

몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 확률론적 파괴역학 수법의 적용성 검토

이준성*, 객상록**, 김영진***

Application of Probabilistic Fracture Mechanics Technique Using Monte Carlo Simulation

Joon-Seong Lee*, Sang-Log Kwak**, Young-Jin Kim***

ABSTRACT

For major structural components periodic inspections and integrity assessments are needed for the safety. However, many flaws are undetectable because sampling inspection is carried out during in-service inspection. Probabilistic integrity assessment is applied to take into consideration of uncertainty and variance of input parameters arise due to material properties and undetectable cracks. This paper describes a Probabilistic Fracture Mechanics(PFM) analysis based on the Monte Carlo(MC) algorithms. Taking a number of sampling data of probabilistic variables such as fracture toughness value, crack depth and aspect ratio of an initial surface crack, a MC simulation of failure judgement of samples is performed. For the verification of this analysis, a comparison study of the PFM analysis using a commercial code, mathematical method is carried out and a good agreement was observed between those results.

Key Words : PFM(확률론적 파괴역학), PDF(확률밀도 함수), Monte Carlo Simulation(몬테카를로 시뮬레이션), FORM(일계이차 모멘트법), Failure Probability(파손확률), Integrity Evaluation(건전성평가), Stress Intensity Factor(응력확대계수), Fracture Toughness(파괴인성치)

1. 서론

파괴역학(fracture mechanics)은 균열의 존재를 가정하면서 구조물이나 기기의 파괴에 대한 안전여유(safety margin)로 평가하는 학문체계로 발전하여 왔다. 지금까지의 파괴역학에 있어서는 기기에 작용하는 응력, 균열의 길이 및 재료의 파괴인성치 등과 같은 각종 파라미터를 하나의 확정 값으로 취

급하여 해석을 수행하였으나, 실제의 파괴현상을 지배하는 각종 파라미터는 존재 확률, 즉 분산을 갖는다. 따라서 안전여유를 정량적으로 평가하기 위해서는 구조 신뢰성공학에 이용되고 있는 파손하지 않을 확률, 즉 신뢰도와 같이 파손에 도달하는 확률을 표시하는 것이 합리적이고 현실적이다. 즉 하중과 재료강도의 특성 등 불확실성을 고려하여, 기기나 구조물의 안전여유를 파손확률(failure prob

** 2001년 4월 27일 접수

* 경기대학교 전자기계공학부

** 성균관대학교 대학원 기계공학과

*** 성균관대학교 기계공학부

-ability)이라고 하는 척도로서 정량적으로 평가할 필요가 있다. 이러한 관점으로부터 균열을 취급하는 기존의 결정론적 파괴역학(Deterministic Fracture Mechanics, DFM) 이론에 확률론적 요소를 도입하여 파손확률을 정량적으로 예측하는 분야를 확률론적 파괴역학(Probabilistic Fracture Mechanics, PFM)

