

수학 학습부진아 예방을 위한 가정학습 효율화 방안 연구¹⁾

이 영 하 (이화여자대학교)

박 희 연 (금호여자중학교)

I. 서 론

1. 연구의 필요성 및 목적

교육의 궁극적인 목적이 개인의 잠재 능력을 최대한으로 계발하여 그들의 자아 실현에 도움을 주는 것이라고 한다면 학생들은 누구나 그러한 관점에서 잠재 능력이 최대한 계발될 수 있도록 교육받아야만 할 것이다.

그러나 현재의 학교체제는 과밀학급, 이질집단의 형성 및 교수·학습 자료의 빈곤 등, 학생 개개인의 학력 증진 면에서 볼 때 적절하지 못한 교육 여건 하에서 운영되고 있어 불가피하게 일정 수준의 능력을 가진 학생들을 중심으로 학습의 수준이나 지도 방법을 결정하여 지도할 수밖에 없으며, 결국 학습 부진 학생들에게는 누적적인 학습 결손이 추가될 수밖에 없는 실정이다(설미옥, 1994).

많은 선행 연구들은 개인, 학습 과제, 교수, 환경 등 학습 부진을 초래하는 여러 요인 중 선천적인 결함보다는 후천적인 것 - 과제 해결 시 선행 학습 요소를 적용시킬 기회가 적은 교육 환경 - 에서 학습 부진의 주원인을 찾고 있다(김순택, 1979; 유범준, 1993). 따라서 학습 부진아의 학습 결손을 효과적으로 예방 및 보충하기 위해서는 각각의 학습 목표를 위계화한 후, 구체적으로 필요한 학습 과정을 밝히는 작업이 선행되어야 하고(김순택, 1979), 이어서 결손 내용에 따라 개별적인 지도를 통한 치료가 이루어지는 것이 바람직한 학습 부진아 지도 방향이라고 할 수 있다.

그러나 앞서 논의한 현 학교 교육의 여건에서 볼 때 학습 결손으로 인해 나타나는 학습 부진아를 위한 적당한 개별 지도는 현실적으로 어렵고, 그 원인을 진단할 수 있는 시간 또한 충분히 부여되지 않는다. 더욱이 전반적인 국가 재정운용을 고려할 때 이와 같은 공교육의 문제들이 가까운 장래에 해소되기는 어려울 것으로 판단되며, 그 대안으로 공교육 안에서 사교육을 활용하는 방안을 생각하게 되었다.

여러 가지 국내의 교육여건을 종합해 볼 때 사교육을 부정적 시각에서만 이해하기보다는 사교육의 기능을 긍정적 방향으로 유도하는 것이 사교육 문제의 해결방법이 될 수 있다는 전제를 토대로 본 연구는 출발한다.

현재에 이르기까지 아동의 가정 환경이 학교에서의 학업 성취에 중요한 영향을 미친다는 연구(정원식 외, 1993)에 이어, 구체적으로 학부모의 학생에 대한 태도 혹은 교과목, 교사, 교육 등에 대한 태도와 행동이 학생들에게 어떤 영향을 끼치는가에 대한 연구 또한 지속적으로 이루어지고 있다(Mercer, 1997). 그러나 이러한 가정 환경의 중요성에 대한 인식이 증가되고 있는 반면, 가정 안에서 학생, 부모, 교사 및 학교간의 상호교류를 바탕으로 한 구체적인 가정 학습 지도 방안에 대한 연구는 드물다. 이에 학년이 올라감에 따라 일부 경제적 능력이 갖추어진 가정에 한해서 보습학원이나 개인 교습 등에 학습의 강화가 떠맡겨지고 있는 실정이다(정창현 외, 1990). 이러한 방안들은 공교육 안에서의 개별학습을 모색하고자하는 본 연구의 관점에서 논외로 하기로 한다.

이에 본 연구에서는 초등학교 수·연산 영역에서 후속 학습을 위해 완전 학습이 이루어져야 하는 단원 또는 대다수의 학생들이 학습에 곤란을 느끼는 단원들을 중심으로, 가정학습을 위한 구체적인 지도방안을 제시하고자 한다.

1) 본 연구는 이화여대 학술연구비 지원에 의한 것임.

* 2000년 9월 투고, 2001년 9월 심사 완료.

* 주제어 : 초등학교, 수학교육, 수학, 가정학습.

2. 연구 문제 및 제한점

본 연구의 연구 문제는 다음과 같다.

1) 기초 연구로서 아동의 수학 학습에서 부모의 역할과 참여의 의의를 알아본다.

2) 초등학교 수·연산 영역에서 원활한 후속 학습을 위해 완전 학습이 요구되는 기초적인 단원과 실제 교육 현장에서 대다수의 학생들이 곤란을 겪는 단원을 현직 교사들의 의견을 통해 알아본다.

3) 선별된 단원을 구체적으로 세분화하고, 세분화된 학습 목표를 성취하기 위해 가정에서 효과적으로 학습될 수 있는 구체적인 지도 방안을 찾아본다.

II. 이론적 배경

1. 학습 부진아

학습 부진아에 대한 개념의 문제는 학습 부진아 연구에 있어서 아직도 끊임없이 계속되는 논쟁이며, 그 개념은 매우 다양하게 사용되어 오고 있다. 박성익은 한국만의 독특한 교육 현실에서 보다 폭넓게 적용될 수 있도록 학습 부진아를 정의하였는데, '학습 부진이란 정상적인 학교학습을 할 수 있는 능력이 있으면서도 선수적 학습 요소의 결손으로 인하여, 설정된 교육 목표에 비추어 볼 때, 수락할 수 있는 최저 학업 성취 수준(minimum acceptable performance level)에 도달하지 못한 학습자'라고 말하고 있다(1986, p. 10). 본 연구에서의 학습 부진아의 정의는 이를 따르기로 한다.

학습 부진아의 특성은 매우 다양하나 결과적으로 학습 부진아들이 흔히 지니게 되는 가장 독특한 특성은 기대되는 학업 성취와 실제 학업 성취간의 유의한 교육적 차이이다. 즉, 지능은 정상 혹은 그 이상이지만 이 잠재력에 비해 예상하는 만큼 학력의 성취를 이루지 못함을 의미한다. 과밀학습으로 인해 개별지도를 하기 어려운 현실에서는 특별한 결함을 갖지 않은 많은 학생들이 학습에서의 실패를 겪게 되고, 학습 결손은 물론 학습 동기에서 흥미와 의욕 상실, 자신감 상실 등 바람직하지 못한 정의적 특성을 갖게 되어 다음 학습에서 더 큰 실패를 가져오게 되고, 나아가 더 큰 학습 결손과 좌절감

등을 가져오는 악순환을 이루게 된다.

선행 연구들에 의하면, 학습 부진아는 후천적인 교육 환경의 결핍으로 인한 학습 능력의 결핍에서 비롯되는 것으로 볼 수 있다(설미옥, 1994. 재인용). 특히 학습과제가 상호 독립적이지 않고 위계성이 엄격하다면 선행 학습의 실패는 이어 나오는 학습 과제의 계속적인 실패를 가져온다. 이와 같은 현상을 소홀히 지나칠 때 학습 결손이 파생되며, 이러한 학습 결손, 만성 결함을 보충해 주지 않고 그대로 방치한 채 수업이 계속된다면 학습 부진아가 발생하는 것은 필연적인 결과이다. 학습 부진 요인의 50%가 선행 학습 결손에 기인한다고 하는 B. S. Bloom의 말과 같이 학습 부진의 요인의 대부분이 선행 학습 결손에 있음을 부인할 수 없다(이원영 외, 1993).

2. 가정에서의 개별 학습

학습 결손의 예방과 치료를 위하여 학교교육에 대한 보완으로, 선행 학습에 대한 충분한 학습 경험 및 이해의 부족으로 야기되는 학습 결손을 위해 과제에 몰두하는 시간, 반응 기회와 피드백의 양을 증가시킬 수 있는 가정에서의 개별 학습을 살펴보자.

학생이 수업의 중심이 되어 필요한 수업 자료가 각 개인과 과제에 따라 다양하게 준비되는 개별 학습은 학생의 학습 능력과 동기, 지능 또는 속도에 따라 융통성 있게 운영된다. 따라서 개별적인 학습 지도와 생활 지도가 가능하고, 특히 학생들의 학습 결손과 그에 따른 교정 지도를 효과적으로 할 수 있다. 이러한 개별 학습이 가정에서 효율적으로 이루어지기 위해서 다소의 관리가 요구된다.

현재 대다수의 가정에서 이루어지고 있는 개별 학습은 학교에서 부과되는 과제에 크게 의존하여 이루어지는 것이 대부분인데, 이 또한 그다지 바람직한 방향으로 나아가고 있지 못한 것으로 나타나고 있다(유범준, 1993). 학교 수업 현장에서 미처 학습 방법을 충분히 익히지 못한 상태에서 수동적으로 받아오는 학습 과제를 해결하고자 할 때 학습자는 많은 오류를 범하게 된다. 이러한 활동의 반복은 학습자로 하여금 수학 교과가 시간과 사교의 투입에 비해 산출은 타 교과보다 적게 나타난다고 여기게 하여, 결과적으로 흥미를 잃게 한다. 이에 아동의

능률적인 학습을 위해 가정 학습은 학교 과제에만 의존하지 않고, 학생의 능력과 기호에 맞는 방법을 이용한 지도로, 선행 학습의 결손으로 인한 학습부진을 방지할 수 있도록 구성되어야 한다.

학교 학습의 강화에 목표를 둔 가정 학습 프로그램의 예로, 미국의 Every Activites(Kanter et al., 1986)와 영국의 "Inventing Maths for Parents and Children and Teachers (IMPACT)"는 학습 목표에 대한 정보 및 교재 제공, 가정 학습 활동에 대한 조언, 더불어 학부모와의 상담(Teacher homework hotlines) 등을 제안하고 있다. 이 프로그램에서 학교와 가정은 일방적인 관계가 아니라 상호적인 관계로, 가정은 학교에서 배운 것을 훈련하고 적용해 볼 뿐 아니라 다양한 경험과 자극, 그리고 수학적 자료를 제공한다는 것을 주요 원리로 하고 있다(Mertterns & Vass, 1990).

3. 상황학습과 활동학습

효과적인 가정 학습을 위해서는 형식적인 학습 이외에 실생활과 관련된 경험적인 내용을 바탕으로 학습자가 주체가 되어 학습이 이루어질 수 있도록 구성하는 것이 중요하다. 이러한 생활 환경 아래 학습을 사회적 맥락 안에서 구성되는 것으로 파악하는 상황학습과 활동 학습에 대해서 간략히 고찰해 보고자 한다.

1) 상황학습

아동들이 다양하고 변화하는 환경에 적절하게 대응할 수 있는 능력을 길러주는 것을 주된 교육의 목표 중의 하나로 볼 때, 학습 상황의 전이는 중요한 관심분야이다. 이러한 전이능력 신장을 모색하고 있는 상황학습은 학습을 본질적으로 상황화(situated)된 것으로 파악하여, 학습자가 지식이 발생되고 구성되는 상황에 능동적으로 참여해야 하고, 교사는 학습이 일어나는 상황의 특징에 학습자를 효과적으로 적용시켜야 한다는 것이다(Brown et al., 1989).

