

# 계단지형을 지나는 파군에 의한 장파의 생성: 지배방정식

## Long Waves Generated by Short Wave Groups over a Step: Governing Equations

조 용 식\*  
Yong-Sik Cho

---

### Abstract

The second-order long waves generated by short wave groups propagating over a step are theoretically investigated. The diffraction of short waves is firstly formulated and the governing equations of second-order long waves are then derived by using a multiple-scale perturbation method. It is observed that free and locked long waves are generated and propagated with different velocities.

*keywords* : wave group, step, second-order long wave, diffraction, perturbation method

---

### 요 지

본 논문에서는 단파의 파군이 계단형 지형을 통과할 때 발생하는 2차 장파를 이론적으로 연구하였다. 먼저, 수심 변화에 의한 단파의 회절을 해석하였으며, 다변수 섭동법을 이용하여 2차 장파의 지배방정식을 유도하였다. 2차 장파 방정식을 해석하여 서로 다른 속도로 진행하는 자유장파와 구속장파가 발생함을 보였다.

**핵심용어** : 파군, 계단지형, 2차 장파, 회절, 섭동법

---

\* 정희원, 한양대학교 공과대학 토목공학과 교수  
Professor, Department of Civil Engineering, Hanyang University, 17 Haengdang-dong, Seongdong-gu, Seoul 133-791, Korea.  
(E-mail: ysc59@hanyang.ac.kr)

## 1. 서 론

심해에서 생성된 파랑은 해안가로 전파해오는 동안 해저지형의 변화, 해안구조물과의 상호간섭 및 파랑 상호간의 비선형 작용 등에 의해 많은 물리적 변화를 경험한다. 따라서, 연안지역에 방파제 또는 방조제와 연안 구조물을 건설하기 위해서는 이와 같은 물리적 현상을 이해하고 이들을 고려한 설계조건을 결정해야 한다. 본 연구에서는 여러 물리적 현상중에서 단파의 파군(wave groups)이 수심이 일정하지 않은 해저지형을 통과할 때 발생하는 장파에 관하여 연구한다.

파군에 의해 생성되는 장파는 조석 또는 지진해일과 같은 장파와 구분함은 물론 지배방정식이 Stokes 파동 이론(Stokes' wave theory)의 2차항으로 주어지기 때문에 2차 장파(second-order long wave)라고 부른다. 다시 말하면, 단파(short wave)의 파군에 의해 생성되는 장파는 크기의 차수가 파랑 기울기의 2차항 즉,  $O((ka)^2)$ 이기 때문에 2차 장파라고 불리나 본 연구에서는 파군에 의해 생성되는 장파를 단순히 장파라고 부르기로 한다.

2차 장파는 해안근처에서 관측되는 사련의 형성과 관련이 있는 것으로 보고되고 있을 뿐만 아니라 (Symonds와 Bowen, 1984; Roelvink와 Stive, 1989), 항만내부에서의 부진동과도 관련이 있는 것으로 알려졌다(Mei와 Agnon, 1989; Wu와 Liu, 1990; Nagai 등, 1994). 2차 장파는 또한 평균자유수면 진동(mean free surface oscillation), 유사이동과 관련된 평균이동속도(mean transport velocity) 및 해양구조물에 작용하는 완변편류력(slowly varying drift force) 등과도 관련이 있는 것으로 보고되고 있다 (Agnon과 Mei, 1985; Zhou와 Liu, 1987).

따라서, 장파에 관한 정확한 이론 정립과 해석은 공학적인 측면뿐만 아니라 경제적으로 매우 중요하다. 장파의 진동수는 파군의 진동수와 같은 차수일 뿐 아니라 해안 구조물, 방파제, 계류된 선박 및 항만 등의 고유진동수와 같은 차수가 될 수 있다. 외해에서 바람에 의해 생성된 전형적인 단파의 주기는 대략 3 - 20 초이므로 주기가 수 분에 이르는 전형적인 크기의 항만에서는 항만의 고유 진동수와 입사파의 진동수가 일치할 때 발생하는 공명현상에 의한 부진동을 직접 일으킬 수는 없으나, 파장이 상대적으로 긴 2차 장파에 의해서는 부진동이 발생할 수 있다(Agnon과 Mei, 1988).

