

유연 구조물에서 반력 최소화를 위한 피드백 기술

김주형*, 김상섭*

Feedback Techniques for Minimizing Reaction Forces in Flexible Structures

Joo Hyung Kim*, Sang Sup Kim*

ABSTRACT

A method for actively minimizing dynamic reaction forces in a flexible structure subject to persistent excitations is presented. One difficulty with the method, however, is that forces and moments do not converge as quickly as displacements in mathematical discretization of continuous systems, so a controller based on a truncated model of a continuous system can produce poor results. A technique using residual flexibility matrix is presented for correcting the truncated force representation. A controller designed for reaction force minimization, using the residual flexibility matrix, is applied to a model of a flexible structure, and the results are presented. Implications of various reaction force penalty combinations on the resulting control performance are also discussed.

Key Words : Optimal Control(최적 제어), Kalman Filter(칼만 필터), Reaction Force(반력), Estimator(추정기), Observer(관측기), Residual Flexibility Matrix(잔류 유연성 행렬)

기호설명

M/K = mass and stiffness matrices
 Φ_r / Φ_t = retained / truncated orthonormal matrices
 $w(t) / q(t)$ = physical/modal coordinate vectors
 Λ = diagonal spectral matrix
 x_r = state vector of retained modal coordinates
 $y(t)$ = output(displacement or reaction force)
 $f(s)$ = harmonic disturbance model
 x_f = state vector of low pass filter
 J = cost functional(performance index)
 K = state feedback gain matrix
 Q, R, Q', R' = weighting matrices
 \hat{x} = estimated state vector

1. 서론

오랫동안, 원하지 않는 기계 속의 진동은 기계의 사용자에게는 현실적인 당면한 문제로 인식되어져 왔다. 과도한 변위가 기계의 클리어런스를 초과할 만큼 충분히 크거나, 하중이 축이나 다른 요소의 피로한계를 넘으면, 기계에 심각한 손상을 초래할 수 있다. 정적인 하중조건 아래에서 작동하도록 설계된 베어링은 회전하는 물체에서 축 중심이 맞지 않아서 발생하는 언밸런스(unbalance) 문제나 두 축이 일직선을 이루지 못해 일어나는 미스어라인먼트(misalignment) 같은 문제로 인하여 하중의 큰 증가를 가져온다⁽¹⁾. 이들 조건들이 능동진동제어 방법을 필요로 하게 되고, 이 능동제어

2001년 2월 6일 접수

* 국민대 자동차공학대학원

가 진동을 줄이는데, 더 좋은 효과를 제공하였다.

회전체 역학에서 축의 변위를 감소시키려는 다른 방법은 직접적으로 동적 반력(dynamic reaction force)을 줄이는 방법이다. 이 연구에서는 흔히 사용되는 측정된 축의 변위를 가지고 피드 백을 사용하여 반력을 최소화하였다. 제어 목적을 위해서, 저차 모드를 사용하는 것이 필수적이고, 이러한 저차 모드를 가지고 반력을 나타내는 것은 부정확하다. 이와 같은 표현을 보충하기 위해 제거된 모드의 정적인 효과를 나타내는 잔류 유연성 행렬⁽²⁾⁽⁴⁾을 사용함으로써 보정되었다. 이 보정 방법이 제어 법칙을 협력해서, 좀 더 정확한 반력은 최소화할 수 있다. 앞에서 제시한 반력 제어의 목표를 최소화하기 위해 최적제어를 적용하였다.

회전체를 가진 진동의 모델은 두개의 서로 독립된 운동 방정식으로 두개의 수직한 평면을 나타낼 수 있기 때문에, 이론적인 모델과 동일한 지지 위치와 외란 위치가 같은 2 차원 오버행 보 장치가 실험의 간단함을 위해 선택되었다.

