

직각 엘보우를 가진 사각덕트 내의 유속측정에 관한 연구

윤영환[†], 배택희*, 박원구

창원대학교 기계공학과, *창신대학 건축설비과

Velocity Measurement in a Rectangular Duct with 90° Mitered Elbow

Young Hwan Yoon[†], Taeg Hee Bae*, Won Gu Park

Department of Mechanical Engineering, Changwon National University, Changwon 641-773, Korea :

*Department of Architectural Equipment, Changshin College, Masan 630-764, Korea

(Received August 30, 2001; revision received November 23, 2001)

ABSTRACT: Analysis of fluid flow in rectangular ducts has been conducted since it has a wide application. The purpose is to provide experimental data for the comparison with computational results. Velocity distributions inside a rectangular duct with 90° mitered elbow are measured by 5W laser doppler velocity meter for Reynolds numbers of 4,049, 8,104, and 12,186. Flow rates obtained by the integration of measured velocity profile at three cross-sections, which are inlet, middle section after the elbow, and outlet, have errors less than 0.9% among them. Turbulent fluctuation components in two directions are found to have almost similar magnitude each other at a certain location due to the isotropic characteristic of turbulence.

Key words: Rectangular duct flow(사각덕트 유동), 90° mitered elbow(직각 엘보우), Laser doppler velocity meter(레이저 도플러 유속계), Turbulent fluctuation components(난류성분)

기 호 설 명

m : 측정입자 수
 U : x 방향 유속성분
 W : z 방향 유속성분
 U_i, W_i : 입자 i 의 유속성분
 Re : Reynolds 수

하첨자

RMS : Root mean square

1. 서 론

건축설비의 고성능화, 정밀화 및 자동화가 지속적으로 요구되고 있어, 공기조화시스템의 덕트 내 유동을 정확히 해석하는 것은 설계, 운용 및 운전효율 향상을 위해 필요하다. 또한 산업현장에서 열기관이나 유체기계에 연결된 덕트 시스템의 최적설계로 장치의 효율, 안정성 및 경제 등에 큰 영향을 미치고 있다. 따라서 덕트 내의 유동 특성을 규명하는 기초자료가 필요하다.

공조시스템에 사용되는 관로는 여러 형태로 구성된 관로로 이루어져 있는데, 그 예로서 Yoon⁽¹⁾은 원통과 사각통을 결합한 도관이나 곡관부로 구성된 배관에 대해 연구한 바 있으며, Lim et al.⁽²⁾은 사각의 종횡비가 다르게 구성된 배관에 연구한 바 있다.

[†] Corresponding author

Tel.: +82-55-279-7501; fax: +82-55-275-0101

E-mail address: yhyoon@sarim.changwon.ac.kr

본 논문에서는 2차원 레이저 유속계로 배관 내의 유속을 측정하기 위해 사각의 중횡비를 6×20 cm으로 하여 3차원 유속 방향 중 6 cm 폭 방향은 거의 유속이 영이므로 주 속도 방향인 x방향과 폭 20 cm 방향은 z방향의 두 유속을 측정하였다.

본 연구의 목적은 덕트 곡관부 전후의 유동 현상을 실제로 규명하여 이 실험 결과들과 수치해석 결과를 비교해 보기 위한 자료를 마련하는 데 있다.

배관 계통의 수치해석을 위해서 우선 입구 경계조건이 필요하다. 그러나 Kim⁽³⁾ 및 Kim and Kim⁽⁴⁾은 각각 배관과 풍동 내에 3차원 유동해석을 하면서 다른 논문에서 수행한 실험결과와 비교하였는데 입구 경계조건에 대해 언급이 없거나 일정한 값을 주고 있다. 더욱 난류유동계산을 위해 주로 $K-\epsilon$ 모형을 많이 쓰고 있는데 위의 두 논문에서는 K 와 ϵ 의 입구 경계조건에 대해 전혀 언급이 없거나, Choi et al.⁽⁵⁾은 입구에서 난류강도를 입구속도의 0.3%를 주거나 Chen and Yoon⁽⁶⁾에서는 입구에서 난류강도를 입구속도 자승의 0.5%로 주어 예제를 계산하고 있다. 그러나 본 논문에서는 입구 단면에서 난류를 직접 측정하여 수치해석 계산의 입구 난류조건으로 사용할 수 있도록 한다.

또한 Lin et al.⁽⁷⁾들은 HVAC 덕트에서 덕트 출구에서 계산결과와 실험결과를 비교하였으나 본 논문에서는 덕트 출구뿐만 아니라 곡관을 지나 출구와의 중간 단면에서도 유속 및 난류강도분포를 측정하여 유체가 곡관을 지나 어떤 유속분포 및 난류분포가 되는지를 규명하였다.

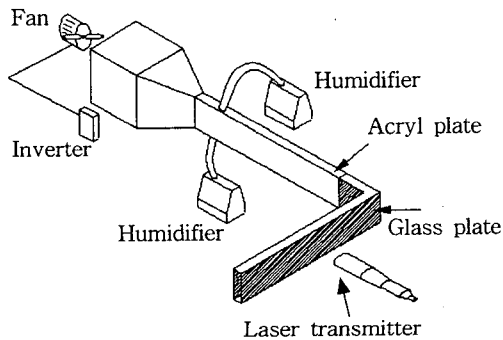


Fig. 1 Schematic diagram of experimental apparatus.

2. 실험장치 및 실험방법

2.1 실험장치

본 실험장치는 Fig. 1과 같이 송풍팬에 의해 공기가 송풍되며 모터는 인버터에 의해 회전수가 변경되어 풍량은 제어할 수 있다. 송풍된 공기는 수축부를 지나서 상하 2곳에 가습기에 의해 입자가 공급된다. 공기와 수분무의 혼합기체가 측정부인 L자형 사각 덕트를 지나 배출된다. 측정부 이전의 배관은 아크릴 판으로 구성했으며 측정부는 레이저 유속계의 레이저 빔(beam)의 투과를 위해 유리판으로 제작되었다. 이때 공기 중의 수분무 입자가 레이저 광선을 산란시켜 유속을 측정한다. 그리고 배관의 치수는 Fig. 2에 나타나 있다.

2.1.1 레이저 유속계

레이저 유속계는 유동중의 조그만 입자에 의해 산란된 빛의 도플러 편이를 이용하는 것으로 레이저 광선을 이용하기 때문에 유체의 흐름을 방해하지 않고 속도보정이 필요 없으며 역 방향 유속을 측정할 수 있다.