따라서, 단파의 파군에 의해 생성되는 2차 장파는 상

대적으로 작은 크기로 인해 별로 큰 영향을 주기 않지만 공명현상 등과 같은 물리적 현상에 의해 크기가 1차항에 이를 수 있다. 일반적으로 장파는 계단과 같은 특수한 해저지형 등을 통과하거나 외부 흐름(current)과의 상호작용에 의해 공명현상을 일으킬 수 있다.

본 연구에서는 조 등(1996)의 연구를 확장하여 파군(wave group)에 의해 발생하는 장파의 지배방정식을 간략히 유도하여 장파에 관한 기초적인 이론을 제공한다. 특히, 유도되는 2차 장파의 방정식을 해석하여 자유장파(free long wave)와 구속장파(locked long wave 또는 forced long wave)의 두 종류가 발생함을 보이고 각각의 속도포텐셜을 유도한다. 장파의 지배방정식을 유도하는 과정은 수심 평균한 연속방정식을 이용하여 구하는 방법(Agnon과 Mei, 1988) 또는 잉여응력(radiation stress)을 이용하여 구하는 방법(Longuet-Higgins과 Stewart, 1962) 등과 비교하여 다소 복잡하고 어렵지만 더욱 체계적이며 수학적이다.

본 연구에서 다음 장에서는 단파의 지배방정식과 경계조건에 대하여 언급하며, 모든 경계조건을 무차원화하여 각 항의 상대적인 크기를 검사한 후 섭동법을 적용하기 위한 적절한 매개변수를 구한다. 제3장에서는 섭동법을 이용하여 각 차수별 지배방정식과 경계조건을 유도하며, 제4장에서는 단파의 파군에 의해 발생하는 장파의 지배방정식 유도과정을 상세히 서술한다. 아울러, 자유장파와 구속장파가 발생함을 보인다. 끝으로, 제5장에 결론을 기술한다.

## 2. 단파의 회절과 파군함수

계단지형과 같은 갑작스러운 수심변화에 따른 파랑의 회절은 다양한 방법에 의해 해석할 수 있다. 예를 들어, 경계요소법 또는 유한요소법과 같은 수치모형을 이용할 수도 있고 고유함수 전개법과 같은 반해석적인 방법을 이용할 수도 있다.

본 연구에서는 먼저 다변수 섭동법(multiple scale perturbation method)을 사용하기 위해 다음과 같이 정의되는 두 개의 무차원 매개변수  $\alpha$ 와  $\beta$ 를 도입한다.

$$\alpha = O\left(\frac{\Delta\omega}{\omega}\right) \ll 1, \quad \beta = O(ka) \ll 1 \quad (1)$$

식 (1)에서  $\omega$ 와  $\Delta\omega$ 는 각각 단파와 파군의 각진동수이므로  $\alpha$ 는 두 각진동수의 비율을 나타내며,  $\beta$ 는 단파의 기울기(wave steepness)를 나타낸다. 또한  $\kappa$ 는 단파의 파수이며,  $\alpha$ 는 진폭을 의미한다. 본 연구에

서는  $O(\alpha) \approx O(\beta)$ 로 가정하며, 수심은 파군의 파장에 비해 작은 것으로 가정한다.

입사파의 파군은 입사하는 두 개의 서로 조금 다른 진동수를 갖는 단일주기파(monochromatic wave)의 합성으로부터 유도할 수 있다. 즉, 두 개의 입사파의 진동수는  $\omega_o \pm \epsilon\Omega$ 로 표시되며, 여기서  $O(\epsilon) \approx O(ka) \ll 1$ 이며,  $\Omega$ 는 파군의 각진동수이다. 입사파군의 속도포텐셜과 자유수면변위는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\Phi_i(x, y, z, t) = -\frac{igA_i}{2\omega_o} \frac{\cosh k_1(z+h_1)}{\cosh k_1 h_1} \exp[i(l_1 x + my - \omega_o t)] + * \quad (2)$$

$$\zeta_i(x, y, t) = \frac{1}{2} A_i \exp[i(l_1 x + my - \omega_o t)] + * \quad (3)$$

식 (2)와 (3)에서 (\*)는 앞의 항의 공액복소수(complex conjugate)를 의미한다.

