

유사등방성과 이방성 이종재 V-노치 균열의 고유벡터계수 해석

김진광*, 조상봉**

An Analysis of Eigenvector Coefficient for V-notched Cracks in Pseudo-isotropic and Anisotropic Dissimilar Materials

Jin Kwang Kim*, Sang Bong Cho**

ABSTRACT

The V-notched crack problem in dissimilar materials can be formulated as an eigenvalue problem. The RWCIM(Reciprocal Work Contour Integral Method) is applied to the determination of the eigenvector coefficients associated with eigenvalues for V-notched cracks in pseudo-isotropic and anisotropic dissimilar materials. The RWCIM algorithm is programmed by the commercial numerical program, MATHEMATICA. The numerical results obtained are shown that the RWCIM is a useful method for determining the eigenvector coefficients of V-notched cracks in pseudo-isotropic and anisotropic dissimilar materials.

Key Words : Eigenvalue(고유치), Eigenvector(고유벡터), Stress singularity(응력특이성), V-notched crack(V-노치 균열), Pseudo-isotropic material(유사등방성 재료), Anisotropic material(이방성 재료), RWCIM(상반일 등고선 적분법)

1. 서론

이종재료간 접합구조물의 접합계면에서는 대개 응력의 특이성과 불연속으로 말미암아 접합계면 균열이 발생하여 파괴가 일어나게 된다. 따라서 이종재료간 접합구조물에 대한 파괴역학적인 강도평가법이 요구되어지고 있으나 이에 대한 연구는 아직 미흡한 상태이다.

이종재료 내의 V-노치 균열문제에서 중요한 연구과제로는 파괴역학적 인자(parameter)로 될 수 있는 응력특이성(고유치) 및 응력강도계수(고유벡터)에 관한 연구로 나눌 수 있을 것이다. 이와 같은 이론적 기초연구와 더불어 실험을 통하여 파괴역학적

강도평가법을 확립할 수 있을 것이다.

등방성 이종재료 내의 V-노치 균열문제에 대한 연구는 Bogy^(1,2)를 시작으로 중요성이 알려지면서 Hein과 Erdogan⁽³⁾ 등이 수학적으로 어려운 방법인 Mellin 변환법을 이용하여 응력특이성에 관한 연구를 하였고, Carpenter와 Byers⁽⁴⁾는 간단한 방법인 이항 윌리엄 형태(two-term William's type)의 복소응력함수 및 상반일 등고선 적분법(reciprocal work contour integral method)을 이용하여 응력강도계수를 구하는 연구를 하였다.

이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 응력특이성에 관하여 Ting과 Chou⁽⁵⁾, Zwiers et al⁽⁶⁾, Ting⁽⁷⁾ 등이 일항 윌리엄 형태(one-term William's

2001년 5월 17일 접수
* 경남대학교 대학원 기계설계학과
** 경남대학교 공과대학 기계자동화공학부

type)의 복소응력함수를 사용하여 연구하였다.

직교이방성재료에서 복소응력함수를 이용하여 해석할 경우 특성방정식의 근을 사용하게 되며 특성근은 다음과 같이 3가지 형태로 분류할 수 있다.⁽⁸⁾ 첫째는 특성근이 실수부와 허수부로 구성되어 있고 서로 다른 경우, 둘째는 특성근이 순허수이며 서로 다른 경우, 셋째는 순허수이며 특성근이 같은 경우이다.

본 연구에서는 순허수이며 특성근이 같은 유사등방성재료와 특성근이 서로 다른 이방성재료가 접합된 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 고유벡터에 관한 연구를 하고자 한다.

2. 기초이론

2.1 유사등방성과 이방성 이종재료간 V-노치 균열에 대한 고유치문제

균열문제를 포함하는 V-노치 균열문제는 경계조건과 연속조건을 이용하여 고유치와 고유벡터문제로 만들 수 있다. 여기서 고유치는 이종재료간 V-노치 균열의 노치각도 및 재료의 종류에 따라 결정되는 응력지수이고, 고유벡터는 외부에서 작용하는 하중에 의해 결정되는 응력강도계수에 해당한다.

