

## 피로균열전파수명의 확률분포추정 프로그램 개발

김선진\*, 안석환\*, 윤성환\*\*

### Development of Probability Distribution Estimation Program for Fatigue Crack Growth Lives

S-J Kim\*, S-H Ahn\* and S-H Yoon\*\*

**Key words** : Probability Distribution(확률분포), Fatigue Crack Growth Life(피로균열전파수명), Reliability Assessment(신뢰성평가), Stochastic Process(확률과정)

#### Abstract

In this paper, the development of probability distribution estimation program for fatigue crack growth lives was summarized. The probability distribution estimation program of life was developed to increase the reliability of life estimation. In this study, it is considered that the cause of scatter in fatigue crack growth data is due to material's inhomogeneity. The material resistance to fatigue crack growth is modelled as a spatial stochastic process, which varies randomly along the crack path. We developed the GUI program to estimate the probability distribution and reliability using the non-Gaussian stochastic process method. This program can be used for the reliability assessment.

#### 1. 서론

재료의 피로특성을 명확히 하기 위해서는 무엇보다도 통계적 해석에 이용할 수 있는 정보, 즉 많은 량의 실험 데이터가 필요하다. 소수회의 실측이나 실험에서 얻은 값을 가지고 재료특성을 명확히 하는 것은 곤란한 경우가 많고, 충분한 량의 기초 데이터를 수집해서 통계적 특성을 해석하고 소수의 분포 특성치를 추출하는 것이 가장 효과적이다. 그러나 피로파괴의 경우 수명분포의 실험적 추정

은 시간적으로나 경제적으로 많은 제약이 따르며, 현실적으로 많은 량의 데이터를 수집하는 것에도 곤란함이 많다. 이러한 결점을 보완하기 위한 방법 중에 하나로 베이지안통계법을 이용한 피로수명 분포추정법이 있지만<sup>1)</sup>, 이러한 방법으로 추정된 수명의 분포특성을 이용한 설계에서도 필연적으로 불확실성 요인을 포함하고 있다.

따라서, 소수의 피로시험을 통하여 믿을 만한 피로파괴에 대한 수명의 확률분포를 추정하는 방법이 요구된다. 김 등<sup>2)</sup>은 응력확대계수범위 일정제

\* 부경대학교 기계공학부, 051-620-1608, sjkim@pknu.ac.kr

\*\* 부경대학교 대학원

어 피로균열전파시험을 행하고, 그 결과의 통계적 특성을 이용하여 확률과정 시뮬레이션법에 의한 피로균열전파과정을 재현하여 피로균열전파수명의 확률분포를 추정하는 방법을 제시하였다. 최근에는, 손상이 일어날 확률을 운전시간의 함수로 계산하는 연구가 진행되고 있으며, 확률론적 해석 알고리즘과 균열성장 알고리즘을 결합하여 수명평가에 적용하는 확률론적 수명평가에 대한 연구가 활발히 수행되고 있다<sup>3)</sup>. 확률론적 수명평가에서는 재료 물성치, 형상, 환경, 하중조건 등과 같은 불확실성 인자와 변동가능성을 고려하여 해석을 수행하며, 일정 시간 운전 후 구조물의 손상 가능성을 예측하려는 것이다.

그러나 피로균열 전파수명의 변동은 대단히 많은 인자가 관여하고 있지만 본래 재질이 불균일하고, 피로균열전파 그 자체가 확률적 현상이라는 것에 기인한다고 알려져 있다<sup>4)5)</sup>. 따라서 피로균열 전파저항의 공간적 불규칙성의 영향을 검토하여 수명평가에 적용하는 것은 실용적 신뢰성 평가방법 및 신뢰성 설계를 위해서도 중요하다고 생각된다.