먼저, 두 개의 단파의 파수를 각각  $k_1 + \epsilon K_1$  과  $k_1 - \epsilon K_1$  으로 가정하면 입사파 파군의 진폭함수  $A_i$ 는 다음과 같이 유도할 수 있다(Liu 등, 1992).

$$A_i = a_o \exp[i(\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{x}_1 - \Omega_o t_1)] + a_o b \exp[-i(\mathbf{K}_1 \cdot \mathbf{x}_1 - \Omega_o t_1)]$$

식 (4)에서  $a_o$ 와  $a_o b$ 는 각각 서로 다른 주기를 갖는 입사파(short wave)의 진폭이며, 다음과 같은 원변수(slowly varying variables)가 사용되었다.

$$\mathbf{x}_1 = (\beta x, \beta y) = (x_1, y_1), \quad t_1 = \beta t \quad (4)$$

식 (5)를 이용하여 식 (4)는 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$A_i = a_o + \exp[i(K_{1x} x_1 + K_{1y} y_1 - \Omega_o t_1)] + a_o b \exp[-i(K_{1x} x_1 + K_{1y} y_1 - \Omega_o t_1)] \quad (5)$$

입사파의 포락선(wave envelope)은 단파와 평행한 것은 것으로 가정하며, 입사파의 파군의 파수 또한 단파의 파수와 평행한 것으로 가정한다. 포락선은 다음과 같은 wave action 방정식을 만족한다.

$$\frac{\partial A_i}{\partial t_1} + \mathbf{Cg}_1 \cdot \nabla_1 |A_i|^2 = 0, \quad \mathbf{Cg}_1 = \frac{d\omega_1}{dk_1} \frac{\mathbf{k}_1}{k_1} \quad (7)$$

식 (7)에서  $\nabla_1 = (\partial/\partial x_1, \partial/\partial y_1)$ 이며, 각진동수와 파수는 다음과 같은 관계가 있다.

$$\Omega_o = \mathbf{Cg}_1 \cdot \mathbf{K}_1 \quad (8)$$

본 연구에서는 편의상  $K_1 = k_1$ ,  $b = 1$ 으로 정의하며, 입사하는 두 개 단파의 진폭은 동일한 것으로 가정한다. 다음은 반사파군(reflected wave group)의 속도포텐셜과 자유수면변위를 유도한다.

$$\Phi_r(x, y, z, t) = -\frac{igA_r}{2\omega_o} \frac{\cosh k_1(z+h_1)}{\cosh k_1 h_1} \exp[i(-l_1 x + my - \omega_o t)] + * \quad (9)$$

$$\zeta_r(x, y, t) = \frac{1}{2} A_r \exp[i(-l_1 x + my - \omega_o t)] + * \quad (10)$$

또한, 반사파 파군의 진폭함수  $A_r$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_r = a_o R^+ \exp[i(-K_{1x} x_1 + K_{1y} y_1 - \Omega_o t_1)] + a_o R^- \exp[-i(-K_{1x} x_1 + K_{1y} y_1 - \Omega_o t_1)] \quad (11)$$

식 (11)에서  $R^+$ 와  $R^-$ 는 각각 각진동수  $\omega_o + \epsilon\Omega$ 와  $\omega_o - \epsilon\Omega$ 일 때 입사파의 반사율을 의미한다.

