

# 고압 회로차단기의 비등속 회전 캠의 최적설계

김준형\*, 안길영\*, 김수현\*\*, 곽윤근\*\*

## Optimal Design of a Variable-Speed Cam for Power Circuit Breaker

Jun Hyung Kim\*, Kil Young Ahn\*, Soo Hyun Kim\*\*, Yoon Keun Kwak\*\*

### ABSTRACT

Power Circuit Breaker uses a variable-speed cam mechanism actuated by pre-loaded spring force. This paper presents the optimal design procedure for a variable-speed cam mechanism based on the dynamic model of a complete spring-actuated cam system. The optimal cam is compared with an original cam. Simulation results show that the dynamic behaviors of the designed cam are superior to those of the original cam.

**Key Words** : variable speed (비등속), cam profile (캠 형상), spring actuated (스프링 구동), optimal design (최적설계)

### 기호설명

$\alpha, \theta$  = cam angle, follower angle [rad]  
 $k$  = spring constant [N/m]  
 $x$  = spring deflection [m]  
 $I$  = moment of inertia [ $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ ]  
 $T$  = torque [Nm]  
 $t$  = time [sec]  
 $R_r$  = radius of roller [m]  
 $F_H$  = contact force between cam and roller [N]  
 $L_{AB}, L_{BG}, L_{BF}, L_{AG}, L_{AH}$  = length between AB, BG, BF, AG, AH in Fig.1 [m]  
**Subscripts**  
 $C$  = cam  
 $F$  = follower  
 $CS$  = closing spring  
 $OS$  = opening spring

$INI$  = initial position before closing  
 $FINAL$  = final position after closing  
 $CONTACT$  = contact position of interrupter

### 1. 서론

캠의 형상설계에 대한 연구는 1950 년 이전부터 기구학적인 조건을 만족하는 곡선에 대한 연구를 시작으로 현재까지 계속되어 왔다<sup>(1)</sup>. 초기의 캠 형상설계에 대한 연구는 기구학적 캠의 요구조건을 만족시키면서 최대가속도, 최대 저크(jerk) 등의 동역학적인 특성이 뛰어난 곡선을 찾는 연구로써 사이클로이드, 사인, 사다리꼴, 다항식곡선 등이 개발되었으며 최근에는 곡선의 부분구간에서의 특성을 쉽게 제어할 수 있는 스프라인 곡선까지 개발되었다<sup>(2)</sup>. 최근에는 다양한 캠 기구의 특성에 적합한 목적함수를 결정하여 최적설계기법을 사용한

1999 2000년 8월 31일 접수  
 \* 한국과학기술원 기계공학과 대학원  
 \*\* 한국과학기술원 기계공학과

연구가 많이 수행되고 있다<sup>(3,4)</sup>.

그러나 기존의 캠 설계에 대한 연구는 대부분 캠이 일정한 회전속도를 가지는 경우에 적용되는 방법이다. 캠의 회전속도가 변화하는 경우인 비등속 회전 캠에 관한 연구로는 Hong-Sen Yan<sup>(5)</sup>이 기존의 기구학적 중동절 운동곡선에서 속도, 가속도 등의 최대값들을 줄이기 위하여 캠의 회전속도를 다항식곡선(Polynomial curve)을 사용하여 변화시키는 연구를 수행한 바 있다.

고압 회로차단기의 캠은 미리 인장되어진 스프링에 의하여 정지한 상태에서 회전하므로 회전속도가 스프링과 중동절의 부하에 의해 변화하여 일정하지 않게 된다. 즉 스프링구동 캠은 회전속도와 형상이 서로 영향을 주는 복잡한 기구이다. 현재 사용되고 있는 차단기의 캠은 규정된 기구학적 변위만 만족하도록 원호 5 개로 조합된 형상(profile)을 가지고 있다. 그러나 차단기의 요구조건을 정확히 만족시키려면 많은 시행착오가 필요하여 최적화된 캠의 설계기술이 요구되고 있다.

본 연구에서는 고압 회로차단기에 많이 사용되는 비등속 캠 기구의 특성을 설명하고 이에 적합한 캠의 최적설계 방법을 제시하였다. 설계된 캠의 성능을 시뮬레이션을 통하여 기존의 캠과 비교하였다.