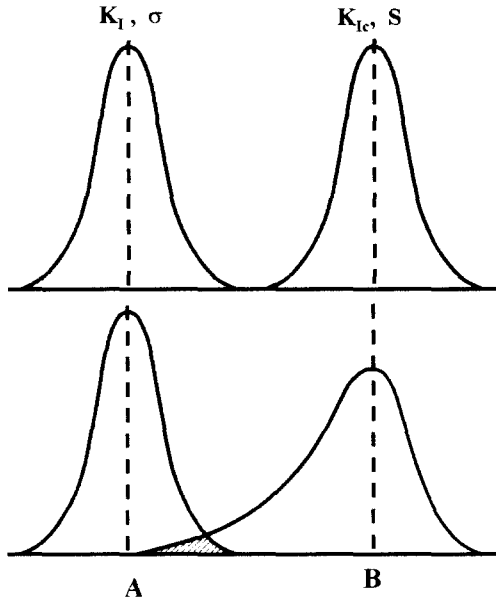


Fig. 1 Different failure probabilities at the same safety margin

이러하며, 원자력발전소, 항공기의 안전성 평가 등에 사용되고 있다.⁽¹⁾ 결정론적 파괴역학에서는 파괴인성치(fracture toughness, K_{Ic})에 대한 응력확대계수(Stress Intensity Factor, K_I)의 비를 안전여유로 정의하여, 이 값을 기준으로 안전성 평가를 하고 있다. 그러나 Fig. 1에 나타난 바와 같이 동일한 안전여유(A/B)를 갖는 경우에도 파손확률(failure probability, P_f)은 분포형태에 따라 변할 수 있다. 반면 파괴역학에서는 기기별 허용파손확률을 설정하여 평가기간중의 파손확률이 허용파손확률 이하가 되도록 설계하고 있다⁽²⁻⁴⁾. 파괴역학해석에서 결함의 형상 및 결함의 위치는 평가에 큰 영향을 미치는 주요 인자로서 정기적인 비파괴 검사를 수행하여 안전성평가를 수행하고 있다⁽⁵⁻⁷⁾. 그러나 주요기기의 모든 위치에 대한 검사는 사실상 어려워 주요부분만을 선정하여 검사를 수행하고 있어 미검출 결함에 대한

영향을 고려한 해석이 요구된다. 지속적인 평가자료의 데이터베이스 구축 및 컴퓨터 연산 속도의 향상으로 입력자료의 분석 및 시뮬레이션에 근거한 해석의 여건이 개선되었다. 본 연구에서는 재료불성치 또는 작용하중과 같이 분산 또는 불확실성이 포함된 평가의 입력자료와 미검출 결함에 대한 영향을 고려하여 가동기간에 따른 파손확률 예측을 위한 기법을 소개하였으며, 실구조물의 적용을 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 이용하였다. 가동기간에 대한 영향에는 중성자 조사량 증가에 따른 재질 특성의 변화와 반복하중에 의한 균열진전 등이 있다. 또한 해석 결과의 검증을 위해 간략한 모델을 구성하여 수치적분 및 기타 상용코드⁽⁸⁾의 결과와 비교하였다.

2. 결정론적 건전성평가

결함의 확률론적 해석에는 입력자료의 분산을 고려하기 위해 많은 반복적인 결정론적 해석이 포함된다. 결정론적 해석에는 파괴역학 평가파라미터의 계산, 가동기간에 따른 균열진전, 재료불성치의 변화, 파괴기준의 적용이 있다. 본 연구에는 선형탄성파괴역학(linear elastic fracture mechanics)에 근거한 해석을 다루고 있으며, 주요 평가내용을 다음에 수록하였다.

2.1 균열성장량의 계산

원자력발전소의 주요기기에는 반복적으로 발생하는 과도상태(transient)에 의해 피로응력이 발생하여 응력집중부의 균열발생 및 진전을 유발한다. 이때 균열성장량의 계산은 식 (1)과 같이 주어지는 Paris 식⁽⁹⁾을 사용하였다.

$$\frac{da}{dN} = C (\Delta K)^n \quad (1)$$

여기서, da 는 균열성장량, N 은 평가기간 중 발생 가능한 과도상태의 반복횟수, ΔK 는 응력확대계수 변화량, C 와 n 은 재료에 따라 결정되는 상수이다.

