퍼지 및 지능시스템학회 논문지 2001, Vol. 11, No. 8, pp. 742-745

퍼지수행평가방법과 수학교육

Fuzzy performance assessment methods and mathematical educations

장이채* · 김태균**
Leechae Jang and Taekyun Kim

*건국대학교 자연과학대학 전산수학과
**공주대학교 사범대학 과학교육연구소

Abstract

In this paper, we consider performance assessment methods of mathematics and investigate some difficulties which teachers have been grading of performance assessment of mathematics. And also, using fuzzy theory, we define fuzzy grade sheets for performance assessment of mathematics and discuss some usefulness and simple examples of this new definition.

Key words : Performance Assessment, fuzzy set, fuzzy mark, fuzzy grade sheets.

1. 서 론

그간 교육개혁에 대한 목소리가 높아지면서 학교교육에 대해 여러 문제점들이 나타나게 되었는데, 그 중의 하나가 평가 방법상의 문제점이다. 평가 본래의 목적은 학생능력을 정확히 파악하여 교수-학습 방법을 개선하고 학생의 학습에 도움을 줄 수 있어야 한다. 그러나, 지금까지의 선다형, 단답형 평가는 단순히 지식의 습득정도만을 확인하여 그 결과로 등급메기기의 역할만을 해왔을 뿐, 창의력이나 문제 해결력, 분석력 같은 고등사고능력에 대한 평가는 이루어지지 못하여 학생능력에 대해 정확한 평가를 했다고 볼 수 없었다. 이러한 이유때문에 다양한 평가 방법들이 모색되었고, 그 중의 하나가 "수행평가(遂行評價 : Performance Assessment)"이며, 기존의 지필평가와 함께 병행하여 시행되고 있다. 수행평가는 학생이 정답을 선택하는 것이 아니라 변화·발달 과정도 함께 평가 할 수 있고 창의력이나 분석력 등 고등사고능력의 측정도 가능하다.

수행평가를 실시할 때, 평가상황에서 교사의 주관성에 의존하여 평가를 내리기 때문에 그 타당성에 대해 얼마만큼 신뢰 할 수 있는가라는 문제가 생기게 된다. 따라서, 본 논문의 목적은 수행평가의 취약점인 객관성, 신뢰도 및 공정성의 확보를 위하여 평가방법을 개선하는데 두고, 퍼지이론을 이용한 새로운 채점방법을 이용하여 교사의 주관적 판단에 의한 항목별 평가 점수들을 새로이 도입하는 퍼지채점표에 의한 방법으로 전환시켜 등급을 정함으로써 수행평가에 대한 객관성, 신뢰도 및 공정성을 확보하는데 있다.

접수일자 : 2001년 9월 15일
완료일자 : 2001년 12월 1일

2. 본 론

설문 조사 결과, 서술형 평가를 가장 많이 실시하고 있었는데, 너무 한 가지 유형에 치우친 수행평가를 실시하고 있었다. 그리고 수행평가를 실시하면서 나타나는 문제점 중 가장 큰 요인은 채점상의 어려움이었다. 이것은 각 유형별로 지적된 사항이고, 채점기준이 모호하다는 것은 동일 채점자 내에서도 일관성을 유지하기 힘들기 때문에 채점결과에 대한 타당성과 신뢰도를 기대하기 어렵고, 채점자간 평점의 차이가 커질 가능성도 있었다. 이 문제점들을 효과적으로 줄일 수 있는 수행평가 퍼지등급표를 생각하였다. 이러한 수행평가 퍼지등급표에 대한 정의에 앞서, 어떠한 영역에 대한 평가에서 그 이해정도를 판정할 때 훌륭함(Excellent), 매우좋음(Very good), 좋음(Good), 만족스러움(Satisfactory), 불만족스러움(Unsatisfactory)으로 구분하여 평가하는 것이 가장 적절하다고 보고, 훌륭함-A, 매우좋음-B, 좋음-C, 만족스러움-D, 불만족스러움-E의 5단계의 평가등급으로 둔다. 또한, 평가문항은 총 5개 소문항으로 구성되며, 각각 다른 정도의 문제 난이도를 갖는다. 이제, 퍼지집합을 이용하여 다음 두 가지 용어들을 정의하고자한다.