따라서, 본 논문에서는 피로균열전파에 착목해서 김 등<sup>2)</sup>의 연구를 토대로 피로균열전파율의 변동요인이라고 생각되는 재질의 공간적 변동을 하나의 공간적 확률과정으로 취급하여 초기균열길이로부터 임의의 임계균열길이까지의 피로균열전파수명의 예측과 신뢰도를 평가할 수 있는 확률분포추정 프로그램의 개발하여 피로균열전파수명의 신뢰도를 제시함으로써 신뢰성 평가에 기여하고자 한다. 기본적으로는 소수의 피로시험에 의하여 피로균열전파에 대한 재료저항의 공간적 통계적 특성을 조사하여 수치시뮬레이션에 의해 피로균열전파수명의 확률분포를 추정하는 방법의 GUI(Graphic User Interface) 환경의 프로그램 개발이다.

## 2. 피로균열전파의 확률모델 및 통계적 특성 해석

피로균열전파율  $da/dN$ 을 표현하는 식으로 현재 가장 널리 사용되는 것이 Paris식이다<sup>6)</sup>. 즉,

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \tag{1}$$

여기서,  $a$ 는 균열길이,  $N$ 은 하중(응력)반복수,  $K$ 는 응력확대계수이고,  $C$ ,  $m$ 은 재료상수로 정의된다.  $da/dN$ 의 통계적 변동을 고려할 때에는 실험 데이터에 나타나는  $C$  또는  $m$ 을 구별해서 해석할 필요가 있으나, 본 연구에서는 시험편내에서는  $m$ 을 일정으로 하고,  $C$ 만이 공간적으로 변동하는 확률모델을 사용하였다. 따라서, 피로균열전파율은 하나의 확률과정으로 보는 것이 가능하고, 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{da}{dN} = C(x)(\Delta K)^m \tag{2}$$

여기서,  $x$ 는 균열선단에서의 위치를 나타낸다.

피로균열전파에 대한 재료저항의 특성을 나타내는데는 피로균열전파율  $da/dN$  보다도 Ortiz 등<sup>5)</sup>과 같이 그 역수, 피로균열전파에 대한 재료의 저항  $dN/da$ 을 취급하는 것이 타당하다. 왜냐하면, 이것은 균열전파 경로에 연한 어떤 위치에서의 전파저항은 그 점에서의 균열전파에 대한 재료의 강도를 나타내고 있다고 생각되기 때문이다. 즉, 피로균열전파율의 변동 대신에 재료의 전파저항의 변동을 고려하는 것이 재료의 통계적 특성의 해석 모델을 설정하는데 있어 더 유용하다. 따라서, (2)는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Z(x) = (\Delta K)^m \frac{dN}{da} \tag{3}$$

여기서,  $Z(x)$ (즉,  $1/C(x)$ )를 전파 경로  $x$ 에 연한 피로균열전파에 대한 재료의 피로균열전파저항계수(이하, 전파저항계수)라 부른다.

(3)에서 알 수 있듯이,  $\Delta K$  및 응력비( $R$ )를 일정으로 하여 실험을 행하면, 피로균열전파에 대한 재료의 전파저항계수와 실험적으로 구하는  $dN/da$ 의 통계적 특성은 등가로 된다. 따라서, 확률과정  $Z(x)$ 의 특성은 피로균열전파율의 역수를 조사하면 된다. 그러나, 실험적으로 얻어지는 전파율은 유한 구간  $\Delta a$ 의 평균치이므로 (3)으로 얻어지는  $Z(x)$ 도 평균치로 되고, 평균치의 통계적 변동을 관찰하는 것으로 된다.  $Z$ 는 공간적인 확률과정이므로,

$dN/da$ 의 계측은 일정하중반복수 간격이 아닌 일정균열길이 간격으로 행할 필요가 있다.