마지막으로 통과파군(transmitted wave group)의 속도포텐셜과 자유수면변위를 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$\Phi_t(x, y, z, t) = -\frac{igA_t}{2\omega_o} \frac{\cosh k_2(z+h_2)}{\cosh k_2 h_2} \exp[i(-l_2 x + my - \omega_o t)] + * \quad (12)$$

$$\zeta_t(x, y, t) = \frac{1}{2} A_t \exp[i(l_2 x + my - \omega_o t)] + * \quad (13)$$

또한, 통과파 파군의 진폭함수  $A_t$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A_t = a_o T^+ \exp [i(K_{2x} x_1 + K_{2y} y_1 - \Omega_o t_1)] + a_o T^- \exp [-i(K_{2x} x_1 + K_{2y} y_1 - \Omega_o t_1)] \quad (14)$$

식 (14)에서  $T^+$ 와  $T^-$ 는 각각 각진동수  $\omega_0 + \varepsilon\Omega$ 와  $\omega_0 - \varepsilon\Omega$ 일 때 입사파의 통과율을 의미한다.

### 3. 2차 장파의 지배방정식

2차 장파의 지배방정식은 많은 학자들에 의해 유도되었으며, 계단 또는 선반지형과 구간이 일정한 수심으로 이루어진 지형에서 2차 장파는 단파 성분중에서 진행파만에 의해 발생되는 것으로 알려졌다. 즉, 소멸파 성분은 2차 장파의 발생에 어떠한 역할도 하지 않는다. 본 연구에서는 조 등(1996)이 유도한 장파의 지배방정식을 다시 간략히 정리한다.

먼저, 유체는 비점성 유체로 가정되며, 흐름은 비압축성 및 비회전 흐름으로 가정된다. 따라서, 유체의 속도벡터  $\mathbf{u}$ 와 포텐셜함수  $\Phi$ 는  $\mathbf{u} = \nabla\Phi$ 의 관계로 정의되며, 유체의 거동은 Laplace 방정식에 의해 지배된다. 즉,

$$\nabla^2 \Phi = 0, \quad -h(x, y) < z < \zeta(x, y, t) \quad (14)$$

식 (15)에서  $\nabla^2$ 은 3차원 Laplace 연산자를 의미한다.

해저바닥은 하나의 고체경계이므로 유체가 해저경계면을 침투할 수 없으므로 다음과 같은 경계조건이 적용된다.

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \frac{\partial h}{\partial y} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0, \quad z = -h(x, y) \quad (15)$$

식 (16)에서  $z = -h(x, y)$ 는 수심이 일정하지 않은 해저지형을 의미한다.

자유수면에는 운동학적 및 동력학적 경계조건이 적용되며, 두 경계조건으로부터 자유수면변위  $\zeta$ 를 소거하여 다음과 같은 하나의 경계조건을 유도할 수 있다.

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial t} |\mathbf{u}|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \nabla |\mathbf{u}|^2 = 0, \quad z = \zeta(x, y, t) \quad (16)$$

자유수면변위  $\zeta$ 의 크기를  $O(\beta)$ 로 가정하면, 자유

수면을 따라 정의된 경계조건을 정수면, 즉  $z=0$ 에 대하여 Taylor 급수를 이용하여 전개할 수 있다(Mei, 1989). 먼저, 자유수면 경계조건을 Taylor 급수로 전개하여  $O(\beta^2)$ 까지 선택하여 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\left(1 + \zeta \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{2} \zeta^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} + g \frac{\partial \Phi}{\partial z} \right\} + \left(1 + \zeta \frac{\partial}{\partial z}\right) \left\{ \frac{\partial}{\partial t} |\mathbf{u}|^2 + \frac{1}{2} \mathbf{u} \cdot \nabla |\mathbf{u}|^2 \right\} = 0 \quad (17)$$

파군의 길이와 시간의 크기는 단파의 것에 비해 매우 크므로 파군과 장파는 완변변수를 이용하여 기술하며, 급변변수(fast varying variables)  $x, y, t$ 는 시간 및 공간적으로 매우 빠르게 변화하므로 단파의 수식에 이용된다. 수심은 장파 파장의 크기에 비해 작다고 가정하였으므로  $z$ 에 관한 완변변수를 도입할 필요가 없다.

