

스위핑과 접목 알고리즘을 이용한 육면체 요소망의 생성

권기연*, 채수원**

Hexahedral Mesh Generation by Sweeping and Grafting Algorithm

Kwon, K. Y.* and Chae, S. W.**

ABSTRACT

An algorithm for generating all hexahedral meshes for three dimensional objects has been presented. This algorithm is based on the sweeping and the grafting method. In sweeping process internal nodes generating method has been modified by employing the distances between nodes on connecting surfaces and on source surfaces. In addition to the sweeping processes grafting algorithm is also modified to obtain more effective meshes by refining elements near grafting surfaces. With this method two and a half dimensional hexahedral meshes for three dimensional objects can be generated effectively. Sample meshes are constructed to demonstrate the mesh generating capability of the proposed algorithm.

Key words : Hexahedral mesh, Sweeping, Grafting, Refine

1. 서 론

유한요소해석에서 육면체 요소는 사면체 요소보다 정확한 해석 결과를 얻을 수 있으므로 선호되고 있다^[1]. 사면체 요소 생성기법은 그 동안 많은 연구가 이루어졌던 반면에 육면체 요소 생성기법은 최근 들어서 연구되고 있다^[2-11]. 그러나 사면체 요소 생성과는 달리 육면체 요소 생성은 훨씬 복잡하고 대상 물체의 형상에 의해 제한된다. 육면체 요소망 생성 기법 중 스위핑(sweeping)은 2.5차원 볼륨에서 모두 육면체 요소를 생성시킬 수 있는 방법으로 지난 몇 년 동안 많은 연구가 이루어지고 있다. 스위핑 알고리즘은 일반적으로 근원곡면(source surface)에 사각형 요소를 생성시키고, 표적곡면(target surface)과 연결된 곡선 또는 곡면(connecting surface)을 이용하여 육면체 요소를 생성하는 것이다. 이를 위해 스위핑 입체에서 우수한 형상비를 얻을 수 있도록 내부에 절점을 생성시키는 작업이 필요하다. 일반적으로 유한요소 해석에서 사용되는 입체 모델은 하나의 근원곡면과 표적곡면을 가지는 형상이

아닌 여러 개의 곡면으로 이루어져 있다. 따라서 입체 사이의 연결성을 일치시키는 작업이 필요하다(Fig. 1).

입체 내부에 절점을 생성하는 방법으로 Shih^[3]는 근원곡면과 표적곡면이 평면이고 평행한 형상에 대해서 내부 절점 생성 방법을 제시하였다. Mingwu^[4]는 경계 절점으로부터 얻어진 세 평면이 만나는 점에 새로운 절점을 생성시키는 방법을 제시하였으며, Staten^[5]는 곡면의 절점들을 매개 변수 영역으로 변환시켜 삼각형 요소를 만든 후, 근원곡면의 절점들의 관계를 구하여, 이를 보간해서 새로운 내부 절점을 형성시키는 방법을 제시하였다. 본 논문에서는 내부 절점 생성을 위해 근원곡면의 내부 절점이 경계 위의 절점과 이루는 거리 비와 연결곡면에서 생성된 절점의 방향을 이용하는 새로운 방법을 제시하였다.

여러 개의 근원곡면과 표적곡면을 가지는 형상에 대해 스위핑 알고리즘을 적용시키기 위한 방법으로 Blacker^[7]는 'Cooper Tool'를 제안하였다. 이는 입체를 스위핑 알고리즘을 적용시킬 수 있도록 분할하는 것이다. 한편 Jankovich^[6]는 접목(grafting) 알고리즘을 이용하여 육면체 요소망을 생성시키는 방법을 제안하였으며, 이는 한 입체에 스위핑으로 생성되어진 육면체 요소의 절점을 다른 입체와 만나는 부분에서 격절히 이동시킨 후 요소의 품질을 높이기 위해 경계 내부 요소와 주위

*학생회원, 고려대학교 기계공학과
**동신회원, 고려대학교 기계공학과
- 논문투고일: 2000. 12. 12
- 심사완료일: 2001. 3. 21

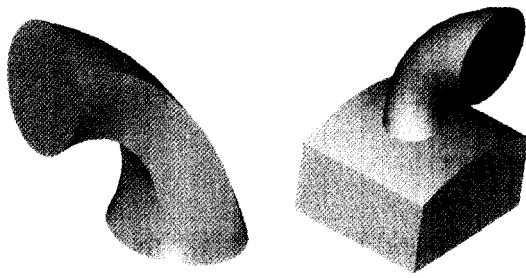


Fig. 1. Swept volumes.