한편, 이 전파저항계수  $Z$ 의 확률분포에 관해서는 금속재료의 경우 여러 분포가 사용되나, 재료강도가 극치분포 중에서도 경험적으로 와이블(Weibull) 분포에 따르는 예가 많으므로,  $Z$ 의 확률분포는 와이블(Weibull) 분포에 따른다고 가정한다. 이와 같이,  $Z$ 의 분포가 3모수 와이블(Weibull) 분포에 따른다고 하면, 그 확률분포함수  $F_z(z)$ 와 밀도함수  $f_z(z)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$F_z(Z) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{z-r}{\beta-r}\right)^\alpha\right] \quad (4)$$

$$f_z(Z) = \frac{\alpha}{\beta-r} \left(\frac{z-r}{\beta-r}\right)^{\alpha-1} \exp\left[-\left(\frac{z-r}{\beta-r}\right)^\alpha\right] \quad (5)$$

여기서,  $\alpha$ 는 형상모수(shape parameter),  $\beta$ 는 척도모수(scale parameter),  $r$ 는 위치모수(location parameter)이다.

그리고,  $Z$ 의 잔차에 대한 자기상관함수를 (6)과 같이 구하면,  $Z$ 의 통계적 특성은 결정되는 것으로 간주한다.

$$R_z(\tau) = (-a_0 | \tau |) \quad (6)$$

### 3. 균열전파수명의 확률분포추정 알고리즘

#### 3.1 시물레이션에 의한 $Z(x)$ 의 재현

균열전파 시물레이션에 선행해서 먼저 전 절에 나타낸  $Z(x)$ 의 확률특성을 기초로 해서  $Z(x)$ 의 시물레이션을 행하였다.  $Z(x)$ 는 와이블(Weibull) 과정에 따르는 비정규 확률과정이기 때문에 통상의 정규 확률과정을 전제로 한 시물레이션은 사용 불가능하다. 따라서, 본 연구에는 Shimozuka 등이 개발한 비정규확률과정의 시물레이션방법<sup>[7]</sup>을 이용해서 (4), (6)에 표현된 파라미터를 이용하여  $Z(x)$ 를 시물레이션하였다.

전파저항계수  $Z(x)$ 에 대한 시물레이션의 알고리즘을 Fig. 1에 나타낸다. 본 시물레이션법을 간단히 설명하면, 먼저 실험에서 얻은 스펙트럼  $S(f)$ 에 기초해서 목표 스펙트럼 밀도함수  $S_T(f)$ 을 정한다. 적당한 스펙트럼  $S_G(f)$ 을 이용, 역푸리에 변환에

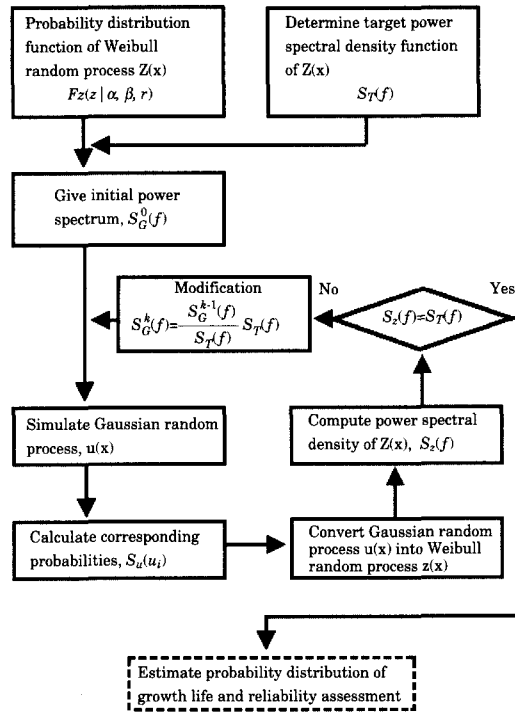


Fig. 1 Flow chart of  $Z(x)$  simulation

의해서 정규확률 과정  $U(x)$ 를 발생한다. 그 정규분포에 따르는 불규칙 데이터  $U$ 를 와이블(Weibull) 분포에 따르는 불규칙 데이터  $Z$ 로 변환한다. 그러나, 변환에 의해서 얻은 확률변수  $Z$ 의 스펙트럼  $S_w(f)$ 는 목표스펙트럼  $S_T(f)$ 와는 반드시 일치하지는 않는다. 따라서, 목표 스펙트럼을 얻기 위하여  $S_G(f)$ 를 수정해서 동일한 방법을 반복할 필요가 있다. 이때 ( $k+1$ )회 째에 정규과정을 시물레이트 하는데 이용하는 스펙트럼 밀도  $S_G^{K+1}(F_i)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ )을 다음과 같은 식으로 정의한다.

