, B. J. Park, and H. S. Hwang, "Advanced polynomial neural networks architecture with new adaptive nodes," *Trans. on Control, Automation and Systems Engineering*, vol. 3, no. 1, Mar., 2001.
- [21] B. Kosko, *Neural Networks and Fuzzy Systems: A Dynamical Systems Approach to Machine Intelligence*. Englewood Cliffs. NJ: Prentice-Hall, 1992.
- [22] 고택범, 이덕규, "감수분열 유전알고리즘을 이용한 퍼지 모델의 자동 설계," 대한전기학회 학술회의 논문집, pp. 2696-2698, 2000.



고택범

1955년 10월 28일생. 1981년 연세대 전기과 졸업. 동대학원 석사(1983). 동대학 박사(1996). 1999년 ~ 현재 경주대학교 컴퓨터전자공학부 교수. 관심분야는 지능제어, 시스템 모델링 및 제어, 실시간 이

상검출 및 자기진단, 반도체 생산공정 자동화, 대규모 공정제어 시스템.