파형이 시간에 주기적이며,  $\beta$ 의 크기가 매우 작으면 구하고자 하는  $\Phi$ 와  $\zeta$ 를 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\Phi = \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \sum_{m=n}^{\infty} \phi^{(n,m)}(x, y, z, x_1, y_1, t_1) e^{-im\omega t} \quad (18)$$

$$\zeta = \sum_{n=1}^{\infty} \beta^n \sum_{m=n}^{\infty} \zeta^{(n,m)}(x, y, x_1, y_1, t_1) e^{-im\omega t} \quad (19)$$

식 (19)와 (20)에서  $n$ 과  $m$ 은 각각 크기의 차수(order)와 조화성분의 수(harmonics)를 나타내며,  $\phi^{(n,-m)}$ 과  $\zeta^{(n,-m)}$ 는 각각  $\phi^{(n,m)}$ 과  $\zeta^{(n,m)}$ 의 공액복소수를 의미한다. 섭동법에 관한 보다 상세한 설명은 Bender와 Orszag(1987) 또는 Nayfeh(1973)를 참조할 수 있다. 식 (19)와 (20)을 이용하여  $y$ 와  $t$ 에 관한 관계식을 지배방정식에 대입하여 복잡한 수학적 과정을 거친 후, 동일한 차수를 갖는 항들을 모아 정리하면 각 차수별 지배방정식과 경계조건을 유도할 수 있다(조 등, 1996).

다음은 파군에 의해 생성되는 장파의 지배방정식을 유도한다. 먼저, 장파의 자유수면변위는 다음과 같이 유도된다.

$$\zeta^{(2,0)} = -\frac{1}{g} \left[ \frac{\partial}{\partial t_1} \phi^{(1,0)} - \frac{\omega^2}{g} \left( \phi^{(1,1)*} \frac{\partial}{\partial z} \phi^{(1,1)} + * \right) + |\nabla \phi^{(1,1)}|^2 \right] \quad (20)$$

식 (21)에서  $\nabla$  은 3차원 연산자이다. 또한, 속도포텐셜에 관한 식은 다음과 같이 유도된다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x_1} \left( h \frac{\partial}{\partial x_1} \phi^{(1,0)} \right) + \frac{\partial}{\partial y_1} \left( h \frac{\partial}{\partial y_1} \phi^{(1,0)} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial t_1} \zeta^{(2,0)} = - \frac{i\omega}{g} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} \left( \phi^{(1,1)} \frac{\partial}{\partial x} \phi^{(1,-1)} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial y_1} \left( \phi^{(1,1)} \frac{\partial}{\partial y} \phi^{(1,-1)} \right) + * \right\} \end{aligned} \quad (22)$$

따라서, 식 (21)과 (22)를 해석하면  $\zeta^{(2,0)}$  과  $\phi^{(1,0)}$  를 계산할 수 있으며, 보다 상세한 유도과정은 조 등 (1996)을 참조할 수 있다.

식 (21)과 (22)에서  $\zeta^{(2,0)}$  또는  $\phi^{(1,0)}$  를 소거하면 단파의 파군에 의해 발생하는 2차 장파의 지배방정식을 유도할 수 있다. 먼저,  $\zeta^{(2,0)}$  를 소거하면 다음과 같이  $\phi^{(1,0)}$  에 관한 방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t_1} \phi^{(1,0)} - g \Delta_1 (h \Delta_1 \phi^{(1,0)}) = \\ & \frac{\partial}{\partial t_1} \left\{ \left( \frac{\omega^2}{g} \phi^{(1,1)} \frac{\partial}{\partial z} \phi^{(1,-1)} + * \right) - |\nabla \phi^{(1,1)}|^2 \right\} \\ & + \Delta_1 \cdot (i\sigma \phi^{(1,1)} \Delta \phi^{(1,-1)} + *) \end{aligned} \quad (23)$$

식 (23)에서  $\Delta = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$  가 사용되었으며, 오른쪽항은 단파만의 항으로 이루어져 있으므로 입사파의 조건이 주어지면 계산할 수 있다. 식 (23)에서  $\phi^{(1,0)}$  를 계산한 후에 이를 식 (21)에 대입하면  $\zeta^{(2,0)}$  또한 계산할 수 있다. 식 (23)의 오른쪽항은 단파만의 함수로 이루어져 있는데 이는 단파의 에너지가 상대적으로 낮은 진동수를 갖는 장파로 옮겨가고 있음을 나타내는 것이다.

