

# 압축성과 상변화를 고려한 사출성형의 충전과정 해석

이상찬\*, 박창언\*, 양동열\*\*

## Analysis for Filling Stage of Injection Molding Considering Compressibility and Phase Change

Sang-Chan Lee\*, Chang-Eun Park\* and Dong-Yol Yang\*\*

### ABSTRACT

To simulate the real molding conditions, the effects of phase change and compressibility of the resin were considered in the present investigation. A modified Cross model with either an Arrhenius-type or WLF-type functional form was used for modeling viscosity of the resin. A double-domain Tait equation of state was employed to describe the compressibility of the resin during molding. The energy balance equation including latent-heat dissipation for semi-crystalline materials was solved in order to predict the solidified layer and temperature profile.

Injection molding experiments were carried out using polypropylene(PP) in the present study. Based on the comparison between experiments and simulations, it was found out the predicted pressure distributions and melt front propagations were accurate. Thus it was concluded that the program developed in this study was proved to be useful in simulations of injection molding process.

**Key Words** : Injection molding (사출성형), Compressibility (압축성), Phase change (상변화), latent heat (잠열)

### 기호설명

$\delta$  = half thickness of liquid phase  
 $\eta_0$  = zero-shear viscosity  
T = temperature  
k = thermal conductivity of polymer melt  
 $C_p$  = specific heat of polymer melt

### 1. 서론

사출성형(Injection Molding)은 생산성이 좋으며

마무리 가공을 거의 필요로 하지 않는 정형 형태(net shape)로 제조가 가능하고 복잡한 형상을 만들 수 있어 고분자 재료의 대부분이 사출성형법에 의해 성형되고 있다. 최근 들어 가볍고 강도가 매우 높은 고분자 재료의 개발로 전기전자 제품은 물론 자동차, 항공기 등의 생산에 이르기까지 사출성형의 중요성은 더욱 가속화되고 있다. 사출성형품의 결함을 줄이기 위해서 과거에는 많은 실험착오에 의해 얻어진 경험과 직관에 의존하여 왔다. 그러나 오늘날 요구되고 있는 사출성형품의

1997 2001년 2월 26일 접수  
\* 목포대학교 기계공학과  
\*\* 한국과학기술원 기계공학과

품질과 치수 정밀도를 향상시키기 위해서는 수축과 변형을 야기하는 성형품내의 압력과 온도분포를 정확히 예측하고 해석할 수 있는 정확한 수학적 모델링 및 해석기법이 필요하게 된다. 결국 그러한 수치 해석을 통해서 사출성형 공정변수들의 복잡한 상관 관계를 이해하여 금형제작 이전에 최적의 금형설계 및 성형조건을 결정할 수 있는 자료를 제공할 수 있다.

본 연구에서는 복잡한 형상과 여러 형상의 캐비티를 갖는 경우에는 동시에 충전이 완료되기가 어렵다. 따라서, 다른 캐비티가 충전되고 있는 동안에 먼저 충전이 된 캐비티에서 고분자 수지는 압축을 받고 있기 때문에 사출성형품의 치수정밀도를 향상시키기 위한 좀더 정확한 압력과 온도분포를 예측하기 위하여 기존의 충전과정과 충전후과정(보압, 냉각과정)을 분리하여 해석<sup>[1-5]</sup>하는 것이 아니라 고분자의 압축성과 상변화를 고려하기 위한 2상 모델을 사용하여 충전과정과 충전후과정을 동시에 해석할 수 있는 프로그램(program)을 개발하였다.

## 2. 수학적 모델링

### 2.1 지배방정식

입의 평면형상인 캐비티에서의 유동은 GHS 유동<sup>[6]</sup>으로 가정하여 다음과 같은 지배방정식으로 표현할 수 있다.

질량보존 방정식

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1)$$

운동방정식

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial u}{\partial z} \right) &= \frac{\partial P}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( \eta \frac{\partial v}{\partial z} \right) &= \frac{\partial P}{\partial y} \end{aligned} \quad (2)$$

해석영역을 고상과 액상의 2상으로 모델링하여 상변화를 고려하면, 에너지방정식은 액상과 고상에 따라 각각 다음과 같이 나타낼 수 있다.