## 2. 고압 회로차단기의 캠 기구의 특성

고압 회로차단기는 고압의 정상전류 개폐 및 사고시 신속한 전류 차단동작을 수행하는 일종의 스위치 기기이다. 고압의 전류를 개폐하기 위해서는 수 kg 이상의 접점을 신속히 이동시켜야 하므로 캠 기구를 사용하고 있다.

고압 회로차단기에서 만약 접점의 개폐 속도가 너무 빠르면 접점의 충격력으로 인하여 진동이 문제가 되고, 너무 느리면 접점에서 발생하는 스파크로 인한 접점의 마모가 문제가 된다. 그러므로 차단기의 접점의 종류에 따라 최적의 개폐속도가 명시하고 있으며 차단기는 이 최적속도 조건을 정밀하게 만족시켜야 한다.

Fig.1 은 고압 회로차단기중 하나인 접점이 진공인 진공 회로차단기(Vacuum Circuit Breaker:VCB)의 구조를 나타낸 것이다.

진공 회로차단기의 동작 원리는 Fig.2 에 순차적으로 나타내었다. 실제 차단기에서 캠 기구는

차단기의 전체동작 중 닫힘(Closing)동작, 즉 접점을 닫는 동작에 사용된다.

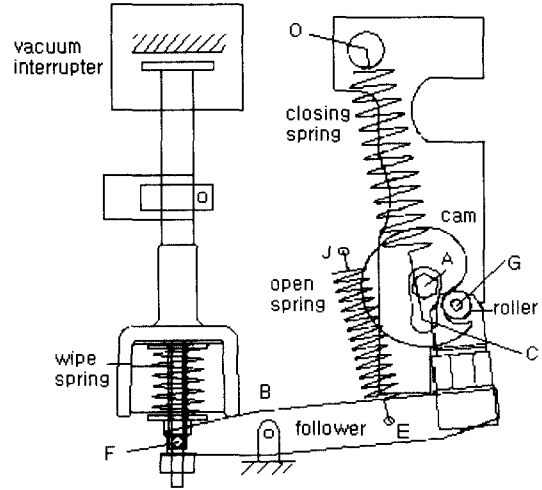


Fig. 1 Structure of Vacuum Circuit Breaker

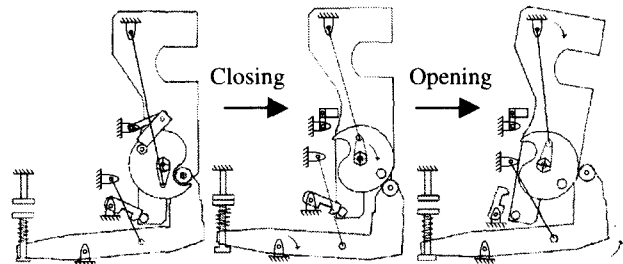


Fig. 2 Operation of VCB

Fig.2 에서 캠에 연결된 닫힘스프링(Closing spring)은 초기에는 기준길이보다 크게 늘어나 있다. 캠에 장치된 회전방지장치가 제거되면 늘어나 있던 닫힘스프링의 힘이 열림스프링(Open spring)보다 크기때문에 캠은 시계방향으로 회전하고 중동절 역시 캠의 힘에 의해 시계방향으로 회전하게 된다. 이 과정에서 캠의 형상과 닫힘스프링의 강성에 따라 중동절에 연결된 접점이 닫히는 순간의 속도를 조절할 수 있다.

본 연구에서 사용된 차단기의 접점의 경우 요구되는 닫힘속도는 1 m/s 이다.

## 3. 비등속 회전 캠 기구의 모델링

Fig.3 은 Fig.1 의 차단기 구조를 캠의 동작을 중심으로 단순화한 그림이다. 본 연구의 대상이 되는 차단기의 캠 기구는 일반적으로 모터로 연속적으로 구동되는 경우와 달리 미리 늘어난 스프링의 힘을 동력으로 하여 정지된 상태에서 1 회전하며 종동절을 한번 움직이는 구조이다. 그러므로 캠의 회전속도는 연결된 단합스프링과 종동절의 부하의 동역학적 관계에 의해 시간에 따라 크게 변화하게 된다.