2.2 응력확대계수의 계산

평판에 존재하는 결함의 응력확대계수계산은 수학적으로 가능하나 압력용기, 배관, CANDU 압력관 및 증기발생기 세관과 같은 실 구조물에 대한

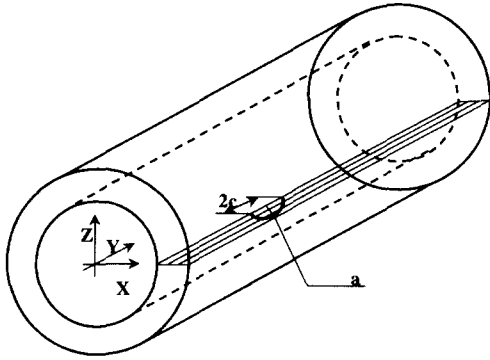


Fig. 2 Pipe geometry with axial surface flaw

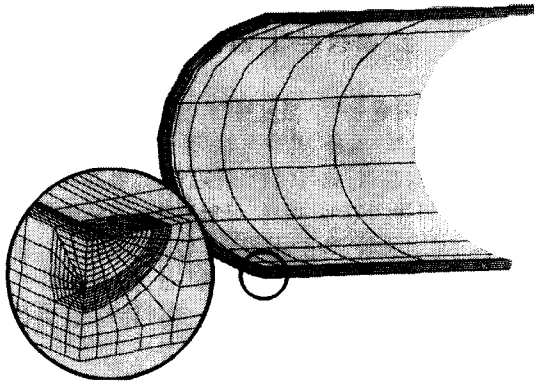


Fig. 3 Model for the finite element analysis

응력확대계수계산에는 Raju-Newman⁽¹⁰⁾, ASME Sec. XI⁽¹¹⁾, Handbook⁽¹²⁾ 자료의 참고, 유한요소해석⁽¹³⁾ 등을 수행하여 이의 결과를 활용하여야 한다. 본 연구에서는 Fig. 2와 같이 내압이 작용하는 모델을 다양한 결함의 형상에 대하여 구성 후 유한요소해석을 수행하였으며, 무차원화시킨 결과를 해석시 보간하여 사용하였다. Fig. 3에 유한요소 해석시 사용된 모델의 예를 나타내었으며, 대칭조건을 이용하여 1/4만을 모델링하였다. 반면 결과의 검증에 위한 해석모델에서는 타 상용코드⁽⁸⁾ 및 수식과의 비교를 위해 Hand book의 내용 및 Raju-Newman 방법을 사용하였다.

2.3 안전성평가

안전성평가에는 불안정파괴평가와 소성붕괴평

가기준이 있으며, 불안정파괴평가에는 재료의 파괴인성치와 응력확대계수를 이용하였다. 결정론적 해석에서는 응력확대계수에 대한 파괴인성치의 비율인 안전여유가 3.0 이상을 만족하는 경우 일반적인 평가 기준을 만족한다. 반면 확률론적 해석에서는 불확실성이 고려되어 있어 응력확대계수가 파괴인성치를 초과하는 경우 즉, 안전여유가 1이하인 경우 파손이 된다고 가정하여 파손확률을 결정하였다. 소성붕괴평가도 불안정파괴평가와 동일하나 작용응력과 소성붕괴응력에 대한 안전여유를 사용하였다. 위의 평가기준 외에 균열관통으로 인한 누설의 경우도 파손으로 간주하였다.

3. 파손확률 예측

3.1 분산을 고려한 자료입력

본 연구에서는 주요 입력자료의 분산을 고려하기 위해 확률변수의 경향분석으로 얻어진 확률밀도함수(Probability Density Function, PDF)를 유도하여 이를 입력자료로 활용하였으며, 확률밀도함수 유도과정의 예를 Fig. 4에 나타내었다.

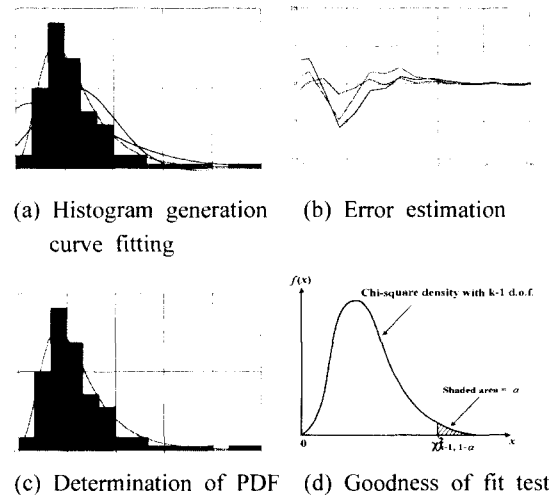


Fig. 4 PDF derivation and goodness of fit test

Fig. 4(a)에는 구간에 따른 확률변수의 빈도를 히스토그램으로 표시 후 이를 복수개의 확률밀도함수로 곡선적합 하였다. (b)에서는 곡선적합에 대한 각각

의 오차계산을 수행하였다. (c)에서는 오차를 통한 최적 확률밀도함수의 결정을 나타내었으며, (d)에서는 Chi-Square 시험⁽¹⁴⁾을 통한 확률밀도함수의 유효성 검증을 나타내었다.

3.2 몬테카를로 시뮬레이션을 이용한 파손 확률 예측

몬테카를로 시뮬레이션은 확률변수의 반복적인 추출기법을 이용하여 주어진 조건을 만족하는 비율을 구하는 기법으로 수학, 통계, 공학 등 다른 분야에 널리 사용되고 있다. 다양한 기법중 본 연구에서는 일반 몬테카를로(crude Monte Carlo, MC)법과 층별 몬테카를로(Stratified Sampling Monte Carlo, SSMC)⁽¹⁵⁾법을 사용하였으며, 파손확률예측 절차의 예를 Fig. 5에 나타내었다. 파손확률의 계산에는 FPES (Failure Probability Estimation System)로 명명된 내부 개발코드를 이용하였다.