상황학습이 전이에 미치는 영향과 효과에 대한 연구로 박성선(1998)은 상황 학습이 전통적 학습에 비해 알고리즘을 개발하고 이를 다른 문제 상황에 일관성 있게 적용하는데 유리하고, 또한 문제 상황을 학습자 자신과

관련된 것으로 상황화시켜 문장제 - 실제적 과제 - 에 대한 수행 능력과 학교 수학의 지필 문제의 수행 능력, 양방향으로의 전이에 효과적임을 시사하고 있다.

이와 같이 상황 학습은 전이에 중요한 영향을 미칠 뿐 아니라, 비형식적인 일상적 수학과 형식적인 학교 수학을 연결시킬 수 있는 방법이기도 하다. 학생들의 인지적 발달은 환경과 밀접한 관련이 있다는 점에서 볼 때, 활동의 장으로서 미리 계획되고 정의된 형식적 학교 교육은 학교 밖에서 직면하게 될 다양한 상황을 충분히 표현하기에 역부족일 것이다. 이러한 측면에서 일상 생활에서 이루어지는 비형식적인 수학을 학교 수학과 적극적으로 연결시켜야 할 것이며, 그 방법의 적극적인 모색이 요구된다.

2) 활동학습

아동은 자신의 직접적인 활동을 통해 규칙성을 찾아냄으로써 주변 환경 속에서 수학의 의미를 발견해 낼 수 있고 자연스럽게 그들 상호간의 관계에 대하여서도 파악함으로써 수학의 필요성과 힘을 느낄 수 있다. 따라서 초등 교육과정은 수학을 행하는 데 있어 아동을 적극적으로 참여시켜야 한다. 특히 초등 수준의 아동들은 물리적 환경, 구체적 조작물, 그리고 타인과의 상호작용을 통하여 개념을 구성하고, 수정하며, 통합하는 활동적인 개체이기에 이들의 수학 학습은 활동적인 과정이어야 한다(NCTM, 1989).

활동학습은 개개인의 활동에 의해 학습(learning by doing)하는 체계적인 과정으로, 학습이 활동을 필요로 할 뿐만 아니라, 활동도 학습을 필요로 한다는 것을 전제로 하고 있다. 또한 활동학습은 개개인이 적절한 시기 - 그들이 필요성을 느낀 즉시 - 에 지식과 이해를 발전시키는 기회를 제공한다. 문제에 대한 해를 찾는 과정에서 일어나는 학습이 바로 활동학습으로서, 이는 개개인이 변화에 더 효과적으로 적응하는 것을 도울 수 있는 학습의 한 형태라고 할 수 있다(Bettina, 1995).

앞서 논의된 두 학습 - 상황학습과 활동학습 - 은 경험적인 학습 상황 안에 학습자를 참여시키는 학습 방법으로 집단적인 차원이라는 것이 공통적이다. 실생활에서 학습은 종종 그룹 안에서 이루어질 수 있고, 때로 공동체나 개개의 구성원들의 활동으로 신장된다. 어떠한 문

제 상황에 있어 결론은 그룹에 의해 결정·실행되고, 이것은 암암리에 혹은 명백하게 공유된 사회적 역사나 가치, 사회적 믿음의 영향을 받는다. 또한 실생활 환경 맥락은 사회적이고 개인적인 상호 작용을 요구하기 때문에, 개인적인 상황 해석과 후속 활동에 상당한 영향을 받고 있다. 이러한 맥락 안에서의 학습은 학습자가 그들의 상황을 분명히 이해할 기회를 제공하고, 그릇된 해석과 왜곡된 학습의 범위를 축소시켜준다.

III. 설문 조사 절차와 결과

1. 개요 및 절차

본 연구에서 구체적으로 개별 학습 모형으로 하는 단원은, 그 선정에 있어서 객관성을 유지하기 위해 설문지(부록-1)를 통해 현직 초등교사의 의견을 물어보았다.

단원 선정 문항 이외에 가정학습에 대한 전반적인 의견을 묻는 문항에 대한 반응을 살펴보면 다음과 같다. 선수 학습 결손 학생을 위한 현실적으로 가능한 효과적인 지도 방법으로는 <표 III-1>과 같이 학교에서의 개별적인 보충 학습과 가정에서의 보충학습이 대다수를 차지하였다.

<표 III-1> 선수 학습 결손 학생을 위한 현실적으로 가능한 효과적인 지도방법

	학교에서의 개별적인 보충학습	가정에서의 보충학습(개인 과외 포함)	학원 수강	기타
응답자 수(명)	30	22	0	3

이어서 가정학습과 관련하여(<표 III-2>, <표 III-3>) 첫째, 올바른 가정학습 지도 방법 모색을 위한 학부모와 교사간의 상담이 필요하고, 둘째, 가정학습 지도를 위해 전문가와의 공동 워크숍이 필요하며, 셋째, 수학에 대한 학생의 부정적인 태도를 예방하기 위해 부모와 자녀간의 협동학습과 부모의 긍정적인 태도가 필요하다는 의견이 나왔다. 결과적으로 교사들도 학습 결손에 대한 방안으로서의 가정에서의 보충학습의 필요성을 인정하고 있으며, 이를 위한 학교와 가정간의 연계에 대해서도 긍정적인 입장을 알 수 있다.

<표 III-2> 가정 학습을 위한 전문적 협조에 관련한 의견

	전혀 필요 없다	그다지 필요 없다	그저 그렇다	다소 필요하다	매우 필요하다
학부모와 교사의 상담 필요성	0	2	3	35	15
공동워크숍의 필요성	0	9	8	30	7

<표 III-3> 아동의 수학에의 부정적인 태도를 예방할 수 있는 방법

	부모의 긍정적 태도	부모와 자녀간의 협동학습	학원 수강	과외 지도
평균 순위	1.57	1.49	3.44	3.48

본 연구의 대상 영역 선정은 각 단원의 후속 학습에 영향을 미치는 정도와 학생들이 전반적으로 곤란을 느끼는 단원을 중심으로 결정되었다. 완전 학습의 요구가 큰 단원으로는 기본 수를 비롯해 두 자리 수에 이르는 자연수의 수세기 및 수 개념 이해와 덧셈, 뺄셈, 곱셈 연산이 지적되었고, 또 다른 관점에서 대부분의 아동이 일반적으로 곤란을 느끼는 단원으로는 분수의 개념과 그 연산, 특히 덧셈, 뺄셈 연산에 해당하는 부분이 가장 많이 지적되었다.

<표 III-4>는 초등학교 1학년부터 중학교 2학년까지 총 24개 단원의 각 단원에 대하여 후속학습에 미치는 영향을 5점 척도에서 점수화하도록 하여 단원별 평균 점수를 구한 후, 점수가 4.5 이상인 단원을 기준으로 그에 매우 근접한 수영역의 수놓이를 추가하여 얻은 결과이다(다른 단원은 평균이 2.96인 단원을 제외하면, 모두 평균이 3.8부터 4.36 사이임).

<표 III-4> 완전학습이 반드시 요구되는 단원

수 영역		연산 영역	
단원명	점수	단원명	점수
수(0~9)	4.72	덧셈과 뺄셈(기본수)	4.69
세어보기	4.70	덧셈과 뺄셈(두 자리의 수)	4.60
두 자리의 수	4.51	곱셈의 기초	4.58
수놓이	4.47	곱셈(기본수)	4.51

IV. 구체적인 가정학습 지도 방안

선정된 영역에 대한 본격적인 지도 방안과 아울러 기초 연구로서 가정을 비롯한 실생활에서 아동의 수학 능력 개발을 위한 부모의 역할과 일반 생활 속에서 쉽게 유도될 수 있는 기초적인 수학 활동들에 대해 살펴보고자 한다.

1. 수학학습에의 부모참여

Goldstein & Campbell(1991)은 많은 선행 연구들을 분석하여 학습에의 부모의 참여가 아동의 학업 성취도를 증가시킬 수 있다는 것과 교육에 대한 보다 더 긍정적인 태도를 촉진시킨다는 결론을 이끌어냈다. 특히 수학과 읽기의 성취도는 부모와의 상호 작용과 가정학습의 지도와 깊게 관계된다(Bruneau, 1988). 아동에게서 처음 학습 부진이 나타났을 때, 즉 취학 전 혹은 저학년에서부터 부모의 참여는 시작되어야만 한다. 비교적 정도가 약한 학습 부진은 발견되기 어려운 학습의 갭(gap)이 커지고 눈에 띄게 발견될 때까지 계속 누적된다. 학습 부진아에 의해 경험되는 수학의 문제성들은 주로 기초 기술 능력의 획득 부족에 기인한다. 기본 개념이나 기본적인 수학적 사실, 단순 연산과 같은 기초 능력의 부족은 수학 불안과 실패로 바로 이어진다.

이러한 학습 부진아를 위한 가장 효과적인 방안 중 하나로 수학적 사고가 포함되어 있는 실생활의 경험이 중요하다. 집안에서의 수학적 경험들은 일반화 능력의 향상에 조력할 수 있기 때문에, 부모는 아동이 그러한 활동 속에서 한층 더 나은 기술 능력을 이용할 수 있도록 격려하고 도와주어야 한다. 이때 부모가 참여하는 활동은 학교에서의 수학 활동과는 달리 비형식적인 접근으로 아동이 수학에 대해 긍정적인 느낌을 가질 수 있도록 하여야 한다. 구체적으로 아동의 수학학습에 있어 부모의 참여방법은 다음과 같은 것들이 제시될 수 있다.

첫째, 가까운 주위 환경에서 수학을 찾게 한다. 이는 수학이 단지 학교 안에서 교재 중심으로 이루어지는 학문이라는 인식에서 벗어나 삶에 절대적으로 필요한 기능을 획득하도록 돕는 생활의 한 부분으로 아동에게 전달될 수 있게 한다. 예를 들어 사물들의 공통적인 특성이

나 외양에 의한 분류 활동과 다양한 구체물들을 이용한 수세기 활동을 수행할 수 있다(Ashlock, 1990).

둘째, 아동의 수학적 활동을 향한 노력에 칭찬을 잊지 않는 것도 매우 중요하다. 예를 들어 거실이나 방안에 아동의 수학 능력 향상 차트를 붙이고, 계속되는 수학 능력 획득을 시각적으로 보이기 위해 별 모양의 색종이 등을 붙여가며 칭찬하는 활동 등은 아동의 수학에 대한 긍정적인 인식과 동기유발에 매우 효과적이다.

세 번째로 수학이라는 교과에 국한하지 않더라도 일반적으로 부모는 아동이 많은 얘기를 할 수 있도록 분위기를 조성해 주어야 한다. 아동은 학습하는 중에 자신의 생각을 말할 수 있고(think aloud), 부모는 또한 아동에게 있어 좋은 청취자의 역할을 해주어야 한다.

