

Spur Gear 치면의 표면상승온도 예측에 관한 연구

김희진* · 구영필** · 조용주***

The Study for Estimation of the Surface Temperature Rise in Spur Gear Tooth

H-J Kim* · Y-P Koo** · Y-J Cho***

Key words : Flash temperature, Bulk temperature, Heat flux, Heat partition factor**Abstract**

A numerical simulation of the temperature rise for sliding surface in dry contact is based on Jaeger's formula combined with a calculated heat input. A gear tooth temperature analysis was performed. The pressure distribution has the Hertzian pressure distribution on the heat source. The heat partition factor is calculated along line of action. A Temperature distribution of tooth surface is calculated about before and after profile modification. A Temperature of addendum and dedendum in modified gear have reduced.

기호설명	
$f(x, I, t)$: heat partition function	$T_{1b,2b}$: bulk temperature of bodies
$K_{1,2}$: thermal conductivity of solid	$V_{1,2}$: velocities of surface
l_x : half contact length along moving direction	V_s : sliding speed
$q(x, y, t)$: heat flux	x, y : coordinates on contact surface
t : time	x', y', t' : dummy variables of x, y, t , respectively
$T_{1,2}$: surface temperature	$\bar{T}, \bar{x}, \bar{y}, \bar{t}, \bar{q}, \bar{p}$: nondimensional variabes of T, x, y, t, q, p
$\Delta T_{1,2}$: temperature rise	$\bar{V}_{1,2}$: peclect number($V_{1,2}l_x/4\chi$)
	χ : thermal diffusivity of solids

* 부산대학교 정밀기계공학과 대학원(원고접수일 : 2000년 10월)

** 부산대학교 기계기술연구소

*** 부산대학교 기계공학부

- Ω_c : contact area
- μ : friction coefficient
- U_p : Pitch line speed
- D_1 : Pinion diameter
- D_2 : Gear diameter
- A_1 : Addendum of Pinion
- A_2 : Addendum of Gear
- Ψ : The pressure angle
- ξ : A dummy variable along the contact line
- p_d : The base pitch of gear

1. 서 론

베어링, 기어, 캠 등과 같이 미끄럼 접촉을 하는 기계요소는 고하중·고속도에서 작동하기 때문에 접촉표면은 마찰열에 의한 높은 표면온도를 발생하게 된다. 미끄럼 접촉에서 물체 계면의 표면온도는 표면의 마찰과 마모에 상당한 영향을 미친다. 때문에 두 접촉면의 온도 분포를 추정하는 것은 기계 시스템의 설계에 아주 중요하다.

이런 미끄럼 계면의 표면온도 계산은 트라이볼로지의 중요한 주제이다. 두 미끄럼 접촉 물체사이의 계면을 완전히 특성화하기 위해서는 마찰열에 기인한 접촉면적 위의 온도 분포를 결정할 수 있어야 한다.

마찰열은 대개 돌기 미끄럼에 의해 발생하고 이것에 의한 표면온도를 계산하기 위한 방법이 꾸준히 연구되어 왔다.

Blok⁽¹⁾은 정지한 물체와 움직이는 물체의 단일 사각 열원을 가지는 접촉계면의 온도분포를 계산했다. 마찰열은 미끄럼 마찰로부터 발생하고 열분할계수(Heat flux partition)는 두 접촉표면의 최대온도가 같다는 가정하에 서 구한다. 또한 Blok은 선접촉(line contact)을 이루는 두 움직이는 접촉 표면에서의 온도 분포 식을 유도하고 기어에 적용시켰다. Jaeger⁽²⁾는 일정속도로 움직이는 띠형태의 열원(band heat source)과 사각열원(rectangular source)에 의한 정지한 반무한체와 움직이는 반무한체의 미끄럼 접촉계면의 표면온도식을 유도했으며, 열분할계수는 접촉 표면의 최대온도 대신에 평균온도가 같다는 가정 하에 계산

했다. Ling and Pu⁽⁴⁾은 매끄러운 평판에 대한 사각 돌출부(square protrusion)를 가진 움직이는 반무한체의 미끄럼 접촉 시뮬레이션을 통한 건마찰에서의 표면온도 분포를 계산하는 수치적 방법을 유도했다.