따라서 유속 측정범위가 매우 넓고 정확한 속도의 측정이 가능하다. 본 실험에 사용된 유속계는 2차원 측정용으로 Fig. 3과 같이 5W용 Ar-Ion laser generator에서 발생된 레이저 광선이 fiber drive 내의 브래그 셀(bragg cell)에 의해 같은 강도의 두 개의 광선(beam)으로 나누어지

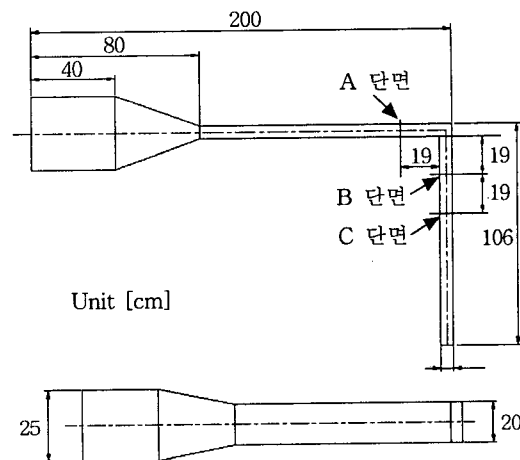


Fig. 2 Dimension of experimental apparatus.

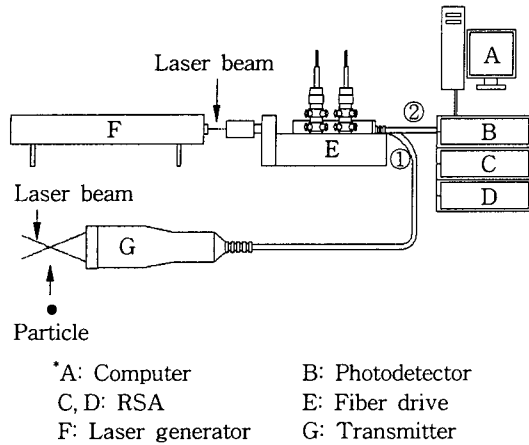


Fig. 3 Schematic diagram of LDV system.

고 이 중 한 광선은 역방향 속도성분 측정을 위해 40 MHz만큼 주파수를 편이시킨다. 이 두 개의 광선은 다시 편광기에 의해 두 개의 녹색 광선과 두 개의 청색 광선으로 만들어진다. 이 중 녹색 광선들을 transmitter에서 두 개의 녹색 광선이 교차하도록 발사되며 유체 중의 입자가 두 광선의 교차지점을 통과하면 산란광이 발산하여 1개의 속도성분을 측정하는데 이를 channel 1이라고 하며, 이와 90° 편이된 두 개의 청색 광도 transmitter를 통하여 같은 지점을 교차하여 전과 직교되는 속도성분을 측정하며 이를 channel 2라고 한다. 광선의 교점에서 유체입자에 의해 산란된 광선은 다시 후방산란(back scattering)방식으로 transmitter에서 감지하여 도플러 신호분석기인 RSA(Real-time Signal Analyzer)로 보내어 신호처리하여 최종적으로 컴퓨터에 각 성분의 유속이 기록된다.

2.2 실험방법

배관 계통에서 유속의 측정 단면들을 Fig. 2에 서와 같이 곡관 19 cm 전방 A 단면, 곡관 후방 19 cm 지점 B 단면, 그리고 B 단면에서 19 cm 하류지점인 C 단면 등 세 곳에 측정했으며, 각 단면에서 5×7인 35지점들에서 유속을 측정했다.

또한 인버터를 이용하여 모터의 속도를 변화시켜 Reynolds 수가 4,049, 8,104 및 12,186인 세 가지 경우에 대해 실험했으며, 이때 Reynolds 수는 덕트 단면 6×20 cm의 수력 직경, A 단면의 평균 유속, 그리고 공기온도에 해당하는 동점성계수로

계산하였다. 공기온도는 21℃ 범위이다.

2.2.1 측정항목

레이저 유속계에서는 두 개의 직교하는 좌표(예 x, z)에 대한 평균 유속(U, W)과 각 평균 유속성분에 대한 표준편차인 U_{RMS} 와 W_{RMS} 를 측정한다.⁽⁶⁾

먼저 평균 유속은 다음 식과 같이 레이저 측정부를 통과하는 여러 개의 입자들의 유속들을 평균값으로 신호분석기에 의해 처리되어 컴퓨터에 출력한다.

$$U = \frac{\sum_{j=1}^m U_j}{m} \quad (1)$$

$$W = \frac{\sum_{j=1}^m W_j}{m} \quad (2)$$

위 식에서 U_j 및 W_j 는 입자 j 의 속도이며, m 은 측정입자의 개수이다.

그리고 각 속도의 표준편차값은 다음 식과 같다.

$$U_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (U_j - U)^2}{(m-1)}} \quad (3)$$

$$W_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^m (W_j - W)^2}{(m-1)}} \quad (4)$$

그러나 위 식에서 m 은 10,000개의 수준이므로 다음과 같이 각 표준편차값은 x 방향의 난류성분 $|u'|$ 및 z 방향의 난류성분 $|w'|$ 으로 볼 수 있다.

$$U_{RMS} = |u'| \quad (5)$$

$$W_{RMS} = |w'| \quad (6)$$

다음 Table 1은 valid count와 data rate(Hz)를 나타낸 것이다. 여기서 valid count는 한 지점의 유속에 대해 10,000개의 입자를 측정하여 신호분석기에 의해 집계된 유효한 입자의 수를 나타내며, data rate는 입자의 수를 측정시간으로 나눈 값이다. 또한 표에서 channel 1은 덕트 내에서 주속도 성분방향이며 channel 2는 이와 직교되는 성분방향이다. 그리고 V는 valid count를 뜻하고

Table 1 Valid count (V) and data rate (D) of particles in LDV measurement

Reynolds No.	Channel	V or D (HZ)	Inlet (at A)	Outlet 19 cm (at B)	Outlet 38 cm (at C)
4049	1	V	8692.64	9140.99	9128.35
		D	2228.9	2409.27	2569.10
	2	V	6534.75	4207.26	5404.77
		D	1667.96	1175.36	1564.97
8104	1	V	9238.15	9251.86	9487.26
		D	1734.36	1748.93	1924.15
	2	V	5195.74	3931.08	4492.67
		D	1009.3	739.67	909.92
12186	1	V	9717.24	9689.76	9787.85
		D	1793.27	1965.32	1510.59
	2	V	3950.40	3137.60	3217.30
		D	733.94	602.20	496.11

D는 data rate를 나타내며, Inlet는 입구 A 단면, Outlet 19 cm 및 Outlet 38 cm는 각각 B, C 단면을 나타낸다. 표에서 보면 주속도성분인 channel 1에서는 유효입자 수가 설정입자 수인 10,000개에 거의 육박하는 8,700~9,800개에 육박하고 channel 2는 입자가 상대적으로 적게 지나가 3,200~6,500의 범위를 보이고 있다. 또한 data rate는 Reynolds 수가 낮은 경우 배관 내에 많은 입자의 밀도가 높아 빨리 측정이 되고 Reynolds 수가 클수록 입자들이 빨리 배출되어 배관 내의 입자의 밀도가 낮아서 상대적으로 긴 시간 동안 측정되었다.