(액상)

$$\rho C_{pl} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_l \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \eta \dot{\gamma}^2 \quad (3)$$

(고상)

$$\rho C_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (4)$$

이와 함께 고상-액상의 경계에서는 다음의 경계에너지 보존방정식 (interfacial energy balance equation)이 적용된다.

$$k_s \frac{\partial T_s}{\partial z} - k_l \frac{\partial T_l}{\partial z} = \rho_s L \frac{\partial \delta}{\partial t} \quad \text{at } z = \delta \quad (5)$$

위 식에서 L은 상변화시 발생하는 잠열(latent heat)을 나타낸다.

### 2.1.1 점성 모델(Viscosity Model)

고분자 재료의 전단점성( $\eta$ )은 전단변형율이 증가하면 감소하는 성질(shear-thinning)이 있고, 온도와 압력에 많은 영향을 받는다. 아래와 같은 수정된 Cross 점성모델은 많은 고분자재료의 점성거동을 잘 나타낸다.

$$\eta(\dot{\gamma}, T, P) = \frac{\eta_0(T, P)}{1 + \left[ \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{\tau^*} \right]^{1-n}} \quad (6)$$

여기서, n은 power-law 지수(일반적으로  $0.1 \leq n \leq 0.4$ )이고  $\eta_0$ 는 zero-shear rate 점성을 나타내며  $\tau^*$ 는 뉴턴한계와  $\eta_0$  사이의 응력수준(stress level)이다.

### 2.1.2 압축성 모델(Compressibility Model)

고분자 수지의 밀도 변화는 액상과 고상의 두 영역을 묘사할 수 있는 아래와 같은 Tait의 실험식<sup>[7]</sup>을 이용하였다.

$$\nu(T, P) = \nu_0(T) \left\{ 1 - C \ln \left( 1 + \frac{P}{B(T)} \right) \right\} + \nu_l(T, P) \quad (7)$$

여기서  $C=0.0894$  이고, 이 상태방정식은 다음과 같이  $\nu_0(T)$ 와  $B(T)$ 항의 상수들을 변화시킴으로써 두 영역을 나타낼 수 있다.

$$\nu_0(T) = \begin{cases} b_{1,l} + b_{2,l} \frac{\bar{T}}{T} & \text{if } T > T_g \\ b_{1,s} + b_{2,s} \frac{\bar{T}}{T} & \text{if } T < T_g \end{cases} \quad (8)$$

$$B(T) = \begin{cases} b_{3,l} \exp(-b_{4,l} \bar{T}) & \text{if } T > T_g \\ b_{3,s} \exp(-b_{4,s} \bar{T}) & \text{if } T < T_g \end{cases} \quad (9)$$

$$v_l(T, P) = \begin{cases} 0 & \text{if } T > T_g \\ b_7 \exp(b_8 \bar{T} - b_9 P) & \text{if } T < T_g \end{cases} \quad (10)$$

여기서  $\bar{T} \equiv T - b_5$  이고,  $T_g$ 는 유리전이온도 (glass transition temperature) 이다.

### 2.2 온도장의 유한차분법 수식화

두께방향의 온도분포는 고상과 액상부분을 각각 일정한 개수의 유한격자로 나누어 유한차분법을 사용하여 수식화 하였다. 식 (3)의 에너지방정식에서 대류항과 점성열(viscous heating)항은 전 스텝의 온도를 사용하여 구하였고, 시간과 전도(conduction)항에는 후방차분(backward difference) 방법을 사용하였다. 요소 1의 i번째 층에서 시간 j 일 때의 유한차분 근사식은 다음과 같다.

$$\beta T_{l,i-1,j+1} - (1+2\beta) T_{l,i,j+1} + \beta T_{l,i+1,j+1} - T_{l,i,j} + \Delta t_j (\text{CONVEC}_{l,i,j}) - \alpha (\text{VISCIOUS}_{l,i,j}) \quad (11)$$

위 식에서

$$\alpha = \frac{\Delta t_j}{\rho C_p}, \quad \beta = k \frac{\Delta t_j}{\rho C_p \Delta z^2} \quad (12)$$

식 (11)에서 CONVEC는 대류항을, VISCIOUS는 점성열항을 나타낸다. 이 값들은 액상에서만 존재하며 고상에서는 존재하지 않는다.