2. 이론적인 모델과 반력 유도

2.1 모델 유도

본 연구의 실험 모델은 12 개의 유한 요소로 모델링되어 있다. 유한 요소법에 의한 운동방정식⁽⁴⁾은 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{M}_{cc}^T \\ \mathbf{M}_{cc} & \mathbf{M}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{w}} \\ \ddot{\mathbf{w}}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K} & \mathbf{K}_{cc}^T \\ \mathbf{K}_{cc} & \mathbf{K}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{w} \\ \mathbf{w}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{F}_c \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 좌표 \mathbf{w} 는 절점 변위들을 나타낸 것이고, 좌표 \mathbf{w}_c 는 구속 변위를 나타낸 것이다. 또한, \mathbf{F} 와 \mathbf{F}_c 는 외력으로 가해 준 힘과 그에 따르는 반력으로 각각 정의 된다. 주어진 경계 조건에 따라서 식 (1)은 나누어 지는 데

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{K}\mathbf{w} = \mathbf{F} \quad (2)$$

과

$$\mathbf{M}_{cc}\ddot{\mathbf{w}} + \mathbf{K}_{cc}\mathbf{w} = \mathbf{F}_c \quad (3)$$

여기서 구속된 변위는 움직임이 없기 때문에 0 으로 간주 된다. 식 (3)에서 \mathbf{F}_c 는 지점의 전단력 혹은 모멘트로 주어지는데, 식 (2)의 가속도 벡터를 식 (3)에다 치환하면, 식 (3)의 반력은 다음 형태로 주어 질 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_c &= \mathbf{M}_{cc} \left\{ \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F} - \mathbf{K}\mathbf{w}) \right\} + \mathbf{K}_{cc}\mathbf{w} \\ &= (\mathbf{K}_{cc} - \mathbf{M}_{cc}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})\mathbf{w} + \mathbf{M}_{cc}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{aligned} \quad (4)$$

이 반력은 변위 벡터 \mathbf{w} 의 정확도에 의존한다. 상태변수가 많으면 추정기가 실시간으로 계산하기 어렵기 때문에, 제어목적을 위해 모델은 5 개의 모드로 감소 되어 졌다. 처음으로 운동 방정식을 다음과 같은 진동형 변환을 가진 형태로 전개할 수 있다.

$$\mathbf{w}(t) = \Phi\mathbf{q}(t) \quad (5)$$

여기서 Φ 는 계의 직교 정규화된 진동형 행렬이고 $\mathbf{q}(t)$ 는 진동형 좌표의 벡터이다. 진동형 벡터 $\mathbf{q}(t)$

는 $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_r^T & \mathbf{q}_t^T \end{bmatrix}^T$ 로 정의 되는데 여기서 r 과 t

은 유지된(retained) 모드와 제거된(truncated) 모드를 각각 나타낸다.

2.2 반력 유도

식 (5)속의 변위 벡터는 다음과 같이 쓰여 질 수 있는 데

$$\mathbf{w} = (\mathbf{K}^{-1} - \Phi_r\Lambda_r^{-1}\Phi_r^T)\mathbf{F} + \Phi_r\mathbf{q}_r \quad (6)$$

여기서, Λ_r 는 대각선 방향의 요소이다. 제거된 모드의 정적효과는 모든 모드의 정적효과에서 유지된 모드의 정적효과를 뺀 나머지가이다. 식 (6) 속에 괄호 안에 들어있는 항이 잔류 유연성 행렬이고 제거된 모드의 정적인 효과를 보충하는 데 쓰인다.

마지막으로, 더 정확한 반력의 평가를 위해 잔류 유연성 행렬이 포함된 식 (6)을 식 (4)에 치환하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_c &= (\mathbf{K}_{cc} - \mathbf{M}_{cc}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K})\{(\mathbf{K}^{-1} - \Phi_r\Lambda_r^{-1}\Phi_r^T)\mathbf{F} \\ &\quad + \Phi_r\mathbf{q}_r\} + \mathbf{M}_{cc}\mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 상태 변수와 출력 방정식 모델

식 (6)을 식 (2)속에 대입하여, Φ_r^T 을 곱하여 진동형 형태로 다시 쓰면, 운동방정식은 유지되고 있는 모드의 요소로서 표현 될 수 있다.