본 실험에서 모든 측정값은 각 측정지점에 대해 세 번 측정하여 그 평균값을 취하였고, Table 1은 3회 측정에 의한 평균값과 아울러 각 단면의 35개 측정지점들에 대한 평균값이다.

2.3 평균 속도 및 유량계산

Fig. 4에서 덕트의 단면적 A_T 를 유속 측정지점을 기준으로 하여 등 간격으로 세로로 8등분, 가로로 6등분하여 분할된 단면적 A_i 들을 생성시킨다. 단면 A_i 주위의 유속 U_i, U_{i+1}, U_{i+2} 및 U_{i+3} 으로 분할 단면의 A_i 의 평균 유속 U_{Ai} 를 다음 식(7)과 같이 계산한다. 다만 벽면 절점의 유속은 0으로 한다.

$$U_{Ai} = \frac{(U_i + U_{i+1} + U_{i+2} + U_{i+3})}{4} \quad (7)$$

여기서 전체 유량 Q_{AT} 은 A_i 단면에서 유량의 합으로서 다음과 같다.

$$Q_{AT} = \sum U_{Ai} \times A_i \quad (8)$$

평균 유속 V_{mean} 은 총유량 Q_{AT} 를 그 단면적 A_T 로 나누어서 계산한다.

$$U_{mean} = \frac{Q_{AT}}{A_T} \quad (9)$$

따라서, Reynolds 수는 U_{mean} 과 사각단면(60×200 mm)의 수력 직경 D_H 및 동점성계수 ν 로 정의된다.

$$Re = U_{mean} \times \frac{D_H}{\nu} \quad (10)$$

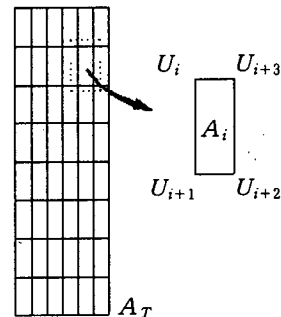


Fig. 4 Cross-sectional area of duct for the calculation of mean velocity.

Table 2 Comparison of flow rates

Reynolds No.	Flow rate (m ³ /s) at inlet (at A)	Flow rate (m ³ /s) at middle section (at B)	Flow rate (m ³ /s) at outlet (at C)
4049	0.00805528	0.00786157	0.00786307
8104	0.01599505	0.01586715	0.01585344
12186	0.02435866	0.02445357	0.02421997

식(8)에 의한 덕트에서 각 단면의 유량을 비교하면 Table 2와 같다. 입구 단면의 유량을 기준으로 최대오차는 0.9% 이내이다.

3. 실험결과 및 고찰

Fig. 5는 측정결과를 도시하기 위한 좌표설정이다. 먼저 입구 단면에서 보면 우측 하단에 표시된 좌표축을 원점으로 y방향으로 1, 2, 3, 4 및 5 cm 지점에서 각종 유속성분들의 z방향 분포를 도시하고자 한다. 또한 중간 단면과 출구 단면에서도 각 단면에 표시된 좌표축을 원점으로 하여 입구 단면과 같이 도시한다.

Fig. 6, 7, 8은 덕트의 입구 A 단면, 90° 곡관 하류 19 cm 지점의 B 단면 및 38 cm 지점의 C 단면에 대한 주속도성분인 x-방향의 평균 유속 U를 측정하는 것이다. 그림들에서 맨 위 그림은 y축 1 cm 지점에서 z축에 대해 도시되었으며, 그 아래 그림들은 y축을 변경하여 도시된 그림들이다. 따라서 Fig. 6은 입구 단면에서 각 Reynolds 수에 대한 x-방향 유속분포이다. Fig. 7은 곡관 하류 19 cm 지점에서 x-방향 유속 분포인데

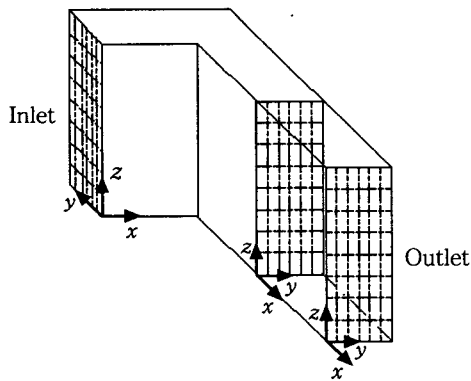


Fig. 5 Axis for the measurement of velocities at each cross section.

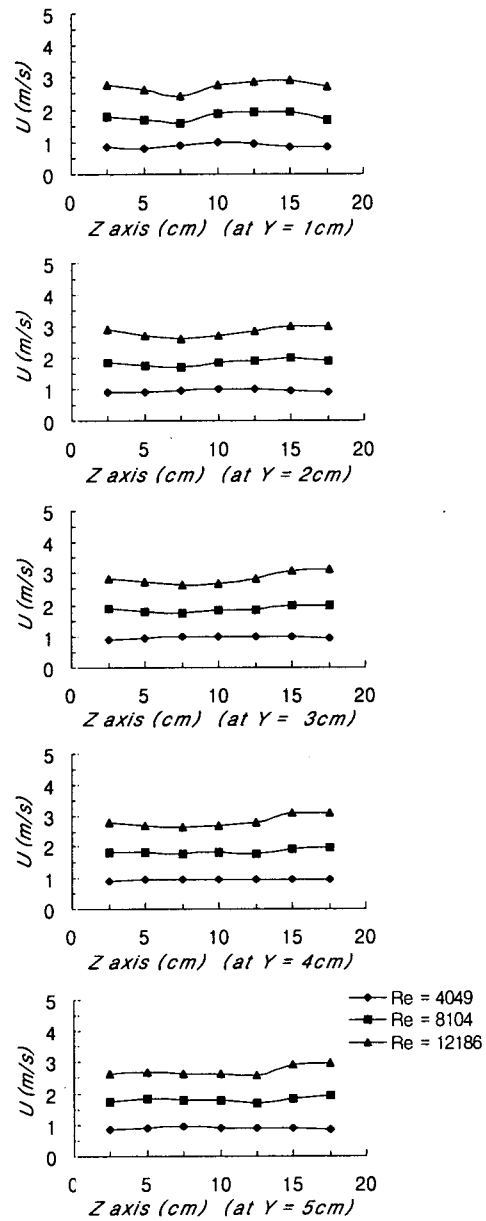


Fig. 6 Distribution of x-direction mean velocity at inlet.