유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 표면력 자유경계조건과 접합계면에서의 응력과 변위의 연속조건으로부터 다음과 같은 제차연립방정식을 얻을 수 있다.⁽¹²⁾

$$[D(\lambda)]\{A\} = \{0\} \quad (1)$$

여기서,

$$\{A\} = [A_{11} \overline{B_{11}} \ A_{12} \overline{B_{12}} \ A_{21} \overline{B_{21}} \ A_{22} \overline{B_{22}}]^T \quad (2)$$

$$\{0\} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T \quad (3)$$

$$[D(\lambda)] = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} & d_{38} \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} & d_{48} \\ d_{51} & d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & d_{56} & d_{57} & d_{58} \\ d_{61} & d_{62} & d_{63} & d_{64} & d_{65} & d_{66} & d_{67} & d_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{75} & d_{76} & d_{77} & d_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{85} & d_{86} & d_{87} & d_{88} \end{bmatrix} \quad (4)$$

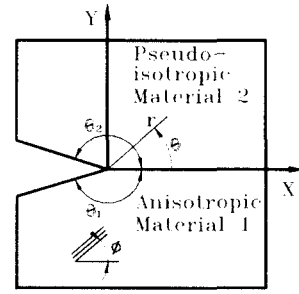


Fig. 1 V-notched crack in pseudo-isotropic and anisotropic dissimilar materials

이고, 여기서 d_{ij} 의 구체적인 형태⁽¹²⁾는 지면관계상 생략한다.

식(1)의 제차연립방정식이 비 자명해(Non-trivial solution)를 가질 조건은 식(4)의 행렬식이 영(0)인 경우이며 이 행렬식을 특성다항식이라 부르고 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$|D(\lambda)| = 0 \quad (5)$$

식(5)의 특성다항식의 해가 유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 고유치가 되고 각 고유치에 대하여 자명하지 않는 해가 고유벡터가 된다.

또한, 식(5)의 특성다항식의 근을 구하면 복소수 고유치와 실수 고유치를 얻게 되므로 복소수 고유치에 대한 고유벡터와 실수 고유치에 대한 고유벡터를 구하여야 한다. 본 논문에서는 이들 고유치에 대한 고유벡터를 베타의 상반정리와 유향요소해석을 이용한 상반일 등고선 적분법으로 구하고자 한다.

2.2 고유벡터

2.2.1 복소수 고유치에 대한 고유벡터

식(4)의 특성다항식의 근인 고유치 λ 가 복소수일 경우에 대한 고유벡터를 구하는 방법에 대하여 설명하고자 한다. 복소수 고유치와 관련된 고유벡터, 응력, 변위는 복소수 계수의 항으로 표현되므로 이들 계수들을 실수부와 허수부를 가진 식(2)의 복소수 계수 A_{11} 으로 나타내기 위해서 식

(1)을 다음과 같이 표현한다.

$$\left[\begin{array}{cc|c} [D_{11}] & [D_{12}] & \begin{matrix} \overline{A_{11}} \\ \overline{A_{12}} \\ \overline{B_{12}} \\ \overline{A_{21}} \\ \overline{B_{21}} \\ \overline{A_{22}} \\ \overline{B_{22}} \end{matrix} \\ \hline [D_{21}] & [D_{22}] & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right] = \left. \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \quad (6)$$