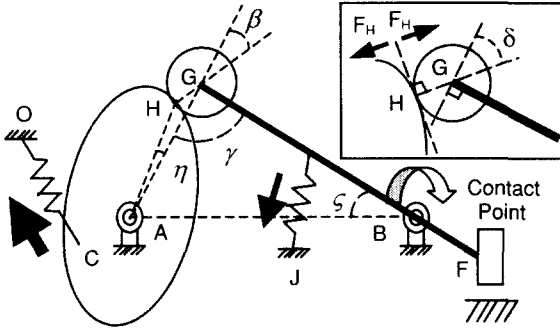


Fig. 3 Spring-actuated Cam Mechanism

스프링 구동 캠 기구의 경우 연속 회전이 아니고 순간 특성(transient response)이 관심이므로 캠과 종동절은 모두 강체로 가정하였다.

본 연구에서는 스프링 구동 캠 기구의 운동 방정식을 유도하기 위하여 운동에너지 T 와 위치 에너지 V 를 다음과 같이 정의하여 라그랑지(Lagrange) 식을 사용하였다.

$$T = \frac{1}{2} I_C \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_F \dot{\theta}^2 \quad (1)$$

$$V = \frac{1}{2} k_{CS} x_{CS}^2 + \frac{1}{2} k_{OS} x_{OS}^2 \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_r} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_r} = Q_{rnc} \quad , (r = 1, 2) \quad (3)$$

식 (1), (2)에서  $q_1, q_2$  는 각각  $\alpha, \theta$  를 나타낸다. 외력  $Q_{mc}$  는 종동절 물리와 캠과의 접촉력에 의해 다음과 같이 결정된다

$$Q_{1nc} = L_{AH} F_H \sin(\beta + \eta) \quad (4)$$

$$Q_{2nc} = -(L_{BG} + R_{roller} \sin \delta) F_H \cos \delta \quad (5)$$

이때  $L_{AG}, L_{AH}, \gamma, \beta, \delta, \eta$  는 Fig.3 에서 기구학적으로 다음과 같이 계산된다<sup>(6)</sup>.

$$L_{AG} = \sqrt{L_{AB}^2 + L_{BG}^2 - 2L_{AB}L_{BG} \cos \zeta} \quad (6)$$

$$\gamma = \sin^{-1} \left( \frac{L_{AB} \sin \zeta}{L_{AG}} \right) \quad (7)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{L_{BG} (\sin \gamma) (\partial \theta / \partial \alpha)}{L_{AG} - L_{BG} (\cos \gamma) (\partial \theta / \partial \alpha)} \quad (8)$$

$$\delta = \gamma + \beta - \frac{\pi}{2} \quad (9)$$

$$L_{AH} = \sqrt{(L_{AG} - R_r \cos \beta)^2 + (R_r \sin \beta)^2} \quad (10)$$

$$\eta = \tan^{-1} \left( \frac{R_r \sin \beta}{L_{AG} - R_r \cos \beta} \right) \quad (11)$$

식 (1), (2), (4), (5)를 식 (3)에 대입하면 다음과 같은 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$I_C \ddot{\alpha} + k_{CS} x_{CS} \frac{\partial x_{CS}}{\partial \alpha} = L_{AH} F_H \sin(\beta + \eta) \quad (12)$$

$$I_F \ddot{\theta} + k_{OS} x_{OS} \frac{\partial x_{OS}}{\partial \theta} = -(L_{BG} + R_r \sin \delta) F_H \cos \delta \quad (13)$$

접촉력  $F_H$  를 소거하면 다음과 같은 비선형 미분방정식을 얻을 수 있다.

$$I_c \ddot{\alpha} + \left( \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right) I_F \ddot{\theta} = T_C(\alpha) + \left( \frac{\partial \theta}{\partial \alpha} \right) T_F(\theta) \quad (14)$$