$$\ddot{\mathbf{q}}_r = \Phi_r^T\mathbf{F} - \Lambda_r\mathbf{q}_r \quad (8)$$

여기서 $\Phi_r^T \mathbf{M}(\mathbf{K}^{-1} - \Phi_r \Lambda^{-1} \Phi_r^T) = 0$ 과 $\Phi_r^T \mathbf{K}(\mathbf{K}^{-1} - \Phi_r \Lambda^{-1} \Phi_r^T) = 0$ 을 이용하여 식 (8) 은 유도될 수 있다 또한 식 (8)속에서 힘을 받고 있는 항은 외란항 $\mathbf{f}(t)$ 와 제어입력항 $\mathbf{u}(t)$ 으로 분리 된다. 주어진 상태 벡터 $\mathbf{x}_s = [\mathbf{q}_r^T \quad \dot{\mathbf{q}}_r^T]^T$ 를 이용하여, 진동 방정식은 상태 방정식 형태로 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_s &= \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{B}_s \bar{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{G}_s \mathbf{f}(t) \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\Lambda_r & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x}_s + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi_r^T \mathbf{F}_u \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi_r^T \mathbf{F}_f \end{bmatrix} \mathbf{f} \end{aligned}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s(t) + \mathbf{D}_1 \bar{\mathbf{u}}(t) + \mathbf{D}_2 \mathbf{f}(t) \quad (9)$$

\mathbf{y} 는 변위나 반력과 관계된 출력 행렬을 나타낸다. 만약에 변위가 출력이라면,

$$\mathbf{C}_s = [\mathbf{C}_1 \Phi_r \quad \mathbf{0}]^T \quad \mathbf{D}_1 = \mathbf{D}_2 = \mathbf{0} \quad (10)$$

여기에서 행렬 \mathbf{C}_1 은 감지기의 위치 행렬을 나타낸다. 이와는 반대로 반력이 출력이면, 다음과 같은 식으로 된다.

$$\mathbf{C}_s = [(\mathbf{K}_{cc} - \mathbf{M}_{cc} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K}) \Phi_r \quad \mathbf{0}] \quad (11)$$

$$\mathbf{D}_1 = \mathbf{M}_{cc} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_u + (\mathbf{K}_{cc} - \mathbf{M}_{cc} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})(\mathbf{K}^{-1} - \Phi_r \Lambda^{-1} \Phi_r^T) \mathbf{F}_u$$

$$\mathbf{D}_2 = \mathbf{M}_{cc} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{F}_f + (\mathbf{K}_{cc} - \mathbf{M}_{cc} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K})(\mathbf{K}^{-1} - \Phi_r \Lambda^{-1} \Phi_r^T) \mathbf{F}_f$$

2.4 외란 모델

식 (9)에 존재하는 외란은 조화 함수로 가정되고, 그 외란은 조화 형태^(6,8)를 지닌 상태 방정식 형태로 다음과 같이 얻어진다.

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \begin{bmatrix} \dot{f} \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ -\omega_d^2 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{x}_d + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \end{bmatrix} \eta \quad (12)$$

$$= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_d + \mathbf{B}_d \eta$$

$$f = \mathbf{C}_d \mathbf{x}_d \quad \mathbf{C}_d = [\mathbf{1} \quad \mathbf{0}]$$

여기서 η 는 백색 잡음 입력, \mathbf{A}_d 와 \mathbf{B}_d 는 외란과 관계된 행렬이고, \mathbf{x}_d 는 외란 나타내는 상태 벡터이다.

2.5 저주파 통과 필터 모델

가장 간단한 저주파 통과 필터의 전달함수는 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\bar{u}(s)}{u(s)} = \frac{G_o \omega_c}{s + \omega_c} \quad (13)$$

여기에서 $u(s)$ 는 D/A 변환기 채널의 출력이고, $\bar{u}(s)$ 는 파우어 앰프로 보내지는 제어 전압이고, ω_c 는 저주파 통과 필터의 절점 주파수(corner frequency)이다. 실험에서는 두 제어 채널에 하나씩 두 개, 여기에서 x_{f1} 와 x_{f2} 는 저주파 통과 필터의 상태변수이다.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{ff} \\ \dot{x}_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\omega_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{ff} \\ x_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_o \omega_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & G_o \omega_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{f1} \\ x_{f2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

식 (14)은 다음과 같이 요약되어진다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_f &= \mathbf{A}_f \mathbf{x}_f + \mathbf{B}_f \mathbf{u} \\ \bar{\mathbf{u}} &= \mathbf{C}_f \mathbf{x}_f \end{aligned} \quad (15)$$

2.6 전체 계의 모델

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_s \\ \dot{\mathbf{x}}_f \\ \dot{\mathbf{x}}_d \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_s & \mathbf{B}_s \mathbf{C}_f & \mathbf{G}_s \mathbf{C}_d \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_f & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_f \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_f \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_d \end{bmatrix} \mathbf{v}_1(t) \end{aligned}$$

$$\mathbf{y} = [\mathbf{C}_s \quad \mathbf{D}_1 \mathbf{C}_f \quad \mathbf{D}_2 \mathbf{C}_f] \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_f \\ \mathbf{x}_d \end{bmatrix} + \mathbf{v}_2(t) \quad (16)$$