네 번째로 게임 형식의 학습은 아동의 수학에 대한 흥미를 높이기 위하여 효과적으로 사용될 수 있으며, 아동의 학업 성취도나 태도 면에서 효과가 있다(김효정, 1995). 흥미로운 수학적 게임이 학습에 이용된다면, 학생들은 게임을 하는 것 자체를 즐기고 수학 교과에 대한 긍정적인 태도를 갖게 된다.

이외에도 아동에게 보다 다양한 수학적 활동을 제공하기 위해 컴퓨터 소프트웨어와 같은 과학기술들도 제안될 수 있고, 그 외 교육용 TV를 통한 교육용 프로그램이나 수학 비디오테이프 청취 등이 제안될 수 있다.

수학에 대한 부모들의 태도는 아동의 태도에 영향을 준다. 부모가 생활 안에서의 수학에 흥미와 열정을 보이면 자녀 또한 스스로 수학에의 흥미를 개발할 것이지만, 부모가 수학에 대한 학습 불안을 가지고 있다는 것을 아동이 느끼게 된다면 이러한 불안은 아동에게 전달되기 쉽다. 따라서 부모는 자신의 수학 불안을 드러내지 않는 것이 중요하며, 자녀가 수학적 중요성에 대해 의사소통하는 것을 돕고, 나아가 자녀의 수학교육에 참여하는 것이 바람직하다(Martin & Patricia, 1994).

1. 수 개념의 지도

1) 수 개념의 초기 지도

수 감각은 수에 대한 직관적인 느낌과 수의 다양한 사용 및 해석을 의미하는 것으로서, 아동은 수 개념을 의미있게 개발하여 학교 안팎에서 수를 효과적으로 사용

할 수 있어야 한다. 아동의 수 감각 개발을 돕기 위해서는 적절한 모델링과 발문, 수에 대한 사고의 축진이 필요하며, 이러한 것은 일반적인 수 감각을 기를 수 있는 주위 환경의 창출을 통해서 효과적으로 이루어질 수 있다.

어릴 때의 수와 관련된 경험은 주로 수에 대한 이름과 수에 대한 기초를 소개하는 것으로 시작된다.

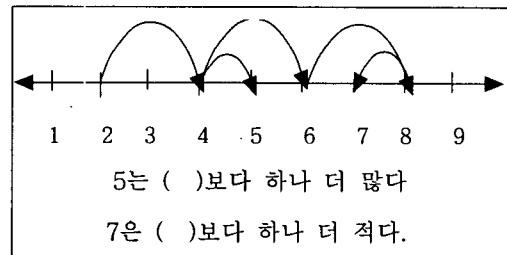
- 너희 집은 몇 층이니?
- 이 숫자가 몇이지?
- 너 몇 살이니?

위와 같은 질문은 수를 소리와 시각을 통해서 기억하게 하는 것으로, 수를 진정으로 이해하는 것이라기보다는 단지 수의 추상성을 이해하는 바탕이 되는 것이다. 이러한 초기 수 개념 지도는 아동이 사물의 개수에 대하여 “하나”, “둘”, “많다”라는 개념을 인지할 때부터 시작할 수 있고, 이때 아동은 “둘”의 의미를 추상적으로 이해해야 한다. 서로 다른 사물, 즉 장난감 두 개와 우유 두 잔을 같은 것으로 수용할 수 있어야 하는데, 다양한 사물들의 수세기 경험이 이러한 추상화의 인식을 위해 필요하다. 더욱이 수세기 활동은 사물과 자연수 사이의 일대일 대응 개념의 토대가 되어 후에 사물을 공평하게 나누는 등분할 활동으로도 나아갈 수 있기 때문에 매우 중요하다. 이때 아동과 더불어 부모 또한 사물을 만질 때마다 소리내어 수를 헤아리거나 일상 생활 속에서 수의 유용성을 자주 보여 줌으로써 수의 중요성을 깨닫게 하는 것이 필요하다.

초기의 수 개념 학습에서 0부터 10까지의 수를 이해하는 능력은 큰 수의 이해와 계산 기능을 발달시키는 선행 학습으로 필수적이다. 아동은 통찰에 의해 작은 수를 인지하고, 대상들의 집합간의 관계, 수의 이름, 숫자, 수 사이의 순서를 이해할 필요가 있다. 이러한 작은 수에 대한 초기의 기준 척도로서 손가락 개수와 같은 5나 10을 이용하는 것이 효과적이다. 예를 들어 세 개의 손가락은 다섯 개보다 두 개 적은 것으로, 여덟 개의 손가락은 다섯보다 셋 더 많거나, 혹은 열보다 둘 더 적은 것으로 지도할 수 있다.

작은 수의 학습에 가치있는 또 다른 방법으로 ‘하나 더 많은’과 ‘하나 더 적은’과 같은 개념의 사용이 유용하다. 이러한 개념들은 블럭이나 수직선과 같은 다양한 방

법으로 모델링될 수 있는데, 예를 들어 수직선의 한 점을 기준으로 앞으로(오른쪽) 읽거나 뒤로(왼쪽으로) 읽는 것은 덧셈, 뺄셈의 기초가 될 수 있다. 이를 확장하여 2칸씩 앞으로 혹은 뒤로 읽는 것은 수의 패턴을 제공할 뿐 아니라, 곱셈과 나눗셈에 대한 기초를 준비하는 의미를 부여할 수 있다.



<그림 IV-1> 수 개념 모델의 한 예

2) 자릿값의 이해

아동이 수학적으로 읽고 쓸 수 있게 되려면 사용하고 있는 수 체계를 분명하게 이해해야 한다. 이를 위해 수 체계에 대한 특성 - 즉 수의 가법성, 십진 기수법, 자릿값 등 - 을 구별할 수 있어야 하고, 수세기와 교환하기 (특히 열씩 묶어 세기)의 경험이 선행되어야 한다. 이 중 자릿값 개념은 수 체계의 핵심적인 특징으로, 크고 작은 수를 조작하고 읽고, 기호화하는 것을 용이하게 하므로 아동은 두 자리 수와 더불어 자릿값 개념을 빨리 그리고 완전하게 이해하는 것이 필요하다.

자릿값 개념 지도를 위해 구체적 조작물을 비롯하여 생활 속에서 접하는 많은 사물 등의 직접적인 조작이 제안될 수 있는데, 이용될 수 있는 조작물은 크게 비례적인(proportional) 구체물과 비례적이지 않은(nonproportional) 구체물로 구분될 수 있다. 아동이 다양한 수 감각을 갖게 하기 위해서는 이러한 조작물 사이의 균형있는 학습 시간 부여가 필요하다(Thompson, 1991).

가. 비례적인 구체물

십진 블럭이나 유니픽스와 같은 비례적인 구체물은 10짜리 구체물이 1짜리 구체물의 10배의 크기로 되어 있어 시각적으로 크기 비교가 가능하여 양감을 직접 느낄 수 있다는 장점을 가지고 있다. 자릿값 개념을 위한 조작물로서 많이 알려진 십진블록은 1짜리인 정사각형과

10짜리인 막대, 100짜리인 평면으로 구성되어 십진수를 탐구하는데 상호적인 환경을 제공할 수 있다. 또한 수를 표현하고 재배열하는 것을 학습하는데 용이하게 사용될 수 있고, 나아가 사칙연산의 이해로 발전할 수 있다. 비례적인 구체물을 이용할 때 주의해야 할 점은 자연스런 접근으로써 구체물에 익숙해지기 위한 시간을 부여해야 한다. [활동 1]과 같이 블록을 이용한 게임은 아동으로 하여금 학습 도구가 아닌 놀이 기구로써 블록을 인식하게 하여 학습 부담을 완화시키고, 또한 블록의 양을 관찰함으로써 자릿값 개념에 접근할 수 있다.

[활동 1] 십진블록을 이용한 탐 쌓기 활동

- 블록을 이용하여 일정 시간(3분~5분)동안 가능한 적은 블록으로 최대한 높이 탑을 쌓는다. 각자 자신의 탑의 높이를 계산하여 서로 비교한다.
 - 누구의 탑이 가장 높은가?

- 각자 자신의 탑에 쓰인 블록의 양을 계산한다. (정육면체(cube)=1, 막대기(rod)=10, 판(square)=100, 큰 정육면체(thousand cube)=1000으로 계산한다.)
 - 블록을 가장 적게 사용한 사람은 누구인가?

나. 비례적이지 않은 구체물

동전이나 쿠폰, 칩과 같은 비례적이지 않은 구체물은 주위에서 쉽게 구할 수 있는 사물들로 크기에 따른 양적 관계는 무시된다. 이러한 비례적이지 못한 구체물들은 10짜리 1개와 10개의 1짜리가 같은 값을 갖고 서로 교환될 수 있다는 사실을 인식하는 아동의 수준에서 도입되는 것이 좋다. 이러한 교환을 아동이 인식할 수 있도록 쉽게 이용될 수 있는 방안은 아동으로 하여금 물건을 구입하는 상황에 직접 참여시켜 구입 비용이나 잔액 계산 등을 하게 하는 것이다. 또한 동전을 교환하는 활동은 10원 짜리 10개와 100원 짜리 1개가 같은 가치를 갖고 서로 교환될 수 있다는 것을 인식하게 할 수 있다. 아동은 돈에 대해 구체물 이전에 일상생활 속에서 친밀성을 가지고 있기 때문에, 이러한 자릿값 표현에서 특히 유용하게 사용할 수 있다.

비례적이지 않은 구체물을 통한 지도는 아동이 교환성에 친숙해지는 것을 돕고, 또한 동기유발에 효과적이기에 아동의 적극적인 참여를 유도할 수 있어 비례적인

구체물보다 학습 강도면에서 효과적이라고 할 수 있다. 이때 어린 아동은 종종 크기에 의존하려는 경향이 있기 때문에 비례적인 구체물을 먼저 제시함으로써 명확하게 이해가 된 후에 비례적이지 않은 구체물을 사용하는 것이 바람직하다.

다. 수의 패턴

수의 패턴 구성과 발견은 저학년 아동의 수 감각, 순서짓기, 수세기, 계열화하기 등의 기능 개발을 돕고, 또한 연산의 기본 구구에 대한 사고 전략을 개발하는데 도움을 줄 수 있다. 100까지의 수가 있는 표(<그림 IV-2>)는 12, 22, 32, ..., 92와 같은 패턴을 인식하고, 더 나아가 자릿값에 대한 이해를 보다 깊게 하고, 암산을 하는데 도움을 줄 수 있는 등 유용하게 사용될 수 있다.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

<그림 IV-2> 100까지의 수가 있는 표

표를 이용한 예로, [활동 2]와 [활동 3]이 제안될 수 있다. [활동 2]는 임의의 수에서 일정 수만큼 반복하여 이동할 때 나타나는 패턴을 연구하는 활동이며, [활동 3]은 가로줄과 세로줄, 대각선들의 각각의 패턴을 알아보고, 이를 이용해 아동 스스로 문제 상황을 만들어가면서 답을 구하는 활동의 예이다. 아동은 이러한 활동들을 통해 수를 조정하는 방법을 깨닫고, 수에 관해서 생각하게 하는 기회를 갖는다. 특히 덧셈이나 뺄셈과 같은 계산 활동에서 유용한 암산 기능을 도울 수 있으며, 100 이하의 수에 익숙해질 수 있다.