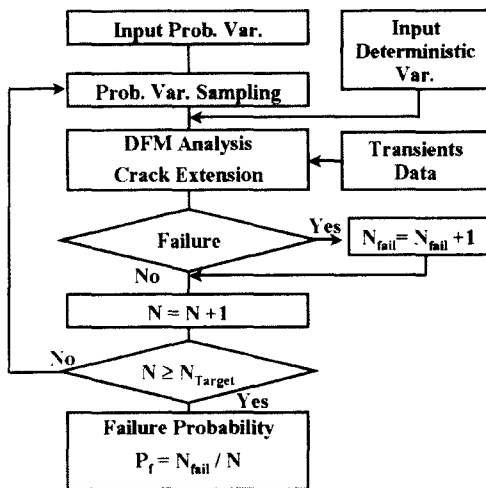


Fig. 5 Flow chart for the PFM analysis

3.3 수치적분 및 FORM을 이용한 파손확률 예측

확률변수가 많지 않아 한계상태방정식(limit state function)⁽¹⁶⁻¹⁸⁾의 구성 및 풀이가 용이한 경우 수치적분을 이용한 파손확률의 예측이 가능하다. 반면 파괴 파라미터의 계산이 복잡하거나 가동기간의 영향을 고려하는 경우에는 적합하지 않다. 가동기간을 고려하지 않는 경우 FORM을 이용한 파손

확률의 근사값 예측은 수치적분 보다 용이하나 마찬가지로 가동기간의 영향을 고려하기 어렵다. 본 연구에서는 가동기간에 따른 파손확률은 몬테카를로 시뮬레이션을 이용하여 예측하였으며, 수치적분 및 FORM은 시뮬레이션 결과의 초기값 검증에 사용하였다.

4. 사례연구

개발된 평가모델의 검증을 위해 원전배관에 대한 사례연구를 수행하였다. 결과의 검증에는 동일한 문제에 대해 USNRC⁽⁷⁾의 지원으로 개발된 PRAISE 코드⁽⁸⁾의 해석 결과와 비교하였다. 또한 해의 수학적 도출이 가능한 간략화된 모델에 대한 해석을 수행하여 검증하였으며, 이를 바탕으로 실제 구조물에 대한 해석을 수행하였다.

4.1 평가모델의 검증을 위한 해석

Fig. 2와 같이 축방향 표면결함이 존재하는 배관에 내압이 작용할 경우의 소성붕괴확률을 몬테카를로 시뮬레이션 및 수치적분법을 이용하여 계산하였다. 확률변수는 결함의 깊이비(a/t)로 평균 0.049, 표준편차 0.244를 갖는 Log-Normal 분포로 하였으며, 다른 입력조건은 Table 1과 같다.

Table 1 Details of deterministic input data

aspect ratio (a/c)	0.2
pipe wall thickness (t)	4.1 mm
inner radius (R _i)	53.0 mm
inner pressure (P)	11.9 MPa
flow stress (σ _{flow})	624.5 MPa

파손기준은 원주방향 작용응력(σ_h)이 소성붕괴응력(σ_h⁰)을 초과하는 경우로 가정하였으며, 수학적 검증을 위해 균열진전은 고려하지 않았다. 소성붕괴 응력계산에는 식(2), (3)을, 수치적분에는 식(4)를 사용하였다.

$$\sigma_h = \sigma_f \left(\frac{1 - a_f / t}{1 - a_f / t M} \right) \quad (2)$$

여기서, σ_f는 유동응력, M은 보정계수로 다음과 같

이 계산된다.

$$A_p = \pi \times t \times (2R_i + t) \quad (7)$$

$$M = \sqrt{1 + 1.255 \left(\frac{c^2}{r_m t} - 0.0135 \frac{c^4}{(r_m t)^2} \right)} \quad (3)$$

$$g(a/t) = \sigma_h'(a/t) - \sigma_h \quad (4)$$

식(4)에 식(2), (3)을 대입하여 만족하는 a/t 값을 계산하면 0.88이 되며, 주어진 a/t 의 분포에서 a/t 가 0.88이상인 영역을 적분하면 파손확률은 6.2×10^{-3} 으로 계산된다. 반면 난수발생 시작점에 따라 10,000회씩 5회의 몬테카를로 시뮬레이션을 수행하여 평균값을 계산하면 10,000개의 수행중 62개의 파손이 발생하여 위에서 계산된 값과 동일한 파손 확률이 얻어졌다.