외란 모델과 필터 모델을 포함한 전체 계의 상태 방정식은 전체 계에 대한 상태 방정식을 준다. 여기서는 $\mathbf{v}_1(t)$ 와 $\mathbf{v}_2(t)$ 는 잡음으로 정의 되고,

위의 식은 다음과 같이 다시 쓰여진다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} + \mathbf{Gv}_1 \\ \mathbf{y} &= \mathbf{Cx} + \mathbf{v}_2 \end{aligned} \quad (17)$$

2.7 변위제어기(Disp. Minimizing Controller)

최적제어기 설계 과정에서 가격함수⁽⁹⁾는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{t_f}^T \mathbf{S}_0 \mathbf{x}_{t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{x}^T \mathbf{Qx} + \mathbf{u}^T \mathbf{Ru}] dt \quad (18)$$

상태방정식을 최적제어의 조건으로서, 상태변수 피이드백 계인 행렬, \mathbf{K} 를 구해 $\mathbf{u} = -\mathbf{Kx}$ 에 대입하여 얻을 수 있다. 가중 행렬 \mathbf{Q} 와 \mathbf{R} 의 대각선상 요소들은 반력과 제어입력을 줄이기 위한 값으로 정의된다.

2.8 반력제어기(Force Minimizing Controller)

반력을 제어할 경우에 상태변수 \mathbf{x} 대신에 제어 변수인 반력 \mathbf{z} 로 대치한다. 반력은

$$\mathbf{z} = \mathbf{F}_c = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad (19)$$

여기서, 이러한 반력을 최소화할 목적을 위하여 $\mathbf{D}=0$ 값을 갖는다. 이 같은 이유로는 제어 입력이 상태변수에서 필터 상태에 관하여 쓰여졌기 때문이다. 식 (19)을 이용하여, 가격 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$J = \frac{1}{2} \mathbf{x}_{t_f}^T \mathbf{S}_0 \mathbf{x}_{t_f} + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [\mathbf{z}^T \mathbf{Q}^* \mathbf{z} + \mathbf{u}^T \mathbf{R}^* \mathbf{u}] dt \quad (20)$$

2.9 상태 변수를 추정할 수 있는 추정기

식 (7)에 주어진 형태의 반력을 얻기 위해서 모든 상태 변수 \mathbf{x} 가 알려져야 한다. 이들 모든 상태변수를 추정하기 위해 칼만 필터 추정기를 이용하여 필요한 상태 변수를 얻을 수 있는 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}} &= \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{Bu} + \mathbf{L}(\mathbf{y} - \hat{\mathbf{y}}) \\ \hat{\mathbf{y}} &= \mathbf{C}\hat{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (21)$$

여기서, $\hat{\mathbf{x}}$ 는 상태 변수의 추정치라고 표현되고, \mathbf{y} 는 계의 출력, 추정기 계인 \mathbf{L} 행렬은 LQG⁽³⁾⁽⁵⁾⁽⁷⁾ (linear quadratic gaussian)방법을 사용하여 얻을 수 있다.

다음에는 실제로 응용되는 실험 장치에 대해

여 논하기로 하자.

3. 실험장치

본 연구에 사용된 실험 장치는 아래 Figure 1에 같이 예시되어 있다. 이 장치 중에 핵심이 되는 모델은 보이며 3.125x25x610 mm 의 길이를 가지고 있다. 이에 총 길이의 3/4 이 단순 지지 보로, 나머지 총길이의 1/4 이 오버행으로 남아있다. 이 실험체의 처음 3 개의 고유 진동 수는 충격 해머 실험으로 29.6, 71.2, 167 Hz 로 측정되어 졌다.

이 실험 장치에서는 지점의 반력이 Figure 1에 서와 같이 압전식 로드 셀(piezoelectric load cell PCB 208B)로 측정되었다. 이 측정된 실제 하중이 추정된 반력과 비교되었다. 보의 변위는 유도 감지기(Karmen inductive sensor)에 의해 측정되고 이 변위가 출력으로서 추정기속에 입력되어 상태 변수를 추정한다. 위치는 지점 1로부터 150, 170, 280, 300, 480, 500 mm 에 장착되어 있다. 진동이나 제어 입력을 주기 위해 전자기식 가진기(Ling Dynamic Systems model 203B)를 통하여 힘을 보에 가한다.