여기서,

$$[D_{11}] = d_{11},$$

$$[D_{12}] = [d_{12} \ d_{13} \ d_{14} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0],$$

$$[D_{21}] = [d_{21} \ d_{31} \ d_{41} \ d_{51} \ d_{61} \ 0 \ 0]^T,$$

$$[D_{22}] = \begin{bmatrix} d_{22} & d_{23} & d_{24} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} & d_{37} & d_{38} \\ d_{42} & d_{43} & d_{44} & d_{45} & d_{46} & d_{47} & d_{48} \\ d_{52} & d_{53} & d_{54} & d_{55} & d_{56} & d_{57} & d_{58} \\ d_{62} & d_{63} & d_{64} & d_{65} & d_{66} & d_{67} & d_{68} \\ 0 & 0 & 0 & d_{75} & d_{76} & d_{77} & d_{78} \\ 0 & 0 & 0 & d_{85} & d_{86} & d_{87} & d_{88} \end{bmatrix}$$

이며, 식(6)으로부터 다음의 관계식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \overline{B_{11}} \\ \overline{A_{12}} \\ \overline{B_{12}} \\ \overline{A_{21}} \\ \overline{B_{21}} \\ \overline{A_{22}} \\ \overline{B_{22}} \end{bmatrix} = -[D_{22}]^{-1}[D_{21}]A_{11} = \begin{bmatrix} Y(1) \\ Y(2) \\ Y(3) \\ Y(4) \\ Y(5) \\ Y(6) \\ Y(7) \end{bmatrix} A_{11} \quad (7)$$

식(7)에서 복소수 고유치에 대한 재료 1의 고유벡터와 재료 2의 고유벡터는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{bmatrix} A_{11} \\ \overline{B_{11}} \\ A_{12} \\ \overline{B_{12}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ Y(1) \\ Y(2) \\ Y(3) \end{bmatrix} \{A_{11}\} = [E_1] \{A_{11}\} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \overline{A_{21}} \\ \overline{B_{21}} \\ A_{22} \\ \overline{B_{22}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y(4) \\ Y(5) \\ Y(6) \\ Y(7) \end{bmatrix} \{A_{11}\} = [E_2] \{A_{11}\} \quad (9)$$

여기서,

$$\{A_{11}\} = [1 \ i] \begin{bmatrix} Re[A_{11}] \\ Im[A_{11}] \end{bmatrix} = [F] \begin{bmatrix} Re[A_{11}] \\ Im[A_{11}] \end{bmatrix} \quad (10)$$

이고, 식(8), (9), (10)으로부터 복소수고유치 λ 에 대한 응력과 변위를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} u_{jr} \\ u_{j\theta} \\ \sigma_{jrr} \\ \sigma_{j\theta\theta} \end{bmatrix} = 2Re \left[\begin{bmatrix} G_{j11} & G_{j12} & G_{j13} & G_{j14} \\ G_{j21} & G_{j22} & G_{j23} & G_{j24} \\ G_{j31} & G_{j32} & G_{j33} & G_{j34} \\ G_{j41} & G_{j42} & G_{j43} & G_{j44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{A_{11}} \\ \overline{B_{11}} \\ \overline{A_{12}} \\ \overline{B_{12}} \end{bmatrix} \right] \\ = 2Re \left[[G_j][E_j][F] \begin{bmatrix} Re[A_{11}] \\ Im[A_{11}] \end{bmatrix} \right] \quad (11) \\ = 2Re \left[[J_j] \begin{bmatrix} Re[A_{11}] \\ Im[A_{11}] \end{bmatrix} \right] \\ \equiv [M_j] \begin{bmatrix} Re[A_{11}] \\ Im[A_{11}] \end{bmatrix}$$

식(11)에서 $-\theta_1 \leq \theta \leq 0$ 이면 $j=1$ 이고, $0 \leq \theta \leq \theta_2$ 이면 $j=2$ 이다.

식(7)과 식(11)에서 보는 바와 같이 각 복소수 고유치 λ 에 대한 고유벡터와 응력, 변위는 복소수 계수 A_{11} 의 실수부와 허수부의 향으로만 표현됨을 알 수 있다.