곡관 안쪽인 맨 위 그림은 각 Reynolds수 마다 유속분포가 감소되었음을 볼 수 있고, 흐름 회전 의 바깥쪽인 아래로 갈수록 유속분포가 점점 커 짐을 볼 수 있다. 이는 회전거리가 긴 바깥쪽이

유속이 빨라졌음을 볼 수 있고 이 현상은 Reynolds 수가 클수록 더욱 심한 것을 볼 수 있 다. 이렇게 곡관에서 유체가 90° 회전 후 회전 안 쪽은 유속이 느려지고 바깥쪽은 빨라지는 현상은

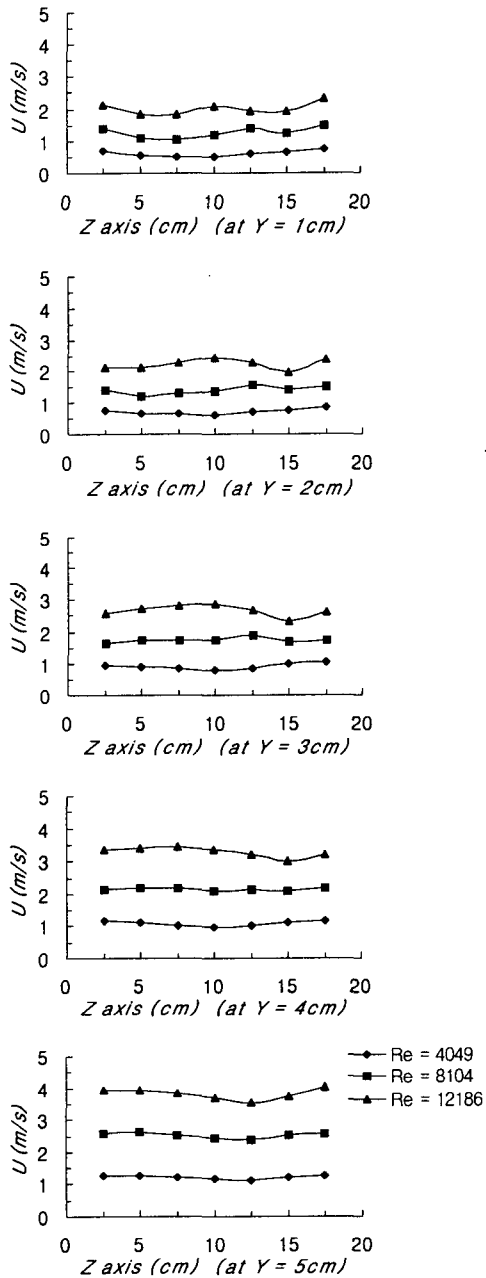


Fig. 7 Distribution of x -direction mean velocity at cross-section 19 cm downstream from elbow.

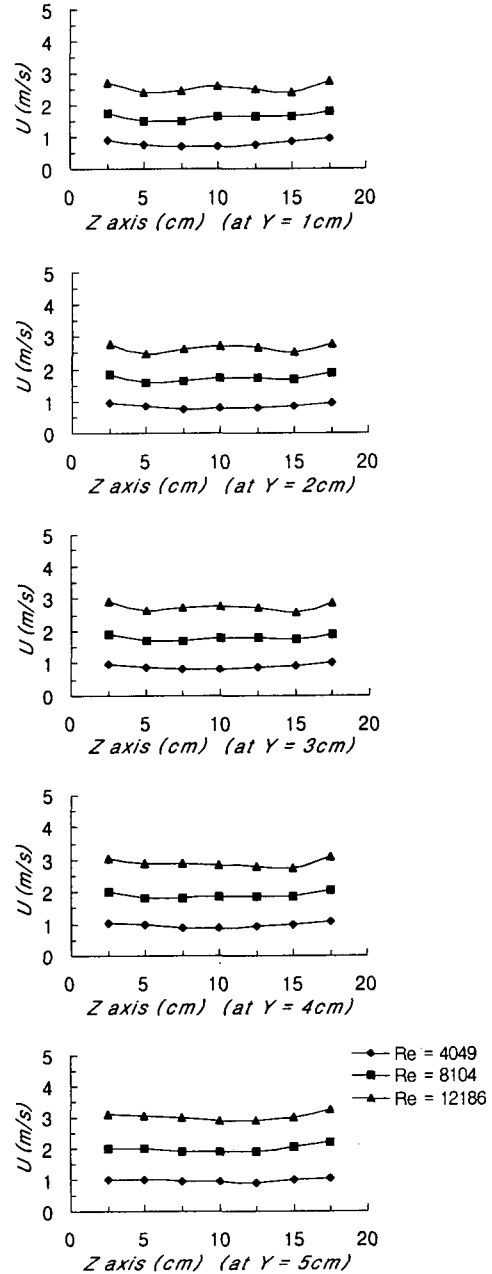


Fig. 8 Distribution of x -direction mean velocity at cross-section 38 cm downstream from elbow.

Humphrey⁽⁹⁾와 Yeo⁽¹⁰⁾의 논문에서도 볼 수 있다. 그리고 Fig. 8은 곡관 하류 38 cm 지점의 유속분포로서 y 좌표에 대한 유속분포가 다시 균일해지려고 하는 경향을 볼 수 있다.