[정의 2.1] $X=\{0, 20, 40, 60, 80, 100\}$을 전체집합이라 하고, 전체집합 X에 대하여 다음 다섯 개의 퍼지집합들을 기준퍼지점수(standard fuzzy mark)이라 한다;

$$
\begin{aligned}
&A\ (\textit{excellent})\\
&= \{0/0,\ 0/20,\ 0.8/40,\ 0.9/60,\ 1/80,\ 1/100\}\\
&= \{0,\ 0,\ 0.8,\ 0.9,\ 1,\ 1\}\\
&B\ (\textit{very good}) = \{0,\ 0,\ 0.8,\ 0.9,\ 0.9,\ 0.8\}\\
&C\ (\textit{good}) = \{0,\ 0.1,\ 0.8,\ 0.9,\ 0.4,\ 0.2\}\\
&D\ (\textit{satisfactory}) = \{0.4,\ 0.4,\ 0.9,\ 0.6,\ 0.2,\ 0\}\\
&E\ (\textit{unsatisfactory}) = \{1,\ 1,\ 0.4,\ 0.2,\ 0,\ 0\}
\end{aligned}
$$

전체집합 $X = \{0, 20, 40, 60, 80, 100\}$는 평가상황에서 풀이에 대한 완성도로 볼 수 있다. 즉, 학생이 대답한 결과가 전체 이해도와 비교하여 '0%완성도', '20%완성도', …, '100%완성도'를 뜻하는 것이다. 또, 1/100은 100%완성도에 대한 가능성 정도가 1임을 의미하고 1은 '완벽하게 그렇다'라는 것이며, 0/100은 100%완성도에 대한 가능성 정도가 0임을 의미하고 0은'절대로 아니다'라는 것이다. $i=1,2,\cdots,5$에 대하여, i 단계 문제에 대한 수행평가점수를 a_i이라 하면 5개(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)의 수행평가점수가 나올 것이고 이것에 대한 수행평가 퍼지점수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

[정의 2.2] 수행평가 퍼지점수 M은 전체집합 $X=\{0, 20, 40, 60, 80, 100\}$에 대하여 퍼지집합 M으로서 다음과 같이 정의한다 ;

$$M = \{(0.8-a_1)\vee 0/0,\ (1-a_1)/20,\ (a_2-0.2)\vee 0/40, (a_3-0.1)\vee 0/60,\ a_4/80,\ a_5/100\}$$

수행평가 퍼지점수의 의미를 주목해 보자. 예를 들어, $x_1=0.5$이면 0.3/0, 0.5/20 의 의미는 1단계 문제 풀이에 대해 0.5정도 만족한다면 0%완성도에 대한 가능성 정도는 그만큼 줄어든다는 것이다. 그리고 40과 60에 대한 퍼지점수의 가능성 정도는 2단계와 3단계 문제를 완전히 풀었더라도(이는 $a_2, a_3=1$임을 의미함) 최대 0.8 과 0.9로 나타내어지는데 이것은 Ⅱ,Ⅲ단계 문제를 완전히 풀었다면 그 이상의 문제를 풀 수 있을 가능성에 대한 기대를 가진다는 뜻이다. 그러나 80과 100에 대하여 수행평가 점수 a_4, a_5를 그대로 사용하는 것은 Ⅳ단계 문제를 풀었다 하더라도 Ⅴ단계 문제를 풀 것이라는 기대를 보장할 수 없기 때문이다.

[정의 2.3] 수행평가 퍼지점수의 등급(grade)을 다음과 같은 방법으로 판정한다. 먼저, 두 퍼지점수의 비슷한 정도(degree of similarity between)를 나타내는 $S(F, M)$을 계산한다;

$$S(F,M) = \frac{F\cdot M}{\max(F\cdot F,\ M\cdot M)}$$

여기서 F는 기준퍼지점수 A,B,C,D,E이고, M은 어떤 학생의 수행평가 퍼지점수이고, A, B를 전체집합 X의 퍼지집합이라할때 $A\cdot B$의 연산을

$$A\cdot B = \sum_{i=1}^{6}\mu_A(x_i)\cdot\mu_B(x_i)$$

로 정의한다. 이때 수행평가 퍼지점수 M의 등급은 다음의 조건을 만족하는 U로 정의한다;

$$S(U, M) = Max\ \{S(A\ M), S(B, M), S(C, M), S(D, M), S(E, M)\}$$

[정의 2.4] [수행평가 퍼지등급표(fuzzy grade sheets)] 아래 표의 첫 번째 열에는 시행회수를 기록하고 두 번째 열에는 수행평가 퍼지점수 m_i를 표기한다. 그리고 등급, 평점, 중요도, 점수의 순서대로 표기한 후, 표의 가장 아래 줄에 총점을 표기한다(<표 9>참조). 단, 등급은 등급판정법([정의 9])에 의해 정의되고, 평점(e_i)은 각 등급별로 $A=1, B=0.9, C=0.7, D=0.6, E=0.5$로 둔다. 또 중요도는 각각의 시행 $Q_1, Q_2, Q_3, \cdots\cdots$이 차지하는 비중의 정도를 말한다.