Archard⁽³⁾는 정지한 물체와 움직이는 물체의 접촉위의 원형 열원에 대한 온도분포를 연구했고, Francis⁽⁵⁾는 미끄럼 헤르츠접촉에서 정상상태 계면 온도 분포에 대한 해석적 표현이 전체 마찰력, 속도, 접촉상태, 재료의 열적성질, 각 물체의 평균 온도 측면에서 유도했다. Qui and Cheng⁽¹¹⁾은 미끄럼 운동을 하는 매끄러운 강체와 정지한 거친 탄성체사이의 돌기 온도를 계산하기 위한 완전 소성 변형을 고려한 건마찰과 혼합 윤활상태에서 접촉계면의 온도 분포를 계산했다. 또한, 거칠기를 고려한 혼합윤활 상태에서 3차원 거친 표면과 매끄러운 표면이 미끄럼 운동할 때의 표면 상승온도를 구하였다.

Tian and Kennedy⁽⁸⁾는 전 범위의 Peclet number에 대하여 다양한 형태의 움직이는 열원에 기인한 반무한체의 표면 온도 상승을 해석했다.

최근에는 실제 기계요소의 미끄럼 표면에서의 온도상승에 대한 연구가 이루어지고 있다. Wang and Cheng⁽⁶⁾는 FEM와 Jaeger식을 이용하여 spur gear의 표면온도를 계산하였으며, Bushan⁽⁷⁾은 자기헤드미디어(Magnetic head-Media)계면의 온도 상승에 관한 연구를 했다. 또한, Leo and Sinclair⁽¹⁰⁾는 하드디스크 드라이브의 헤드-디스크(Head-Disk)계면의 심광온도 분포에 관한 연구를 수행했다.

본 연구에서는 사각열원에 대한 Jaeger식을 바탕으로 하여 건마찰 상태에서의 맞물린 기어 접촉의 계면상승온도를 계산하고, 또한 치형수정[12]에 의한 하중분포에 따른 치면의 온도분포를 비교자 한다.

2. 미끄럼 접촉 표면의 온도계산

돌기 접촉을 하는 서로 다른 속도를 가지는 접촉에서 두 움직이는 표면에 대한 표면 온도 계산이 연구되어졌다.

2.1 접촉온도

Blok은 접촉 표면의 온도를 다음과 같이 정의 내렸다. 선 접촉에서 거친 표면의 마찰열에 의한 최대 접촉온도를 T_c , 접촉 부분에서 약간 떨어진 지점의 온도가 일정한 부분에서의 온도인 평균온도 (bulk temperature) T_b , 그리고 마찰열로부터 접촉부분에서 발생하는 최대 선풍온도를 T_f 라하고, 이들 사이의 관계는 다음 식으로 표현된다.

$$T_c = T_f + T_b \quad (C \text{ and } F) \quad (1)$$

2.1.1 선풍온도 (T_f)

접촉표면에서 고정된 직각좌표를 (x, y, z) 라고 하자.

열적 성질이 일정할 때 열전도 방정식은

$$\frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \bar{T}}{\partial z^2} + \frac{1}{\alpha} = \frac{\partial \bar{T}}{\partial x} \quad (2)$$

로 표현된다.

경계영역에서의 열 손실이 없다고 할 때 반무한체의 점 $(x', y', 0, t')$ 에서 입력 열량 $q dx' dy' dt'$ 에 기인한 유한 시간 t 동안 한점 (x, y, z) 에서의 상승온도는 Carslaw and Jaeger(1959)에 의해 유도된 다음 식에 의하여 계산된다.

$$dT = \frac{q(x', y', 0, t') dx' dy' dt'}{4\rho c [\rho \alpha (t-t')]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2 + (y-y')^2 + z^2}{4\alpha(t-t')}\right] \quad (3)$$

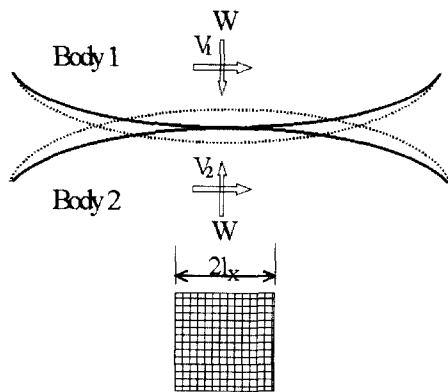


Fig. 1 Model Surface Contact

식(3)을 무차원화하면 다음과 같다.