다음 Fig. 9, 10 및 11은 각 A, B 및 C 단면에서 주흐름 평균 유속인 U 와 직교 방향인 z -방향 평균 유속 W 에 대한 분포로서 측정 단면과 표기방법은 전과 동일하다. 먼저, Fig. 9는 입구

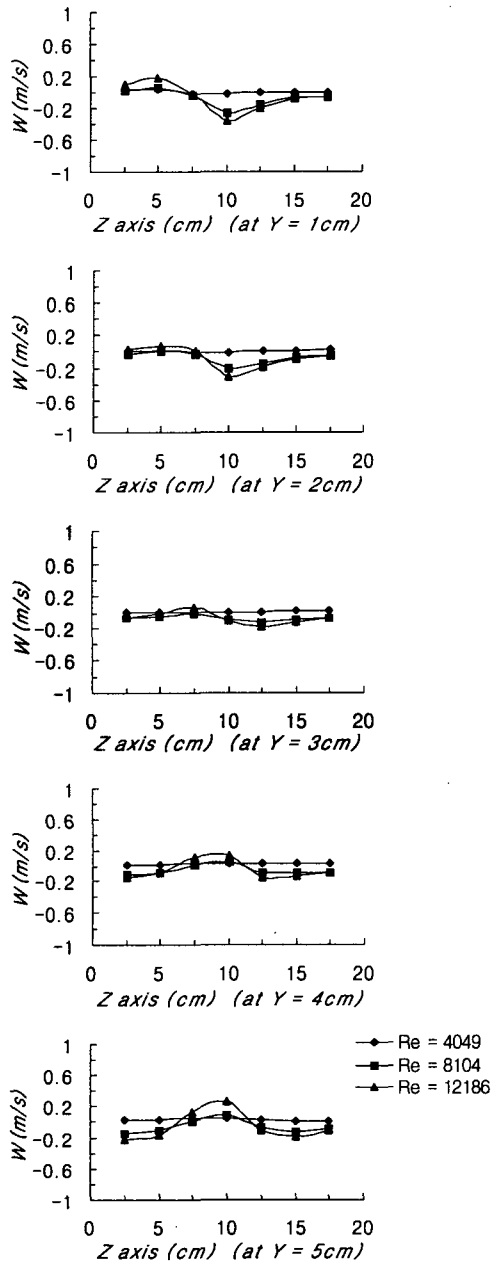


Fig. 9 Distribution of z -direction mean velocity at inlet.

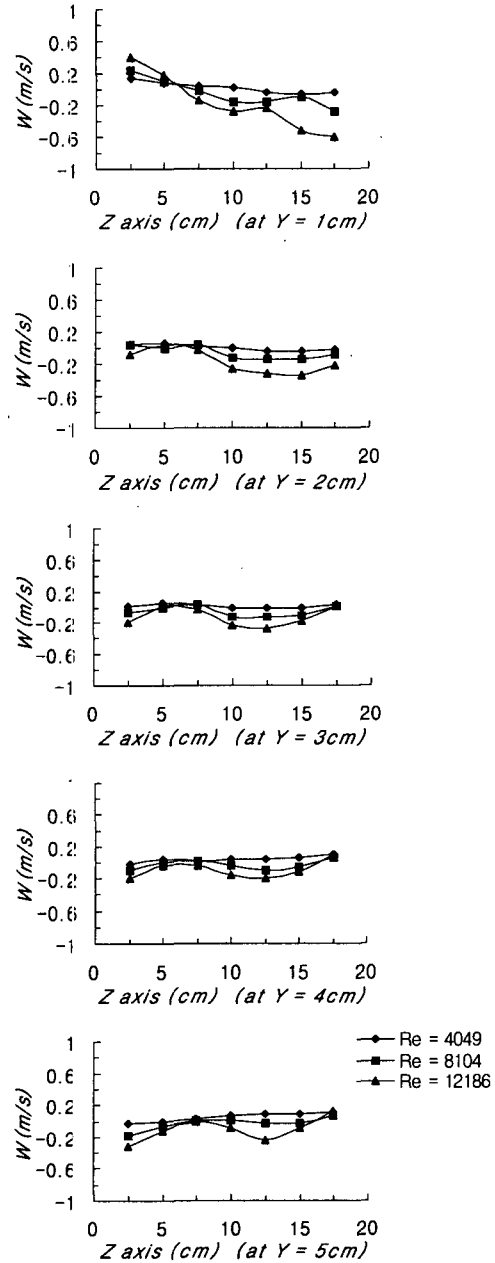


Fig. 10 Distribution of z -direction mean velocity at cross-section 19 cm downstream from elbow.

단면의 W 의 유속분포로서 Reynolds 수가 4,049인 경우에는 전 영역에 걸쳐 거의 영인 속도분포를 나타낸다. Reynolds 수가 커질수록 그 편이가 커지는데 Reynolds 수가 12,156인 경우에 최대 편

이는 약 0.2 m/s 수준으로 x -방향 평균 유속 약 3 m/s에 대해 약 7% 정도의 수준이다. 그리고 Fig. 10인 중간 단면인 곡관 하류 19 cm에서는 z 방향 유속으로서 좀더 혼란스러운 모습을 보이다

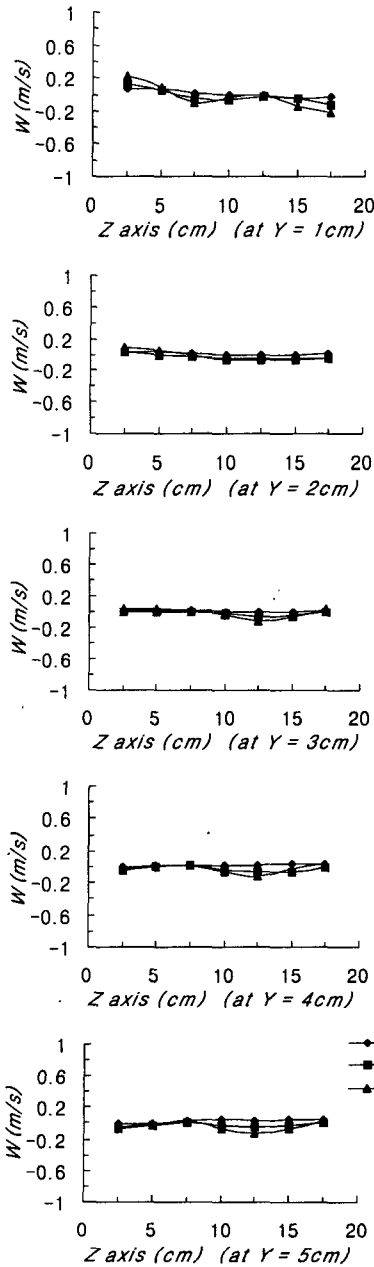


Fig. 11 Distribution of z -direction mean velocity at cross-section 38 cm downstream from elbow.