$$S_G^{K+1}(f_i) = \frac{S_G^k(f_i)}{S_w^k(f_i)} S_T(f_i) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (7)$$

단,  $S_G^k(f_i)$ 는  $k$ 회 째에 이용한 스펙트럼 밀도,  $S_w^k(f_i)$ 는  $k$ 회 째에 발생한 와이블(Weibull) 분포에 따르는 확률변수  $Z$ 에서 구한 스펙트럼 밀도이다. 이것을 수회 반복하면 시물레이트한 와이블(Weibull) 분포에 따르는 확률과정의 스펙트럼은 거의 목표 스펙트럼과 일치하는 것으로 된다. 더욱

이 실험에서 구한  $Z(x)$ 는 균열이 단위길이를 진행하는 동안의 평균적인 균열전파저항이기 때문에, 시뮬레이트에 있어서도 실험에서와 같은 단위길이 간격으로 행하였다.

3.2 피로균열전파수명의 확률분포의 추정

시뮬레이트한 확률과정  $Z(x)$ 의 데이터로부터 임의의 균열길이  $a_l(l=1, 2, \dots, n)$ 에 달하는 반복수  $N_i$ 는 (8)에 의해서 일정  $\Delta K$ 하의  $a \sim N$ 관계로서 계산될 수 있다. 즉,

$$N_i = \sum_{k=1}^l Z(a_k) \frac{\Delta a}{(\Delta K)^m} \quad (8)$$

단,  $a_0$ 는 초기 균열 길이로,  $a_1$ 은

$$a_l = a_0 + \sum_{k=1}^l \Delta a \quad (9)$$

이다.

한편, (8), (9)로부터 계산한  $a \sim N$  데이터 중, 소정의 균열길이 진전 때의 반복수  $N$ 을 추출하여 확률분포를 구할 수 있다.

수명의 확률분포 특성을 고려한 3모수 와이불(Weibull) 분포 함수  $F_N(n | \alpha', \beta', r')$ 를 전파수명  $N$ 의 확률분포함수라 한다. 즉,

$$F_N(n | \alpha', \beta', r') = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{n-r'}{\beta'-r'}\right)^{\alpha'}\right\} \quad (10)$$

이다. 단,  $\alpha', \beta', r'$ 는 각각 형상모수, 척도모수, 위치모수이다.

한편, 구조물의 사용기간( $n$ ) 중에 성장한 균열 길이가 소정의 균열길이  $\alpha$ 보다 작을 확률을 구조물의 신뢰도  $R(n)$ 이라 한다. 즉, 신뢰도  $R(n)$ 은 다음 식으로 표시된다.

$$R(n) = P_r[a < a_l] = p_r[K < n] = 1 - F_N(n) \quad (11)$$

(10)을 (11)에 대입하면 신뢰도  $R(n)$ 은

$$R(n | \alpha', \beta', r') = \exp\left\{-\left(\frac{n-r'}{\beta'-r'}\right)^{\alpha'}\right\} \quad (12)$$

이다. (12)로부터 구조물의 소정의 신뢰도  $R(n)$ 이 주어지면 그것에 대한 사용기간  $n$ 이 얻어진다. 또, (13)에서 알 수 있듯이 만약  $r'$ 가 존재하면  $r'$

는 균열길이  $a$ 에 도달하는 전파수명의 최소치  $N_s$ 이므로

$$N_s = r' \quad (13)$$

이다.

만일 사용기간  $n$ 이 이 값 이하이면 균열은 길이  $a$ 에 도달하지 않는다. 즉,  $R(n)=100\%$ 이다. 이때의  $N_s$ 를 최소수명이라고 한다. 이상의 시뮬레이션에 의한 전파수명분포의 추정을 위한 플로차트를 Fig. 2에 나타낸다.

