

초등수학에서 기하판 활용방안 탐색

김민경(이화여자대학교 초등교육과)

I. 들어가는 글

일반적으로 대부분의 학생들이 도형 학습에 있어 도형 개념의 이해 및 도형간의 관계 이해 등 기하의 추상적인 개념 학습에 많은 어려움을 나타내고 있다. 이에 수학 교수-학습 활동 과정에서 요구되는 일련의 내용을 학습자에게 조직적으로 전달, 제공하고 교사와 학습자 사이에 보다 효율적인 의사소통을 가능하게 하는 방법으로 교수 매체의 활용, 그 중에서도 구체적 조작물의 활용을 들 수 있다.

특히 학습자들이 도형의 추상적인 개념을 이해하는데 다양한 구체적 조작물(concrete materials 또는 manipulative materials)을 직접 손으로 만져보고 활용함으로써 수학적 학습에서의 효과를 기대할 수 있다. 이는 구체적 조작물을 이용한 조작 활동을 통하여 학습자는 구체적인 수준에서 추상적인 단계로 나아갈 수 있기 때문이다.

우리나라 제7차 수학과 교육과정에서도 교수·학습에서 구체적 조작물의 적극적인 활용을 권장하고 있으며 교과서 내에서 수모형, 분수타일, 모형 시계 등의 활용이 소개되고 있다. 구체적 조작물 중에서 초등수학에서 다양하게 활용할 수 있는 기하판(geoboard)은 다각형의 모양 관찰, 둘레·길이 측정, 넓이 측정 등 도형과 측정에 해당하는 내용뿐 아니라 수와 연산 및 규칙성 찾기의 교수-학습이 가능하여 초등수학 학습에 폭넓게 활용될 수 있다.

이에 본 고에서는 초등수학교육과정에서의 수학 교수-학습의 효율성을 위해 기하판을 이용한 학습자의 구체적 조작 활동을 통한 수학적 개념 이해 증진 방안을 모색해 보고자 한다.

II. 초등수학에서 구체적 조작물의 활용

1. 수학교육에서 구체적 조작 활동의 필요성

수학교육에 있어 지난 세기에 걸쳐 학습자의 구체적인 학습을 위한 매체로 많은 교실에서 상업적인 혹은 교사가 직접 제작한 교구가 사용되어 왔다(Kennedy & Tipps, 2000). 또한 수학교육에서의 구체적 조작물의 효과에 관해 많은 연구들(Canny, 1984; Fennema, 1972; Suydam, 1984 등)이 학습자가 구체적 조작물 없이 학습할 때보다 이를 사용하며 학습할 때 구체적인 단계에서 보다 추상적인 단계로 연계시키는데 더 효과가 있음을 나타낸 바 있다.

NCTM(1991)은 교사가 학습자의 담화를 강화시키는데 구체적인 조작물을 그 도구로 사용할 것을 권장하고 있다. 수학 교과서의 실제 수업에서 비교적 수월하게 활용할 수 있는 교수-학습 자료의 한 종류인 교구나 모형은 교사나 학생 스스로 손쉽게 제작, 사용할 수 있다. 그 종류로는 큐브(예, 유니픽스(Unifix), 수모형(Base Ten Block), 퀴즈네어 로드(Cuisenaire rod 등), 주사위, 탱그램(Tangram), 디즈 블록(Dienes Block), 패턴 블록(Pattern Block), 속성 블록(Attribute Block), 분수 타일(Fraction tile), 모형(예, 모형 시계, 모형 화폐 등), 기하판(Geoboard), 미라(mira) 등을 들 수 있다.

초등학교 학생들의 인지 발달은 주로 구체적인 조작 활동을 통해 일어남으로써 학습자가 스스로 실험해 볼 수 있는 경험이 매우 중요하게 부각되고 있다(강완, 백석윤, 1998; 강지형 외, 1999; Fennema, 1972). 그리하여 우리나라도 최근 제7차 수학과 교육과정(교육부, 1997)의 교수·학습 과정에서 조작적 활동에 의한 발전 및 교수·학습에서 구체적 조작물의 적극적인 활용을 강조하고 있다.