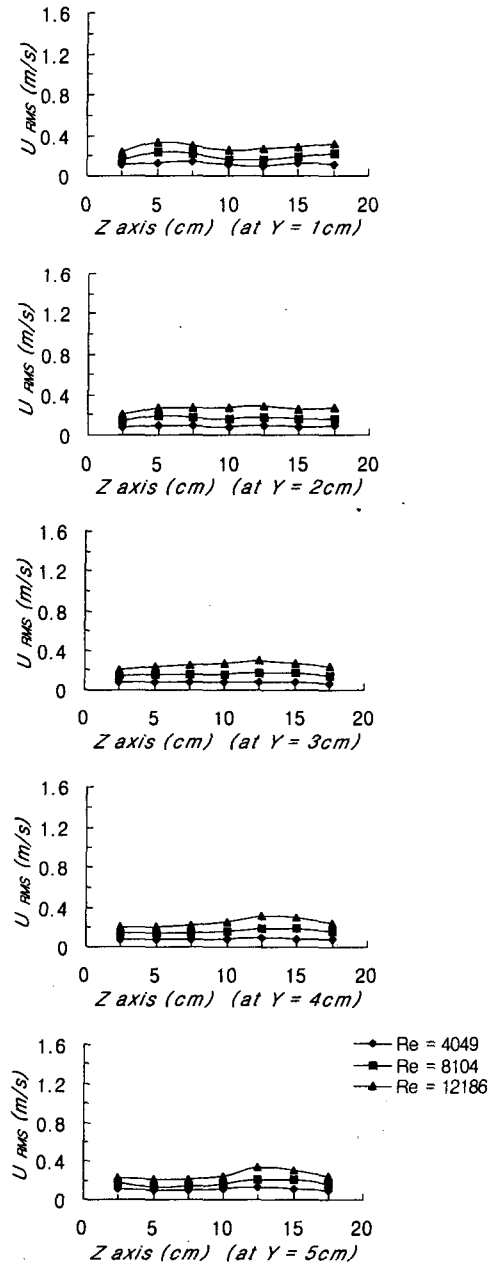


Fig. 12 Distribution of x -direction mean turbulent fluctuation component (U_{RMS}) at inlet cross-section.

가 Fig. 11인 곡관 하류 38cm에서는 거의 영인 유속분포로 평형을 이루고 있음을 볼 수 있다.

다음 Fig. 12, 13 및 14는 각 단면들에서 U 의

표준편차값인 U_{RMS} 로서 x -방향 난류성분을 나타내고 있다. Fig. 12의 입구 단면에서 보면 전 영역에서 거의 일정한 난류분포를 보이고 있으며,

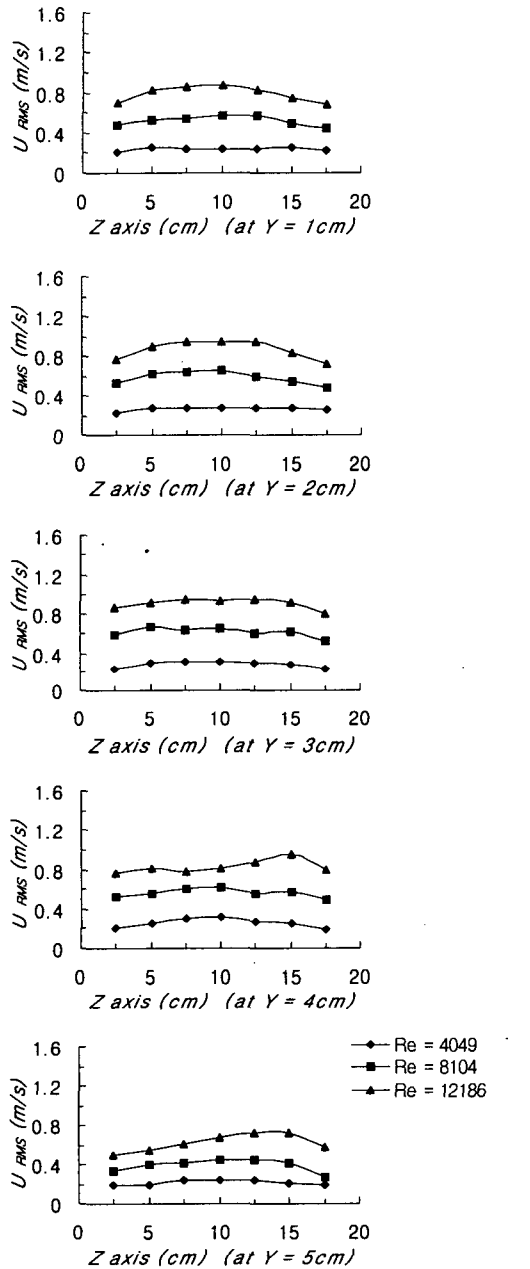


Fig. 13 Distribution of x -direction mean turbulent fluctuation component (U_{RMS}) at cross-section 19 cm downstream from elbow.

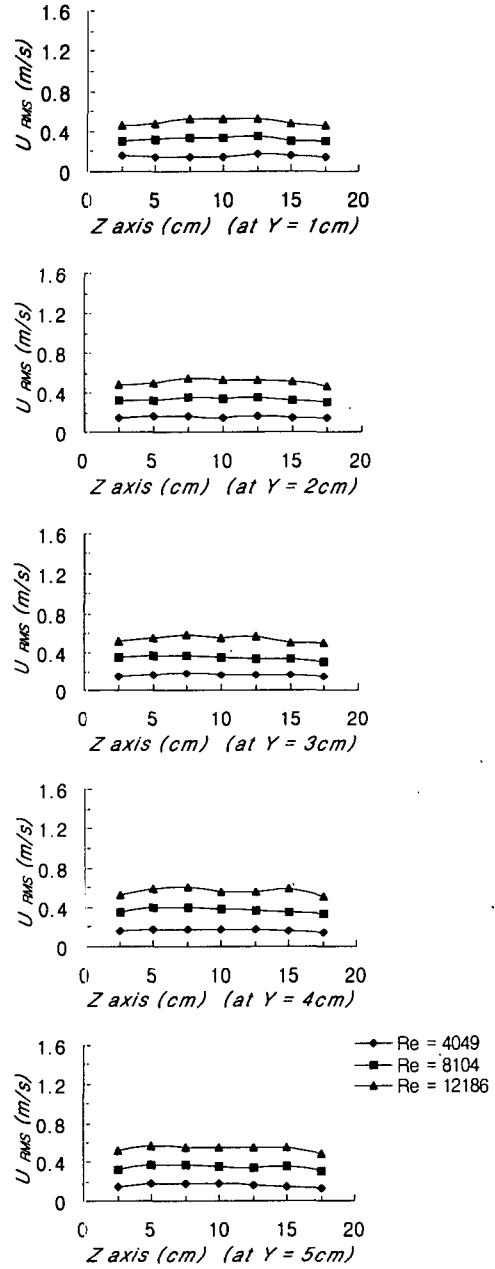


Fig. 14 Distribution of x -direction mean turbulent fluctuation component (U_{RMS}) at cross-section 38 cm downstream from elbow.