4.2 상용해석 코드와 비교를 위한 해석

원주방향 결함이 존재하는 배관의 가동기간에 따른 소성붕괴 확률을 계산하였다. 확률변수는 지수함수분포를 갖는 결함의 깊이비(a/t)와 결함형상비 역수(c/a)를 설정하였으며, 다른 주요입력 조건은 Table 2에 나타내었다. 파손기준으로는 소성붕괴 및 균열관통을 적용하였으며, 소성붕괴조건은 식(5)~(7)에 나타내었다.

Table 2 Details of deterministic input data

pipe wall thickness (t)	25.4 mm (1 inch)
inner radius (R _i)	127.0 mm (5 inch)
inner pressure (P)	10.3 MPa (1.5 ksi)
flow stress (σ _{flow})	275.6 MPa (40 ksi)
loading cycle	5.0 cycle/year
Paris' law constant (C)	1.6×10^{-10}
Paris' law exponent (n)	4.0

$$A_c \geq \left(1 - \frac{\sigma_h}{\sigma_{flow}} \right) \times A_p \quad (5)$$

여기서, σ_h 는 원주방향응력, A_c 와 A_p 는 각각 균열과 배관의 면적으로 다음과 같이 계산된다.

$$A_c = a \times c \times \left(2 + \frac{a}{R_i} \right) \quad (6)$$

여기서, c 는 균열 반길이(half crack length)이다. 내부개발 코드에서는 일반 MC기법과 SSMC기법을 동시에 사용하였으며, 두 결과는 Fig. 6에 나타난 바와 같이 일치하였다. MC기법에서는 시뮬레이션 수행횟수를 10^4 에서 10^6 까지 증가시켜 수렴하는 값을 이용하였으며, 10^5 에서 파손확률이 수렴하였다. 또한 난수발생 시작점(random number seed)의 영향을 고려하여 5회의 반복 수행을 독립적으로 수행하여 평균값을 사용하여 그 결과를 Fig. 6에 "FPES, MC"로 나타내었다. 또한 원자로 압력용기나 CANDU 압력관과 같이 파손확률이 작은 경우 몬테카를로 기법의 효율성을 높이기 위해 사용되는 SSMC기법의 결과는 "FPES, SSMC"로 나타내었다. SSMC기법 적용시 표본추출 영역의 예를 Fig. 7에 나타내었으며, 본 해석에서는 각 영역에 대해 1000회의 표본 추출을 수행하여, 각 영역의 발생확률 값을 고려하여 전체 파손확률을 계산하였다. PRAISE 코드의 결과는 Fig. 6에 "PRAISE, SSMC"로 나타내었다. PRAISE 코드에서는 SSMC 기법을 사용하고 있으며, 각 영역별로 최대 500회까지만 시뮬레이션이 가능하여 이로 인한 초기 파손확률에 약간의 차이가 있음을 알 수 있다.

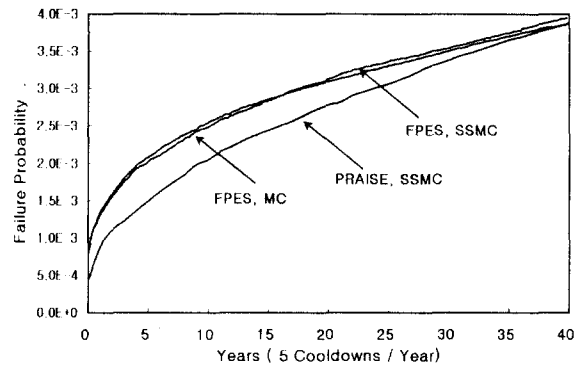


Fig. 6 Comparison of failure probability

4.3 원전배관의 파손확률예측

가동기간에 따른 균열 진전을 고려하여 가동기간 증가에 따른 파손확률의 변화를 구하기 위한 해석이다. 해석 대상은 내압이 작용하는 원전배관에 존재하는 축방향 표면결함으로 과도상태 1개만을 고려하여 해석하였다. 확률변수는 결함의 깊이비와