이때  $\partial \theta / \partial \alpha, T_C, T_F$  는 각각 기구학적으로 다음과 같다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{L_{AH} \sin(\beta + \eta)}{(L_{BG} + R_r \sin \delta) \cos \delta} \quad (15)$$

$$T_C(\alpha) = -k_{CS} x_{CS} \frac{\partial x_{CS}}{\partial \alpha} \quad (16)$$

$$T_F(\theta) = -k_{OS} x_{OS} \frac{\partial x_{OS}}{\partial \theta} \quad (17)$$

#### 4. 비등속 회전 캠의 최적설계

캠 기구의 운동방정식 (14)는  $\alpha, \theta$  에 관한 2 차 미분방정식이므로 캠-종동절 곡선(Cam-follower curve,  $\theta = \theta(\alpha)$ )이 결정되어 있으면 이를 수치해석적으로 풀 수 있다.

캠-종동절 곡선은 최근의 연구에 의하면 스프라인 곡선이 부분적인 곡선의 특성조정과 수치해석에 편리하여 많이 사용되고 있다. 그러므로 본 연구에서는 다음과 같이 3 차 스프라인(Cubic spline) 곡선을 사용하여 설계하였다.

$$\theta = \theta(\alpha) = f_1(X, \alpha) \quad (18)$$

이때  $X = [p_1, p_2, \dots, p_n]$  은 스프라인 곡선의 노트

값으로써 각 노드 위치에서  $\theta$  값이며 스프라인 곡선의 처음과 끝단의 속도를 0 로 하여 곡선을 생성하였다.

캠-종동절 곡선함수를 사용하여 식(14)에서  $\theta$  를 소거하기위해 다음과 같이 미분식을 정의하였다.

$$\frac{\partial \theta}{\partial \alpha} = \frac{\partial \theta}{\partial \alpha}(\alpha) = f_2(X, \alpha) \quad (19)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial \alpha^2}(\alpha) = f_3(X, \alpha) \quad (20)$$

위에서 정의된  $f_1, f_2, f_3$  를 식 (14)에 대입하여  $\theta$  를 소거하면 다음과 같이  $X$  를 매개변수로 가지는  $\alpha$  에 대한 2 차 비선형 상미분 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} [I_C + I_F f_2^2(X, \alpha)] \ddot{\alpha} + I_F f_2(X, \alpha) f_3(X, \alpha) \dot{\alpha}^2 \\ = T_C(X, \alpha) + f_2(X, \alpha) T_F(f_1(X, \alpha)) \end{aligned} \quad (21)$$

#### 4.1 설계변수

캠 기구에서 종동절의 단힘동작에 절대적인 영향을 미치는 요소는 캠을 구동하는 단힘스프링의 강성과 캠의 형상이라고 볼 수 있다. 여기서 캠 기구 전체의 기구학적 구조는 차단기 전체동작을 고려하여 미리 정해지므로 캠 형상설계에서는 고정된 것으로 가정하였다. 그러므로 본 연구에서는 캠 기구의 설계변수로 캠 형상을 결정하는 스프라인 곡선의 노드값  $X$  와 단힘스프링 상수  $k_{CS}$ , 단힘시각  $t_{CONTACT}$  를 선택하였다.

#### 4.2 목적함수

기존의 연구<sup>(1)</sup>에 의하면 캠의 형상은 기본적으로 진동, 마모, 캠기구의 수명 등을 고려하여 종동절의 운동곡선에서 최대 가속도, 최대 지크 등의 요소를 최소로 하도록 설계되어 왔다. 그러나 본 연구의 경우와 같이 캠이 비등속으로 회전하는 경우는 일반적인 경우와 달리 종동절의 운동곡선(Follower Motion,  $\theta = \theta(t)$ )과 캠-종동절 곡선이 일치하지 않으므로 캠-종동절 곡선을 따로 고려해 주어야 한다. 또한 스프링 구동 캠 기구는 연속회전하는 경우가 아니므로 잔류진동은 크게 문제 되지 않는다고 볼 수 있다. 그러므로 본 연구에서는 종동절의 가속도와 캠-종동절 곡선의 가속도를 최적화의 목적함수로 사용하였다.

$$J = W_1 \int_{t_{INI}}^{t_{FINAL}} \left( \frac{d^2 \theta}{dt^2} \right)^2 dt + W_2 \int_{\alpha_{INI}}^{\alpha_{FINAL}} \left( \frac{d^2 \theta}{d\alpha^2} \right)^2 d\alpha \quad (22)$$

위식에서  $W_1$  은 종동절의 운동에 대한 가중치이고  $W_2$  는 캠-종동절 곡선에 대한 가중치이다.