이는 송풍팬으로부터 기인된 것으로 Reynolds 수가 12,186일 때 평균 유속의 약 10% 되는 수준이다. 그러나 Fig. 13의 중간 단면에서 보면 곡관을

지나면서 와류에 의해 난류가 상당히 증가된 경향을 보이고 있다. 특히 Reynolds 수가 클수록 그 증가율이 커지지만 회전 안쪽(맨 위 그림)이 회

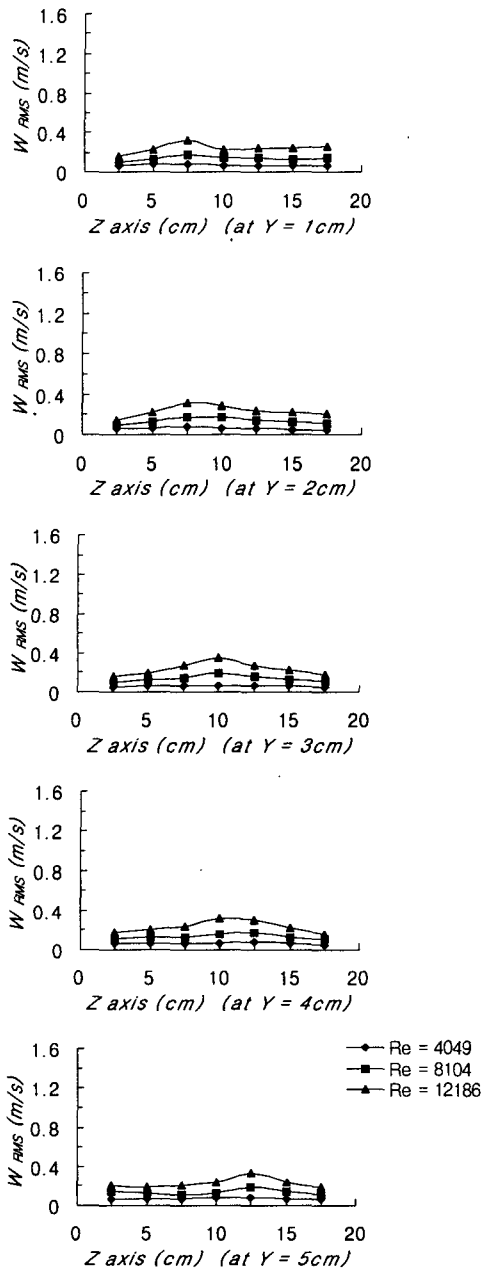


Fig. 15 Distribution of z -direction mean turbulent fluctuation component (W_{RMS}) at inlet.

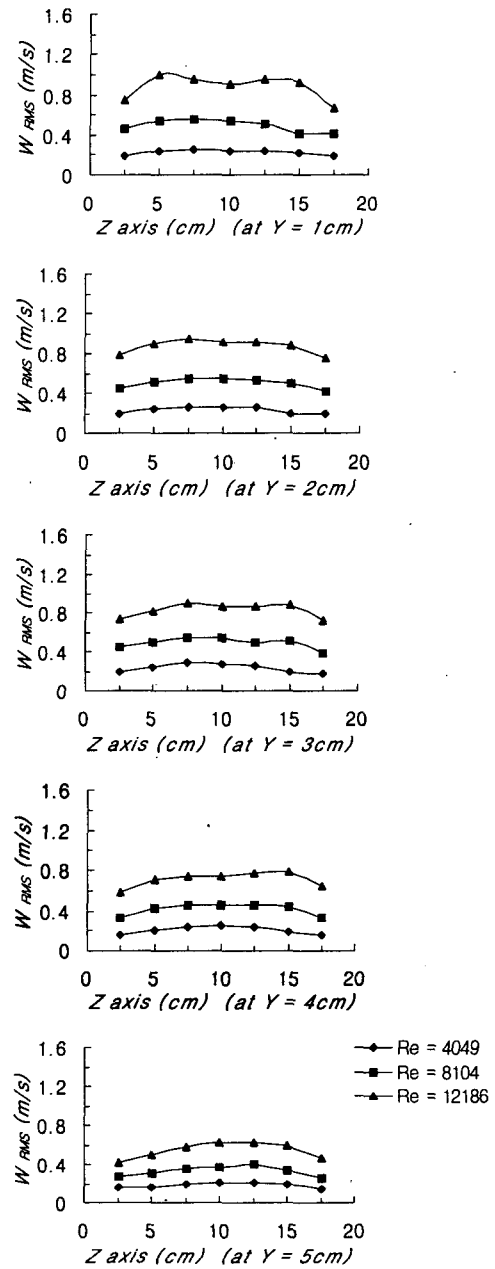


Fig. 16 Distribution of z -direction mean turbulent fluctuation component (W_{RMS}) at cross-section 19 cm downstream from elbow.

전 바깥쪽(아래 그림)보다 증가 경향이 다소 크게 나타났다. 그러나 Fig. 14인 38 cm 하류지점에 오면 난류강도가 거의 평준화되었으나 크기는 곡

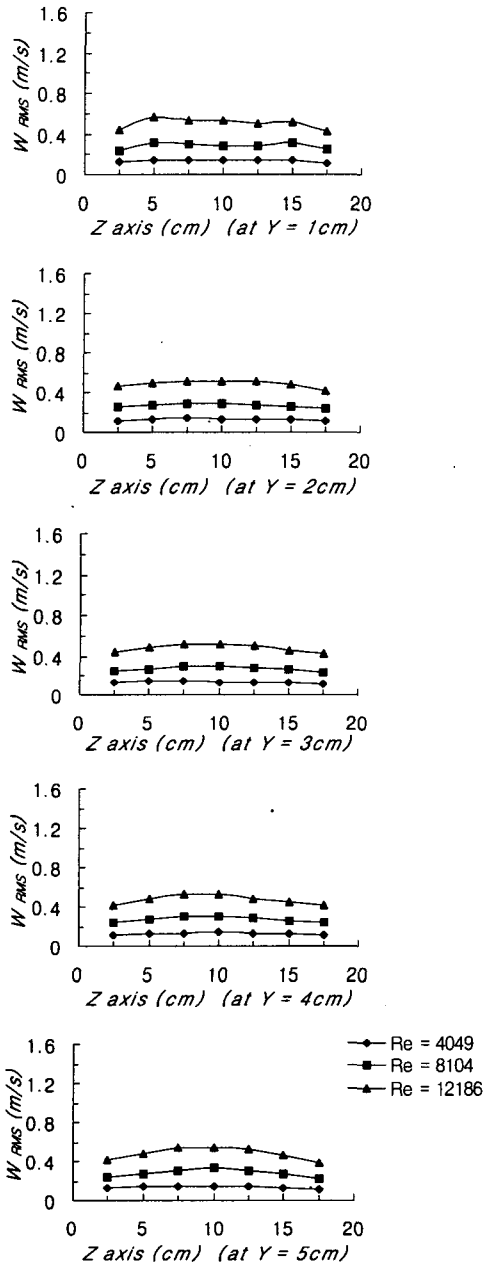


Fig. 17 Distribution of z -direction mean turbulent fluctuation component (W_{RMS}) at cross-section 38 cm downstream from elbow.