모든 입출력과 제어에 필요한 데이터를 모으기 위해, National Instruments ATMIO-16F-5 Board 을 가진 컴퓨터를 사용하였다.

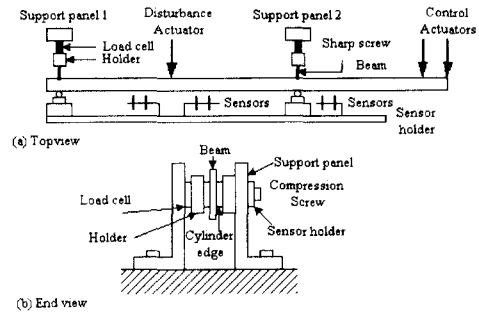


Fig. 1 Schematic of experimental test rig.

(a) Top view (b) End view

4. 실험 절차

이 연구에서 4 가지 다른 경우가 실험되었으며, (1) 표준 방법으로서의 변위(첫번째 지점으로부터 3 번째 감지기의 위치 변위)를 목표로 한 제어,

(2) 첫번째 지점에 대한 반력을 제어, (3) 두 번째 지점의 반력을 제어, (4) 첫 번째와 두 번째 지점의 반력을 동시에 제어한 결과를 나타내었다.

계의 가해진 외란 모델은 조화 힘으로 규정된다. $f(t) = f_0 \sin(\omega t)$, 여기서 $f_0 = 2.3, 2.5, 1.5, 1.5N$, 주파수 $\omega = 10 \text{ rad/sec}$.

Figure 2 은 실험 진행절차를 그림으로 표시한 것이다.

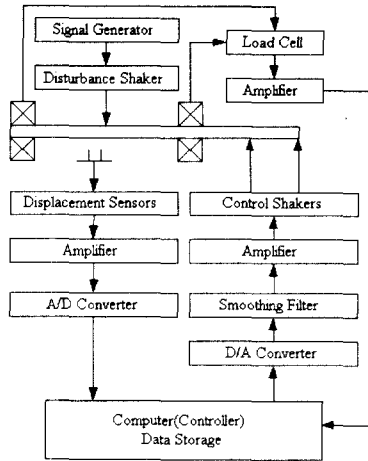


Fig. 2 Schematic experimental procedure

5. 결과 및 토의

4 가지 목표가 다른 실험들의 결과로서 Figures 3,4,6,7 에 나타내져 있다. 각각의 결과는 6 개의 작은 그림으로 구성되어 있는데 a) 측정된 지점 1 의 반력, b) 측정된 지점 2 의 반력, c) 추정된 지점 1 의 반력, d) 추정된 지점 2 의 반력, e) 측정된 중간 지점의 변위, f) 가해진 제어 입력이다.

5.1 변위제어

변위 제어기의 주요 목적은 변위를 최소화하는 것이 목적이다. 제어기를 설계하기 위해 식 (18)에서 가중 행렬은 $Q=5.0e4I_{12 \times 12}$ 와 $R=I_{2 \times 2}$ 로 선택되어 진다. 여기서, $I_{12 \times 12}$ 는 12 차의 단위 행렬을 나타낸다. Figures 3 는 변위제어가 적용되었을 적용되었을 때의 실험 결과이다.

각 경우에는 보는 것과 같이 처음에는 제어

입력 없이, 0.7 초 지난 후에 제어기를 작동하기 시작하였다. 변위 제어동안, Figure 3(e)는 약 35%의 감소를 가져왔다. Figure 3(a),(c), 두 가지 결과는 첫번째 반력이 30% 가량 줄어든 것에 대하여 거의 일치함을 보여 주고 있으며, Figure 3(b),(d), 두 번째 반력의 결과는 1.5-2 배까지 증가함을 알 수 있었다. 같은 결과가 지점 1 의 반력을 목표로 제어 시도했을 때, Figure 4 에서 나타나는 것을 알 수 있다.