결합의 형상비 및 파괴인성치를 설정하였으며, 결

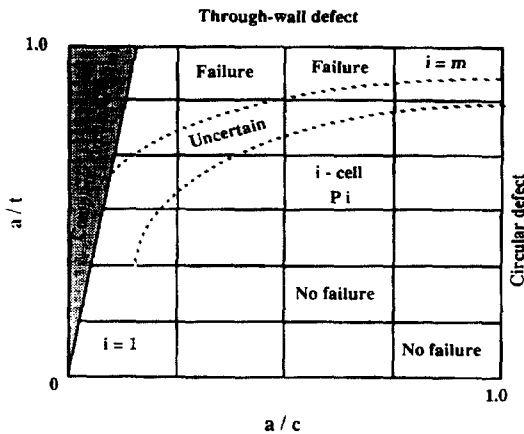


Fig. 7 Example for stratification of sampling area⁽⁸⁾

합의 깊이비와 형상비는 지수함수 분포로 각각 평균 0.1과 0.15를 갖도록 하였다. 파괴인성치는 평균 50, 표준편차 10을 갖는 Log-Normal 분포로 설정하여 해석하였으며, 이외의 결정론적 변수는 Table 3에 나타내었다. 과도상태의 고려는 연간 5회의 cooldown이 발생, 즉 설계수명의 40년 동안 200회 발생하는 것으로 가정하여 해석하였으며, 파손확률 예측 기법으로는 일반 몬테카를로법과 SSMC법을 각각 사용하여 결과를 비교하였다. 이 때 일반 몬테카를로 시뮬레이션의 수행 횟수를 $10^3 \sim 10^7$ 으로 증가시켜 가면서 해석하였으며, SSMC법의 수행횟수는 $10^2, 10^3$ 에 대하여 해석을 수행하였다.

Table 3 Details of deterministic input data

pipe wall thickness (t)	5.0 mm
inner radius (R _i)	50.0 mm
inner pressure (P)	15.0 MPa
Paris' law constant (C)	4.0×10^{-10}
Paris' law exponent (n)	3.3

파손기준으로는 불안정파괴와 균열관통을 적용하였으며, 응력확대계수의 계산은 2장에서 언급한 유한요소해석 결과를 이용하였다. 가동기간에 따른 균열진전에는 식(1)을 사용하여 과도상태에 따른 균열진전을 고려하였다. 일반 몬테카를로법과 층별

샘플링에 의한 방법인 SSMC법을 이용하여 가동기간에 따른 파손확률을 Fig. 8에 나타내었다. 반복수행횟수는 $10^3 \sim 10^7$ 으로 변화시켜 가면서 해석을 수행하였으며, 난수의 영향을 보정하기 위해 각각 난수 발생시점을 변경하면서 5회의 반복계산을 수행하였다. 따라서 실제적으로 반복 수행횟수는 $5 \times (10^3 \sim 10^7)$ 회가 된다. 그림에서 알 수 있듯이, 시뮬레이션의 수행횟수가 10^5 이상인 경우에 대한 가동기간별 파손확률은 1%이내의 오차로 값이 일치하였다. 그러나, 수행횟수가 10^4 이하에서는 파손확률의 차수는 동일하나 편차가 증가하였다. 따라서 정밀한 해석을 위해서는 10^5 이상의 해석이 요구됨을 알 수 있다.