(부록 참고)

$$d\bar{T} = \frac{q(\bar{x}', \bar{y}', 0, \bar{t}') d\bar{x}', d\bar{y}', d\bar{t}'}{4\rho c [\rho \alpha (\bar{t} - \bar{t}')]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(\bar{x} - \bar{x}')^2 + (\bar{y} - \bar{y}')^2 + \bar{z}^2}{4\alpha(\bar{t} - \bar{t}')} \right] \quad (4)$$

속도 V_2 을 가진 표면 2로 전도된 열유속의 부분을 열분할계수 $f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')$ 라 할 때 발생된 열은 열분할계수 $f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')$ 에 따라 두 접촉 표면으로 전도된다.

속도 V_1 을 가진 표면 1로 전도된 열유속의 나머지 부분은 로 표현된다. 시간 t 에서 까지 전체 접촉면적에서 발생한 표면온도 상승은 다음과 같이 표현된다.

표면 1에 대한 상승온도 :

$$\Delta T_{1}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t},) = \int_0^t \int_{\Omega_N} \left\{ (1-f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}')) \cdot \frac{q(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') d\bar{x}', d\bar{y}', d\bar{z}'}{(\bar{t} - \bar{t}')^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{[\bar{x} - \bar{x}' - V_1(\bar{t} - \bar{t}')]^2 + (\bar{y} - \bar{y}')^2}{(\bar{t} - \bar{t}')} \right] \right\} \quad (5)$$

표면 2에 대한 상승온도 :

$$\Delta T_{2}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{t},) = \int_0^t \int_{\Omega_N} \left\{ f(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \cdot \frac{q(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') d\bar{x}', d\bar{y}', d\bar{z}'}{(\bar{t} - \bar{t}')^{3/2}} \cdot \exp\left[-\frac{[\bar{x} - \bar{x}' - V_2(\bar{t} - \bar{t}')]^2 + (\bar{y} - \bar{y}')^2}{(\bar{t} - \bar{t}')} \right] \right\} \quad (6)$$

여기서 접촉 면적은 헤르츠 접촉 면적을 나타낸다. 여기서 열분할계수 f 는 계면을 통한 온도강하가 없기 때문에 돌기 접촉에서 최대 온도가 같다는 가정에 의하여 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{T}_{1b} + \Delta \bar{T}_1(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') = \bar{T}_{2b} + \Delta \bar{T}_2(\bar{x}', \bar{y}', \bar{t}') \quad (7)$$

여기서 \bar{T}_{1b} 는 두 표면이 같다고 가정했다.

2.2 열유속(heat flux)의 계산

접촉표면의 온도는 접촉면에서 발생한 열과 아

주 밀접한 관련이 있다. 이 열은 열유속(heat flux)으로 나타낼 수 있다. 열유속은 식(8)에서처럼 접촉압력과 미끄럼 속도의 곱으로 표현된다.

$$q = \mu PV_s \quad (8)$$

여기서 μ 는 마찰계수이다.

3. Spur 기어에 대한 적용

3.1 Spur 기어의 접촉구간

탄성변형에 의한 기어 표면의 열유속을 구하기 위해서는 우선, 기어의 기하학적 분석을 통해 접촉하는 치면에 대한 하중분배를 파악하여야 한다.

Fig. 2은 일반적인 Spur 기어의 치 접촉시 작용선 방향으로 최대 수직 하중의 분배를 도시한 것인데, 기어 치 $g1$ 과 $g2$ 가 두 접촉점 $C1$ 과 $C2$ 에서 만