#### 4.3 상태방정식

본 최적설계에서는 식(21)이 상태방정식(state equation)이 되는데 상태방정식이 미분방정식의 형태로 나타나므로 이 최적화 문제는 동역학적 최적화(Dynamic Optimization)문제가 된다.

본 연구에서는 각각의 최적화 과정마다 4 차의 Runge-Kutta 방법을 써서 수치해석적으로 적분하여 목적함수를 계산하였다.

#### 4.4 제한조건

본 연구의 차단기의 캠의 경우 설계시 제한조건으로는 이미 설명한 바와 같이 종동절의 단힘속도, 종동절의 이동거리, 캠의 회전각도, 종동절의 초기/마지막 속도가 있다. 또 캠의 회전동안 종동절 롤러와 캠 사이의 접촉을 유지하기 위하여 접촉력이 0 보다 커야 한다.

위에서 설명한 제한조건을 수식으로 정리하면 다음과 같다.

$$\theta(0) = 0, \theta(1) = 1 \quad (23)$$

$$\theta(t_{CONTACT}) = \theta_{CONTACT} \quad (24)$$

$$\dot{\theta}(0) = 0, \dot{\theta}(1) = 0 \quad (25)$$

$$L_{BF} \dot{\theta}(t_{CONTACT}) = 1 \text{ m/s} \quad (26)$$

$$F_{II} > 0 \quad (27)$$

#### 4.5 초기값

식(21)은 비선형 미분방정식이므로 설계변수의 초기값 선정이 최적화 연산의 수렴여부에 영향을 미치게 된다.

본 연구에서는 캠-종동절 곡선의 초기 노드값은 Fig.4 와 같이 사이클로이드 곡선을 사용하여 결정하였다. 단힘스프링 상수  $k_{CS}$  의 경우는 기존의 캠 기구의 단힘속도가 너무 빠른 경향을 보이고 있으므로 기존의 단힘스프링 강성의 60% 정도인 29,100 N/m 로 설정하였으며 단힘시각  $t_{CONTACT}$  은 기존의 캠 기구와 비슷하게 0.018 초로 택하였다.

### 5. 시뮬레이션 결과

본 연구에서 제한 최적화문제를 풀기 위해 사

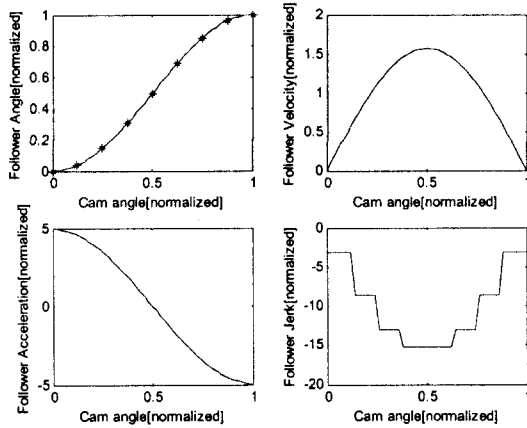


Fig. 4 Initial Cam-follower Curve using Cycloidal Curve

Table 1 Simulation Constants (SI unit)

Model constants	
$K_{CS}$ (original) = 48,460	$K_{OS} = 30,980$
Free length $L_{CS} = 0.194$	Free length $L_{OS} = 0.128$
$I_C = 0.004303$	$I_F = 0.548379$
$L_{BE} = 0.1351$	$L_{AB} = 0.2372$
$L_{BF} = 0.1028$	$R_f = 0.016$
$L_{BG} = 0.2516$	
Simulation parameters	
$W_1 = 0.01$	$W_2 = 20$
$t_{INI} = 0$	$t_{FINAL} = 0.04$
$\alpha_{INI} = 4.5830$	$\theta_{INI} = 0.0947$
$\alpha_{FINAL} = 2.0697$	$\theta_{CONTACT} = -0.0024$
	$\theta_{FINAL} = -0.0897$

용된 방법은 BFGS(Broyden, Fletcher, Goldfarb, and Shanno)방법을 사용하여 Hessian 을 개선 (update) 하는 SQP(Sequential Quadratic Programing)방법으로, 수치해석 프로그램 MATLAB 으로 구현하였다.