액상의 두께의 반인  $\delta$  는 경계 에너지 균형방정식 (5)를 사용하여 변화시킨다.

$$k_s \frac{T_{l,ni+1,j+1} - T_m}{\Delta z_s} - k_l \frac{T_m - T_{l,ni-1,j+1}}{\Delta z_l} = \rho_s L \frac{\delta_{l,j+1} - \delta_{l,j}}{\Delta t_j} \quad (13)$$

위 식에서 ni는 상경계면의 위치를 나타내고  $\Delta z_s$ 와  $\Delta z_l$ 는 각각 고상과 액상의 유한차분 격자의 크기를 나타낸다.

## 3. 실험 및 해석결과

### 3.1 실험장치

압축성과 상변화를 고려하여 사출공정을 해석

할 수 있는 본 프로그램의 유동해석 결과를 검증하기 위하여 다음과 같은 실험장치를 만들었다.

충전시간이 달라 먼저 충전되는 부분에서 고분자 재료가 압축되는 보압형태의 유동이 일어나도록 다양한 크기 및 형상 캐비티로 구성된 Fig.1과 같은 금형을 제작하였다. 이 금형은 균일한 두께 0.2 cm 를 가진 L, U, I 형상을 한 캐비티로 이루어져 있다.

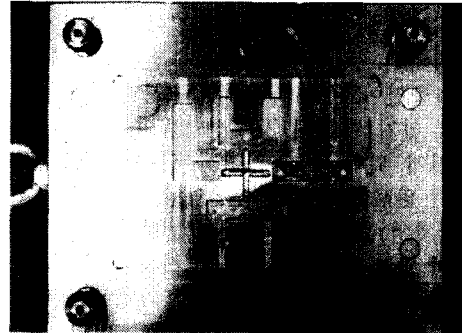


Fig. 1 Photograph of the 4-cavities of mold

Fig.2는 금형의 개략도와 센서의 위치를 보여준다.

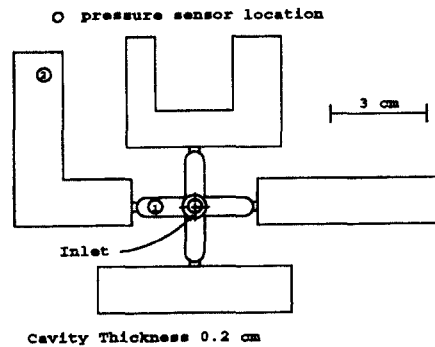


Fig. 2 Schematic diagram of mold

실험에 사용된 고분자 재료는 폴리프로필렌 (BJ500)이며 점성모델로는 5-constant 모델을 사용하였으며, 제공된 실험값에 의해 구해진 상수값을 Table 1에 나타내었다. Table 2는 해석에 사용된 압축성모델인 2영역 Tait 상태방정식의 상수값을 나타낸 것이다.

Table 1 5-constant model constants for PP (BJ500)

n	0.204
$\tau^*$ (Pa)	$3.07 \times 10^4$
B (Pa · s)	$1.44 \times 10^{-1}$
Tb (K)	4830.0
$\beta$ (Pa <sup>-1</sup> )	$4.39 \times 10^{-9}$

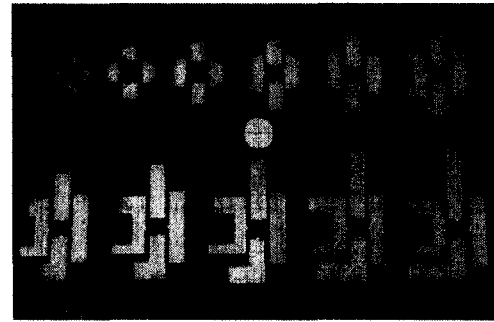
Table 2 Specific-volume model constants for PP