2.2.2 실수 고유치에 대한 고유벡터

식(5)의 특성다항식의 근인 고유치 λ 가 실수일 경우에 식(1)은 다음과 같이 된다.

$$[D(\lambda)] \{Ar\} = \{0\} \quad (12)$$

여기서,

$$\{Ar\} = [Ar_{11} \ \overline{Ar_{11}} \ Ar_{12} \ \overline{Ar_{12}} \ Ar_{21} \ \overline{Ar_{21}} \ Ar_{22} \ \overline{Ar_{22}}]^T \quad (13)$$

이고, $[D(\lambda)]$ 는 식(4)와 같고, $\{0\}$ 는 식(3)과

동일하며 식(12)는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 [D(\lambda)]\{Ar\} &= [D(\lambda)][UI]\{ar\} \\
 &= [Dr(\lambda)]\{ar\} \\
 &= \{0\}
 \end{aligned}
 \tag{14}$$

여기서,

$$\{Ar\} = [UI]\{ar\}
 \tag{15}$$

$$\{ar\} = [Re[Ar_{11}] \quad Im[Ar_{11}] \quad Re[Ar_{12}] \quad Im[Ar_{12}] \\
 Re[Ar_{21}] \quad Im[Ar_{21}] \quad Re[Ar_{22}] \quad Im[Ar_{22}]]^T
 \tag{16}$$

$$[UI] = \begin{bmatrix} 1 & i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -i \end{bmatrix}
 \tag{17}$$

복소수 고유치일 경우와 같은 방법으로 실수 고유치 λ 에 대한 응력과 변위를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} u_{jr} \\ u_{j\theta} \\ \sigma_{jrr} \\ \sigma_{j\theta\theta} \end{Bmatrix} &= 2Re[[Gr_j][Fr][Er_j]] Re[Ar_{11}] \\
 &= 2Re[[Jr_j]] Re[Ar_{11}] \\
 &= [Mr_j] Re[Ar_{11}]
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

여기서,

$$[Gr_j] = \begin{bmatrix} G_{j11} & G_{j13} \\ G_{j21} & G_{j23} \\ G_{j31} & G_{j33} \\ G_{j41} & G_{j43} \end{bmatrix}, \quad [Er_j] = \begin{bmatrix} Er_{j1} \\ Er_{j2} \\ Er_{j3} \\ Er_{j4} \end{bmatrix}
 \tag{19}$$

또한

$$[Fr] = \begin{bmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \end{bmatrix}
 \tag{20}$$

이다.

식(18)에서 보는 바와 같이 실수 고유치에 대한 고유벡터와 응력, 변위는 복소수 계수 Ar_{11} 의 실수부인 $Re[Ar_{11}]$ 의 항으로만 표현됨을 알 수 있다.

3. 상반일 등고선 적분법

Fig. 2에서와 같이 평형상태에 놓여 있는 두께 t 의 선형탄성체에 서로 다른 두 하중계가 작용하고 있는 경우 베티의 상반정리⁽⁸⁾는 다음과 같다.

$$\oint_C \sum_{i=1}^n (\sigma_i \hat{u}_i - \hat{\sigma}_i u_i) ds = \oint_C T ds = 0
 \tag{21}$$

식(21)에서 1과 2는 계 I와 계 II의 폐곡선에 대한 법선방향과 접선방향의 성분을 표시한다.

Fig. 3의 V-노치문제에 베티의 상반정리를 이용한 식(21)을 적용하면 폐곡선 C는 다음과 같다.

$$C = C_i + C' + C_o + C''
 \tag{22}$$

또한, 식(22)의 V-노치를 포함하는 폐곡선 C에서 C' 와 C'' 는 표면력이 없으므로 식(21)은 다음과 같이 된다.