Table 1 은 시뮬레이션에 사용된 상수값들을 정리한 것이다.

$k_{CS}$ ,  $t_{CONTACT}$  의 최적화 결과  $k_{CS}$  의 최적값은 29,141 N/m,  $t_{CONTACT}$  는 0.0193 초였으며 최적화된 캠-종동절 곡선은 Fig.5 와 같다. Fig.5 에서 저크곡선은 3 차 스프라인 곡선을 사용하였기 때문에 불연속적이다.

Fig.6 은 기존의 원호 5 개로 설계된 캠과 최적화 기법을 사용하여 설계된 캠을 비교한 그림이다

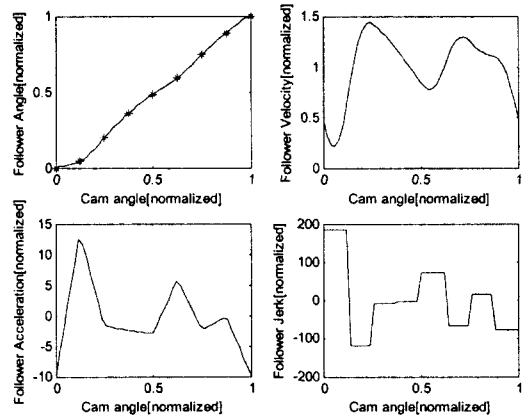


Fig. 5 Optimized Cam-follower Curve

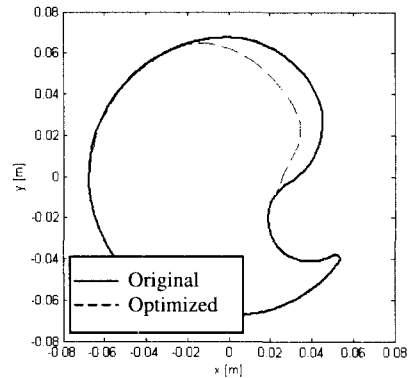


Fig. 6 Cam Profile (Optimized vs. Original)

Fig.6 에서 전체 캠 표면중 실제 단함동작에서 종동절 롤러와 접촉하는 부분 외의 나머지 부분은 단지 차단기의 필요에 따라 설계되는 것이므로 서로 일치한다.

사용된 캠의 설계방법을 검증하기 위하여 실험적으로 검증된 ADAMS 를 사용한 차단기 모델<sup>(7)</sup>에 설계된 캠을 적용하여 종동절의 운동을 해석한 결과는 Fig.7 과 같다.

전체적으로 최적화된 캠의 경우 종동절의 운동이 기존의 캠을 사용한 경우보다 5 ms 정도 늦어지는데 이는 최적화된 스프링의 강성이 기존의 경우보다 60%정도로 작기 때문이다. 이때 단함속도는 0.967 m/s 로 기존 캠기구의 1.287 m/s 에 비하