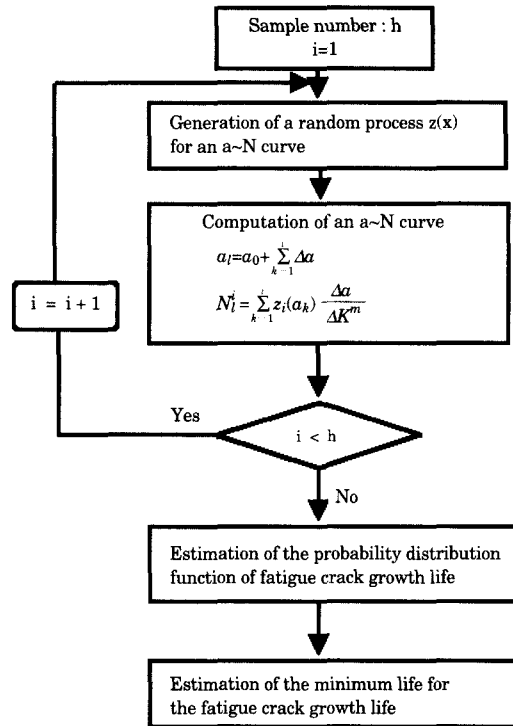


Fig. 2 Flow chart for the estimation of the probability distribution function of crack growth life

3.3 일정하중제어 피로균열전파 시뮬레이션

이상의  $\Delta K$ 일정제어 방법으로 시뮬레이트한  $m$ 과  $Z(x)$ 의 데이터로부터 초기균열길이  $a_0$ 을 주고 (14)와 (8), (9)를 이용해서  $a$ 와  $N$ 의 관계를 구하면 일정하중제어상태의  $a \sim N$ 곡선이 얻어진다. 여기

서 (14)는 CT 시험편의 일례이다.

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B W} \frac{2 + \frac{a}{W}}{\left(1 - \frac{a}{W}\right)^{3/2}} \left\{ C_0 + C_1 \frac{a}{W} + C_2 \left(\frac{a}{W}\right)^2 + C_3 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + C_4 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \right\} \quad (14)$$

$C_0=0.886 \quad C_1=4.64 \quad C_2=-13.32 \quad C_3=14.72$   
 $C_4=-5.6$

그러나, 본 방법은 응력확대계수제어 피로시험에 의한 것으로 결과는 제어의 정도에 좌우된다고 할 수 있다. 또한, 균열길이의 측정정도에 의해서 균열상의 데이터 간격이 정해지므로 균열전파분포의 양상이 달라질 가능성도 있다.

#### 4. 입력 · 출력 데이터 및 결과 분석

##### 4.1 개발 프로그램의 구성

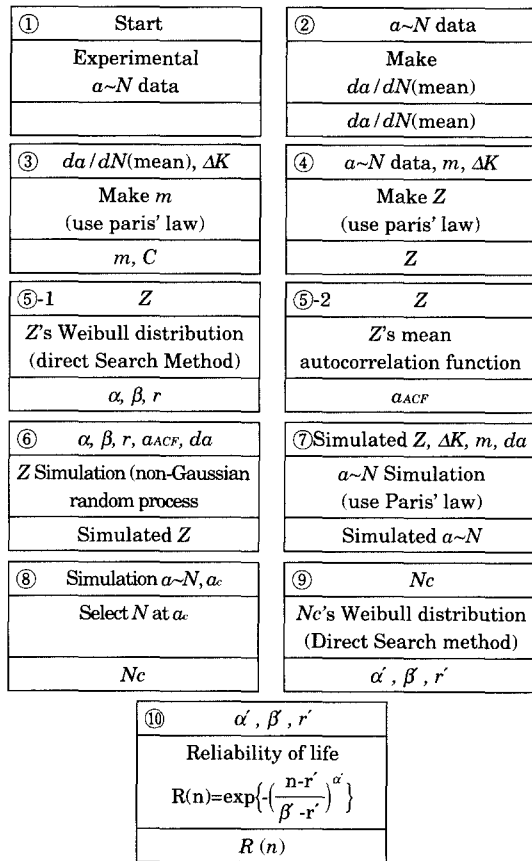
본 연구에서는 앞서 기술한 이론들을 응용하여 피로균열전파수명의 확률분포추정을 위한 전용 프로그램을 개발하고자 하였다.