$$\int_{C_i} T ds = - \int_{C_o} T ds
 \tag{23}$$

계 I에서 C_o 의 경로를 따른 응력과 변위들은 유한요소해석으로부터 얻을 수 있고, C_i 경로를 따른 응력과 변위들은 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} u_{jr} \\ u_{j\theta} \\ \sigma_{jrr} \\ \sigma_{j\theta\theta} \end{Bmatrix} &= \left[\sum_{i=0}^n [M_j(\lambda_i, r, \theta)] \begin{Bmatrix} Re[A_{11}(\lambda_i)] \\ Im[A_{11}(\lambda_i)] \end{Bmatrix} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{i=n+1}^m [Mr_j(\lambda_i, r, \theta)] [Re[Ar_{11}(\lambda_i)]] \right] \\
 &\equiv [K_j(\lambda_i)] [A(\lambda_i)]
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

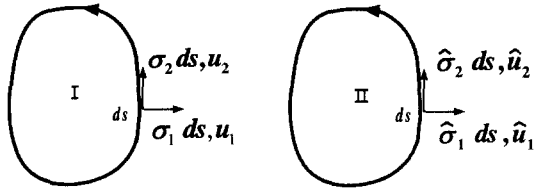


Fig. 2 Closed Contour

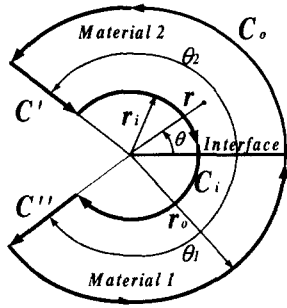


Fig. 3 V-notched configuration to which Betti's law is applied

식(24)에서 n 은 복소수 고유치의 개수이고, m 은 전체 고유치의 개수이며, 실수 고유치의 개수는 $(m-n)$ 이다. 그리고, 계 II에서 C_i 와 C_o 경로를 따른 응력과 변위들은 음의 실수부를 가진 고유치와 고유벡터로부터 식(24)를 이용하여 구할 수 있다. Fig. 3에서 C_i 경로를 따른 선적분은 다음과 같다.

$$\int_{C_i} T ds = - \int_{\theta=-\theta_1}^{\theta=\theta_2} T r_i d\theta = - \{A(+\lambda)\}^T [CI] \{A(-\lambda)\} \quad (25)$$

여기서,

$$[CI] = r_i \int_{\theta=-\theta_1}^{\theta=\theta_2} [K_j(+\lambda)]^T [H] [K_j(-\lambda)] d\theta \quad (26)$$

$$[H] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

이고, C_o 경로를 따른 선적분은 다음과 같다.

$$\int_{C_o} T ds \equiv \int_{\theta=-\theta_1}^{\theta=\theta_2} T r_o d\theta = [CO] \{A(-\lambda)\} \quad (28)$$

여기서,

$$[CO] = r_o \int_{\theta=-\theta_1}^{\theta=\theta_2} [X]^T [H] [K_j(-\lambda)] d\theta \quad (29)$$

이고, $[X]$ 는 유한요소해석에 의한 응력과 변위로 다음과 같다.

$$[X] = \begin{Bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ \sigma_{rr} \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix}_{FEA} \quad (30)$$

C_i 경로를 따른 선적분값 식(25)과 C_o 경로를 따른 선적분값 식(28)을 식(23)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\{A(\lambda)\}^T = [CO][CI]^{-1} \quad (31)$$

4. 수치해석 결과 및 검토

유사등방성과 이방성 이종재료내의 V-노치 균열에서 각 고유치에 대한 고유벡터는 앞의 3장에서 설명한 상반일 등고선 적분법을 이용한 수치해석으로부터 구하였고 수치해법 및 그 프로그램의 타당성 여부를 다음의 방법들로 검증하였다.