여 오차가 1/10 정도로 줄어들었다. Fig.7 에서 28 ms 이후의 심한 진동현상은 종동절의 접점이

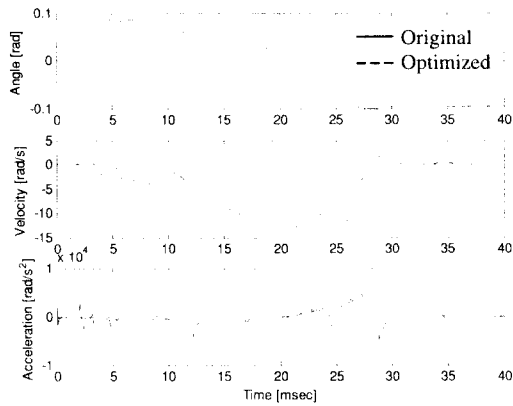


Fig. 7 Simulation Result of Follower Motion

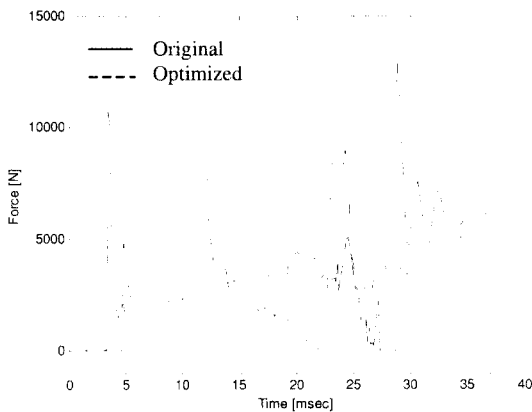


Fig. 8 Cam and Roller Contact Force

충돌하여 발생한 진동이다.

Fig.8 은 캠과 종동절 롤러사이의 접촉력을 기존의 캠과 설계된 캠을 비교한 ADAMS 해석 결과이다. 기존의 캠의 경우 27~28 ms 에서 캠이 롤러와 접촉을 잃어서 접촉력이 0 가 되었다가 28 ms 부근에서 다시 충돌하였으나 최적화된 캠의 경우 접촉력이 0 가 되는 경우가 없이 캠과 롤러가 접촉을 유지하고 있음을 알 수 있다.

## 6. 결론

스프링의 힘으로 운동을 생성하는 캠 기구는

캠의 회전속도가 크게 변화하는 비등속 캠 기구이다. 이 경우 캠의 회전속도가 일정하다고 가정하는 기존의 캠 설계방식은 비등속 캠 기구에는 적용할 수 없으므로 현재 이 시스템에 사용되고 있는 캠은 규정된 기구학적 변위만 고려하여 설계되고 있다. 그러므로 차단기의 요구조건을 정확히 만족시키려면 많은 시행착오가 필요하다.

본 연구에서는 캠-종동절 곡선과 종동절의 운동곡선의 가속도를 목적함수로 하고 캠 형상과 구동 스프링의 강성을 설계변수로 하는 최적설계를 수행하였다. 시뮬레이션 결과 최적화 된 캠은 기존의 캠에 비하여 차단기의 단힘속도 오차를 1/10 정도로 줄였으며 종동절과 캠의 접촉을 계속 유지하도록 설계되어 마모와 진동 특성에서 우수한 성능을 나타내었다.

본 연구에서 제시한 최적설계방법은 비등속 캠 기구에서 임의의 종동절 요구조건을 만족하는 캠 형상과 구동 스프링을 설계할 수 있다.

## 참고문헌

1. Chen, F. Y., "A Survey of the State of the Art of Cam System Dynamics," *Mechanism and Machine Theory* Vol. 12, pp. 201-224, 1977.
2. K. Yoon, S. S. Rao, "Cam Motion Synthesis Using Cubic Splines," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 441-446, 1993.
3. Sandgren, E. and West, R. L., "Shape optimization of Cam Profile using a B-Spline Representation," *Trans ASME, Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, Vol. 111, pp. 195-201, 1989.
4. N. Berzak, "Optimization of Cam-Follower Systems With Kinematic and Dynamic Constraints," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 104, pp. 29-33, 1982.
5. Hong-Sen Yan, Mi-Ching Tsai and Meng-Hui Hsu, "A Variable-Speed Method for Improving Motion Characteristics of Cam-Follower Systems," *Journal of Mechanical Design*, Vol. 118, pp. 250-258, 1996.
6. Arthur G. Erdman and George N. Sandor, *Mechanism Design - Analysis and Synthesis, Volume 1*, Prentice-Hall, pp. 391-393, 1991.
7. Kil-Young Ahn *et al*, "Modeling and Analysis for a High Speed Cam-Follower Mechanism of Power Circuit Breaker," *Asia-Pacific Vibration*

Conference '97, November 9-13, Kyongju, Korea,  
pp. 55-59, 1997.