특히 초등수학에서 활용가능한 교육기자재로 십진막대, 분수막대, 점판, 계산기 등을 권장하고 있는 실정이다. 그

리하여 최근, 대수모형(김남희, 2000a), 퀴즈네어 막대(김남희, 1999; 이영주, 장인옥, 김동우, 1999), 탱그램(김남희, 2000b; 김효정, 1995; 이인환, 류기천, 이석희, 1999), 던즈블록(김남희, 1999) 등과 같은 구체적 조작물의 활용에 관한 연구 및 조작교구에 관한 전반적인 논의(김수미, 2000), 수학교육에서 교수매체에 대한 교사, 학생, 학부모의 인식 조사 연구(김민경, 노선숙, 2001)가 진행된 바 있다. 특히 기하판의 활용에 관하여 황우형, 이지연(2000)은 중학교 학생들을 대상으로 기하판을 활용한 피타고라스 정리의 발견 및 이해 수업에서의 효과에 관한 질적연구를 실시한 바 있다.

김민경, 노선숙(2001)의 교수매체에 관한 인식 연구에서는 전국에 있는 초, 중, 고등학교의 교사, 학부모, 학생들을 대상으로 수학교육에서 교수매체에 대한 인식을 조사, 분석하였다. 이 연구에서는 수학교과에서의 교수 매체의 활용에 대하여 교사, 학생, 학부모의 활용 정도를 파악하고, 활용 효과에 대한 인식 조사를 살펴본 결과, 초등학교 교사들의 경우 구체적 조작물, 시청각 자료, 계산기를 다른 학교급에 비해 더 많이 활용하는 것으로 나타났다. 또한 교사들이 효과적이라고 인식하고 있는 교육기자재로는 구체적 조작물로 나타난 반면, 학생들이 가장 효과적이라고 인식하고 있는 교육기자재는 중학생과 실업계 고등학교의 경우는 인터넷/PC 통신자료라고 응답하였다. 구체적 조작물과 시청각자료의 경우 다른 학교급의 교사보다 초등학교 교사가 효과적이라고 답하였다.

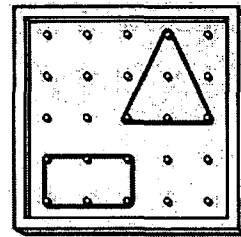
한편, 수학 교사들의 교육기자재 활용 정도와 교사들이 인식하는 활용 효과간의 상관관계를 살펴본 결과, 유의미한 상관관계가 나타남으로써 교육기자재를 많이 활용하는 시도를 해 본 교사일수록 그 효과를 인식하는 것을 알 수 있다. 이와 관련하여, 대부분의 교사가 교수매체를 활용한 교수-학습방법에 관한 효과적인 교수법이 부족하다고 나타냈으며 특히 초등학교 교사들이 중고등학교 교사들보다 효과적인 교수법이 더 부족하다고 느끼고 있는 것으로 나타난 바 있다.

김민경, 노선숙(2001)의 연구에서 보여주듯이 수학교육 현장에서 구체적 조작물의 활용에 관하여 교사와 학생 모두 그 필요성을 인식하고 있는 현실에서 초등수학에서 구체적인 교구에 관한 활용 방법에 관한 연구가 시급하다고 볼 수 있다. 이에 초등수학에서 활용될 수 있는 교구 중 수학의 모든 영역에 걸쳐 다양하게 활용 가능한 기하판에 관한 구체적인 활용 방법에 대해 알아보려고 한다.

2. 기하판

영국의 수학교육학자 가테노(Gattegno)가 개발한 기하판(geoboard)은 플라스틱이나 나무 판 위에 여러 간격의 격자점에 못을 박아 고무줄을 걸어 원하는 도형을 만들 수 있어 도형에 대한 흥미와 친숙감을 갖게 할 수 있다. 기하판은 다양한 삼각형, 사각형, 다각형 등의 모양 관찰, 둘레·길이 측정, 넓이 측정, 특히 삼각형과 사각형의 등적 변형 등 도형과 측정에 해당하는 많은 내용뿐 아니라 수 감각 및 규칙성 찾기의 교수-학습이 가능하여 수학 학습에 폭넓게 활용될 수 있다(Kennedy, 1993; Lamphere, 1995; Smith, 1993).