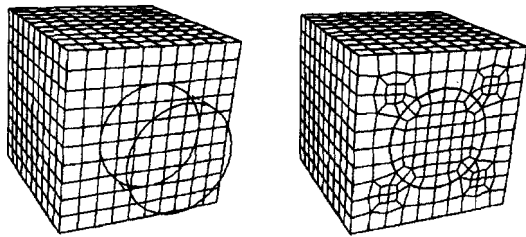


Fig. 2. Grafting method⁶⁾.

의 찌그러진 요소를 분할하는 것이다(Fig. 2). 본 논문에서는 일반적인 형상에 대해 스위핑이 가능하도록 하기 위해 입체 분할(volume decomposition)¹⁷⁻¹⁹⁾을 하지 않고, Jankovich가 제안한 접목 알고리즘을 수정하여 육면체 요소 생성시 입체가 만나는 곡면(graft surface)의 경계상의 요소만을 분할시키는 방법을 제시하였다.

2. 스위핑(sweeping) 알고리즘

스위핑 알고리즘은 2.5차원에서 육면체 요소를 생성시키기 위한 방법이다. 2.5차원 입체는 스위핑(sweeping), 스킨닝(skinning), 로프팅(rofting) 등의 방법에 의해 형성된 입체이며, Fig. 3과 같이 정의된다. 근원곡면(source

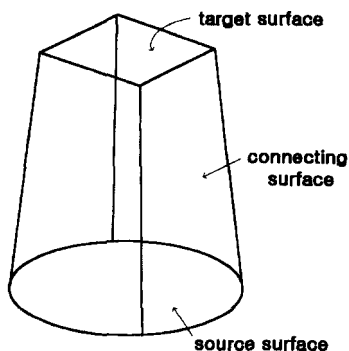


Fig. 3. Surface definition of 2.5 dimension volume.

surface)은 입체 생성의 시작 곡면을 나타내고, 연결곡면(connecting surface)은 입체가 근원곡면에서 표적곡면(target surface)으로 생성되게 하는 안내 역할을 하는 곡면이다.

요소망 생성은 연결곡면들에 의해 정의된 경로를 이용하여, 근원곡면의 요소를 표적곡면까지 육면체 요소를 생성시켜 나간다. 근원 곡면은 일반적인 사각형 요소망 생성 알고리즘을 사용할 수 있으나, 연결 곡면은 매핑(mapping)에 의해 요소가 생성되어야 한다는 제약조건이 있다. 육면체 요소망의 생성은 다음과 같은 단계에 의해 수행된다.

2.1 근원곡면과 연결곡면에서의 사각형 요소의 생성

먼저 육면체 요소를 생성시키기 위해서는 근원곡면에 사각형 요소를 생성시켜야 한다. 사각형 요소의 품질은 육면체 요소의 품질에 미치는 영향이 크므로, 이를 위해 간접접근법을 기본으로하는 영역 분할법을 사용하였다^{12, 13)}. 연결 곡면은 매핑에 의해 요소망 생성이 가능하여야 하므로, 네 개의 곡선으로 이루어진 곡면이다. 근원곡면과 연결성을 일치 시키기 위하여 연결곡면의 두 곡선의 절점 개수는 근원곡면으로부터 얻어져야 한다. Fig. 4와 같이 요소망이 생성되면 절점들의 연결성을 포인터 값으로 저장하고, 방향 벡터를 계산한다.

$$Node^a \rightarrow nextnode = Node^b \tag{1}$$

$$D_{ij} = NO_{i+1j} - NO_{ij} \tag{2}$$

여기서 NO_{ij} 는 연결 곡면에서 i 번째 층의 j 번째 절점이고, D_{ij} 는 j 번째 NO 에 대한 i 번째 층의 방향 벡터이다.

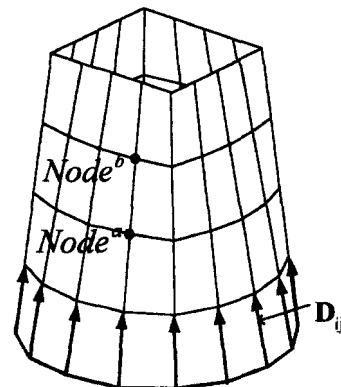


Fig. 4. Connecting surface and direction vector.

2.2 내부 절점의 생성

적절한 내부 절점 생성을 위해 본 논문에서는 근원 곡면의 내부 절점과 경계 절점의 거리 관계를 구한 후 연결곡면의 절점을 이용하였다.