표 1. 수행평가 퍼지등급표

<table>
<tr><td rowspan="2">시행
회수</td><td colspan="6">퍼 지 점 수</td><td rowspan="2">등
급</td><td rowspan="2">평점
(e_i)</td><td rowspan="2">중
요
도
(w_i)</td><td rowspan="2">점수
($e_i\times w_i$)</td></tr>
<tr><td>m_1</td><td>m_2</td><td>m_3</td><td>m_4</td><td>m_5</td><td>m_6</td></tr>
<tr><td>Q_1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Q_2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Q_3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>:
:</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="7"></td><td colspan="4">총점= $\sum_{i=1}^{n} e_i\times w_i$</td></tr>
</table>

위 정의에 의한 퍼지등급표에서, 수행평가를 3회(Q_1, Q_2, Q_3)실시하고 각 평가영역 중에서 Q_3에 비중을 두고 싶다면 전체 100을 기준으로 30, 30, 40과 같이 중요도를 부여한다. 중요도는 상황에 따라 변할 수 있는 값이며, 영역별로 구분하지 않고 똑같이 배정하여도 된다. 또한, 전체를 100이 아닌 50, 30등으로 정해도 무방하다. 구체적인 예를 들면, 한 학기 3회의 수행평가(Q_1-집합과 명제에 관련된 문제, Q_2-수와 식에 관련된 문제, Q_3-방정식과 부등식에 관련된 문제)를 실시하고, 중요도는 전체 30을 기준으로 하여 9, 9, 12로 부여하였다고 가정하자. 한 학생이 수행평가점수를 다음과 같이 받았다고 할 때,

평가 점수 시행회수	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
Q_1	1	0.8	0.9	0.6	0.6
Q_2	1	0.7	0.5	0.5	0
Q_3	1	1	1	0.7	0.6

이것에 대한 수행평가 퍼지점수와 각각의 등급판정은 다음과 같다.

$M_1=\{0,\ 0,\ 0.6,\ 0.8,\ 0.6,\ 0.6\}$,
Q_1 ; $\max\{S(A, M_1), S(B, M_1), S(C, M_1), S(D, M_1), S(E, M_1)\} = S(C, M_1)$

$M_2=\{0,\ 0,\ 0.5,\ 0.4,\ 0.5,\ 0\}$,
Q_2 ; $\max\{S(A, M_2), S(B, M_2), S(C, M_2), S(D, M_2), S(E, M_2)\} = S(C, M_2)$

$M_3=\{0,\ 0,\ 0.8,\ 0.9,\ 0.7,\ 0.6\}$,
Q_3 ; $\max\{S(A, M_3), S(B, M_3), S(C, M_3), S(D, M_3), S(E, M_3)\} = S(B, M_3)$

또한 이 학생의 수행평가 퍼지등급표는 다음 <표 2>과 같고, 총점 23.4를 받게 된다.

표 2. 수행평가 퍼지등급표

시행회수	퍼 지 점 수						등급	평점	중요도	점수
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6				
Q_1	0	0	0.6	0.8	0.6	0.6	C	0.7	9	6.3
Q_2	0	0	0.5	0.4	0.5	0	C	0.7	9	6.3
Q_3	0	0	0.8	0.9	0.7	0.6	B	0.9	12	10.8
							총점=23.4			

위의 퍼지등급표를 이용하면, 교사는 각 문항별로 학생의 수행평가 퍼지점수를 퍼지등급표에 기록하면 등급판정법([정의 2.4])에 의해 등급판정을 할 수 있다. 이는 교사가 학생의 수행평가 판정을 하는데 어느 정도 객관적 입장을 가질 수 있을 것이다. 특히, 아래와 같은 두 학생이 있을 때, 두 학생의 수행평가의 등급은 같다라고 말할 수 있는가? 라는 문제에 대해 퍼지채점표에 의해 좀더 객관적인 수행평가를 할 수 있을 것으로 본다. 아래 표는 두 학생의 5단계 문항에 대한 평가점수라고하자.

평가 점수 학생	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	합계
K양	1	0.2	0.7	0.8	0.7	3.4
P군	1	1	0.8	0.6	0	3.4

K양의 수행평가 퍼지점수
$M_k = \{0,\ 0,\ 0,\ 0.6,\ 0.8,\ 0.7\}$에 대한 등급판정은 다음과 같다;

시행회수	퍼 지 점 수						등급	평점	중요도	점수
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6				
Q_1	0	0	0	0.6	0.8	0.7	B			

P군의 수행평가 퍼지점수
$M_p = \{0,\ 0,\ 0.8,\ 0.7,\ 0.6,\ 0\}$에 대한 등급판정은 다음과 같다;

시행회수	퍼 지 점 수						등급	평점	중요도	점수
	m_1	m_2	m_3	m_4	m_5	m_6				
Q_1	0	0	0.8	0.7	0.6	0	C			

이처럼 퍼지등급표에 의하면 점수의 총합이 같더라도 등급은 다르게 나올 수 있으므로 두 학생들의 수행평가의 퍼지등급은 같다고 말할 수 없다.