활용가능한 기하판으로는 정사각형 격자점에 못을 박은 정사각-격자 기하판, 정삼각형과 정육각형 등을 포함하는 입체도형의 겨냥도 학습이 가능한 정삼각-격자 기하판, 그리고 원에 관련한 학습뿐 아니라 분수, 약수 등에 이용 가능한 원형 기하판이 있다. 이 중에서 특히 정사각-격자 기하판([그림 1] 참조)은 가장 많이 이용되는 기하판으로서, 초등학교 저학년은 5x5 기하판을, 초등학교 고학년이나 중학교 이상에서는 7x7 혹은 11x11 기하판을 사용할 수 있다.



[그림 1] 정사각-격자 기하판

기하판은 수학교육의 전영역에 걸쳐 다양하게 활용가능한 교구로써 전반적으로 다음과 같은 활용영역으로 구분할 수 있다.

- 수와 연산 영역에서의 수 감각 발달 및 연산을 위한 지도: 고무줄로 도형을 만들어 격자점의 개수를 찾으며 덧셈과 곱셈식으로 나타낼 수 있다.
- 도형 영역에서의 다양한 도형의 구성요소 지도: 기하판을 도형 학습에 활용하는 가장 기본적인 단계로써 학습자가 다양한 도형을 만들어 보며 다양한 다각형의 구성요소를 찾아낼 수 있다.

- 도형 영역에서의 평행이동, 대칭이동, 도형 움직이기 지도: 점대칭 이동과 선대칭 이동, 도형 움직이기 학습이 가능하다.
- 측정 영역에서의 도형의 측정 지도: 다양한 도형의 면적, 둘레, 등적변형 등을 이해할 수 있다.
- 확률과 통계 영역에서의 표와 그래프 지도: 기하판을 좌표평면으로 활용하여 간단한 그래프 자료를 표현할 수 있다.
- 함수와 규칙성 영역에서의 규칙성 찾기 지도: 기하판 위에서 변화하는 도형의 모습을 관찰하며 다음에 나타날 도형에 대한 예상 및 도형 변화의 규칙을 찾아낼 수 있다.

이러한 기하판을 이용한 학습은 학습자가 스스로 구체적인 조작 활동을 함으로써 도형에 관한 흥미와 학습 동기 유발, 지필 활동이 아닌 동적인 활동으로 인한 생동감 있는 학습, 간편한 수정으로 오류나 실수에 대한 부담감 감소, 수학영역의 다양한 경험을 통한 수학적 개념 및 관계 이해 등에 도움을 줄 수 있다는 장점에 있다. 반면, 한 변을 중심으로 도형과 도형이 만나는 경우 공유하는 변이 겹치게 보이지 않고 변 사이의 간격이 벌어져 나타나며, 주어진 다각형의 모서리를 통해 각을 관찰할 때, 각의 끝부분이 뾰족하지 않고 둥글게 나타나 학습자의 각의 개념에 혼동을 일으킬 수 있으며, 직접 만든 기하판의 경우 못이나 압정 사용으로 인한 안전이 요구된다는 단점이 있다.

III. 초등수학 교수

-학습을 위한 기하판 활용 방안

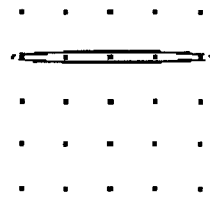
초등수학에서의 기하판의 활용은 매우 다양하게 이루어질 수 있는데 우리나라 제7차 교육과정의 영역에 근거하여 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 그리고 함수와 규칙성 영역에서 그 가능성을 알아보려고 한다. 또한 인터넷 상에서의 프로그램 조작이 가능한 웹 사이트를 소개함으로써 멀티미디어적 상호작용의 가능성을 소개하고자 한다.

1. 수와 연산 영역에서의 수 감각 발달 및 연산 지도

고무줄로 격자점과 격자점을 연결함으로써 다양한 도형을 만들어 격자점의 개수를 찾으면서 수세기를 익힐 수 있으며 격자점들의 합하기와 빼기로 덧셈과 뺄셈을 익힐 수 있으며 기하판에 다양한 직사각형 모양을 만들면서 넓이 개념을 이용한 곱셈 개념을 익힐 수 있다.

활동 1: 기하판의 격자점 세기를 통한 수세기와 덧셈, 뺄셈 지도

고무줄로 격자점과 격자점을 연결함으로써 다양한 도형을 만들어 격자점의 개수를 찾으면서 수세기를 익힐 수 있으며 격자점들의 합하기와 빼기로 덧셈과 뺄셈을 익힐 수 있다. [그림 2]는 격자점 5를 나타내는 활동을 나타낸다.