먼저 식 (3)과 같이 근원곡면의 내부 절점과 경계 절점의 길이를 구한다. 그리고 각 내부 절점에 대해서 계산한 l_{ij} 를 경계 절점까지의 길이의 합으로 나누어 길이 비를 계산한다(4).

$$l_{ij} = \frac{\overline{NI_i NO_j}}{L_i}$$

여기서 NI_i 는 경계 내부의 i 번째 절점이고, NO_j 는 경계 위의 j 번째 절점이며 l_{ij} 는 NI_i 와 NO_j 사이의 거리이다.

$$w_{ij} = \frac{l_{ij}}{L_i} \tag{4}$$

여기서 L_i 는 경계 내부의 i 번째 절점으로부터 경계 위의 모든 절점까지의 거리 합이며, 식 (5)와 같이 표현된다.

$$L_i = \sum_{k=1}^n l_{ik} \tag{5}$$

여기서 n 은 NI 의 개수를 나타낸다.

경계 절점에 가까운 내부 절점은 큰 가중치를 가져야 하므로 식 (6)을 이용하여 내부 절점에 대해서 가중치를 계산한다. 새로운 입체 내의 절점은 앞 절에서 계산한 방향 벡터와 가중치를 이용하여 식 (7)과 같이 계산할 수 있다.

$$W_{ij} = w_{ij} + \left(\frac{\sum_{k=1}^{k=n} w_{ik}}{n} - w_{ij} \right) \times \alpha \tag{6}$$

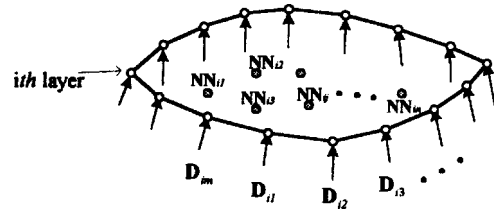
여기서 α 는 오차 보정 계수이다.

$$NN_{ij} = \sum_{k=1}^m (W_{jk} \times D_{ik}) \tag{7}$$

여기서 W_{ij} 는 경계 내부의 i 번째 절점에 대한 경계 위의 j 번째 절점의 가중치이고, m 은 스위핑 방향으로 생성되는 요소의 개수를 나타낸다. NN_{ij} 는 i 번째 층에 새롭게 생성된 j 번째 절점이다(Fig. 5).

2.3 육면체 요소의 생성

입체 내부에 절점이 모두 생성되면 육면체 요소를 생성시킨다. 모든 절점들은 다음 절점(next node)의 포인터를 가지고 있으므로 근원 곡면의 요소를 이용하여



$$NN_{ij} = W_{i1} \times D_{1j} + W_{i2} \times D_{2j} + \dots + W_{im} \times D_{mj}$$

Fig. 5. New nodes generation of i th layer.

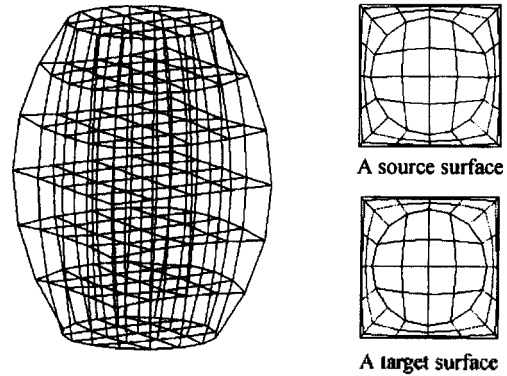


Fig. 6. A hexahedral mesh constructed by lofting (96 elements).

육면체 요소를 생성시킬 수 있다.

Fig. 6은 원, 사각형 그리고 원을 로프팅에 의해 생성한 입체이고, Fig. 7은 사각형, 원 그리고 사각형을 경로 곡선을 따라 스킨닝에 의해 생성한 입체이다.

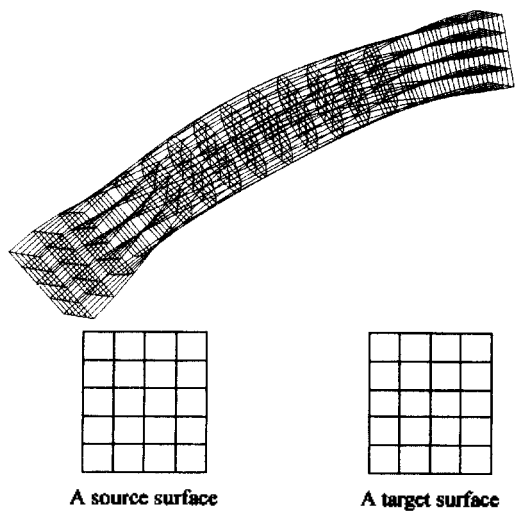


Fig. 7. A hexahedral mesh constructed by skinning (340 elements).