첫째, 고유벡터 값을 임의로 정한 다음, 식(24)에 대입하여 응력과 변위를 구하고 이 값을 식(30)의 유한요소해석에 의한 결과값 대신 사용해서, 역으로 임의로 정한 고유벡터를 찾아내는지를 확인하였다. 한 가지 예로, 노치각도 $(\theta_1 = \theta_2)$ 가 170° 이고, 1영역의 재료 $E_{111}=6.0\text{GPa}$, $E_{122}=2.5\text{GPa}$, $G_{111}=1.0\text{GPa}$, $\nu_{112}=0.29$ 인 직교이방성재료와 2영역의 재료가 $E_{211}=1.0\text{GPa}$, $E_{222}=1.0\text{GPa}$, $\nu_{112}=0.29$ 인 등방성재료로 접합된 이종재료에서 평면응력상태의 고유치 λ 는 $0.533988+i$

0.0570708으로 구해진다. 이 복소수 고유치에 대한 고유벡터를 임의로 $A_{11} = 2.0 + i2.0$ 으로 가정하고 이들 고유치와 고유벡터로부터 얻은 응력과 변위를 식(30)의 유한요소해석에 의한 결과값 대신 사용하여 수치해석한 결과를 Table. 1에 나타내었고, 역으로 정확하게 구해짐을 확인할 수 있었다.

둘째, 범용 유한요소해석 프로그램인 ANSYS⁽¹³⁾로부터 식(30)의 응력과 변위를 구하고 이 값들을 상반일 등고선 적분법 프로그램에 사용하여 각 고유치에 대한 고유벡터를 얻은 다음, 식(24)에 대입하여 유한요소해석에 의한 응력과 변위와 일치하는지를 검토하였다. 본 방법으로 검토하기 위하여 유사등방성재료의 특수한 경우에 해당하는 등방성재료와 이방성재료의 특수한 경우에 해당하는 직교이방성재료가 접합된 이종재료를 Fig. 4의 a와 같이 선택하였으며 외부등고선 C_0 는 $r_0/a=0.2$ 를 따르는 위치를 선정하였다. 이 경우에 대한 평면응력상태의 고유치와 고유벡터를 구하여 Table. 2에 표현하였고 이들 고유치에 대한 고유벡터를 식(24)에 대입하여 얻은 응력값과 유한요소해석에 의한 응력값을 무차원화 시켜 Fig. 5에 나타냈었다. Fig. 5에서 고유치 1개만을 사용하여 응력을 구하였을 경우 유한요소해석에 의한 응력값과 상당한 차이가 있었으나 고유치수를 증가시킴으로써 유한요소해석에 의한 응력값에 수렴함을 알 수 있었다.

5. 결론

유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 고유벡터해석으로부터 다음과 같은 결론을 얻었다.

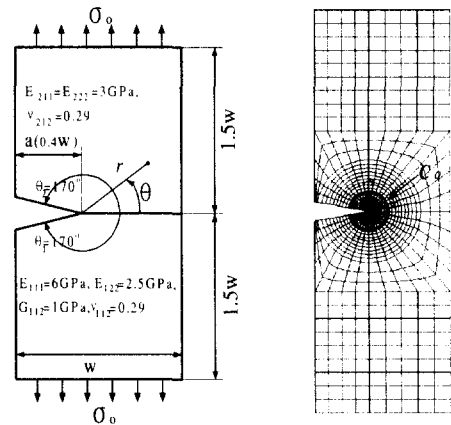
- 1) 상반일 등고선 적분법을 이용한 수치해법은 유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열의 고유벡터해석에 유용함을 확인할 수 있었다.
- 2) 상반일 등고선 적분법을 이용한 고유벡터해석은 유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 자료가 많지 않은 실정에서 이종재료의 균열문제를 체계적으로 해석할 수 있는 기초적인 토대가 될 수 있을 것이라 사료된다.