[그림 2] 기하판을 이용한 수세기

활동 2: 직사각형을 이용한 곱셈 구구 지도

기하판에 여러 가지 다양한 모양과 크기를 갖는 직사각형 모양을 만들어 봄으로써 넓이 개념을 이용한 곱셈 개념을 익힐 수 있다.

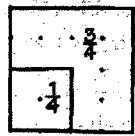
활동 3: 기하판에서 분수 나타내기 활동을 통한 분수 개념 지도

(1) 2×2 직사각형의 모양을 만든 후 이를 똑같이 나누는 방법을 찾아보며 전체의 크기와 나누어진 부분의 크기를 비교하여 이를 표현해 보도록 한다.

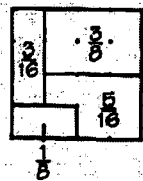
(2) 짝과 함께 기하판에 $\frac{1}{2}$ 을 표현해보도록 하며 기하판 전체가 1이라고 할 때, 얼마나 많은 방법으로 $\frac{1}{2}$ 을 표현할 수 있는지 그 방법을 기록하고, $\frac{1}{2}$ 을 알아낸 방법에 대해 설명하도록 한다.

(3) $\frac{1}{2}$ 뿐 아니라 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$ 등을 기하판에 표현해 보도록 한다.

록 지도한다. 다음의 [그림 3]과 [그림 4]는 각각 $\frac{1}{4}$ 과 $\frac{1}{8}$ 을 나타내는 예이다.



[그림 3] 기하판에서의 $\frac{1}{4}$



[그림 4] 기하판에서의 $\frac{1}{8}$

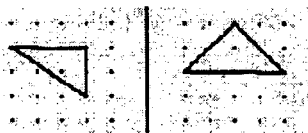
2. 도형 영역에서의 다양한 도형의 구성요소 지도

기하판을 도형 학습에 활용하는 가장 기본적인 단계로써 학습자가 다양한 도형을 만들어 보며 다양한 다각형의 구성요소를 찾아낼 수 있다.

활동 1: 삼각형 지도

(1) OHP용 기하판을 이용하여 직각이등변삼각형을 제시한 후 무슨 모양인지 질문하여 학습자의 반응을 살핀다. 반응으로는 직각삼각형, 이등변삼각형, 직각이등변삼각형과 같은 답이 나올 수 있는데 왜 직각이등변삼각형이라고 부르는가에 관해 학생들의 의견을 나누도록 한다.

(2) 기하판에 삼각형을 나타내 보도록 한 후([그림 5] 참조), 각각의 삼각형을 분류하여 직각삼각형([그림 6]), 예각 삼각형([그림 7]), 둔각 삼각형([그림 8]) 등으로 구분하도록 지도한다.



[그림 5] 기하판에서 삼각형 나타내기



[그림 6] 직각삼각형



[그림 7] 예각 삼각형



[그림 8] 둔각 삼각형

(3) 다음과 같은 다양한 삼각형을 기하판에 나타내보도록 지도한다.

- ① 변이 3개이고 한 각이 직각인 도형
- ② 변이 3개이고 한 각이 둔각인 도형
- ③ 변이 3개이고 두 각이 예각인 도형
- ④ 변이 3개이고 두 변의 길이가 같은 도형

활동 2: 사각형 지도

(1) 기하판에 사각형, 직사각형, 평행사변형, 마름모, 정사각형 등의 모양을 만들며 각각의 공통점과 차이점을 찾아 사각형간의 관계를 찾아볼 수 있도록 한다.

(2) 다음과 같은 다양한 사각형을 기하판에 나타내 보도록 지도한다.

- ① 변이 4개이고 한 각이 예각인 도형
- ② 변이 4개이고 한 각이 둔각인 도형
- ③ 변이 4개이고 마주 보는 한 쌍의 변이 서로 평행인 도형
- ④ 변이 4개이고 마주 보는 두 쌍의 변이 서로 평행인 도형
- ⑤ 변이 4개이고 네 변의 길이가 모두 같은 도형
- ⑥ 대각선이 모두 2개이고 두 대각선이 서로 수직인 사각형
- ⑦ 대각선이 모두 2개이고 두 대각선이 서로 수직이며 길이가 같은 사각형

활동 3: 다각형 지도

삼각형과 사각형 뿐 아니라 오각형, 육각형 등을 이용

하여 다각형간의 관계를 찾도록 한다.