[활동 2]

- 100까지의 수가 있는 <그림 IV-2>의 표에서 1에서 20 중 임의의 수를 고르고 큰 수쪽으로 10칸을 이동한 후 도착점에 ○표시를 하자.
- 다시 10칸을 이동한 후 도착점에 ○표시를 하자.
- 다시 10칸을 이동했을 때의 도착점을 예상해 보고, 그 이유를 말해 보자.
- 결과를 확인해 본 후 ○표시들에서 발견되는 규칙성을 찾아보자.



- 80에서 100까지의 임의의 수를 고르고 작은 수쪽으로 9칸을 움직여 보자.
- 도착점에 ☆표시를 하자.
- 다시 9칸을 이동한 후 도착점에 ☆표시를 하자.
- 다시 9칸을 이동했을 때의 도착점을 예상해 보고 그 이유를 말해 보자.
- 결과를 확인해 본 후 ☆표시들에서 발견되는 규칙성을 찾아보자.



- 같은 방법으로 임의의 수에서 큰 수쪽으로 9칸을 반복하여 이동할 때의 규칙성과 작은 수쪽으로 11칸을 반복하여 이동할 때의 규칙성을 찾아보자.

[활동 3-1] 100까지의 수 탐구하기

- <그림 IV-2>의 표에서 찾아 볼 수 있는 패턴을 찾아보자.
- 네 번째 가로줄에 있는 수들의 공통점과 차이점을 찾아보자.
- 세 번째 줄과 7번째 줄에 있는 수들의 공통점과 차이점을 찾아보자.
- 왼쪽 위에서 오른쪽 아래로의 대각선의 수들의 패턴을 찾아보자.
- 오른쪽 위에서 왼쪽 아래로의 대각선의 수들의 패턴을 찾아보자.

[활동 3-2] 숨겨진 수는?

-  과 같은 모양을 종이에 그려서 자른 후,  표의 적당한 곳에 칸을 맞추어 놓자.
- 종이에 가려진 수가 어떤 수인지 생각해 보자.
- 다른 모양을 만들어서 같은 활동을 해 보자.

예를 들어  모양과  모양으로 같

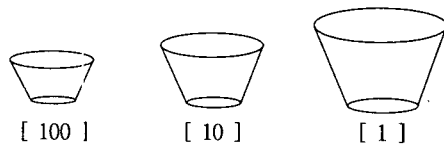
은 활동을 해 보자.

자릿값의 개념은 여러 해에 걸쳐서 개발된다. 교환하는 규칙은 일찍부터 지도되어야 하지만, 자릿값의 힘과 중요성에 대한 인식은 수학 학습 전반에 걸쳐서 개발되고, 신장되고, 권장되어야 한다. 따라서 자릿값의 지도는 초등학교 수학 과정 전반에 걸쳐 장기적이고 체계적인 지도가 필요하며, 학교 교육 외에 생활 전반에서도 관심을 기울여야 한다.

자릿값 개념의 이해를 돕기 위해 [활동 4]와 같은 게임 활동이 제안될 수 있다. 이 활동은 가장 높은 점수를 받는 사람이 승자가 되는 게임으로, 제일 작은 그릇은 높은 점수를 얻을 수 있는 대신 그릇이 작아 공을 넣기 어려워 아동으로 하여금 높은 점수를 얻기 위한 전략을 세우도록 할 것이다. 또한, 게임 진행 중 자신과 상대의 점수에 관심을 갖게 되면서 자연스럽게 자릿값 계산 활동으로 이어질 수 있다. 이러한 게임 활동은 자칫 지루해지기 쉬운 지필식의 학습을 벗어나 아동의 동기유발을 촉진시킬 수 있다.

[활동 4] 큰 수 만들기

- 각기 크기가 다른 세 개의 그릇을 준비하여 제일 작은 그릇부터 그림과 같이 놓는다. 제일 작은 그릇을 100단위, 중간 그릇을 10단위, 제일 큰 그릇을 1단위로 정하고, 각자 강낭콩 10개씩을 나누어 갖는다.
- 그릇에서 적당히 떨어진 거리에 출발선을 만들고 번갈아 가며 그릇에 콩을 던진다. (단, 한 번에 한 개씩 그릇에 던질 수 있으며, 들어가지 않을 경우 0으로 간주한다.)



- 번갈아 가며 10개를 다 던진 후 각자의 점수를 계산한다.
- 각각의 그릇에 가장 콩을 많이 넣은 사람은 누구인가?
- 가장 높은 점수를 받은 사람은 누구인가?

2. 자연수의 연산

1) 덧셈과 뺄셈의 기본 구구

자연수의 연산에서 덧셈과 뺄셈의 기본 구구는 가장

기본적인 선수 학습으로써 선행되어야 함에도 불구하고, 곱셈의 그것에 비해 상대적으로 덜 중요하게 취급되어왔다. 기본 구구의 완벽한 이해는 자릿값과 연산에 관한 기본 성질을 알 수 있고, 또, 즉각적으로 기본 구구를 회상함으로써 정확하고 능률적인 어림, 암산, 지필 계산으로 이끌 수 있다.

때때로 어떤 아동은 몇 년이 지나도록 이들 구구에 완전하게 숙달하지 못하는 경우를 종종 볼 수 있는데, 이러한 경우는 크게 두 가지 원인에서 비롯된다. 첫째는 기초를 이루는 수에 대한 이해가 개발되지 않았을 경우로 구구를 기억하는 과정이 단순히 기호들의 조작으로 취급되어 버리는 것이다. 따라서 아동은 단계적으로 실물들을 다루어 볼 수 있는 경험을 충분히 가지고, 그에 대한 언어를 습득하고 때로는 그림으로 나타내기도 한 다음 최종적으로 기호로써 제시되어야 한다. 둘째는 구구 자체를 기억하는 능력이 비효과적인 전략으로 인해서 가르쳐지지 않았거나 아동에게 충분히 학습되지 않았을 때이다. <그림 IV-3>과 같은 덧셈 구구표는 초기에는 완성된 형태로 제시되기보다는 빈칸을 채우는 식의 활동을 하면서 표의 패턴을 찾아 덧셈의 성질을 인식하게 하는 것이 바람직하다.

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

<그림 IV-3> 덧셈 구구표

이외에도 아동의 학습 무능력을 들 수 있는데, 이 경우는 아동이 구구를 기억하는 것이 근본적으로 불가능하다. 이런 아동에게는 계산기와 같은 도구를 사용함으로써

후속 학습에 영향을 미치지 않도록 보완해주는 것이 필요하다.

이러한 덧셈의 기본 구구는 이해를 바탕으로 암기되는 것이 후속 학습에 효과적인데, 이를 위해 생활 장면에서의 적용을 통한 반복 학습이 이어져야 한다. 이러한 반복 학습은 기본 구구에 대한 테스트에서 속도와 정확성을 높이는 것으로, 아동은 연산과 기호에 대한 의미를 이해한 후 바로 시작할 수 있다(전평국, 1998).

Kennedy & Tipps(1994)는 초등학교 아동의 반복 학습을 위한 제안점을 다음과 같이 제시하고 있다. 첫째, 아동은 알고리즘의 반복 학습 전에 일상 생활 안에서 많은 계산 상황을 경험할 수 있게 하여 연산의 필요성을 느낀 후에 구구를 기억하도록 시도되어야 한다. 이해가 부족한 채 단순한 암기나 기계적인 알고리즘을 통하여 문제를 해결하는 아동은 다양한 상황에서의 적용이 어렵고 지속적인 학습에 장애가 된다.

둘째, 반복 연습은 짧게(5~10분), 거의 매일 하도록 해야 한다. 장시간의 연습은 아동으로 하여금 지루함과 수학에의 흥미를 떨어뜨리게 하므로 교실 수업의 연장선이라는 느낌을 갖지 않도록 짧고 재미있게 즐길 수 있는 형태의 상황을 자주 제시하는 것이 효과적이다.

셋째, 아동은 기억하기 위한 그의 능력에 자신감을 가져야 하고, 좋은 결과에 대해서 칭찬을 해주어야 한다. 아동으로 하여금 부모가 자신의 학습에 관심을 갖는다는 것을 느끼도록 하게 하고, 아동의 성공적인 학습은 칭찬과 같은 보상이나 혹은 자신에 대한 자긍심으로 이어져야 하며, 아동의 실패에는 격려가 뒤따라야 한다. 이와 같은 동기유발을 통해 지속적인 학습을 유도할 수 있기 때문에, 이것은 부모의 매우 중요한 역할 중 하나이다.

이와 같이 반복 학습은 다양하고, 흥미 있으며, 도전적이어야 하고, 열심히 하도록 제시되어야 한다. 일상 생활 속에서 자연수의 연산을 유도할 수 있는 상황으로, 예를 들면 차를 탔을 때 창 밖으로 보이는 차량 번호판은 좋은 학습 자료가 될 수 있다.

“저기 버스의 번호가 몇 번인지 보이니? 저 네 수를 다 더하면 얼마나 될까?”

“저 네 수를 네 마음대로 자리를 바꿔서 가장 큰 수가 되도록 해볼까?”

자연수의 연산은 구체적인 경험을 바탕으로 발달하기에 아동이 알고 있는 구구에서 시작하여, 만 구체물, 기호에 이르기까지 다양한 경험을 통해 개발되어야 한다.

2) 곱셈의 기본 구구

곱셈은 자연수의 연산 중 기본 구구에 대해 가장 강조되어 학습되는 부분으로, 이를 기억하기 위한 다양한 전략들이 제안되고 있다. 아동들이 기본 구구를 효과적으로 학습하도록 도와주기 위해서는 개개인에 따라 어려움을 겪는 부분을 찾아 그에 해당하는 효과적인 전략들을 제시하거나, 아동 스스로 발견할 수 있기 위한 도움을 주어야 한다.

곱셈에 대한 아이디어의 지도는 묶음, 수, 덧셈과 같은 아이디어들을 통해 취학 전부터 시작할 수 있다. 곱셈 구구가 표의 형태로 제시되기 전에 둘째, 셋째와 같이 묶어 세는 아이디어는 아동에게 곱셈의 패턴을 이해하고 곱셈을 이해하는 기초를 제공할 수 있다. 이어서 곱셈 구구표는 곱셈의 빠른 암기와 회상을 도와 정확한 계산에 이르게 하는데 이용될 수 있는데, 교환법칙, 인수 0과 1, 규칙성, 동수누가와 같은 사고 전략들이 있다.

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

<그림 IV-4> 곱셈 구구표

교환법칙은 곱셈 구구 학습을 돕는 기본 전략으로 아동들이 곱셈 구구표가 대각선을 기준으로 대칭적인 값을 갖고 있음을 발견할 수 있도록 유도되어야 한다. 교환성의 발견은 인수의 순서가 곱셈의 결과에 영향을 미치지 않는다는 것을 알 수 있게 되고, 자연 아동이 암기하여

야 할 100개의 구구를 55개로 줄여줄 수 있다. 이러한 곱셈의 교환법칙은 곱셈 기호를 도입하기 전에 여러 구체물을 이용한 묶어 세기 활동과 같은 방법으로 아동에게 이해될 수 있다.