관이 커지면서 난류의 발생에 의해 입구의 크기보다 증가되었는데 Reynolds 수가 12,186인 경우 약 67% 증가하였다.

다음 Fig. 15, 16 및 17은 z -방향 난류강도인 W_{RMS} 에 대한 것으로 z -방향 평균 유속 0.2 m/s에 대해 최고 50% 정도 더 큼을 볼 수 있다. 다음 Fig. 16은 곡관을 지나 중간 단면에서 W_{RMS} 의 분포인데 입구 단면의 경우에 비해 z -방향 난류강도가 최고 5배 정도 증가되었음을 볼 수 있다. 그리고 Fig. 17은 출구 단면에서 W_{RMS} 값인데 다시 평준화되었음을 볼 수 있다.

그런데 이상 세 단면 모두 W_{RMS} 값이 U_{RMS} 값과 거의 같음을 볼 수 있다. 따라서 난류강도는 주속도성분의 크기와 관계없이 거의 같은 값들을 가짐을 볼 수 있는데, 이는 생성된 난류가 하류로 흐르는 동안 소멸하면서 등방성(isotropic) 성질을 가지는 것으로 추정된다.⁽¹¹⁾

4. 결 론

본 논문은 L자형 사각덕트 내의 유동분포를 레이저 유속계를 측정하여 곡관으로 흐르는 유체의 유동특성을 파악하고 앞으로 수치해석 결과와 비교하기 위한 자료를 제시하여 덕트 설계의 고성능화 혹은 정밀화를 기하고자 하여 실험결과를 요약하면 다음과 같다.

(1) 유체가 90° 곡관을 지나면서 회전 안쪽은 유속이 느려지고 바깥쪽은 유속이 빨라지는 현상을 보이며 이는 Reynolds 수가 클수록 그 경향이 커짐을 볼 수 있고, 그 후 하류로 흐르면서 다시 유속분포가 균일해지려는 경향을 보이고 있어 이는 통상적 곡관의 흐름의 물리현상을 그대로 나타내고 있다. 또한 곡관 측정부의 입구 단면, 중간 단면 및 출구 단면에서 유량을 계산한 결과 그 오차가 0~0.9%였으므로 실험의 정확성을 유추할 수 있으므로 수치해석 계산에 대한 기준이 될 수 있다고 사료된다.

(2) 난류강도는 나타내는 표준편차값을 측정할 결과 입구 단면에서 주속도성분에 대해 약 10% 정도 크기로서 통상 문제에서 적용하는 난류강도와 같은 수준이다. 또한 주흐름방향인 x -방향의 표준편차값과 유속이 거의 영인 z -방향 표준편차값이 거의 같은 값을 보이고 있다. 이는 유체

가 하류로 흐르는 동안 난류가 소멸하면서 등방성(isotropic) 성질을 가지는 것으로 생각되며 y -방향 표준편차값은 측정하지 않았으나 이들과 같은 크기의 값을 가질 것으로 생각된다.

또한 난류강도를 나타내는 표준편차값이 입구 단면에서 거의 균일하다가 곡관을 지난 후 흐름 회전 안쪽부터 크게 증가하고 바깥쪽도 같이 증가하는 양상을 보이다가 출구 단면에서 다시 거의 균일한 분포를 보이거나 입구 단면의 값들보다 다소 증가하여 난류가 곡관을 지나면서 생성되었다가 다시 소멸되는 현상을 보여주었다.

참고문헌

1. Yoon, Y. H., 1995, Numerical simulation of circular-to-rectangular transition duct flow, *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, Vol. 23, No. 5, pp. 5033-5038.
2. Lim, M. T., Jeong, J. M., Jeong, K. B. and Yoo, Y. Y., 1995, An Experimental study on the prediction and measurement of wind quantity by the aspect ratios of rectangular duct, *Journal of the Architectural Institute of Korea*, Vol. 11, No. 3, pp. 71-79.
3. Kim, J. T., 1999, Steady and unsteady flows with pressure-based unstructured-grid Navier-Stokes solver PUNS, *Korean Society of Computation Fluids Engineering*, Spring Annual Conference, pp. 98-105.
4. Kim, H. M. and Kim, K. Y., 1998, A study on three turbulence models for the analysis of 3-dimensional flows, *Proceedings of the SAREK'98, Winter Annual Conference (I)*, pp. 384-389.
5. Choi, J. H., Chung, I. K. and Sah, J. Y., 1998, Numerical analysis on the heat transfer enhancement of electric modules using a rib turbulator, *Proceedings of the SAREK'98, Winter Annual Conference (I)*, pp. 309-314.
6. Chen, C. J. and Yoon, Y. H., 1985, Prediction of turbulent heat transfer past a cylindrical cavity, *Winter Annual Meetings of ASME, HTD*, Vol. 53, pp. 1-8.
7. Lin, C. H., Han, T. Y. and Sumantran, U., 1994, Experimental and computation studies of flow in a simplified HVAC duct, *Inc. J. of Vehicle Design*, Vol. 15, No. 1/2, pp. 147-165.
8. Hardware Manual, 1994, Real-time signal analyzer, Aerometrics, Inc.
9. Humphrey, A. C., Taylor, A. M. K. and Whitelaw, J. H., 1977, Laminar flow in a square duct of strong curvature, *J. of Fluid Mechanics*, Vol. 83, Part 3, pp. 509-527.
10. Yeo, R. W., Wood, P. E. and Hrymak, A. N., 1991, A Numerical Study of Laminar 90-Degree Bend Duct Flow with Different Discretization Schemes, *J. of Fluids Engineering*, *Transactions of the ASME*, Vol. 113, pp. 563-568.
11. Panton, R. L., 1990, *Incompressible Flow*, Wiley, p. 705.