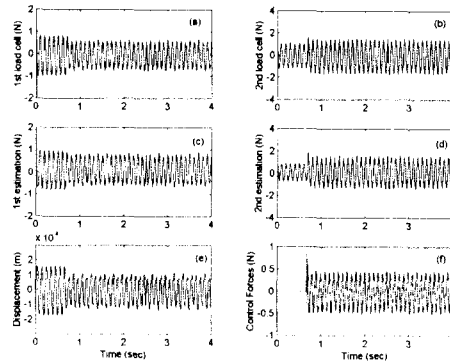


Fig. 3 Control of displacements using the LQG algorithm with Kalman estimation, showing (a) load cell on support 1, (b) load cell on support 2, (c) Kalman estimate of support 1, (d) Kalman estimate of support 2, (e) experimental midspan displacement, (f) experimental control forces

5.2 첫 번째 지점의 반력 제어

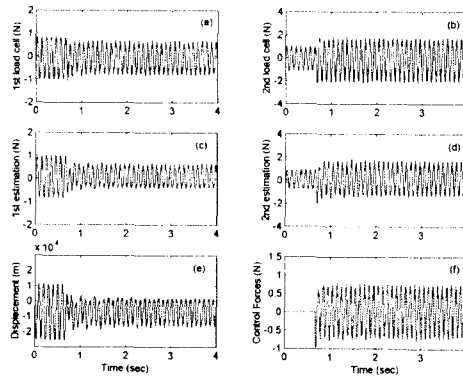


Fig. 4 Control of support load 1 using the LQG algorithm

with Kalman estimation, showing (a) load cell on support 1, (b) load cell on support 2, (c) Kalman estimate of support 1, (d) Kalman estimate of support 2, (e) experimental midspan displacement, (f) experimental control forces

가중행렬 $Q^* = \text{diag}[3.0 \ 0.1]$ 은 지점 1의 반력을 집중적으로 제어한다. Figure 4(a),(c), 첫번째 반력의 결과는 40-45% 가량 감소하였으며 이것이 이 실험의 주 목적이다. Figure 4(d)에 나타낸 것이 두 번째 추정된 하중은 180% 하중 증가를 나타냈고, 이에 대한 실제치(Figure 4(b))와 비교하면 매우 근접함을 알 수 있다

지점 1의 하중이 줄고, 지점 2의 하중이 늘는 이유를 살펴보면, Figure 5(a)에서 나타나는 외란과 제어입력만을 가지고 지점 1의 반력에 대한 영향이고, Figure 5(b)는 지점 2의 반력에 대한 영향을 나타낸다. 결과적으로 Figure 4(a)에서 지점 1의 반력은 줄고 있으며, Figure 4(b)에서 지점 2의 반력은 급증할 수 밖에 없는 이유를 보여 준다.

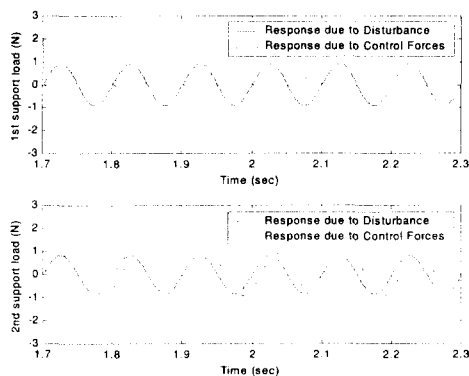


Fig. 5 Independent effects of disturbance and control forces in the first and second support for displacement minimizing control

5.3 두 번째 지점의 반력 제어

세 번째 실험으로서, 지점 2의 반력이 제어되었다. 가중행렬 $Q^* = \text{diag}[0.1 \ 3.0]$ 는 주어졌다. Figure 6(a),(c)는 제어기가 정상 상태에 도착하였을 때 거의 변화가 없음을 나타내고 있으며, Figure 6(b),(d)은 지점 2의 반력이 40-50% 감소하는 과정을 나타낸 것이다.

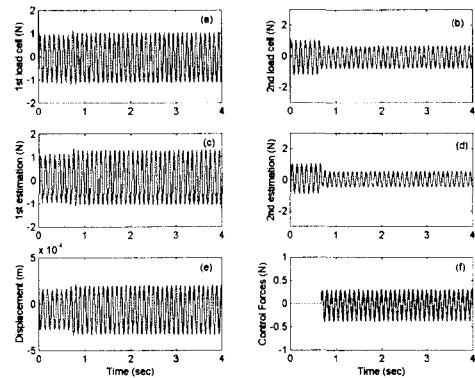


Fig. 6 Control of support load 2 using the LQG algorithm with Kalman estimation, showing (a) load cell on support 1, (b) load cell on support 2, (c) Kalman estimate of support 1, (d) Kalman estimate of support 2, (e) experimental midspan displacement, (f) experimental control forces

5.4 양쪽 반력들에 대해 동시 제어

지점 1과 2의 반력들이 동시에 제어되었다. 가중행렬 $Q^* = \text{diag}[3.0 \ 3.0]$ 는 주어졌다.