3. 도형 영역에서의 평행이동, 대칭이동, 도형 움직이기 지도

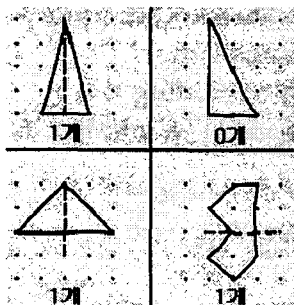
기하판에 학습자가 만든 도형을 점대칭 이동과 선대칭 이동을 시켜 볼 수 있으며 또한 도형 자체가 선대칭 도형 혹은 점대칭 도형인지 판단하여 대칭선을 그어 봄으로써 점대칭 이동과 선대칭 이동 지도가 가능하다. 또한 주어진 도형을 기하판을 이용하여 여러 가지 방법으로 옮기거나 돌리기를 함으로써 도형 움직이기 지도가 가능하다.

활동 1: 정사각형에서 대칭선 찾기 지도

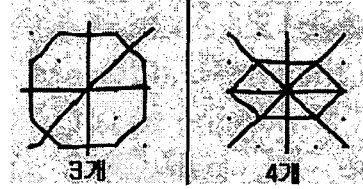
OHP용 기하판에 정사각형을 만들게 하여 그 모양이 거울에 비친 모양과 같이 보일 수 있도록 그 정사각형을 나누는 방법에는 몇 개 있을지 알아보도록 한다. 정사각형을 반으로 접는 상상을 해 봄으로써 접힌 양쪽 면의 모양이 거울에 비친 모습처럼 보이는지 확인해 보도록 하며 여기서 접은 선이 대칭선이라는 개념을 지도한다.

활동 2: 기하판에 대칭선의 개수가 다양한 모양 만들기 지도

기하판에 대칭선이 한, 두, 세 개 또는 전혀 없는 모양을 만들 수 있는지 알아보도록 한다. 학습자가 만드는 각각의 도형에서 대칭선을 기록하고, 어떻게 대칭선을 찾았는지 설명하게 한다([그림 9] 참조). 이 경우 [그림 10]과 같이 주어진 도형의 대칭선을 잘못 찾는 경우도 나타날 수 있다.



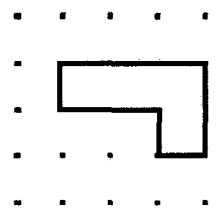
[그림 9] 주어진 도형에서 대칭선의 개수가 다양하게 나타남



[그림 10] 주어진 도형의 대칭선을 올바르게 찾지 못한 경우

활동 3: 기하판을 이용하여 도형 움직이기 지도

[그림 11]과 같이 기하판 위에 7자 모양 도형을 만들어 본 후 그 모양을 오른쪽으로 90° 돌리는 경우 생기는 모양을 모눈종이에 그려보게 할 수 있다. 추측하여 그린 모양과 기하판 위의 모양을 직접 오른쪽으로 90° 돌린 경우 나타나는 모양을 비교함으로써 도형 움직이기 지도가 가능하다.



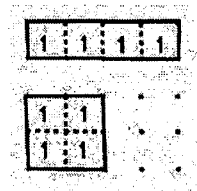
[그림 11] 기하판에 7자 만들기

4. 측정 영역에서의 도형의 측정 지도

기하판에 도형을 직접 만들어보고 측정함으로써 다양한 도형의 면적, 둘레, 등적 변형 등을 이해할 수 있다.

활동 1: 직사각형의 넓이 지도

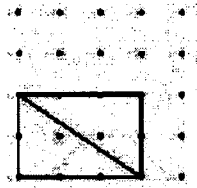
단위 면적 1을 이용하여 다음의 [그림 12]와 같이 주어진 직사각형의 넓이를 구해보도록 지도한다.



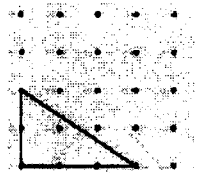
[그림 12] 단위면적을 이용한 직사각형 넓이

활동 2: 삼각형의 넓이 지도

(1) 단위 면적 1을 나타내는 정사각형 단위를 이용하여 다음의 [그림 13]에서 나타난 직사각형의 넓이를 알아본 후 그 직사각형의 반을 나타내는 [그림 14]의 삼각형의 넓이를 생각해보도록 하여 직사각형과 그 절반의 삼각형 면적의 관계를 찾아내도록 지도한다.