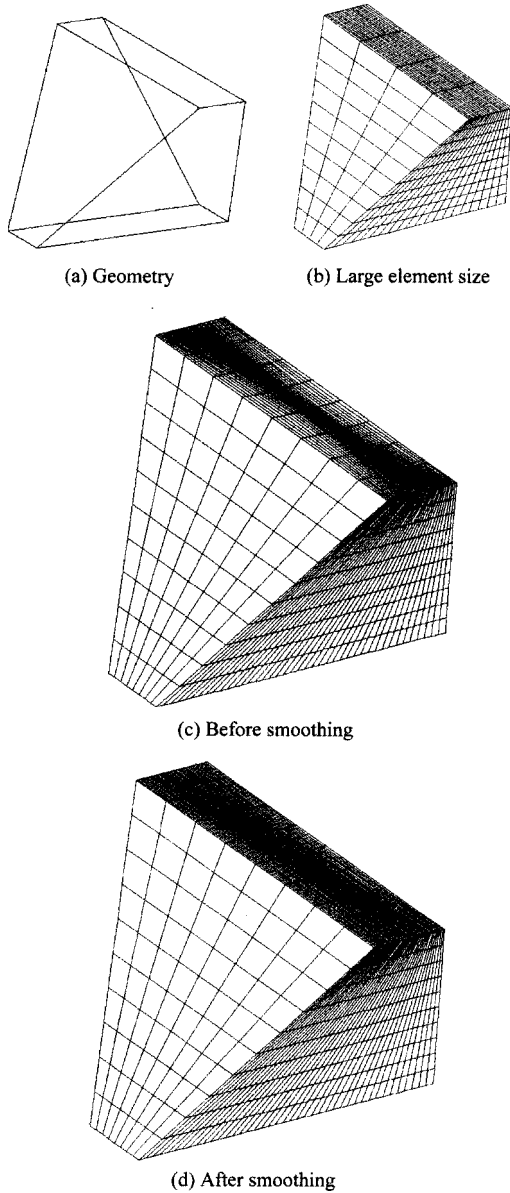


Fig. 8. Distortion of meshes.

본 논문에서 제안된 내부 절점 생성 방법은 근원곡면에서 내부 절점과 경계절점들간의 거리비를 이용한다. 따라서 근원곡면과 표적곡면까지 이루는 단면이 다른 형상은 각 레이어마다 실제 거리비는 근원곡면에서 계산된 값과 차이가 발생하게 된다. 이런 경우 오차가 계속 누적되어 요소가 왜곡되는 현상이 발생하는데, 특히 요소의 크기가 작아지면 오차 때문에 요소들이 Fig. 8(c)와 같이 서로 간섭하는 현상이 발생한다. 이런 경

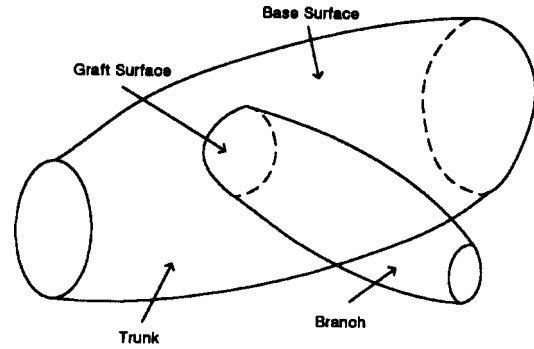


Fig. 9. Definition of terminology for solids.

우에는 Fig. 8(d)에서와 같이 요소 평활화(smoothing) 작업을 하여 요소의 품질을 개선하였다.

3. 접목(grafting) 알고리즘

여러 개의 근원곡면과 표적곡면을 가지는 Fig. 9와 같은 형상에서는 입체와 입체가 만나는 곡면에서 사각형 요소가 일치 되어야 한다. 이를 위해 다음 두 가지 방법을 사용하였다.

(1) 접목곡면의 평면 요소를 일치 시킨 후 경계 주변 요소를 분할한다. 그리고 평면 요소를 각 방향으로 스위핑 알고리즘에 의해 육면체 요소를 생성한다.

(2) 몸통부(trunk)에 스위핑 알고리즘에 의해 육면체 요소를 생성한다. 그리고 (1)의 방법과 같이 접목 곡면의 요소를 일치 시킨 후, 몸통부의 육면체 요소를 분할한다. 가지부(branch)에 육면체 요소를 생성 후, 접목곡면의 경계와 만나는 육면체 요소를 분할한다.

3.1 접목곡면의 평면요소 분할에 의한 요소 생성

이 방법은 곡면 요소를 생성한 후 스위핑 알고리즘을 이용하여 높은 품질의 육면체 요소를 얻을 수 있으나, 접목곡면의 사각형 요소가 각 방향으로 스위핑이 가능하여야 하므로 접목곡면은 근원곡면이나 표적곡면에 위치하여야 한다. 육면체 요소를 생성하는 방법은 다음과 같은 단계로 이루어진다.