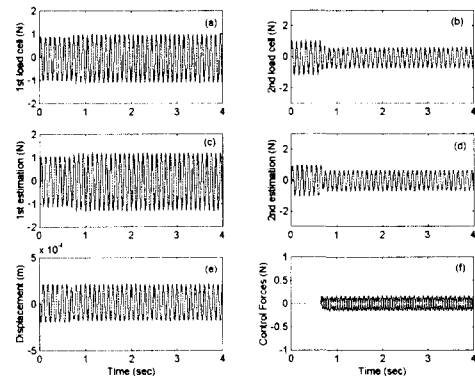


Fig. 7 Control of support load 1 and 2 using the LQG algorithm with Kalman estimation, showing (a) load cell on support 1, (b) load cell on support 2, (c) Kalman estimate of support 1, (d) Kalman estimate of support 2, (e) experimental midspan displacement, (f) experimental control forces

제어 입력의 위치 때문에 지점 1의 반력 제어보다 지점 2의 반력을 아주 쉽게 감소를 유지할 수 있다. 제어가 시작된 다음 지점 2의 반력이 40-50% 가량 감소하였음을 알 수 있다(Figure 7(b),(d)). 제어 입력의 50%를 가지고서도 정상 상태에 도착한다(Figure 7(f)).

5.5 반력과 제어 입력의 위상 비교

Figures 8-10 까지, 제어입력의 상대적인 위상 차이에 대해 결과를 나타내었다.

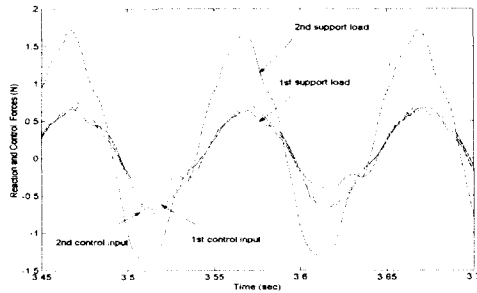


Fig. 8 Phase comparison of reaction forces and control inputs for the 1st support load control and the displacement control

Figure 8 에서 변위를 제어하기 위해 반력(외란)과 제어 입력이 같은 위상을 갖는 것은 기하학적으로 확실하다. Figure 9 에서 보여지는 것과 같이 반력(외란)과 제어 입력과의 위상 차가 완전히 반대이다.

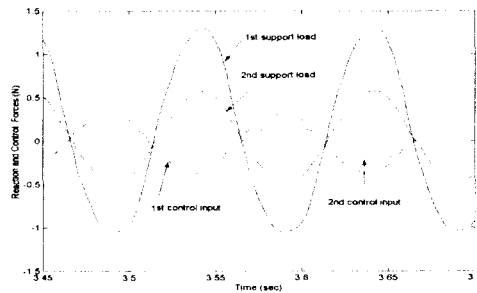


Fig. 9 Phase comparison of reaction forces and control inputs for the 2nd support load control

이 같은 이유로는 두 번째 지점의 반력을 효과적으로 제어 하기 위해 간단한 계산으로도 알

수 있다. 마지막으로, Figure 10 에서 동시에 두개의 반력을 제어하는 문제에서는 앞의 두개의 결과를 혼합한 결과를 나타내었다.

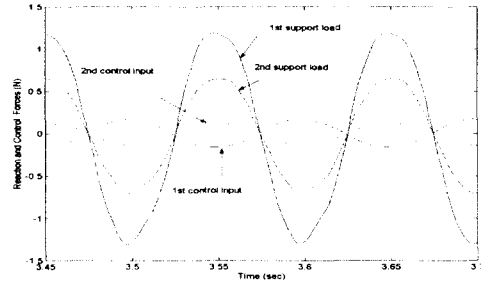


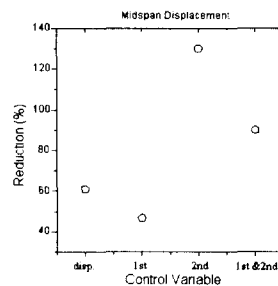
Fig. 10 Phase comparison of reaction forces and control inputs for the 1st and 2nd support load control

5.6 일반적인 제어 방법의 기능

결과의 대한 정량적인 해석으로서, Figure 11 은 모든 제어방법에 대한 각 변수 결과의 요약이다.