곱셈 구구표에서 쉽게 발견할 수 있는 패턴으로 표의 첫 번째와 두 번째 행과 열을 들 수 있다. 첫 번째 행과 열은 인수가 0인 곱으로 그 결과가 모두 0인 것을 알 수 있다. 즉, 아동은 “어떤 수에 0을 곱하면(0에 어떤 수를 곱하면) 항상 0이 된다”를 인식할 수 있고, 마찬가지로 두 번째 행과 열의 결과를 통해 “어떤 수에 1을 곱하면(1에 어떤 수를 곱하면) 결과는 어떤 수와 같다”를 또한 발견할 수 있어야 한다.

아동이 비교적 용이하게 찾아 낼 수 있거나 유도되어야 하는 또 다른 패턴은 인수가 2, 5, 9인 곱이다. 먼저 아동은 인수가 2인 곱의 행과 열에서 그 결과가 짝수의 배열과 같다는 것을 알 수 있어야 한다. 초기 곱셈 지도의 아이디어에서 둘째 묶어 세는 경험은 이러한 패턴의 발견을 도울 수 있다. 아동은 인수가 5인 곱 또한 언제나 그 결과가 일의 자리수가 5와 0으로 끝나고 5와 0이 반복된다는 것을 알 수 있어야 하고, 이것은 비교적 쉽게 아동에게 기억될 수 있다. 인수가 9인 곱의 패턴은 인수가 2나 5인 것에 비해 찾아내기 쉽지 않으나 이에 대한 패턴의 이해는 다양하게 해석될 수 있다는 점에서 중요하며, 아동의 창의성을 유도할 수 있다. 우선적으로 발견할 수 있는 규칙성은 곱의 각 결과에서 자리수의 합이 9로 항상 일정하다는 것이다.

$1 \times 9 = 9$	$0 + 9 = 9$
$2 \times 9 = 18$	$1 + 8 = 9$
$3 \times 9 = 27$	$2 + 7 = 9$
$4 \times 9 = 36$	$3 + 6 = 9$

이러한 규칙성은 곱의 각 결과가 순차적으로 십의 자리 수는 1씩 증가하고 일의 자리 수는 1씩 감소한다는 패턴으로 설명되어질 수 있다. 또한 연산 결과의 십의 자리가 인수 9에 곱해지는 수보다 하나 작은 수가 되는

패턴 발견에 이어지면 인수가 9인 곱의 결과를 기억에 매우 용이하다. 이러한 패턴을 기억하는데 도움을 줄 수 있는 방법으로 아동의 흥미를 유발시킬 수 있는 손가락 놀이와 같은 활동이 제안될 수 있다.

[활동 5] 손가락 구구 놀이
 손가락에 씩을 종이교깔을 준비한 후 손가락을 모두 편 상태로 두 손을 내민다.

- 왼손 새끼 손가락에 교깔을 씌워보자.
 - 가려지지 않은 손가락은 몇 개인가?(9개)
- 교깔을 왼쪽에서 두 번째 손가락을 옮겨보자.
 - 가려진 손가락을 기준으로 왼쪽에 남아있는 손가락은 몇 개인가?(1개)
 - 가려진 손가락을 기준으로 오른쪽에 남아있는 손가락은 몇 개인가?(8개)
- 다시 교깔을 왼쪽에서 세 번째 손가락에 씌워보자.
 - 가려진 손가락을 기준으로 왼쪽에 남아있는 손가락은 몇 개인가?(2개)
 - 가려진 손가락을 기준으로 오른쪽에 남아있는 손가락은 몇 개인가?(7개)
- 같은 방법으로 차례대로 손가락을 하나씩 가리고, 그것을 기준으로 왼쪽의 손가락과 오른쪽의 손가락 개수를 관찰해 보자.
 - 왼쪽의 손가락의 개수는 점차 어떻게 되는가?
 - 오른쪽의 손가락의 개수는 점차 어떻게 되는가?
- 곱셈 구구표의 9단의 결과와 위 활동에서 좌, 우 손가락의 개수를 비교하여 보자.
- 곱셈 구구표의 9단을 소리내어 상기하면서 다시 위 활동을 해 보자.

위와 같은 활동에서 아동은 좌, 우의 손가락의 개수가 인수가 9인 곱셈의 십의 자리수와 일의 자리수와 일치함을 발견하고, 자연스레 그 이유에 대해 물을 것이다. 더불어 활동에서 퍼있는 상태로 남아있는 손가락은 언제나 9개라는 것을 앞서 곱셈의 결과에서 십의 자리 수와 일의 자리 수의 합이 언제나 9인 것과 연결시킬 수 있다.

이밖에도 동수누가 전략은 인수 중의 하나가 5보다 작을 때 효과적인 전략인데, 곱셈에 대한 특수한 해석에 바탕을 두고 있기에 곱셈 상황을 덧셈 상황으로 바꾸는 많은 경험이 사전에 선행되어야 한다.

$$7 \times 3 \Rightarrow 7 + 7 + 7 = 21$$

위에 제시된 사고 전략으로 학습되지 못한 남은 구구들은 덧셈에 관한 분배성에 기초하여 곱을 알고 있는 부분으로 나누어 구하거나 혹은 인수 중 하나를 곱을 알고 있는 것으로 줄여(늘려) 구한 뒤 부족한 만큼 더해(빼)나가는 방법이 제시될 수도 있다.

연산에 대한 알고리즘에 능숙하고 어렵과 암산에 익숙하게 되기 위해서는 기본 구구를 즉각적, 자동적인 회상이 가능한 수준까지 학습하는 것이 중요하다. 이와 같은 숙달 수준은 연산과 기호에 대한 의미가 이해되자마자 반복 학습을 통해 이루어져야 한다.

3. 분수 개념의 지도

분수는 아동에게 가장 어려운 개념 중의 하나로 대부분의 아동이 분수의 개념을 이해하고 적용하는데 많은 어려움을 겪고 있다. 그 원인으로는 분수 개념 자체가 여러 가지 의미로 해석될 수 있다는 것과 자연수와는 달리 분수는 표기법, 크기 비교, 연산 방법 등이 훨씬 복잡하다는데 있다(김옥경·류희찬, 1996). 뿐만 아니라 학습한 지식과 기능을 실생활에 적용하려면 아동은 기호의 의미를 알고 이를 구체적인 상황과 관련지을 수 있어야 하는데, 교재 중심으로 정해진 시간 안에 수업을 진행해야 하는 교실 상황은 기호 상황 이외의 경험을 충분히 제공하기에 역부족이다. 구체적인 상황은 개념을 의미있게 형성하고 점차 발전시키는 원천이므로 수업의 출발점 행동에서 개념 획득 후 마지막 적용에 이르기까지 계속적으로 제공되어야 한다.

1) 분수 개념

일반적으로 초등 수학 학습에서 분수 개념은 다섯 가지 하위 개념(부분-전체(등분할), 측정, 비, 몫, 연산자)으로 지도되고 있다. 분수와 관련된 개념은 매우 복잡하지만, 등분할, 동치 관계의 아이디어가 많은 다른 아이디어를 연결하는데 도움이 될 수 있다. 특히 등분할은 비형식적인 공평한 나누기 상황으로부터 부분-전체로서의 분수와 동치 분수를 찾는 작업에 기초 스키마로 작용한다. 또한 동치 관계의 이해는 분수 개념에 대한 기초가 되고, 동치는 동일한 양을 표현하기 위한 서로 다른 방법에 초점을 둔다.

현행 초등학교 수학 교육 과정에서 분수는 2학년 1학기에 구체적인 연속량의 등분할 조작을 통해 부분-전체의 의미로 도입된다. 이어 분수의 연산이 3학년 1학기부터 본격적으로 지도되는데, 구체적 조작 단계인 이 기간은 풍부한 경험을 통하여 이후의 형식적 조작 단계의 토대를 형성해야 하는 시기이므로 기호적인 조작의 성급한 도입은 피해야 한다. 따라서 분수를 학습하는 경험은 등분할과 동치 관계의 도입 이후 바로 분수의 연산을 지도하기보다는, 다양한 분수 개념이 포함된 맥락에서 분할, 동치 관계, 단위를 구성하는 활동을 통하여 그 직관적인 의미를 충분히 경험한 후 점진적으로 형식화시키는 것이 바람직하다.

2) 분수 지도의 모델

가. 등분할

등분할은 초기에는 부분들 사이의 동등성이 주요 관심사이기에 아동으로 하여금 연속량이나 이산량의 분할 활동을 부여함으로써 각 조각의 동등성을 관찰하게 하는 것이 필요하다. 이러한 등분할 경험은 단위 분수 $\frac{1}{n}$ 로 이어지고, 이후에 양과 수를 관련시키면서 부분의 양 혹은 크기의 비교를 가능하게 한다. 단위 분수의 크기를 이해하기 위해서는 한 단위가 분할되었을 때 분할된 개수와 각 부분의 크기가 서로 상보적인 관계가 있음을 인식해야 하는데, 이러한 개념은 구체물을 이용한 등분할 경험이나 분수표와 같은 그림 모델로써 도울 수 있다.

나. 일반적인 분수의 형태($\frac{k}{n}$)

앞서의 등분할 경험은 $\frac{1}{n}$ 형태의 단위 분수 이해에 이어 $\frac{k}{n}$ 의 임의의 분수 형태에 접근하는 것을 돕는다.

등분할 과정 중 분할된 부분들의 개수를 '3으로 나뉨 조각들 중 두 개'와 같은 식으로 하나하나 말로 표현하게 함으로써 일반적인 분수의 형태에 접근할 수 있다. 이러한 부분의 개수에 대한 고려는 이후에 학습될 대분수의 도입을 도울 수 있다.

다. 분수의 크기 이해(동치 관계)

분수의 크기를 비교하는 데 있어 엄밀한 방법 이전에 임의의 분수의 크기에 대한 직관적인 이해가 필요하지만, 현행 교과서는 그에 관해 충분한 배려를 하지 못하고 있어 대부분의 아동은 분수를 하나의 수로서 인식하는 데 어려움을 느낀다. 따라서 교실 안팎에서 분수의 크기와 관련된 질문들과 이에 관련된 적합한 활동을 계속적으로 제공해야 한다. 예를 들어 여러 가지 분수를 $\frac{1}{2}$ 과 1에 비추어 비교해 보아 이들에 가까운 분수의 특성을 발견하도록 하는 활동은 분수의 크기를 인식하는데 기초가 된다.