3.1.1 접목곡면

먼저 기초곡면(base surface)에 사각형 요소를 생성한 후, Fig. 10과 같이 접목곡면(graft surface)을 기초곡면에 위치시킨다. 그리고 접목곡면의 경계 곡선에 절점 수를 증가시켜 라인 요소를 형성한다. 이는 요소의 변(element edge)과 접목곡면의 경계 곡선과 교차여부를 판단하기 위해 사용된다. Fig. 10(c)는 교차하는 변(edge)을 보여주고 있고, 변의 절점을 가장 가까운 경

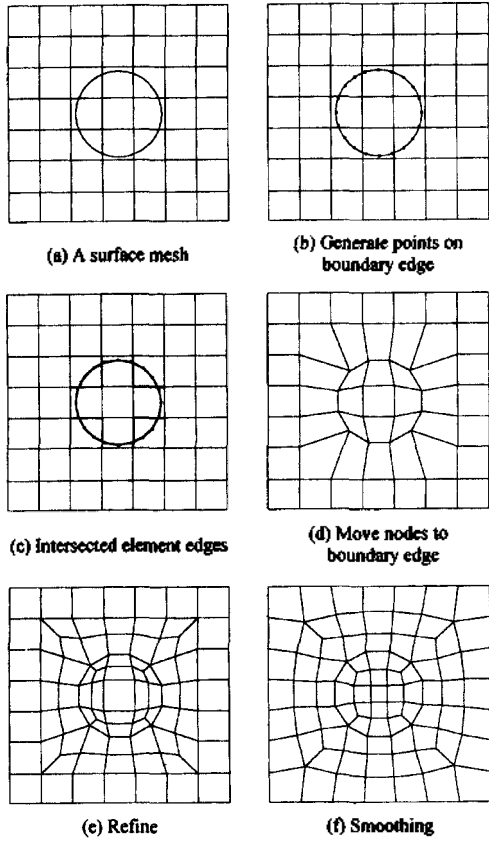


Fig. 10. Generating a graft surface.

계 곡선위로 이동시킨다(Fig. 10(d))⁶⁾.

3.1.2 적응 분할

입체가 만나는 부분에는 좋은 요소망을 생성하여야 한다. 그러나 접목 알고리즘에 의하면 접목곡면 경계 근처에서 찌그러진 요소가 많이 발생한다. 따라서 본 논문에서는 접목곡면 경계의 요소들을 분할하여 요소의 품질을 개선시키는 방법을 개발하였다.

기초곡면 요소의 절점이 접목곡면의 경계 곡선에 포함되는 횟수를 체크하여 두가지 종류로 분류하였다. 타입-1(type-1)은 하나 혹은 세 개의 절점이 경계 곡선 위에 있는 요소이고, 타입-2(type-2)는 두개의 절점이 경계 곡선 위에 있는 요소이다(Fig. 11). 타입-1은 세 개의 사각형 요소로 분리되고 타입-2는 두개의 사각형 요소로 분리된다. 적응 분할 후 요소망의 평활화를 수행한다.

3.1.3 육면체 요소의 생성

기초곡면위의 사각형 요소를 평활화한 후, 스위핑 알고리즘을 이용하여 입체의 각 방향으로 육면체 요소를 생성한다(Fig. 12).

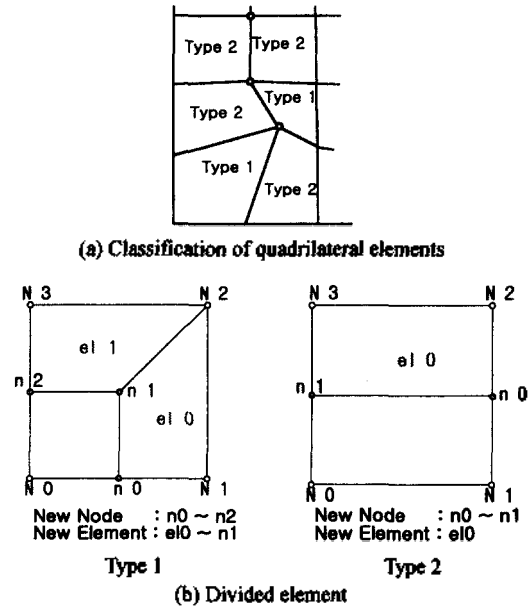


Fig. 11. Quadrilateral element types.

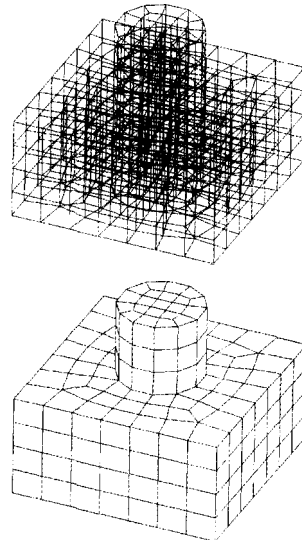


Fig. 12. An example of hexahedral mesh (354 elements).