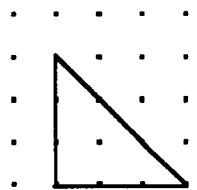


[그림 13] 직사각형의 넓이

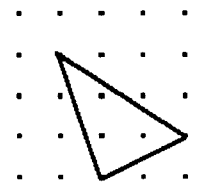


[그림 14] 직사각형 넓이의 반인 삼각형

(2) 다음의 [그림 15]와 [그림 16]과 같은 모양이 다른 두 삼각형의 넓이가 같은지 다른지 알아보도록 지도한다. 이를 통하여 여러 가지 모양을 갖는 삼각형들의 넓이 구하는 학습을 지도할 수 있다.

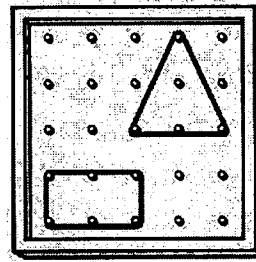


[그림 15] 삼각형의 넓이 구하기(1)



[그림 16] 삼각형의 넓이 구하기(2)

(3) 삼각형과 직사각형의 넓이 관계를 이해하기 위하여 OHP용 기하판에 아래의 [그림 17]과 같이 직사각형과 삼각형을 만들어 학생들이 짝을 지어 각각의 넓이를 재어보도록 하여 두 도형의 넓이가 같은지 다른지 그들의 생각을 표현하도록 지도한다.

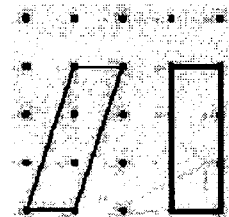


[그림 17] 직사각형과 삼각형의 넓이

(4) 같은 넓이를 가지면서 모양이 다른 삼각형을 찾아볼 수 있는지 알아보도록 한다. 넓이를 선택해서 그 넓이를 가진 삼각형을 만들어보고 기록하게 한 후 어떻게 각각의 넓이를 구했는지 설명하게 한다.

활동 3: 등적변형을 이용한 평행사변형, 마름모의 넓이 지도

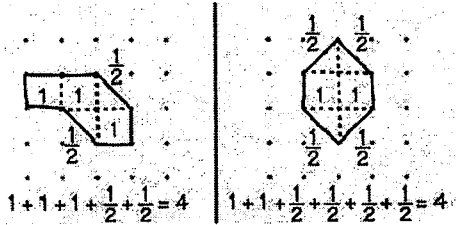
등적변형을 이용하여 다음의 [그림 18]과 같은 평행사변형과 직사각형의 넓이가 같게 됨을 발견하도록 지도한다.



[그림 18] 등적변형을 이용한 평행사변형과 직사각형의 넓이 구하기

활동 4: 다양한 도형의 넓이 지도

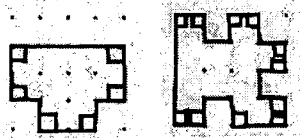
다음 [그림 19]와 같이 다양한 도형의 넓이를 구하도록 지도한다.



[그림 19] 다양한 도형의 넓이

활동 5: 다양한 도형의 둘레 지도

기하판에서 직각으로만 이루어진 도형([그림 20] 참조)의 둘레를 구함으로써 평면도형의 둘레 지도가 가능하다.



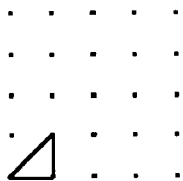
[그림 20] 도형의 둘레

5. 확률과 통계 영역에서의 표와 그래프 지도

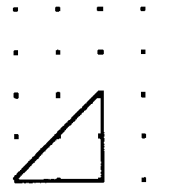
기하판을 좌표평면으로 활용하여 간단한 그래프 자료를 표현할 수 있다. 정사각-격자 기하판을 이용하여 단순한 모양의 막대그래프나 띠 그래프 지도가 가능하며 원형 기하판을 이용하여 원그래프 지도가 가능하다.

6. 함수와 규칙성 영역에서의 규칙성 찾기 지도

활동 1: 규칙에 따라 여러 가지 무늬 꾸미기 지도
기하판 위에서 [그림 21]과 [그림 22]와 같이 변화하는 도형의 모습을 관찰하며 다음에 나타날 도형에 대한 예상 및 도형 변화의 규칙을 찾아낼 수 있다.