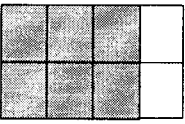
다음으로 분수들 간의 크기를 비교하고 순서대로 배열하는 문제 상황이 제시되어야 한다. 비교적 이해가 용이한 동분모 분수끼리의 비교에서 시작하여 아동은 분자의 크기에 집중하여 분수의 크기를 비교할 수 있다. 이 분모 분수의 크기 비교는 앞서 분수의 대략적인 크기 인식에 의해 직관적으로 비교가 가능하다. 예를 들어 $\frac{2}{5}$ 와 $\frac{3}{4}$ 의 비교 상황에서 $\frac{2}{5}$ 는 $\frac{1}{2}$ 보다 작고, $\frac{3}{4}$ 은 $\frac{1}{2}$ 보다 크므로 $\frac{2}{5}$ 가 $\frac{3}{4}$ 보다 작음을 알 수 있다. 이 때, 아동에게 $a < b$, $b < c$ 이면 $a < c$ 라는 논리적 추론 능력(추이성)이 전제되어 있어야만 성공적인 분수 크기 비교를 해결할 수 있다.

이러한 어려움을 통한 비교 상황을 해결하는 경험이 아동에게 충분히 제시된 후, 보다 정확한 비교 수단이 필요한 상황 - 예를 들어 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{3}{4}$ 과 같은 크기 비교 상황 - 이 제시되어야 한다. 이때 아동은 분수의 대소 비교시 서로 다르게 등분된 분수보다는 서로 똑같이 등분된 분수를 비교하는 것이 더 쉽다는 것을 인식하고, 두 분수를 동일한 분모로 바꾸어 줄 필요를 느끼게 되며, 이는 동치 분수의 지도로 이어질 수 있다.

동치 관계는 분수의 크기 비교에 기초가 되는 것으로, 충분한 구체적 경험을 바탕으로 패턴을 찾아 기호 알고리즘으로 일반화하는 단계를 거치는 것이 바람직하다. 종이 접기 활동은 동치 분수를 처음 소개하기에 유용한 경험으로, 아동으로 하여금 동치 분수를 만들 수 있고, 결과적으로 동치 분수는 같은 크기를 갖는 서로 다른 이름의 분수라는 것을 인식하게 할 수 있다. 이러한 조작

활동을 충분히 학습한 후 아동은 분모와 분자에 0이 아닌 같은 수를 곱할 수 있으며, 곱해서 만들어진 분수가 동치 분수가 될 수 있다는 것을 일반화할 수 있다.

[활동 6]

- 직사각형 모양의 종이를 가로로 4등분이 되도록 접고 $\frac{3}{4}$ 만큼 색칠을 한다. 
- 다음에 세로로 반을 접는다.
 - 4등분되었던 종이 가 몇 등분 되었는가?
 - 4등분되었을 때 색칠한 3조각과 8등분되었을 때의 몇 조각과 같은가?
- 기호로 나타내 보자.

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{2 \times 3}{2 \times 4} = \frac{6}{8}$$

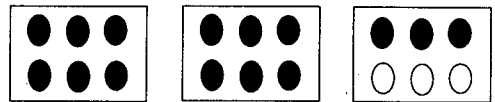
이러한 동치 관계의 이해는 앞서 언급되었던 것과 유사한 $a=b, b=c$ 이면 $a=c$ 라는 논리적 추론 능력(추이성)이 전제되어 있어야 한다. 동치 관계를 이해하고 곱셈이 가능하면, $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \dots$ 와 같이 무한 동치 분수를 구성할 수 있는데, 이들의 시각적인 관찰을 통해 규칙성을 찾도록 유도될 수 있다. 이러한 추론 능력이 구성되지 않은 아동은 올바른 동치 관계를 이해할 수 없고, 나아가 분수 학습을 어렵게 하는 원인 중 하나가 된다.

라. 대분수와 가분수

대분수와 가분수의 상호적인 관계는 도형을 이용한 영역 모델, 종이 테이프와 같은 길이 모델을 이용하여 자연스럽게 아동의 이해에 이르는 것을 도울 수 있고, 생활 안에서도 쉽게 접할 수 있다.

대분수와 가분수에 대한 이해를 돕기 위하여 아동에게 구체적인 모델을 대분수와 가분수 두 가지 형태로 나타내 보도록 하는 많은 경험을 제시하는 것이 필요하다. 모델이나 구체적인 상황 안에서의 과정에 숙련되었을 때, 비로소 모델을 사용하지 않고 기호적인 방법으로 한 형

태를 다른 형태로 바꾸어 나가는 연습이 필요하다.

- 달걀 6개가 들어갈 수 있는 상자에 15개의 달걀을 담아보자.
 
- ☞ 두 개의 상자를 채우고 3개의 달걀이 남는다. 즉, 상자를 단위 1로 생각할 때 두 개의 상자와 반상자가 된다

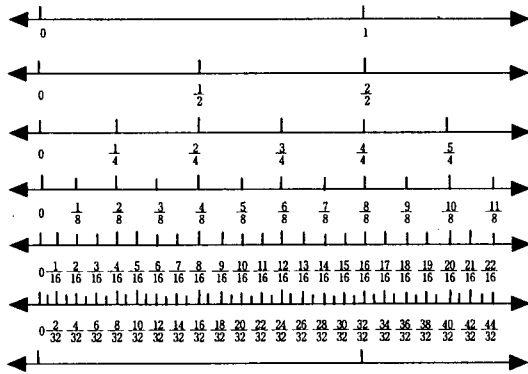
$$\frac{15}{6} = 2 + \frac{3}{6} = 2\frac{3}{6}$$

<그림 IV-4> 구체적인 상황 안에서의 대분수와 가분수의 상호적인 예

마. 수직선에 분수 표기

분수의 크기를 시각적으로 관찰하고 비교하기 위한 방법으로, 수직선에 분수를 표기하는 것은 여타의 모델에 비해 효과적이다. 수직선을 이용한 학습 방법은 아동과 함께 분수가 표기된 수직선 표를 구성해 나가면서 시작될 수 있다. 단위 선분을 2등분, 4등분, 8등분, 16등분, 32등분하여 구간을 표시해 놓은 수직선 표를 준비한 후, 아동에게 0과 1만 표시되어 있는 첫 번째 수직선에서 단위 선분을 설명한다. 이후 0과 1의 중점이 표시된 두 번째 수직선에 아동으로 하여금 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{2}{2}$ 를 표기하게 한 후, 세 번째 수직선에는 $\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4}, \frac{5}{4}$ 와 같이 표기하고, 같은 방법으로 5개의 수직선에 모두 이름을 표기한다

수직선 표를 완성한 후 이를 이용한 활동(활동 7)이 아동에게 제시되어 분수의 크기를 비교하고, 순서 관계를 밝힐 수 있는 능력을 기를 수 있도록 안내되어야 한다.



<그림 IV-5> 수직선 표

[활동 7] 수직선 표를 이용한 분수 학습

● 각자 만든 수직선 표를 보고 다음에 답하십시오.

- $\frac{1}{2}$ 선분은 단위 선분이 되기 위해 몇 개가 필요한가?
- 수직선 표에서 가장 짧은 선분은 무엇인가?
- 몇 개의 $\frac{1}{16}$ 선분이 $\frac{1}{8}$ 선분과 똑같은가?
- $\frac{1}{4}$ 선분과 $\frac{1}{16}$ 선분 중 어느 것이 더 긴가?
- 두 개의 $\frac{1}{4}$ 선분과 두 개의 $\frac{1}{8}$ 선분 중 어느 것이 더 짧은가?
- $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{32}$ 중 0에 가장 가까운 분수는 어느 것인가?
- $\frac{5}{8}$ 와 $\frac{15}{16}$ 중 1에 가장 가까운 분수는 어느 것인가?

위와 같은 수직선 활동은 아동으로 하여금 분수의 크기를 비교하고, 동치분수를 발견하는 경험을 제공한다. 더불어 수직선 표를 구성하는 과정에서 임의의 두 유리수 사이에는 또 다른 유리수가 존재할 수 있음을 느끼게 하여 유리수가 수직선 위에 무한히 많음을 직관적으로 인식시킬 수 있다.

바. 단위 1의 개념

분수 학습에서 겪는 아동의 또 다른 어려움은 아동이 1이라는 단위에 대한 개념을 쉽게 이해하지 못하는데 있

다. 단위 1은 상황에 따라 그 크기가 상대적으로 연속량의 경우에는 비교적 쉽게 이해되지만, 집합 모델과 같은 이산량인 경우 아동은 집합 전체를 1이라고 생각하는 데 어려움을 느낀다. 이산량의 모델에서 전체 1의 아이디어가 예를 들어 “연필 한 상자(12자루)”라면 이 경우 $\frac{1}{2}$ 은 6자루로 귀결된다. 따라서 이산량 모델에서 아동의 1에 대한 이해를 돕기 위해서는 상자, set, dozen 등과 같은 묶음(단위)을 강조하여 지도하는 것이 효과적이다. 예를 들어 120개의 글이 들어있는 상자와 30개의 글이 들어있는 상자에서 아동으로 하여금 각각 $\frac{1}{3}$ 을 덜

어내도록 하고 그 개수를 비교하게 하면, 같은 $\frac{1}{3}$ 임에도 불구하고 두 상황에서의 단위(상자) 1에 따라 상대적으로 달라질 수 있다는 것을 아동은 인식할 것이다.

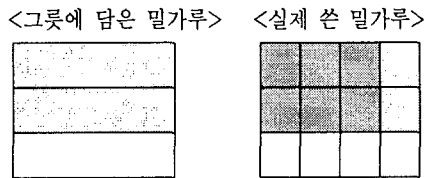
사. 분수의 이산성

분수와 자연수의 유사한 성질 중 하나는 분수도 자연수의 경우와 마찬가지로 개수를 셀 수 있다는 것이다. 아동은 이를 이용하여 동수누가의 방법으로 분수의 곱셈에 쉽게 접근할 수 있다. 예를 들어, “점토 인형 한 개를 만들려면 찰흙 한봉지의 $\frac{2}{3}$ 가 필요하다. 인형을 4개 만들기 위해서는 몇 봉지의 찰흙을 사야 할까?”와 같은 문제는 $2 \times 4 = 8$ 이라는 자연수의 곱셈 상황과 유사하게 접근될 수 있다. 결국 이 문제는 그림이나 수직과 같은 비형식적 방법으로 지도한 후 아동이 익숙해지면, 분자는 분자끼리 곱하고, 분모는 분모끼리 곱하는 알고리즘을 지도할 수 있다. 분수의 곱셈은 위와 같이 비교적 이해가 용이한 자연수와 곱셈을 먼저 지도한 후, 곱셈 상황인 분수와 분수의 곱셈으로 이어나가는 것이 바람직하다.

빵을 만들기 위해 밀가루 $\frac{2}{3}$ 봉지만 그릇에 담아두었는데 그 중 $\frac{3}{4}$ 만 썼다. 그렇다면 빵을 만들기 위해 몇 봉지를 쓴 것일까?

위와 같은 문제 상황에서 분자는 분자끼리 곱하고, 분모는 분모끼리 곱하는 알고리즘으로 계산될 수 있지만,

왜 이러한 절차가 타당한가에 대한 아동의 이해를 위해 앞서 등분할 개념을 위해 경험한 종이 접기를 이용할 수 있다. 아동에게 밀가루 봉지를 나타내는 종이를 주고 그릇에 담아 둔 $\frac{2}{3}$ 를 나타내기 위해 3등분하여 색칠한 뒤, 그것을 다른 방향으로 다시 4등분하여 색칠된 것 중 $\frac{3}{4}$ 을 관찰하게 한다.