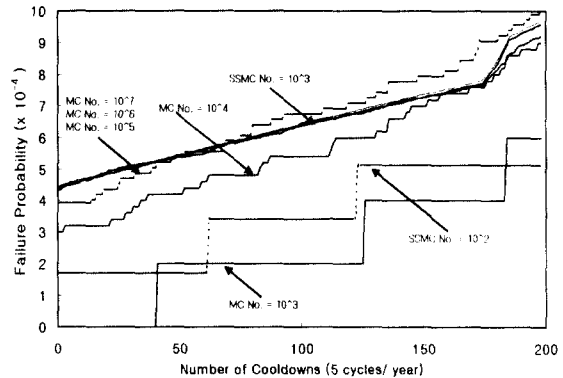


Fig. 8 Failure probability as a function of time

SSMC법을 이용하기 위해 전 절의 Fig. 7과 같은 초기균열의 형상비(a/c)와 깊이비(a/t)를 계층화시켜 분할된 표본공간을 이용하였다. Fig. 8에서 알 수 있듯이 SSMC법을 이용하면 10^3 의 수행횟수로 일반 몬테카를로법의 10^6 또는 10^7 의 수행횟수에 해당하는 파손확률에 근접하였다. 따라서 해석에 필요한 수행횟수를 줄이면서 해의 수렴도를 상승시킬 수 있어 일반 몬테카를로 시뮬레이션의 계산효율을 높이는 방법이 SSMC법임을 확인할 수 있었다. 또한 연간 5회의 과도상태를 가정하여 해석하면 40년 수명 후 파손확률은 9.5×10^{-4} 로 원전배관에서 요구하는 허용파손확률인 10^{-3} 의 조건을 만족하였다. 해석시 사용한 연간 5회의 과도상태 발생은 설계조건에 따른 것으로 실제로는 연간 1회 미만 이 발생하는 경우가 많아 해석 대상 배관은 가동기간중 안전성기준을 만족한다 할 수 있다.

5. 결론

본 연구에서는 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 이용한 PFM의 적용을 위한 연구를 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. PFM 해석기법의 적용을 위한 입력자료의 데이터베이스 구축 및 주요 평가 파라미터에 대한 PDF를 도출하였다.
2. 몬테카를로 시뮬레이션 기법을 적용시켜 가동기간 증가에 따른 파손확률의 예측이 가능한 모듈을 구성하였다.
3. 구성된 몬테카를로 모듈의 검증을 위한 사례연구 수행결과, 수학적 해석기법 및 상용코드에 의한 결과와 잘 일치하였다.

후 기

본 논문은 한국과학재단 산하 성균관대학교 산업설비 안전성평가 연구센터의 연구비 지원으로 이루어진 것으로서, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

1. 김건영, 壓子折雄, 강명수, "크리프 균열성장 모델에 대한 확률론적 수명예측 프로그램," 한국정밀공학회지, 제16권, 제6호, pp. 100-107, 1999.
2. USNRC, "Reactor Safety Study : An Assessment of Accident Risks in U.S. Commercial Nuclear Power Plants," WASH-1400, NUREG-75/014, 1975.
3. Wells, J.E., George, L.L., and Cummings, G.E., "Seismic Safety Margins Research Program, Phase I Final Report - Systems Analysis," NUREG/CR-2015, Vol. 8, 1984.
4. USNRC, "Individual Plant Examination : Submittal Guidance," NUREG-1335, 1989.
5. Canadian Standard Association, "Periodic Inspection of CANDU Nuclear Power Plant Components," CAN/CSA-N285.4. 1994.
6. ASME, "Rules for In Service Inspection of Nuclear Plant Components," ASME Boiler and

- Pressure Vessel Code Sec. XI, Appendix A, 1998.
7. USNRC, "Investigation and Evaluation of SCC in Piping Fracture Mechanics," NUREG-CR/6540, 1997.
8. Lawrence Livermore National Laboratory, "PC-PRAISE : A Probabilistic Fracture Mechanics Computer Code for Piping Reliability Analysis," NUREG/CR-5864, 1992.
9. Paris, P. C. and Erdogan, F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws," Trans. ASME, J. Basic Eng. Ind., Vol. D85, 1963.
10. Newman, J. C. and Raju, I. S., "Stress Intensity Factors for Internal surface cracks in Cylindrical Pressure Vessels," Transaction of the ASME Vol. 102, 1980.
11. ASME, "ASME Boiler and Pressure Vessel Code," Section XI, Appendix A-1000, 1992.
12. Zahoor, A., "Ductile Fracture Hand -book, Vol. I, II, III," EPRI Report NP-6301-D, Electric Power Research Institute, 1989.
13. 이진석, 김영진, 석창성, 박윤원, "CANDU 압력관의 건진성평가를 위한 결함해석," 대한기계학회 논문집, 제19권, 제3호, pp. 731-740, 1995.
14. Law, A.M., Kelton, W.D., "Simulation Modeling and Analysis," 2nd Edition, McGraw-Hill, 1991.
15. Lawrence Livermore National Laboratory, "Probability of Pipe Fracture in the Primary Coolant Loop of a PWR Plant," NUREG/CR-2189, 1981.
16. Ang, A.H., Tang, W.H., "Probability Concepts in Engineering Planning Design," John Wiley & Sons, Vol I, II, 1975.
17. Ditlevsen, O., Madsen, H.O., "Structural Reliability Method," John Wiley & Sons, 1996.
18. Patrick D. T. O'Connor, "Practical Reliability Engineering," John Wiley & Sons, 3rd Edition, 1997.