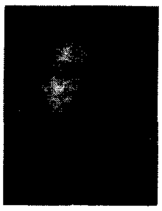
3. 결 론

수행평가의 특성 중 하나가 평가 상황에서 교사의 주관성이 개입된다는 것이고, 이는 학생들의 채점결과에 대한 불신의 요인이 된다는 것이다. 그러나 채점 시 교사의 판단은 절대 필요한 것이므로 이를 보완하기 위하여 퍼지이론을 도입, 주관성이라는 모호함을 객관화된 점수로 전환하고자 등급판정법과 수행평가 퍼지채점표를 만들고 이를 이용하여 수행평가의 등급을 판정하였다. 그리하여 평가자가 채점을 한 후에 객관화된 공식에 의하여 평가등급을 판정하므로 평가자의 전문적인 주관성에 객관성을 보장할 수 있다. 앞으로 수행평가 퍼지점수에 의한 퍼지채점표의 효과를 높이기 위해서는 평가 유형에 적합한 문항개발이 먼저 이루어져야 하며, 각 지역 또는 학과별로 교과 협의회 및 연구회를 활성화하여 개발된 자료와 평가문항을 모든 교사들이 공유할 수 있는 방안을 연구하여야 한다.

참 고 문 헌

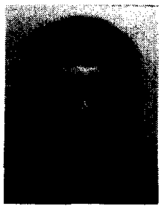
[1] 교육부, 수행평가의 이해-교육홍보자료, 1998.
[2] 교육부, 2002학년도 대학입학제도 개선안, 1998.
[3] 교육부, 수학과 교육과정, 1997.
[4] 김형수 외 3명, 퍼지로직에 기반한 언어 변수의 지식 표현에 관한 연구, *한국퍼지 및 지능시스템학회, 1996년도 추계학술대회 논문집*, 137-140.
[5] 백순근, 중학교 각 교과별 수행평가의 이론과 실제, 원미사, 1998.
[6] 이승우 외, 다양한 수행평가 문항개발 및 적용을 통한 교수-학습방법 개선에 관한 연구-고등학교 공통수학-, 교육부 주관 교과교육연구물, 1999.
[7] 이광형 외 1명, 퍼지이론 및 응용 I, II, 홍릉과학출판사, 1991.
[8] 장이채 , 퍼지수학과 그 응용에 관한 고찰, 자연과학연구소, 논문집, 제6집, 103-125, 1996.
[9] 장이채, 퍼지과학의 세계, 교우사, 1998.
[10] R. Biswas, An application of fuzzy sets in students' evaluation, *Fuzzy Sets and Systems 74*, 187-194, 1995.
[11] Z. Wang and G. J. Klir, Fuzzy measures Theory, New York, 1992.
[12] L. A. Zadeh, Fuzzy sets, Information and Control 8, 338-353, 1965.

저 자 소 개



장이채(Lee Chae Jang)
1979년 : 경북대 수학과(이학사)
1981년 : 경북대 대학원 수학과(이학석사)
1987년 : 경북대 대학원 수학과(이학박사)
1997년 6월-1998년 6월 : 미국 신시내티대 학교(교환교수)
1987년 3월-현재 : 건국대학교 컴퓨터응용 과학부(전산수학전공) 교수

관심분야: 해석학, 퍼지측도, 쇼케이적분, 퍼지추론 등



김태균(Tae kyun Kim)
학 력
1983년 3월~1987년2월 : 경북대학교 농과대학 잠사과 (농학사)
1987년 3월~1989년2월 : 경북대학교 대학원 수학과 (이학석사)
1992년 4월~1994년3월 : 일본 九州대학교 이학부 대학원 (이학박사)

경 력
2001. 4~현재 : 공주대학교 과학교육연구소, 전임 연구교수
1999. 3~2000. 12 : Simon Fraser Univ. (CECM), Visiting Scholar
1999. 1~2000. 2 : 민족사관고등학교, 교사
1996. 1~2001. 3 : Jangjeon Research Institute for Mathematical Sciences, 소장
1994. 3~1998. 12 : 해군사관학교, 경북대 등 시간강사

최근3년 주요논문
(1) On multivariate p-adic q-integrals, J. Physics A Vol 34(2001), 7633-7638
(2) A note on q-multiple zeta values, J. Physics A Vol 34 no. 40, L.455-461
(3) On the q-analogue of p-adic log gamma functions and related integrals, J. Number Theory Vol 76(1999), 320-329
(4) On p-adic q-L-functions and sums of powers, Discrete Math. 외 Pro. Japan Acad., Arch. Math., Computes Rend. L'Acad. Science, Bulletin. Austral. Math., J. Math. Anal. Appl. Math., 등 SCI급 20편의 저널에 40편 논문게재 와 국내학술지(대한수학회지 등) 18편 게재.