<그림 IV-6> 분수의 곱셈 알고리즘의 이해를 위한 예

따라서 아동은 전체의 종이는 $3 \times 4 = 12$ (칸)로 등분되고, 그 중 최종적으로 색칠된 부분은 $2 \times 3 = 6$ (칸)이라는 것을 알 수 있게 된다. 즉, 전체 종이는 분모의 곱만큼 나누어지고, 그 중 분자의 곱만큼 원하는 문제의 해임을 알 수 있다. 식으로 나타내면

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{2 \times 3}{3 \times 4} = \frac{6}{12} \text{ 과 같다. 이 때 아동에게 곱}$$

을 약분해야 한다는 것을 서둘러 가르칠 필요는 없으며, 단지 이와 같은 방법으로 곱셈을 할 수 있다는 것만 확인시키는 것이 바람직하다.

분수의 곱셈에 대한 알고리즘은 가장 간단한 것 중의 하나로 쉽게 지도할 수 있다. 그러나 알고리즘만을 단순히 지도하면 곱셈의 진정한 원리를 이해시킨다는 보장을 할 수 없기 때문에, 구체적인 상황을 통해 연산을 언제 사용하는가에 대한 충분한 이해가 수반되어야 한다.

아. 분수의 크기 비교 알고리즘

임의의 두 분수의 대략적인 크기를 비교하는 것은 앞서 소개되었고, 보다 엄밀한 비교를 위하여 동치 관계의 필요성이 언급되었다. 주어진 분수의 동치 분수를 구하는 것에 대한 지도에 이어 본 단계에서는 둘 이상의 이분모 분수들의 공통 분모를 찾아 기호로써 동치 분수로

바꾸어 크기를 비교하는 과정을 학습해야 한다.

$\frac{2}{3}$ 와 $\frac{3}{4}$ 의 크기를 비교하는데 있어 아동으로 하여금 0이 아닌 수를 분모, 분자에 곱함으로써 $\frac{2}{3}$ 와 $\frac{3}{4}$ 의 동치 분수를 만들도록 제안하면 다음과 같은 결과들이 나올 수 있다.

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \dots$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \dots$$

이 과정에서 아동은 두 분수가 동일한 분모 12를 갖는 것을 발견할 수 있고, 결과적으로 $\frac{8}{12} < \frac{9}{12}$ 이므로

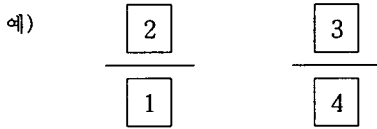
$\frac{3}{4}$ 이 더 큰 수임을 알 수 있게 된다. 그러나 이러한 방법은 분모가 큰 경우 비효율적이기에 영역 모델을 사용하는 것이 보다 일반적이다.

직사각형의 종이를 3등분으로 접어 $\frac{2}{3}$ 를 나타내고, 다른 방향으로 4등분하여 $\frac{3}{4}$ 을 나타내면 아동은 전체적으로 종이가 $3 \times 4 = 12$ 등분되므로 결국 두 분모의 곱은 항상 두 분수의 공통 분모가 된다는 것을 인식할 수 있다. 이때 두 분모의 곱이 최소의 공통 분모가 아닐 수도 있다. 그러나 초기 통분의 지도에서는 성급하게 최소공배수를 이용한 알고리즘을 도입하지 말고 단순히 두 분모의 곱이 공통 분모가 됨을 인식하는 수준에서 이루어지는 것이 좋다.

분수의 크기 비교를 일반화한 이후 이를 이용한 다양한 활동을 제공해주는 것이 필요하다. [활동 8]은 아동으로 하여금 주어진 수를 이용해서 여러 가지 분수를 만들고, 그 크기를 어렵하고, 필요하면 정확히 계산하여 비교하도록 유도할 수 있다.

[활동 8] 분수 만들기 활동

● 서로 다른 숫자 1, 2, 3, 4가 적힌 카드 4장을 준비한 후 임의의 두 수를 골라 분자, 분모로 삼아 분수를 만들어 보자.



- 네 장의 카드 중 임의의 두 수로 만들 수 있는 분수를 모두 찾아보자.
- 가장 큰 분수를 추측하고 그 이유를 말해 보자.
 - 가장 작은 분수를 추측하고 그 이유를 말해 보자.
 - ☆의 분수를 크기대로 나열하여 위의 답을 확인해 보자.

자. 분수의 덧셈과 뺄셈(통분)

분수의 연산에서 수식의 도입은 먼저, 동분모 분수의 덧셈을 시작으로 하는 것이 아동의 이해를 촉진시킬 수 있다. 이 때 수식으로서의 계산에 곤란을 느끼는 경우에는 “칠분의 2 더하기 칠분의 3은 칠분의 5”와 같이 언어(말)를 함께 사용하는 것이 좋다.

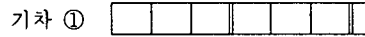
이분모 분수끼리의 덧셈과 뺄셈을 할 때 공통 분모를 구하는 방법은 종이 접기 활동 이외에 [활동 9]와 같이 퀴즈네르 막대를 이용한 조작 활동도 제안될 수 있다. 이 활동은 공통 분모뿐만 아니라 최소공배수와 기약분수의 개념도 더불어 접근할 수 있다.

$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ 과 같은 덧셈 상황에서 각각의 분모에 해당되는 퀴즈네르 막대(각각 크기가 2짜리, 3짜리인 막대)를 기차와 같이 계속 이어나가 서로 길이가 같아질 때 멈춘 후 각각의 막대의 크기에 해당 막대의 개수를 곱한 것이 최소공배수임을 알고 이를 공통 분모로 하여 동치 분수로 바꿔 준 후 덧셈을 계산할 수 있다.

[활동 9] 퀴즈네르 막대를 이용한 공통 분모 찾기

● $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$

- 각각의 분모에 해당되는 막대를 고른다.
- 크기가 2짜리인 막대를 이어 기차 ①을 만든다.
 - 크기가 3짜리인 막대를 이어 기차 ②를 만든다.
 - 두 기차를 두 줄로 나란히 놓아 막대의 경계가 처음으로 일치하는 점을 찾아보자. (크기 6)



- ①번 기차에서 두 기차가 일치하는 점까지 필요한 크기 2짜리 막대의 개수는 몇 개인가? (3개)
- ②번 기차에서 두 기차가 일치하는 점까지 필요한 크기 3짜리 막대의 개수는 몇 개인가? (2개)
- 위의 결과를 이용하여 2와 3의 최소공배수를 찾아 보자

☞ $2 \times 3 = 6$ $3 \times 2 = 6$

- 2와 3의 최소공배수를 이용하여 $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{1}{3}$ 을 공통 분모로 바꾸고 합을 계산하여 보자.

☞ $\frac{1}{2} = \frac{1 \times 3}{2 \times 3} = \frac{3}{6}$ $\frac{1}{3} = \frac{1 \times 2}{3 \times 2} = \frac{2}{6}$

⇒ $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$

- 위와 같은 방법으로 $\frac{1}{2} - \frac{1}{8}$ 의 값을 계산하여 보자.

차. 분수의 양적인 이해

양적 개념 즉, 분수의 “크기”에 대한 인식은 동치 분수의 개념을 내면화하고 분수의 크기를 비교하며 분수의 연산에 대해서 의미있게 이해하는 능력의 기초로서, 분수의 순서와 동치 개념, 어림 기능이 통합되어 발달한다 (김옥경·류희찬, 1996).

수 감각을 발달시키는데 있어서 분수의 어림 활동은 두 분수의 크기를 비교하거나 두 분수의 연산 결과의 합리성을 판단하는 기초가 되므로 어림에 대해 지속적인 강조가 있어야 한다. 그러나 현행 교과서에는 이에 대한 언급이 거의 이루어지고 있지 않다. 아동은 복잡한 형태

로 보이는 수량을 어렵할 뿐만 아니라 실생활의 양을 어렵히는 충분한 경험이 필요하다. 예를 들면, 복잡한 분수 ($\frac{37}{71}$)와 간단한 분수($\frac{1}{2}$)를 비교하는 경험은 아동으로 하여금 복잡한 분수를 이에 근사한 간단한 분수로 생각하게 할 수 있다. 또한 실생활에서 접하는 사물들, 예를 들면 옷장, 거울 등의 가로, 세로 길이에서 $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{5}$ 이 되는 곳을 추측하게 하고 실제로 길이를 재어서 확인해보게 하는 것도 아동들이 흥미를 느끼고 적극적으로 참여할 만한 활동이 될 수 있다.

분수의 크기 개념에 대한 보다 깊은 이해를 측정하기 위한 방법으로는 아동에게 분수의 상대적인 크기를 판단할 수 있는 경험을 충분히 제공하는 것도 좋다. 예를 들면, 1과 같지는 않지만, 1에 가까운 분수를 만들어보고, 만들어진 분수보다 1에 좀 더 가까운 분수를 만들어보게 하는 경험 등은 아동들이 분수의 양적인 이해를 하는데 도움을 줄 수 있다.

이상 효과적인 분수 지도를 위해 제시된 지도 단계를 적절한 지도 시기에 따라 정리하면 다음 <표 IV-1>과 같다.

<표 IV-1> 분수 지도 단계

지도 시기	지도 내용
2 - 1	등분할
2 - 1	일반적인 분수 형태
3 - 1	분수의 크기 이해(동치 관계)
4 - 1	대분수와 가분수
4 - 2	수직선에 분수 표기
4 - 2	단위 1의 개념
5 - 1	분수의 이산성
5 - 1	분수의 크기 비교 알고리즘
5 - 2	분수의 덧셈과 뺄셈(통분)
5 - 2	분수의 양적인 이해

V. 요약 및 결론

본 연구는 각 가정에서 초등 수학의 수·연산 영역을 학습하는 아동의 충분한 이해를 도울 수 있는 구체적인 지도 방안의 예를 제안하여 누적적인 학습 결손을 미연에 예방하자는 것이다. 이를 위해 가정에서 비형식적으

로 이루어질 수 있는 활동들과 수·연산 영역의 구체적인 단위에서의 지도방안을 중심으로 진술하였다. 모든 활동이나 학습은 아동의 적극적인 참여를 전제로 하여 수행되는데, 이러한 활동적이고 비형식적인 학습은 학습의 전이 측면에서 효과적일 뿐 아니라 아동으로 하여금 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖게 한다.

초등학교 수학 교수-학습 시 발생하는 학생들의 학습 결손이 학교 학습 내용의 강화만으로는 충분할 수 없다는 가정 아래, 가정학습을 통해 누적되기 쉬운 학습 결손이나 계속되는 학습 장애를 제거함으로써 원활한 학습이 이루어지도록 할 수 있을 것이다. 이에 본 연구에서 제시된 지도방안과 활동들이 가정에서의 원활한 학습 보완에 상당한 도움이 되리라 기대한다.