#### 4. 2차 장파

식 (23)으로 주어진 2차 장파의 지배방정식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial t_1^2} - gh_j \left[ \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} \right] \Psi_j = \\ & \frac{g^2}{2\omega_o} \nabla \cdot ( \mathbf{k}_j |A_j|^2 ) - \frac{gk_j}{2 \sinh 2k_j h_j} \frac{\partial |A_j|^2}{\partial t_1} \end{aligned} \quad (24)$$

식 (24)에서 편이상  $\phi^{(1,0)} = \Psi$  가 사용되었으며, 아래첨자  $j$  는 수심이 다른 지역을 의미한다. 즉,  $j=1$  은 파랑이 입사하는 지역이며,  $j=2$  는 파랑이 반사하는 지역을 의미한다(그림 1 참조).

지배방정식을 단순화시키기 위하여 다음과 같은 무차원변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} (x_1, y_1) &= \frac{1}{k_\infty} (x_1, y_1)', \quad t_1 = \frac{1}{\omega_o} t_1', \\ \omega &= \omega_o \omega', \quad h = \frac{1}{k_\infty} h', \quad k = k_\infty k', \\ Cg &= \frac{\omega_o}{k_\infty} Cg', \quad \Psi = (2a_o)^2 \omega_o \Psi', \\ A &= a_o A' \end{aligned} \quad (25)$$

식 (25)에서  $k_\infty$  는 심해에서의 파수, 즉  $\omega_o^2 = gk_\infty$  이며,  $a_o$  는 특성 진폭(characteristic amplitude)이다. 보다 간편한 표현을 위해 무차원변수를 의미하는 식 (25)의 (prime)을 제거한 후 지배방정식을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial t_1'^2} - h_j \left( \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial x_1'^2} + \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial y_1'^2} \right) = \frac{i}{4} k_j |A_j|^2 \\ & \sum_j \left( \frac{1}{2 \sinh 2k_j h_j} + \frac{1}{Cg_j} \right) \\ & \exp [2i(K_{jx} x_1 + K_{jy} y_1 - \Omega_o t_1)] + * \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)의 해석에서 제차방정식(homogeneous equation)과 비제차방정식(nonhomogeneous equation)의 해를 각각 자유장파(free long wave) 및 구속장파(locked long wave)라 한다. 일반적으로, 자유장파는 선형장파의 속도로 단파와는 다른 방향으로 진행하는 반면에 구속장파는 단파의 군속도로 단파와 동일한 방향으로 진행한다.

먼저 장파의 속도포텐셜은 다음과 같이 구해진다.

$$\Psi_j = \frac{1}{2} \phi_j^i(x_1) \exp(2i(K_{1y} y_1 - \Omega_o t_1)) + * \quad (27)$$

반사파에 의한 구속장파의 포텐셜은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} (\phi_R)_L &= - \frac{ik_j R^+ R^{*-}}{8(\Omega_o^2 - K_1^2 h_1)} \left( \frac{1}{\sinh 2k_1 h_1} + \right. \\ & \left. \frac{1}{Cg_1} \right) \exp[-2iK_{1x} x_1] \end{aligned} \quad (28)$$

한, 통과파에 의한 구속장파의 포텐셜은 다음과 같다.

$$(\psi_T)_L = -\frac{ik_2 T^+ T^{-*}}{8(\Omega_o^2 - K_2^2 h_2)} \left( \frac{1}{\sinh 2k_2 h_2} + \frac{1}{C g_2} \right) \exp [2iK_{2x} x_1] \quad (29)$$

자유장파의 반사파 및 통과파에 의한 속도포텐셜은 각각 다음과 같이 구해진다.

$$\psi_R^F = E_1 \exp(-2i\lambda_1 x_1), \quad \lambda_1 = \left( \frac{\Omega_o}{h_1} - K_1^2 y \right)^{1/2} \quad (30)$$

$$\psi_T^F = E_2 \exp(2i\lambda_2 x_1), \quad \lambda_2 = \left( \frac{\Omega_o}{h_2} - K_2^2 y \right)^{1/2} \quad (31)$$