[그림 21] 모양 1

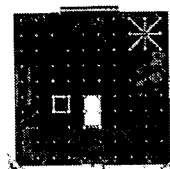


[그림 22] 모양 2

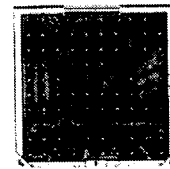
7. 웹 사이트상의 e-geoboard의 활용

이러한 교구는 직접 만들어 사용하거나 상업적인 교구를 구입하여 사용할 수 있으며 특히 웹에서 지원하는 프로그램을 이용하여 웹 사이트 상에서 직접 활용이 가능한 다양한 기하판 활용 학습을 할 수 있다. 다음은 웹 상에서의 기하판 활용이 가능한 웹 사이트 들이다.

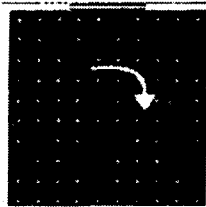
- EDMARK의 "Build a Better Mouse House": 웹 상의 기하판의 격자점과 격자점을 이음으로써 원, 삼각형, 정사각형, 직사각형과 같은 다양한 도형과 다양한 색을 이용하여 Mille의 집을 지어주는 활동 (<http://www.mathclub.com/activity/3to5/3-5geo.html>) ([그림 23] 참조)
- EDMARK의 "Symmetry Tree": 주어진 도형이 대칭인지 알아보거나 주어진 도형을 선대칭되게 나머지 부분을 완성하는 활동 ([그림 24] 참조) (<http://www.mathclub.com/activity/5to8/5-8geo.html>)
- EDMARK의 기하판 다운로드 사이트: 기하판위의 격자점을 이용하여 다양한 다각형을 제작할 수 있으며 회전이동 ([그림 25] 참조)이나 면적을 구하는 문제 ([그림 26] 참조) (<http://www.mathclub.com/download/download.html>)
- 성균관대학교의 양정모 교수의 버츄얼 칠판: 단위면적을 이용하여 주어진 다각형의 면적을 구하는 활동 (<http://math.skku.ac.kr/~mong/k-wbi/Bin/Instructions/geoboard.html>) ([그림 27] 참조)



[그림 23] 집 만들기



[그림 24] 대칭 나무



[그림 25] 회전 이동



[그림 26] 면적 구하기

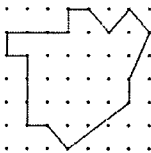
예제 1. 아래의 사각형이



우리의 단위 면적입니다. 아래의 모양을 옆의 칠판에 만들고 각각의 면적을 구해보세요.

Hint: 모양안에 정사각형이 몇 개 포함되었는지를 세어보세요.

모양 1:



모양 1의 면적=



[그림 27] 버추얼 칠판

IV. 마치는 글

수학적 교수-학습 과정에서 교수-학습 활동에 요구되는 내용을 학습자에게 조직적으로 전달, 제공하여 교사와 학습자 사이에서 보다 효율적인 의사소통을 가능하게 하며 학습자의 추상화 과정에 도움을 주는 방법으로 구체적 조작물의 활용을 들 수 있다. 이에 초등수학 교수-학습과정에서 학습자의 수학적 개념 학습의 효율성 증진을 위해 구체적 조작물 중 기하판(geoboard)을 이용한 구체적 조작 활동을 구체적으로 다음과 같은 영역에서 살펴보았다.

- (1) 수와 연산 영역에서의 수 감각 발달 및 연산을 위한 지도
- (2) 도형 영역에서의 다양한 도형의 구성요소 지도
- (3) 도형 영역에서의 평행이동, 대칭이동, 도형 움직이기 지도
- (4) 측정 영역에서의 도형의 측정 지도
- (5) 확률과 통계 영역에서의 표와 그래프 지도
- (6) 함수와 규칙성 영역에서의 규칙성 찾기 지도

여기서 주목하여야 할 점은 구체적 조작물이 학습자의 학습에 효과적으로 작용하기 위해서는 교사가 교구의 다양한 활용 방법에 충분히 준비되어 있어야 한다는 것이다. 그렇지 않다면 교구를 사용하지 않았을 때보다 학습자에게 더 많은 오개념을 가져올 수도 있다는 점을 인식하여야 한다. 그러므로 수학교육에서 교구의 활용에 따른 수학적 교수-학습의 증진을 위해서는 이에 관한 체계적인 교사교육이 선행되어야 하며 이에 관한 후속 효과 연구도 병행되어 학생들의 수학적 개념 형성 및 수학적 힘의 신장에 꾸준히 노력하여야겠다.