3.2 육면체 요소의 분할에 의한 요소 생성

앞의 방법과는 달리 가지부는 몸통부의 어느 면에 붙어 있어도 상관없으며, 경계 주변 요소만을 작게 분할하므로 적은 요소가 생성된다. 그러나 형상에 따라 경계에서 요소의 찌그러짐이 발생할 수 있다. 육면체 요소를 분할하는 방법으로, 단계는 크게 5가지로 나누어 볼 수 있다.

- (1) 몸통부에 육면체 요소를 생성한다.

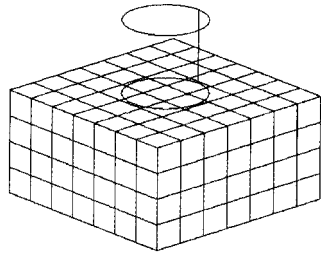


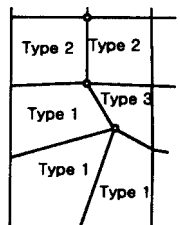
Fig. 13. Mesh generation on a trunk.

- (2) 접목곡면을 생성한다.
- (3) 몸통부의 육면체 요소를 분할한다.
- (4) 가지부에 육면체 요소를 생성한다.
- (5) 가지부의 육면체 요소를 분할한다.

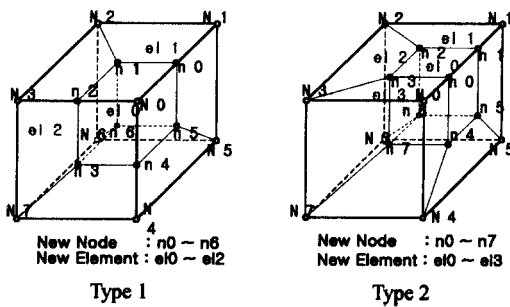
3.2.1 접목곡면 생성 및 육면체 요소 분할

우선 Fig. 13과 같이 몸통부에 육면체 요소를 생성한다. 접목곡면 생성 방법은 앞 절의 방법과 동일하며, 평면 요소를 분할하는 것이 아니라 육면체 요소를 분할한다. Fig. 14(a)와 같이 타입을 설정하고, Fig. 14(b)와 같이 분할한다.

타입-1은 7개의 새로운 절점과 3개의 요소가 생성되며, 경우에 따라 새로 생성된 절점 n_0, n_2 는 경계 곡선으로 옮길 필요가 있다. 타입-2는 8개의 새로운 절점과 4개의 새로운 요소가 생성되고, 타입2의 새로운 절점 n_0, n_1 역시 경계 곡선으로 옮겨야 한다. 새로운



(a) Classification of hexahedral elements



(b) Divided element

Fig. 14. Hexahedral element types.

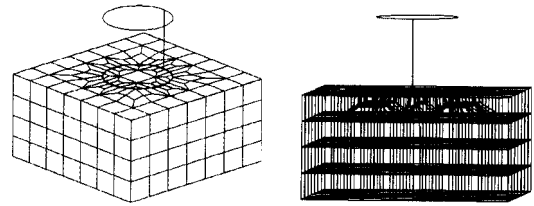


Fig. 15. A generation of graft surface.

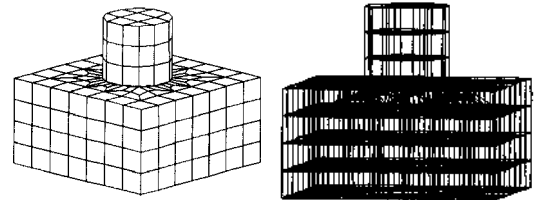
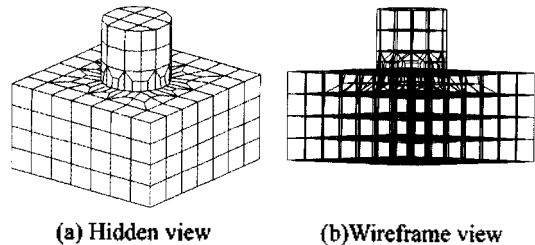
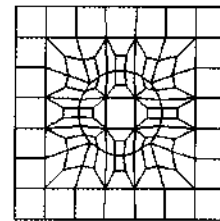


Fig. 16. Mesh generation at the branch.



(a) Hidden view

(b) Wireframe view



(c) A graft surface

Fig. 17. An example of hexahedral mesh (282 elements).

절점 생성시는 중복되는 절점 생성을 피하기 위해, 새롭게 생성되는 절점의 위치에 기존에 생성된 절점이 있는지를 확인해야 한다(Fig. 15).

3.2.2 가지부(branch)에 요소망 생성

접목곡면에서 요소가 분할되기 전 평면 요소를 이용하여 요소를 가지부에 육면체 요소를 생성하며(Fig. 16), 육면체 요소 타입을 설정하여 육면체 요소를 분할한다(Fig. 17).