프로그램의 사용환경은 일반적인 PC에서 사용할 수 있도록 MS사의 32비트 윈도우즈(Windows 95, 98, NT, 2000)로 하였으며, 개발언어는 C++ 언어와 컴파일러는 Inprise의 C++Builder 4.0을 사용하였다. 프로그램의 전반적인 흐름을 Fig. 3에 나타내었다.

##### 4.2 전파저항의 통계적 데이터 추출

피로균열전파수명의 확률분포 추정 프로그램에서 실험데이터로부터 전파저항의 통계적 데이터를 추출하기 위한 입력화면은 Fig. 4와 같다.

이 단계에서 Fig. 3의 ①~⑤까지의 과정이 진행된다. 일정  $\Delta K$  제어 실험으로부터 구한  $a \sim N$  데이터 파일을 입력하면 데이터 파일로부터 초기균열길이  $a_0$  와 최종균열길이  $a_f$  및  $\Delta K$  값을 얻어내고, 계산을 통하여 동일 시험편두께와 응력레벨에서의 평균 피로균열전파율을 계산한다(Fig. 3의 ②). 계산된 평균 피로균열전파율과  $\Delta K$ 를 이용하여  $m, C$  값을 (1)로부터 얻는다(Fig. 3의 ③).  $a \sim N$  데이터



**Fig. 3 Program Analysis Diagram**  
 ( $m, C$  : Paris' law parameter,  $a_{ACF}$  : ACF coefficient,  $a_c$  : critical crack length,  $N_c$  : critical life,  $\alpha, \beta, r, \alpha', \beta', r'$  : Weibull parameter)

와  $m, \Delta K$ 를 이용하여 (3)으로부터  $Z$ 값을 계산한다(Fig. 3의 ④). 계산된  $Z$ 를 이용하여 와이불(Weibull) 분포의  $\alpha, \beta, r$  값을 (4)를 통해서 구하고(Fig. 3의 ⑤-1) 자기상관 함수의 상관계수를 얻어낸다(Fig. 3의 ⑤-2). 이상에서 구한 데이터를 Fig. 5에 나타낸다.

##### 4.3 균열전파수명의 통계적 데이터 추출

$Z$ 의 통계적 데이터로부터  $Z$ 를 시뮬레이션하기 위한 입력화면은 Fig. 6와 같다. Fig. 1에 나타난 순서도대로 입력된 시뮬레이션 개수만큼  $Z$ 를 발생시킨다(Fig. 3의 ⑥).