본 연구는 가정학습의 방향과 그에 따른 활동의 예를 제시하는데 그쳤으나, 이후의 후속연구로 보다 다양한 활동의 개발과 그 효과의 검증이 뒤따라야 할 것이다. 또한 학교와 가정의 연계를 포함한 많은 프로그램들이 개발되어진다면 교사와 학부모의 동시 참여를 유도할 수 있으리라 본다.

참 고 문 헌

교육부 (1996). 초등학교 수학 교사용 지도서, 수학의힘책.
 김순택 (1979). 교과별 선수 능력 요인 : 학습 부진 학생에 대한 이론적 고찰, 서울: 한국교육개발원.
 김옥경·류희찬 (1996). 초등학교 6학년 학생들의 분수 개념 이해와 분수 수업 방안에 대한 연구, 대한수학교육학회 논문집 6(2), pp.211-228.
 김효정 (1995). 구체적 조작물을 이용한 활동 지향적 수학 수업에 관한 연구, 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문. 미간행.
 박성선 (1998). 수학학습에서의 상황인지론 적용과 전이에 대한 연구, 한국교원대학교 대학원 박사학위 논문.
 박성익 (1986). 학습 부진아 교육, 서울: 한국교육개발원.
 설미옥 (1994). 학습 부진아의 선행학습 결손파악을 위한 평가문항개발: 중학교 1학년 함수단원을 중심으로. 이화여자대학교 교육대학원 석사학위 논문.
 유범준 (1993). 개인별 학습 요소가 학습에 미치는 영향, 서울: 수학교육논총 11, pp.309-329.

- 이원영·김용훈·한상봉 (1993). 산수학습 결손의 진단과 치료를 위한 개별학습 자료의 개발과 적용, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 32(3), pp.89-112, 서울: 한국수학교육학회.
- 전평국 (1998). 초등 수학교육의 이론과 실제, 서울: 교학사.
- 정원식·이상로·이성진 (1993). 현대교육심리학, 서울: 교육출판부.
- 정창현·양인환·양순렬·신성균 (1990). 산수와 학습 보조 자료의 효율적인 활용 방안, 한국수학교육학회지 시리즈 A <수학교육> 29(2), pp.117-139, 서울: 한국수학교육학회.
- Ashlock, R. B. (1990). Parents can help children learn mathematics. *Arithmetic Teacher* 38(3), pp.42-46.
- Bettina, L. A. (1995). *New Ways of Learning in the Workplace*, Columbus: College of Education, the Ohio State Univ., ED385778.
- Brown, J. S., Collins, A. & Duguid, P. (1989). Situated cognition and the culture of learning. *Educational Researcher* 18(1), pp.32-42.
- Bruneau, O. J. (1988). Involving parents in the mathematics education of their young handicapped child. *Arithmetic Teacher* 36(4), pp.16-18.
- Goldstein, S. & Campbell, F. A. (1991). Parents: A ready resource. *Arithmetic Teacher* 38(6), pp.124-127.
- Kanter, et. al. (1986). *Parent involvement strategies: A new emphasis on traditional parent roles. In designs for compensatory education: Conference proceedings and papers*, p.24.
- Kennedy, L. M. & Tipps, S. (1994). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. California: Wadsworth Press.
- Martin, H. D. & Patricia, B. A. (1994). *Doing Mathematics with Your Child*. Washington, D.C: U. S. Department of Education, ED372967.
- Mercer, C. D. (1997). *Students with Learning Disabilities*. N.J.: Macmillan Publishing Company.
- Mertterns, R., & Vass, J. (1990). *Sharing maths cultures: IMPACT (Inventing Maths for Parents and Children and Teachers)*. Philadelphia: Falmer Press.
- NCTM(1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM.
- Thompson, F. (1991). Two-digit addition and subtraction: What works? *Arithmetic Teacher*, 38(5), pp.10-13.

A Study on a Home Teaching Method to Prevent Slow Learner in Elementary School Mathematics

Lee, Youngha

Department of Mathematics Education, Ewha Womans University Seoul, Korea

Park, Huiyoun

Kumho Girl's Middle School, Shindang-6 dong, Jung-gu, Seoul, 100-456, Korea

The purpose of this paper is to present a specific set of home teaching methods in hopes to prevent slow learner of the elementary mathematics. This paper deals with the number and operations, one of five topics in the elementary mathematics

A survey of two hundred elementary school teachers was made to see the teacher's opinions of the role of home studying and to concretize the contents of the research topics. There were asked which is the most essential contents for the concrete learning and which is the most difficult monad that might cause slow learner. And those were found to be; counting, and arithmetic operations(addition and subtraction) of one or two-digit numbers and multiplication and their concepts representations and operations(addition and subtraction) of fractions.

The home teaching methods are based on the situated learning about problem solving in real life situations and on the active learning which induces children's participation in the process of teaching and learning. Those activities in teaching each contents are designed to deal with real objects and situations.

Most teaching methods are presented in the order of school curriculum. To teach the concepts of numbers and the place value, useful activities using manipulative materials (Base ten blocks, Unifix, etc.) or real objects are also proposed. Natural number's operations such as addition, subtraction and multiplication are subdivided into small steps depending upon current curriculum, then for understanding of operational meaning and generalization, games and activities related to the calculation of changes are suggested. For fractions, this paper suggest 10 learning steps, say equivalent partition, fractional pattern, fractional size, relationship between the mixed fractions and the improper fraction, identifying fractions on the number line, 1 as a unit, discrete view point of fractions, comparison of fractional sizes, addition and subtraction, quantitative concepts.

This research basically centers on the informal activities of kids under the real-life situation because such experiences are believed to be useful to prevent slow learner. All activities and learnings in this paper assume children's active participation and we believe that such active and informal learning would be more effective for learning transfer and generalization.

<부록-1> 교 사 용 설 문 지

초등학교 수학에서의 학습결손 예방을 위한 연구의 설문지

안녕하십니까? 저희는 이화여자대학교에서 수학교육을 전공하고 있는 대학원생입니다.

저희는 초등학교 수학 교수-학습시 발생하는 학생들의 학습 결손에 대해서 그 원인을 분석하고 학교 학습 내용의 강화가 학교 학습만으로는 충분할 수 없다는 가정 하에 학교 학습과 가정 학습의 효율적 연계를 통하여 학습결손을 예방할 수 있는 방안을 찾고자 합니다.

상기 연구의 효율성과 정확성을 기하기 위해 현직 교사 분들의 의견을 연구의 기초로 삼고자 합니다. 수학교육 발전과 꿈나무들을 위한 정성으로 적극 협조해주시기 바라오며 필요하시면 연구 결과를 보내드리겠습니다. 선생님의 의견은 연구 목적 이외에는 사용되지 않을 것입니다.

* 1번~5번 문항은 개인적 변수에 관한 문항입니다. 문항에 대한 응답은 공개되지 않으며 연구 목적 이외에는 절대로 사용되지 않을 것입니다. 보다 알찬 연구가 될 수 있도록 성실히 답하여 주시기를 부탁드립니다.

- 1) 현재 재직하고 계시는 학교는 어디입니까?
 ① 초등학교 ② 남자중학교
 ③ 여자중학교 ④ 중학교(공학)
- 2) 현재 재직하고 계시는 학교는 어디에 위치하고 있습니까?
 _____도 _____시 _____군
- 3) 선생님의 성별을 적어주십시오.
 ① 남 ② 여
- 4) 선생님의 연세는 어디에 해당됩니까?
 ① 29세 이하 ② 30~39세 ③ 40~49세
 ④ 50~59세 ⑤ 60세 이상

— 학생의 부정적 자아개념
(신념, 흥미 포함)

17) 선수학습 결손 학생을 위한 실제적 시행이 가능하면서도 가장 효과적인 지도법은 무엇이라고 생각하십니까?

- ① 학교에서의 결손 학생에 대한 개별적 보충학습
- ② 가정에서의 보충학습(개인과의 포함)
- ③ 학원 수강
- ④ 기타 _____

* 별첨의 단원별 필요 성취수준 정도에 대해 응답하여 주십시오.
(모두 답하시기 어려우시면 후속 학습을 위해 완전학습이 필요하다고 생각되는 단원만 표기에 주셔도 무방합니다.)
(별첨: 문항 6번)

* 1~5까지 해당 필요 수준에 O표 해주십시오.

< 수 영역 >

학년	단원명	수준	
수 영 역	초 1	세어 보기	1 2 3 4 5
		수(0~9)	1 2 3 4 5
		수놀이	1 2 3 4 5
		두자리의 수	1 2 3 4 5
		수의 가르기와 모으기	1 2 3 4 5
		묶어 세기	1 2 3 4 5
	초 2	세 자리의 수	1 2 3 4 5
		분수	1 2 3 4 5
	초 3	네 자리의 수	1 2 3 4 5
		분수	1 2 3 4 5
		소수	1 2 3 4 5
	초 4	큰 수(10000이상)	1 2 3 4 5
		분수	1 2 3 4 5
	초 5	배수와 약수	1 2 3 4 5
		분수와 소수	1 2 3 4 5
	초 6	정수와 거듭제곱	1 2 3 4 5
		수판셈	1 2 3 4 5
	중 1	집합	1 2 3 4 5
		자연수	1 2 3 4 5
		기수법	1 2 3 4 5
	중 2	유리수와 소수표현	1 2 3 4 5
근사값		1 2 3 4 5	

< 연 산 영 역 >

학년	단원명	수준	
연 산 영 역	초 1	덧셈과 뺄셈(기본수)	1 2 3 4 5
		덧셈과 뺄셈 (두 자리의 수)	1 2 3 4 5
	초 2	덧셈과 뺄셈 (세 자리의 수)	1 2 3 4 5
		곱셈의 기초	1 2 3 4 5
		곱셈	1 2 3 4 5
	초 3	나눗셈	1 2 3 4 5
		덧셈과 뺄셈 (네 자리의 수)	1 2 3 4 5
		곱셈	1 2 3 4 5
	초 4	나눗셈	1 2 3 4 5
		자연수의 혼합계산	1 2 3 4 5
		나눗셈	1 2 3 4 5
		분수의 덧셈과 뺄셈	1 2 3 4 5
	초 5	소수의 덧셈과 뺄셈	1 2 3 4 5
		분수의 덧셈과 뺄셈	1 2 3 4 5
	초 6	분수의 곱셈	1 2 3 4 5
		분수의 나눗셈	1 2 3 4 5
		소수의 나눗셈	1 2 3 4 5
	중 1	분수와 소수의 계산	1 2 3 4 5
		분수와 소수의 혼합계산	1 2 3 4 5
		양수와 음수	1 2 3 4 5
	중 2	수의 계산	1 2 3 4 5
문자와 식		1 2 3 4 5	
중 2	단항식의 계산	1 2 3 4 5	
	다항식의 계산	1 2 3 4 5	

* 인쇄심을 갖고 응답해주신 선생님께 다시 한번 진심으로 감사드립니다. 선생님의 노고는 우리 나라 가정교육, 사교육의 바른 정착을 위해 큰 힘이 될 것입니다.