식 (30)과 (31)에서  $E_1$  과  $E_2$  는 자유장파의 진폭함수로 계단에서의 수심 변화지점, 즉 그림 1에서  $x=0$  에서의 두 개의 결합조건(matching conditions)으로부터 구해진다. 두 개의 결합조건은 수심변화 지점에서 2차 장파의 자유수면변위가 연속이 되어야 한다는 것과 2차 플럭스(flux)가 연속이 되어야 한다는 것이다. 각 속도포텐셜에 상응하는 자유수면변위는 식 (27)을 식 (21)에 대입하여 구할 수 있다.

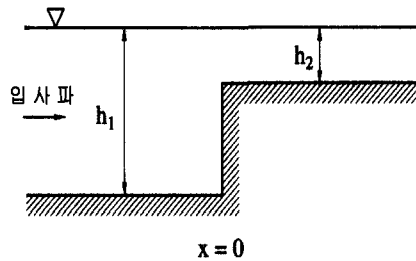


그림 1. 계단지형의 개략도

## 5. 결 론

본 연구에서는 섭동법을 이용하여 단파의 파군에 의해 발생하는 장파의 지배방정식을 유도하였다. 유도된 식에는 수심의 변화를 고려하였으며 파군의 거동해석에 직접 이용될 수 있다. 유도된 식을 이용하여 계단 및 트렌치 지형을 통과하는 입사파의 파군에 의한 장파의

생성, 공명과 간섭 및 천해역에서 천수효과 등에 의한 장파의 생성과 진행과정 등을 현재 연구중에 있으며, 결과는 추후 발표될 것이다.

## 감사의 글

본 연구는 2001년 과학기술부 국가지정연구실사업(한양대학교 해안공학연구실)으로 수행되었기에 이에 사의를 표합니다.

## 참 고 문 헌

- 조용식, 채장원, 차영기 (1996). 파군에 의한 장파의 생성: 지배방정식 유도, 대한토목학회논문집, 제 16권, 제2-4호, pp. 389-397.
- Agnon, Y. and Mei, C.C. (1985). "Slow drift motion of a two-dimensional block in beam seas." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 151, pp. 279-294.
- Agnon, Y. and Mei, C.C. (1988). "Trapping and resonance of long shelf waves due to groups of short waves." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 195, pp. 201-221.
- Bender, C.M. and Orszag, S.A. (1987). *Advanced mathematical methods for scientists and engineers*. 3rd edition, McGraw Hill Inc., USA.
- Longuet-Higgins, M.S. and Stewart, R.W. (1962). "Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf-beats'." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 13, pp. 481-504.
- Mei, C.C. and Agnon, Y. (1989). "Long-period oscillation in a harbour induced by incident short waves." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 208, pp. 595-608.
- Nagai, T., Hashimoto, N., Asai, T., Tobiki, I., Ito, K., Toue, T., Kobayashi and Shibata, T. (1994). "Investigation of the harbour tranquillity based on wave group characteristics." *Hydro-Port '94: International Conference on Hydro-Technical Engineering for Port and Harbor Construction*, pp. 203-215, Japan.
- Nayfeh, A.H. (1973). *Perturbation methods*.

- Wiley, USA.
- Roelvink, J.K. and Stive, M.J.F. (1989). "Bar-generating cross-shore flow mechanism on a beach." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 94, pp. 4785-4800.
- Symonds, G. and Bowen, A.J. (1984). "The interaction of nearshore bars with incoming wave groups." *Journal of Geophysical Research*, Vol. 89, pp. 1953-1959.
- Wu, J.-K. and Liu, P.L.-F. (1990). "Harbour excitations by incident wave groups." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 217, pp. 595-613.
- Zhou, C. and Liu, P.L.-F. (1987). "Second-order low-frequency wave forces on a vertical cylinder." *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 175, pp. 143-155.

(논문번호:01-066/접수:2001.09.05/심사완료:2001.10.25)