시뮬레이션된  $Z$ 로부터 (8), (9)를 이용하여 피로

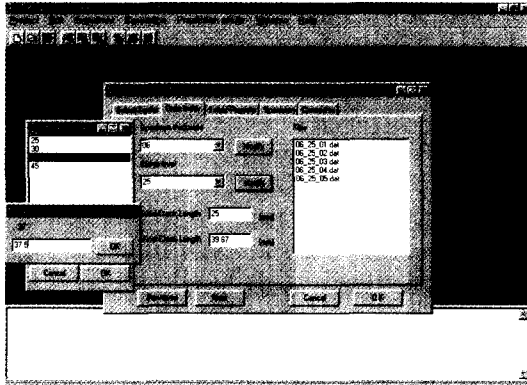


Fig. 4 Input data to calculate the experimental data

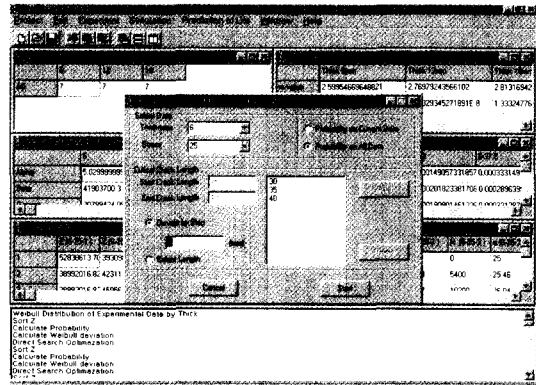


Fig. 7 Selection of the critical crack length for the simulated  $a-N$  data

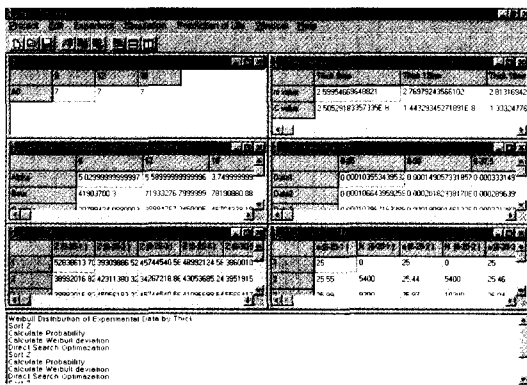


Fig. 5 Output table derived from the experimental data

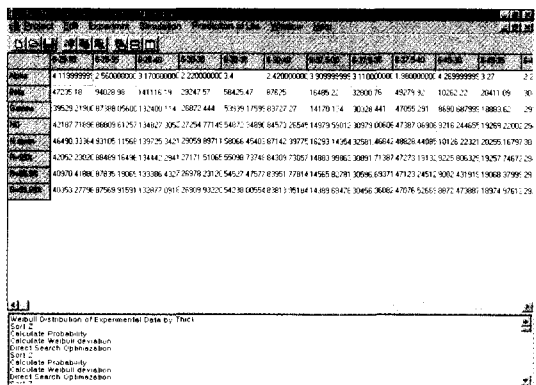


Fig. 8 Output table derived from life distribution and reliability for the critical crack length

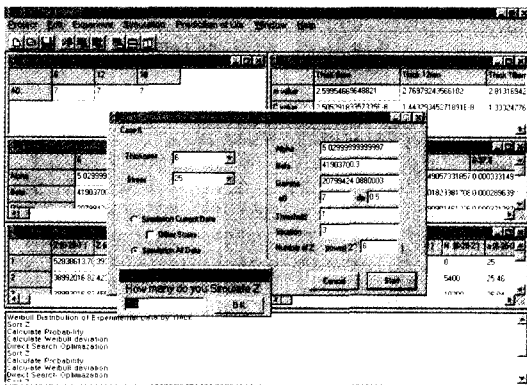


Fig. 6 Selection of data for  $Z(x)$  simulation

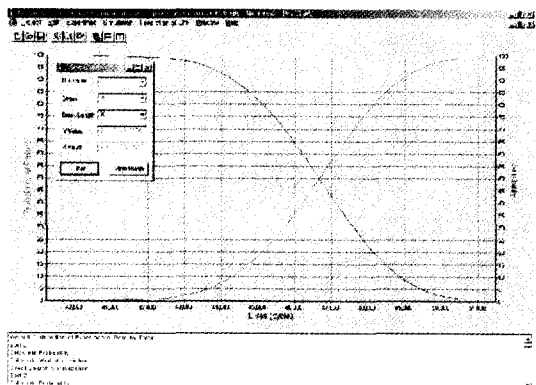


Fig. 9 Result of probability distribution estimation

균열 전파 과정을 재현하였다(Fig. 3의 ⑦). 또한 일정  $\Delta K$  제어 시뮬레이션 및 일정  $\Delta P$  제어 시뮬레이션을 선택할 수 있도록 하였다

시뮬레이션된  $a-N$  데이터로부터 임계균열에서의 수명의 확률분포를 알아보기 위한 임계균열길이 입력화면을 Fig. 7에 나타내었고, 시뮬레이션된

$a \sim N$  데이터로부터 임계균열길이에 해당하는  $N$  (cycle)을 추출한다(Fig. 3의 ⑧).