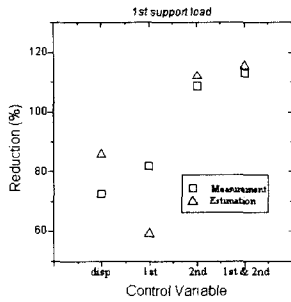
이 그림은 중간 변위(Figure(a))와 두개의 반력(Figures (b),(c))에 대한 결과를 보여 준다. Figure 11(b),(c)에서, 실제 측정과 평가가 둘 다 근사한 결과를 나타낸다(첫번째 반력 경우에는 첫번째 반력 제어 제외). 특히, 두 번째 반력 제어의 경우에는 더 낮은 결과를 나타낸다. 이 데이터로부터 알 수 있는 것은 조금 더 정확한 추정 신호가 좋은 제어 기능을 나타낸다고 볼 수 있기 때문이다.

동적 반력의 감소라는 목표에서는, 첫 번째와 두 번째 반력 동시제어와 두 번째 지점의 제어가 좋은 결과를 나타낸다는 것을 알 수 있다. 또 다른 목적을 가진 변위 제어에서는 변위와 첫번째 제어가 가장 좋은 방법으로 나타났다.

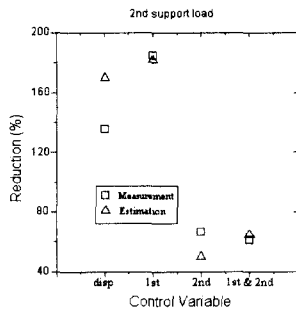


(a) Midspan displacement

참고문헌



(b) 1st support load



(c) 2nd support load

Fig. 11 Reductions in controlled variables at 10Hz excitation..

6. 결론

결론으로서 다음과 같은 결과를 얻었다:

- (1) 모든 로드 셀 측정치와 칼만 필터의 추정치 결과를 비교해 볼 때, 이 두 결과들의 근접함이 두드러진다.
- (2) 변위, 첫 번째, 두 번째, 첫 번째 두 번째 동시 반력의 제어 장치는 각각의 변위, 지점 1, 2, 1 과 2 의 반력을 감소시키는 목적으로 쓰일 수 있다.
- (3) 첫 번째의 반력을 제어와 변위를 제어 하는 방법이 같은 경향을 나타낸다.
- (4) 동적 반력 감소라는 목적에서 보면 지점 1 과 2 의 동시 반력 제어와 두 번째 지점의 반력 제어가 더 나은 결과를 얻을 수 있다.

1. Clark, W. W., Kim, J. H., and Marangoni, R. D., 1998, "Using Residual Flexibility for Improved Observation of Reaction Forces in Flexible Structures," Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics, Vol. 120, No. 2, pp. 401-408, April 1998.
2. Hanseen, O. E. and Bell, K., "On the Accuracy of Mode Superposition Analysis in Structural Dynamics," Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 7, pp. 405-411, 1979.
3. Kwakernaak, H. and Sivan, R., Linear Optimal Control Systems, Wiley-Interscience, New York, 1972.
4. Petyt, M., Introduction to Finite Element Vibration Analysis, Cambridge Univ. Press, Boston, MA., 1990.
5. Stengel, R. F., Stochastic Optimal Control, John Wiley and Sons, New York, NY., 1986.
6. Sievers, L. A. and von Flotow, A. H., Comparison of Two LQG-Based Methods for Disturbance Rejection, Proceedings of the 28 IEEE conference on Decision and Control, Tampa, FL, pp. 483-485 December, 1989.
7. Bong Wie and Marcelo Gonzalez, Control Synthesis for Flexible Space Structures Excited by Persistent Disturbance, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. 15, No. 5, pp. 73-80, 1992.
8. Burdess, J. S. and Metcalfe, A. V., Active Control of Forced Harmonic Vibration in Finite Degree of Freedom Structures with Negligible Natural Damping, Journal of Sound and Vibration, Vol. 91, No. 3, pp. 48-59, 1983.
9. Meirovitch, L., Dynamics and Control Structures, John Wiley & Sons, New York, 1990.