$b_{1,l}$ (m <sup>3</sup> /kg)	$1.3193 \times 10^{-3}$
$b_{2,l}$ (m <sup>3</sup> /kg °C)	$1.1563 \times 10^{-6}$
$b_{3,l}$ (Pa)	$6.617 \times 10^7$
$b_{4,l}$ (°C <sup>-1</sup> )	$3.7557 \times 10^{-3}$
$b_{1,s}$ (m <sup>3</sup> /kg)	$1.2304 \times 10^{-3}$
$b_{2,s}$ (m <sup>3</sup> /kg °C)	$7.64 \times 10^{-7}$
$b_{3,s}$ (Pa)	$9.7292 \times 10^7$
$b_{4,s}$ (°C <sup>-1</sup> )	$2.4623 \times 10^{-3}$
$b_5$ (°C)	118.0
$b_6$ (°C/Pa)	$2.25 \times 10^{-7}$
$b_7$ (m <sup>3</sup> /kg)	$8.6 \times 10^{-3}$
$b_8$ (°C <sup>-1</sup> )	$5.35 \times 10^{-1}$
$b_9$ (Pa <sup>-1</sup> )	$1.24 \times 10^{-7}$

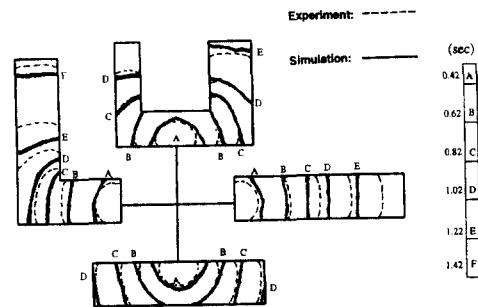
3.2 결과 및 고찰

Fig.3은 실험과 해석에 의해 예측된 유동선단의 전진과정을 나타낸 것이다. 하측의 I 형상의 캐비티 부분이 가장 먼저 충전되고 상측의 U 형상, 우측의 I 형상, 좌측의 L 형상의 캐비티 순서로 충전이 일어나는 것으로 예상되었다. 유동선단 해석을 실험과 비교해 보기 위해 사출시간을 0.5초에서 1.5초까지 0.1초 간격으로 조정하여 구한 실험 결과를 Fig.3(a)에 나타내었다. Fig.3(b)를 보면 각 캐비티에서 유동선단의 모양은 잘 예측하지만 각 캐비티가 충전되는 속도는 시간에 따라 약간의 차이를 보임을 알 수 있었다. 이와 같은 차이는 실제 사출

성형과정에서 나타날 수 있는 각 캐비티에서의 공기의 통기(air ventilation)조건과 유동 선단부에서의 분수유동(fountain flow) 등을 해석에서는 고려하지 않았고 고분자의 점탄성 효과를 무시하여 스프루(sprue), 러너(runner)와 게이트(gate)에서 단면이 급격히 변화하는 부분을 통과할 때 발생하는 접속부 손실(juncture loss)에 의한 압력강하(pressure drop)를 효과적으로 모사하지 못했기 때문이라 생각된다.



(a)



(b)

Fig. 3 (a) Photograph of short shots taken from 0.5 to 1.5 sec by 0.1 sec injection time difference and (b) Comparison of melt front advancement.

Fig.4(a),(b),(c)는 0.6초, 1.11초, 1.42초에서 계산된 압력분포를 나타낸 것이다. Fig.4(b),(c)에서 보는 것과 같이 본 프로그램은 충전과정에서도 압축성을 고려하였기 때문에 이미 충전이 된 캐비티 내부에서도 압력구배가 존재한다. 충전과정을 비압축성으로 가정하여 해석할 경우에는 이미 충전된 캐비티들 내에서는 고분자 재료의 유동이 없으므로 압력구배가 존재하지 않고 캐비티 전 영역에서 일정한

압력값을 가지게 된다. 이와 같은 결과는 실제현상과 정성적으로 맞지 않으며, 유동이 없기 때문에 성형품 내의 밀도분포와 분자의 배열구조를 정확히 예측할 수 없다. 또한 실제적으로 충전과정 중에 수지가 벽면에 접촉하게 되면 응고면이 발생되기 때문에 고상과 액상의 두 영역을 나누는 이동경계(moving boundary)를 계산하여 두 영역으로 나누어 충전과정을 해석하였다.