임계균열길이에서의 수명의 확률분포와 신뢰도를 Fig. 8에 나타낸다(Fig. 3의 ⑨, ⑩).

Fig. 9은 초기균열길이  $a_0$ 부터 임계 균열길이  $a_c$ 까지의 파손확률과 수명을 보여주는 선도이다.

그래프상의 데이터선도를 마우스로 클릭하면 마우스 위치에서의 파손확률과 수명을 보여준다. 이와 같은 선도는 확률론적 수명예측 프로그램의 해석결과 데이터를 이용하여 작성한 것으로 균열의 성장정도 및 파손확률의 신뢰도를 제시하여 줌으로써 설계자료를 추출하는데 있어 도움을 줄 수 있도록 하였다.

### 5. 결 론

재질의 공간적 변동을 하나의 공간적 확률과정이라 취급하여, 기본적으로 소수의 피로시험결과를 이용하여 피로균열 전파수명의 확률분포를 추정할 수 있는 프로그램의 개발 개요를 소개하였다. 이 프로그램은 GUI 환경을 채택하였으며, 각 단계 별로 시험편 두께나 응력레벨 별로 선택할 수 있도록 하였다. 확률론적 수명평가는 구조물의 파손확률을 수명의 함수로 제시하며, 해석결과를 균열의 전파정도 및 수명의 신뢰도로 제시함으로써 설계 자료의 획득은 물론 신뢰성평가에 이용될 수 있을 것으로 기대된다.

### 참 고 문 헌

[1] 藤井 進, 中川陸夫, 橋本和彦, 河村英敏, "時間切斷疲勞壽命試驗データのベイズ解析", 日本機械學會論文集, 第1115號, pp 49~429, 1979.  
 [2] 金善振, 板垣浩, 石塚鐵夫, "材質의空間的變動의材料試驗結果に及ぼす影響について", 日本造船學會論文集, 第173號, pp 327~336, 1993.  
 [3] 강명수, 김덕진, 하정수, "피로균열 성장에 대한 확률론적 수명 평가 프로그램 개발", 대한기계학회 추계학술대회논문집 A, pp, 334~339, 1998.  
 [4] Virkler, D. A., Hillberry, B. M. and Goel, P. K., "The Statistical Nature of Crack Propagation.", Trans, ASME, Vol. 101, pp.148~159, 1979.

[5] Ortiz, K and Kiremidjian, A. S., "Time Series Analysis of Fatigue Crack Growth Rate Data", Eng. Fracture Mechanics, 24~5, pp 657~673, 1986.  
 [6] Paris, P. C. and Erdogan, F., "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws", ASME J. Basic Eng., Vol. 55, pp 528~534, 1963.  
 [7] Shinozuka, M., "Stochastic Mechanics", Columbia University, Vol. 1, pp 235, 1987.

### 저 자 소 개



#### 김선진(金善振)

1960년생. 1984년 2월 부산수산대 기계공학과 졸업. 1989년 2월 동 대학원 졸업(공학석사). 1993년 3월 요코하마국립대학 대학원 졸업(공학박사). 1997년~1998년 Texas A&M University, Dept. of Mechanical Engineering, Visiting Scholar. 현재 부경대학교 기계공학부 부교수



#### 안석환(安碩煥)

1965년생. 1992년 부산수산대학교 기계공학과 졸업. 1994년 동 대학원 졸업(공학석사). 1998년 6월 요코하마국립대학 대학원 졸업(공학박사). 현재 부경대학교 기계공학부 BK21 계약교수.



#### 윤성환(尹盛煥)

1972년생. 1999년 2월 부경대학교 기계공학과 졸업. 2001년 동 대학원 기계공학과 졸업(공학석사). 현재 부경대학교 대학원 기계공학과 박사과정.