4. 적용 예

본 연구에서 개발한 방법을 사용하여 여러 가지 2.5 차원의 입체에 대해서 8절점 육면체 요소로 요소망을

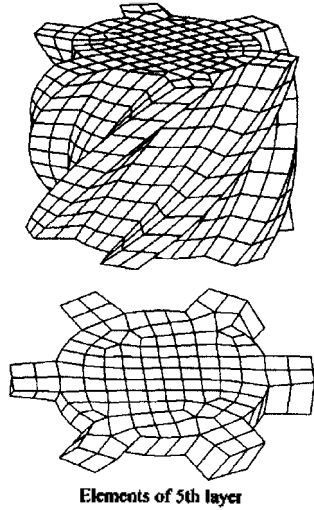


Fig. 18. A helical gear model (1140 hexahedral elements).

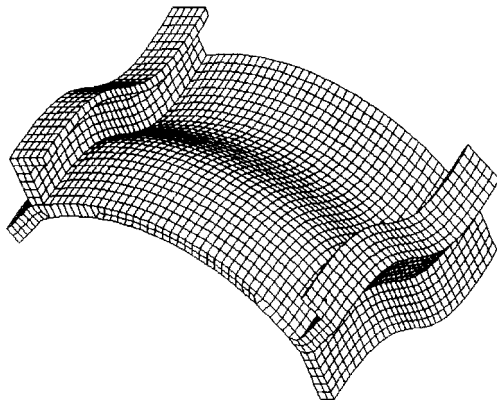


Fig. 19. A shell structure model (3600 hexahedral elements).

생성하였다. Fig. 18은 24개의 연결곡면으로 이루어진 기어 모델에 스위핑 알고리즘을 적용시켜 요소망을 생성한 것으로 1140개의 요소로 이루어져 있다. Fig. 19는 18개의 연결곡면으로 이루어진 얇은 판재에 스위핑 알고리즘을 적용시켜 요소망을 생성한 것으로 3600개의 요소로 이루어져 있다. Fig 20은 두 입체가 만나는 곡면이 평면이 아닌 형상에 접목 알고리즘으로 육면체 요소를 생성시킨 결과이다. Fig. 21(a)은 3개의 입체로 이루어져 있으며, 큰 입체로부터 누개의 입체가 스위핑 되어진 모델이고, 606개의 요소로 이루어져 있다. 접목 알고리즘이 여러 개의 근원곡면과 표적곡면을 가지는 형상에 대해서도 적용가능하며, 앞에서 개발된 스위핑 알고리즘을 적용시킬 수 있음을 보여준다. 이와 같이 생성된 요소망은 상용 유한요소해석 소프트웨어에서

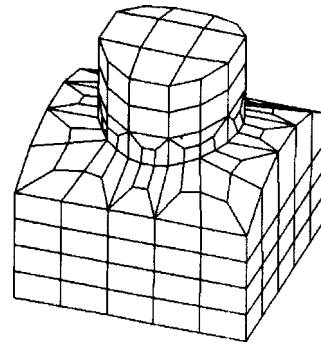
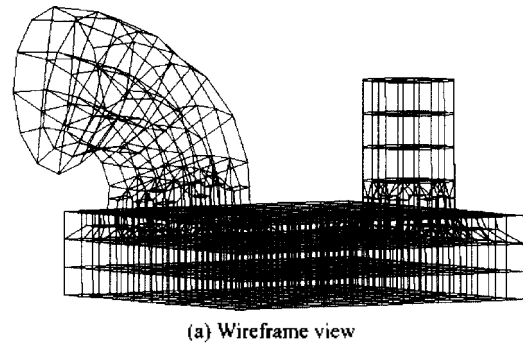
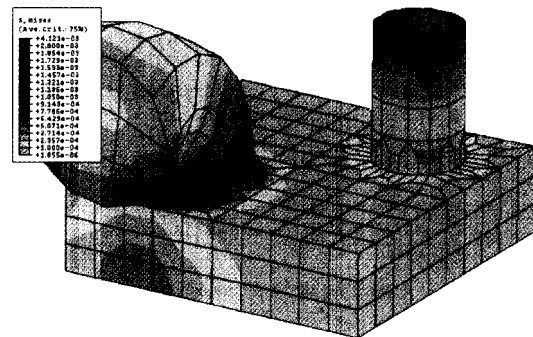


Fig. 20. A block with a cylinder model (235 hexahedral elements).



(a) Wireframe view



(b) Von Mises stress contour

Fig. 21. A model obtained by sweeping (606 hexahedral elements).

직접 사용할 수 있으며, Fig. 21(b)은 ABAQUS™에서 해석된 von Mises응력분포를 나타낸다.