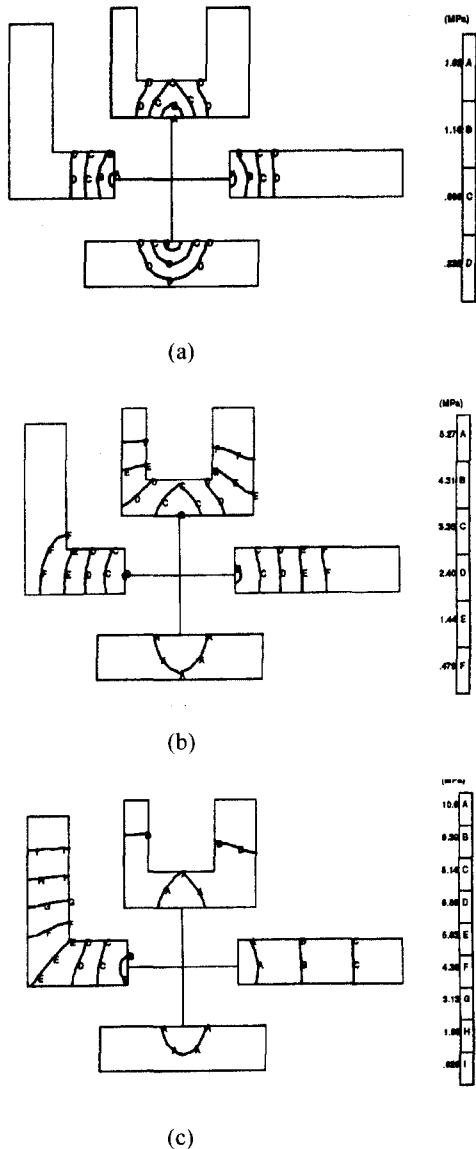


Fig. 4 Predicted pressure distributions in cavities at (a) 0.6 sec, (b) 1.11 sec, and (c) 1.42 sec

Fig.5는 가장 나중에 충전되는 L 형상의 캐비티가 충전되기 직전의 평균 속도분포를 나타낸 것이다. 압축성 효과를 고려한 해석으로 이미 충전된 U, I 형상의 캐비티에서 압력구배에 따른 속도분포가 존재함을 알 수 있다. 상대적으로 작은 값이기 때문에 작은 점들로 나타남을 볼 수 있다.

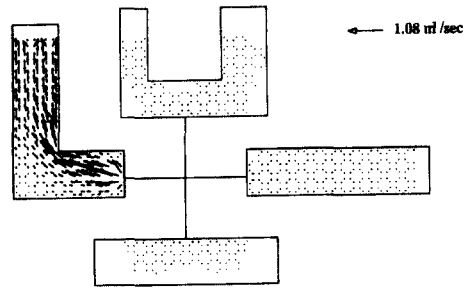


Fig. 5 Predicted results of the thickness-wise averaged velocity distribution

Fig.6은 충전직전의 고상율(solid fraction) 분포를 나타낸 것으로, 충전이 제일 먼저 완료된 하부의 I 형상의 캐비티 부분에서 약 30%로 응고가 제일 많이 일어난 것으로 계산됐다.

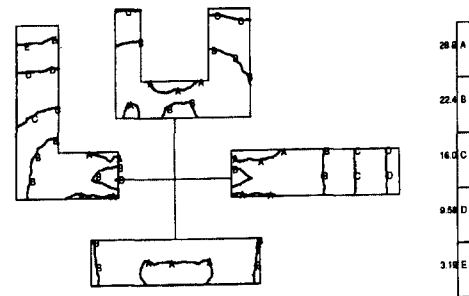


Fig. 6 Predicted results of the solid fraction distribution at instance of fill

Fig.7은 설치된 압력센서의 위치에서 시간에 따른 압력의 변화를 실험과 해석 결과를 비교한 것이다. 편의상 #1 위치가 충전이 되는 시간을 0초로 하여 비교하였다.