참고 문헌

강완·백석운 (1998). 초등수학교육론. 동명사.

강지형 외 (1999). 7차 교육과정에 의한 초등수학교육. 서울: 동명사.

교육부 (1997). 제7차 수학과 교육과정.

김남희 (1999). 수학의 기본 구조 지도와 단즈블럭. 대한수학교육학회지 학교수학 1(1), 305-324.

김남희 (2000a). 교구이용에 대한 교수학적 논의 - 대수 모델의 활용사례를 통한 효과 분석을 중심으로, 학교수학 2(1), 29-51.

김남희 (2000b). 탱그램 활용을 통한 수학적인 생각의 구체화. 학교수학 2(2), 563-587.

김민경·노선숙(2001, 게재중). 수학교육에서 교수매체에 대한 교사, 학생, 학부모의 인식 조사 연구. 수학교육 40(2).

김수미(2000). 수학교육에서의 조작교구에 관한 연구. 학교수학 2(2), 459-474.

김효정(1995). 구체적 조작물을 이용한 활동 지향적 수학 수업에 관한 연구. 교육학석사 학위 논문. 이화여자대학교 교육대학원.

이영주·장인옥·김동우(1999). 수학교육에서의 퀴즈네어 막대 활용방안. 한국수학교육학회지 시리즈 F, <수학교육학술지> 3, 29-67.

이인환·류기천·이석희(1999). 수학교육과 탱그램 활동. 한국수학교육학회지 시리즈 F<수학교육학술지> 3, 139-168.

Canny, M.E. (1984). The relationship of manipulative materials to achievement in three areas of

- fourth-grade mathematics: Computation, concepts, and problem solving. *Dissertation Abstracts International*.
- Fennema, E. (1972). Models and mathematics. *Arithmetic Teacher*, 19(6), pp.635-39.
- Kennedy, J. (1993). Problem solving on geoboards. *Mathematics Teacher*, 86(1), pp.82.
- Kennedy, L.M., & Tipps, S. (2000). *Guiding Children's Learning of Mathematics*. Wadsworth: Stamford, CT.
- Lamphere, P. (1995). Investigations: Geoboard patterns and figures. *Teaching Children Mathematics*, 1(5), pp.282-86.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. Reston, VA: Author.
- Smith, L.R. (1993). Multiple solutions involving geoboard problems. *Mathematics Teacher*, 86(1), pp.25-29.
- Suydam, M.N. (1984). Research report: Manipulative materials. *Arithmetic Teacher*, 31(5), pp.27.
- Suydam, M.N., & Higgins, J.L. (1977). Activity-based learning in elementary school mathematics: Recommendations from research. Columbus: ERIC/SMEAC Information Center, Ohio State University.
- Sheffield, L.J. & Cruikshank, D.E. (2000). *Teaching and learning elementary and middle school mathematics*. New York: John Wiley & Sons, INC.
- <http://www.mathclub.com/activity/3to5/3-5> geo.html
- <http://www.mathclub.com/activity/5to8/5-8> geo.html
- <http://www.mathclub.com/download/download.html>
- <http://math.skku.ac.kr/~mong/k-wbi/Bin/Instructions/geoboard.html>

Investigation of Geoboards in Elementary Mathematics Education

Kim, Min Kyeong

Department of Elementary Education, Ewha Womans University, Seoul, Korea. mkkim@mm.ewha.ac.kr

Over the years, the benefits of instructional manipulatives in mathematics education have been verified by classroom practice and educational research. The purpose of this paper is to introduce how the instructional material, specifically, geoboard could be used and integrated in elementary mathematics classroom in order to develop student's mathematical concepts and process in terms of the following areas:

- (1) Number & Operation : counting, fraction & addition/subtraction/multiplication
- (2) Geometry : geometric concepts
- (3) Geometry : symmetry & motion
- (4) Measurement : area & perimeter
- (5) Probability & Statistics : table & graph
- (6) Pattern : finding patterns

Further, future study will continue to foster how manipulatives will enhance children's mathematics knowledge and influence on their mathematics performance.