5. 결 론

본 논문에서는 스위핑과 접목 알고리즘을 이용하여 일반적인 3차원 형상에 대해 육면체 요소망을 생성하는 기법을 제안하였다. 이는 연결곡면의 절점을 이용하여 내부에 새로운 절점을 생성시켜 육면체 요소를

생성하는 방법이다. 또한 여러 개의 근원곡면과 표적 곡면을 가지는 입체에 대하여 육면체 요소를 생성하도록 하였다. 두 입체가 만나는 접목곡면의 사각형 요소를 생성시켜 각 방향으로 스윙하는 방법과, 접목곡면의 경계와 만나는 육면체 요소만을 분할하는 방법을 제시하였으며 이는 여러 개의 가지부를 가지는 형상에 대해서도 잘 적용될 수 있음을 알 수 있었다. 그러나 접목곡면 근처의 분할된 요소가 다소 찌그러짐이 발생하였는데, 이를 개선시킬 수 있는 방법이 앞으로 필요하다.

참고문헌

1. Cifuentes, A. O. and Kalbag, A., "A Performance Study of Tetrahedral and Hexahedral Elements in 3-D Finite Element Structural Analysis," *Finite Element in Analysis and Design*, Vol. 12, pp. 313-318, 1992.
2. Benzley, S. E., Perry, E., Karl, M. and Brett, C., "A Comparison of All Hexagonal and All Tetrahedral Finite Element Meshes for Elastic and Elasto-plastic Analysis," *Proceedings of the 4th International Meshing Roundtable*, pp. 179-191, 1995.
3. Shih, B. and Sakurai, H., "Shape Recognition and Shape-Specific Meshing for Generating All Hexahedral Meshes," *Proceedings of the 6th International Meshing Roundtable*, pp. 197-209, 1997.
4. Mingwu, L. and Benzley, S. E., "A Multiple Source and Target Sweeping Method for Generating All Hexahedral Finite Element Meshes," *Proceedings of the 5th International Meshing Roundtable*, pp. 217-225, 1996.
5. Staten, M. L., Canann, S. A. and Owen, S. J., "BMSweep: Locating Interior Nodes During Sweeping," *Proceedings of the 7th International Meshing Roundtable*, pp. 7-18, 1998.
6. Jancovich, S. R., Benzley, S. E., Shepherd, J. F. and Mitchell, S. A., "The Graft Tool: An All-Hexahedral Transition Algorithm for Creating a Multi-Directional Swept Volume Mesh," *Proceedings of the 8th International Meshing Roundtable*, pp. 387-392, 1999.
7. Blacker, T., "The Cooper Tool," *Proceedings of the 5th International Meshing Roundtable*, pp. 13-29, 1996.
8. Tautges, T. J., Backer, T. D. and Mitchell, S. A., "The Whisker Weaving Algorithm: A Connectivity-based Method for Construction All-Hexahedral Finite Element Meshes," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 39, pp. 3328-3349, 1996.
9. Chiba, N., Nishigaki, I., Yamiashita, Y., Takizawa, C. and Fujishiro, K., "An Automatic Hexahedral Mesh Generation System Based on the Shape-Recognition and Boundary-Fit Methods," *Proceedings of the 5th International Meshing Roundtable*, pp. 281-290, 1996.
10. 이원양, 최 영, 조성욱, "복합 하이퍼 패치 표현을 이용한 3차원 유한요소격자의 자동생성," *한국 CAD/CAM학회 논문집*, 제1권, 제1호, pp. 76-83, 1996.
11. 권기연, 채수원, "2.5차원 입체에 대한 육면체 요소망의 생성," *한국 CAD/CAM학회 학술대회논문집*, pp. 413-418, 2001.
12. Chae, S. W. and Jeong, J. H., "Unstructured Surface Meshing Using Operators," *Proceedings of the 6th International Meshing Roundtable*, pp. 281-291, 1997.
13. 김형일, 박장원, 권기연, 조윤원, 채수원, "NURBS 곡면에서 사각형 요소망의 자동생성 시스템," *대한기계학회, 춘계학술대회논문집*, pp. 894-899, 2000.



권 기 연

1999년 고려대학교 기계공학과 학사
2001년 고려대학교 기계공학과 석사
관심분야: Mesh generation, Geometric modeling, Computer graphics



채 수 원

1977년 서울대학교 기계공학과 학사
1979년 한국과학기술원 기계공학과 석사
1988년 미국 M.I.T 기계공학과 박사
1979년~1991년 한국 기계연구원 연구원, 선임연구원, CAD/CAM실 실장
1991년~1996년 홍익대학교 기계공학과 조교수, 부교수
1996년~현재 고려대학교 기계공학과 교수
관심분야: 유한요소해석, Mesh Generation, CAE, 충돌해석, 생체역학