이 그림에서 0초는 Fig.3(b)의 유동선단에서의 0.25초에 해당한다. P1의 경우 해석에 의한 값과 실험에 의한 값이 상당히 잘 일치함을 볼 수 있다. 해

석결과에 의한 P1의 변화를 보면 0.80, 0.98, 1.00, 1.14, 그리고 1.20 초에서 압력이 급격히 증가함을 알 수 있다. Fig.3(b)의 유동선단 그림을 보면 1.05 초 부근에서 하측 I 형상 캐비티가 충전되며, 1.25 초 부근에서 상측 U 형상 캐비티의 좌측, 우측 부분이 충전되고, 1.39초 부근에서 우측 I 형상 캐비티가, 그리고 마지막으로 1.45초 부근에서 좌측 L 형상 캐비티가 충전된다. 따라서 0.25 초의 차이를 고려하면 각 캐비티가 충전될 때 P1이 급격하게 증가하는 현상을 보임을 알 수 있다. 실험에서 P1이 급격히 증가하는 시간이 해석에서의 값과 차이가 나는 이유는 Fig.3(b)에서와 같이 실험과 해석에서 각 캐비티가 충전되는 시간이 차이를 보이기 때문이다.

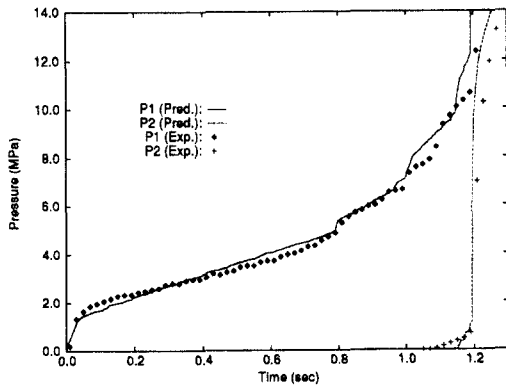


Fig. 7 Comparison of pressures between predicted and measured values in filling stage

#### 4. 결론

- 지금까지의 연구결과를 요약하면 다음과 같다.
1. 고분자의 상변화와 압축성을 고려하여 사출성형의 충전과정과 충전후과정을 동시에 해석할 수 있는 유한요소 해석 프로그램을 개발하였다.
  2. 검사체적법으로 유동선단을 전진시킴으로써 복잡한 형상의 해석을 용이하게 하였다.
  3. 충전과정 해석시에 주입구에서의 일정 질량유량 조건을 직접 수식화에 적용함으로써 해석시간을 단축시킬 수 있었다.
  4. 의도적으로 불균일 충전이 발생하도록 4개의 캐비티를 갖는 금형을 제작하여 실험한 결과와 비

교할 때, 고상과 액상의 2상으로 모델링하여 상변화를 고려하고 압축성을 고려한 본 프로그램의 해석결과와 실험결과가 잘 일치하였다.

5. 좀 더 정확한 해석을 위해서는 고분자 재료의 열적 물성치를 정확하게 측정할 수 있어야 하고 점탄성 효과를 고려하여야 할 것이다.

#### 후 기

본 연구는 목포대학교 1999년도 기성회지원 연구소 학술연구비로 수행되었음.

#### 참고문헌

1. M. R. Kamal and S. Kenig, "The Injection Molding of Thermoplastics Part I: Theoretical Model," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 12, pp. 294-301, 1972.
2. P. C. Wu, C. F. Huang, and C. G. Gogos, "Simulation of the Mold-Filling Process," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 14, No. 3, pp. 223-230, 1974.
3. J. L. White, "Fluid Mechanical Analysis of Injection Mold Filling," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 15, pp. 44-50, 1975.
4. M. E. Ryan and T. S. Chung, "Conformal Mapping Analysis of Injection Molding Filling," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 20, pp. 642-651, 1980.
5. M. Vincent, J. F. Agassant, H. Alles, and S. Philipon, "Experimental and Theoretical Study of the Injection Molding of Thermoplastic Materials," *Polym. Eng. and Sci.*, Vol. 28, No. 7, pp. 460-468, 1988.
6. S. Richardson, "Hele Shaw Flow with a Free Boundary produced by the Injection of Fluid into a Narrow Channel," *J. of Fluid Mech.*, Vol. 56, pp. 609-618, 1972.
7. K. K. Wang, et al., "Computer-Aided Design and Fabrication of Molding and Computer Control of Injection Molding," *Progress Report No. 11*, Cornell Univ., Ithaca, New York, 1985.