Table 1 Verification of programing detail for RWCIM

Eigenvector	Eigenvalue(λ)	Associated coefficient	Assumed value	Coefficient value
1a	0.53398+i0.05707	Re[$A_{11}(\lambda_{1a})$]	2.0	1.99999
1b	0.53398+i0.05707	Im[$A_{11}(\lambda_{1b})$]	2.0	1.99999

Table 2 Coefficients associated with each eigenvector

Eigenvector	Eigenvalue(λ)	Associated coefficient	Coefficient value
1	0.501191289	Re[$A_{r11}(\lambda_1)$]	0.926434
2	0.574036073	Re[$A_{r11}(\lambda_2)$]	-0.0089265
3	1.161188025	Re[$A_{r11}(\lambda_3)$]	-0.0700186
4	1.495614444	Re[$A_{r11}(\lambda_4)$]	-0.1243042
5	1.734587568	Re[$A_{r11}(\lambda_5)$]	0.0017959



a) Configuration of 2 materials b) FEA model
Fig. 4 V-notched crack in dissimilar materials

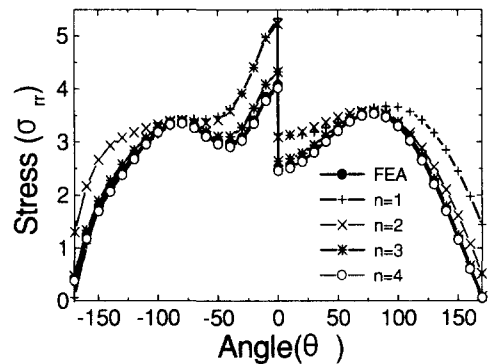


Fig. 5 Comparison of the state of stress for RWCIM and FEA

참고문헌

13. ANSYS User's Manual, Revision 5.3

1. Bogy. D. B, "On the Problem of Edge-bonded Elastic Quarter-planes Loaded at the Boundary," Int. J. Solids Structures, Vol. 6, pp. 1287-1313, 1970.
2. Bogy. D. B, "Two Edge-Bonded Elastic Wedges of Different Materials and Wedge Angles under Surface Traction," J. Applied Mechanics, Vol. 38, pp. 377-386, 1971.
3. Hein. V. L. and Erdogan. F, "Stress Singularities in a Two-material Wedge," Int. J. Fract. Mech., Vol. 7, pp. 317-330, 1971.
4. Ting. T. C. T. and Chou. S. C, "Edge Singularities in Anisotropic Composites," Int. J. Solids Structures, Vol. 17, No. 11, pp. 1057-1068, 1981.
5. Zwiers. R. I., Ting. T. C. T and Spiker. R. L, "On the Logarithmic Singularity of Free-edge Stress in Laminated Composites under Uniform Extension," J. Applied Mechanics, Vol. 49, pp. 561-569, 1982.
6. Gross, B. and Mendelson, M., Int. J. Frac. Mech., Vol. 8, pp. 267~276, 1972
7. Lin, K. Y. and Tong, P., International Journal for Numerical Methods in Engineering., Vol. 15, pp. 1343~1354, 1980.
8. Carpenter. W. C. and Byers. C, "A Path Independent Integral for Computing Stress Intensities for V-notched Cracks in a Bi-material," Int. J. Fract. Mech., Vol. 35, pp. 245-268, 1987.
9. 조상봉, 정희원, 김진광, "상반일 등고선 적분법을 이용한 이종재 접합계면 균열의 응력강도계수 결정," 한국정밀공학회지, 제17권 제5호, pp. 180-185, 2000.
10. 노홍래, 김진광, 조상봉, "상반일 등고선 적분법(RWCIM)을 이용한 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 고유벡터 해석," 대한기계학회 춘계학술대회논문집A, pp. 115-120, 2000.
11. 김진광, 조상봉, "유사등방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 고유벡터 해석," 한국정밀공학회지 춘계학술대회논문집(1), pp. 83-86, 2000.
12. 조상봉, 김진광, "유사등방성과 이방성 이종재료 내의 V-노치 균열에 대한 응력특이성에 관한 연구," 한국정밀공학회지, 제16권 제10호, pp. 152-163, 1999.