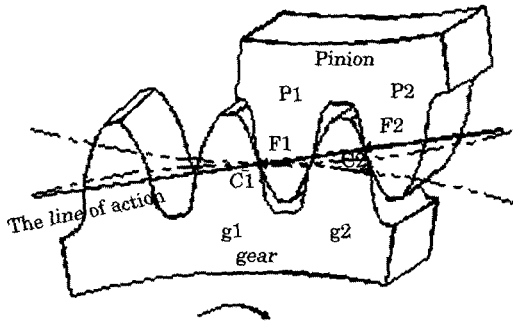


Fig. 2 Tooth Contact in High-Contact Ratio Gear

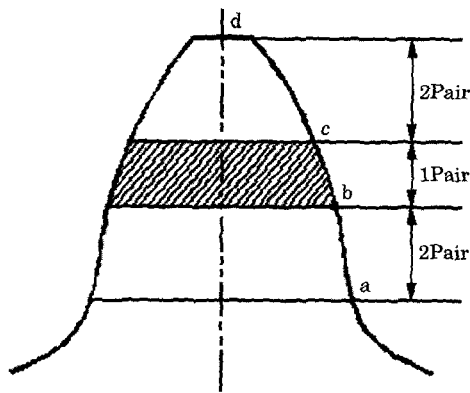


Fig. 3 Tooth Contact Zones

나고 있다.

치 $g2$ 의 접촉점이 기어 치의 이끝이 되었을 때, 두 쌍의 접촉이 한 쌍의 접촉으로 변화되면서 작용선 위의 총 수직 하중은 한 개의 치에 총 수직 하중이 집중되어 전달되기 때문에 급격한 힘의 변화를 야기시키게 된다. 이러한 접촉상태를 기어치면상에 나타낸 것이 Fig. 3인데, 즉 ab 구간에는 2 개의 접촉점이 맞물리고, bc 구간에는 1개의 접촉점이 맞물리며, cd 구간에는 다시 2 개의 접촉점이 맞물리면서 반복 회전하게 되는 것이다. Table 1은 본 연구에서 수행한 기어의 데이터를 나타낸 것이다. 그리고 Table 2는 해석에 사용된 물성치를 나타낸 것이다.

작용선 위에서 한 쌍의 치가 접촉할 수 있는 구간에서 온도해석이 이루어진다. 이 구간에서 접촉점의 수와 관련한 접촉구간의 시작과 끝점의 위치를 도시한게 Fig 4인데 각 위치는 다음 계산에 의해 결정된다

$$L_{c1} = \left[\left(\frac{D_1}{A_1} \sin \Psi \right)^2 + 4 \left(\frac{D_1}{A_1} + 1 \right) - \frac{D_1}{A_1} \sin \Psi \right] \quad (9)$$

$$L_{c2} = \left[\left(\frac{D_2}{A_2} \sin \Psi \right)^2 + 4 \left(\frac{D_2}{A_2} + 1 \right) - \frac{D_2}{A_2} \sin \Psi \right] \quad (10)$$

Table 1 Gear data

Gear Data		
Item	Pinion	Gear
Number of teeth	16	24
Pressure angle, degrees	20°	
Module	4.5mm	
Face width	20.00mm	
Angular Speed	2190rpm	1460rpm
Young's modulus	200 GPa	
Poisson's ratio	0.3	
Contact ratio	1.88	

Table 2 Properties of materials

Specific heat of solids, c	0.465 kJ/kg°C
Thermal diffusivity of solids, α	1.474×10^{-5} m ² /sec
Thermal conductivity of solids, k	54 W/m°C
Density of solids, ρ	7,833 kg/m ³
Friciton coefficient of surface, μ	0.4

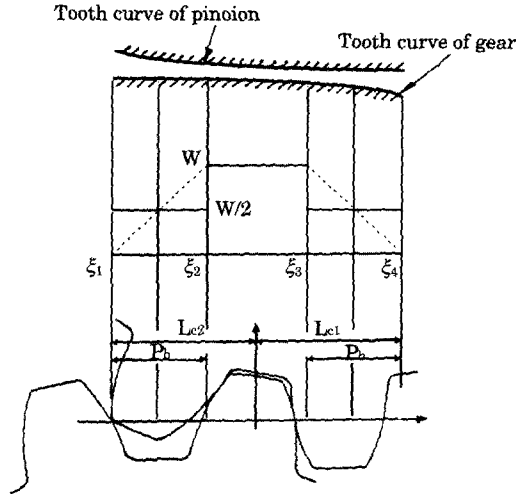


Fig. 4 Action Length and Load Distribution of Gear Tooth

The point 1 : $\xi_1 = -L_{c2}$ (11)

The point 2 : $\xi_2 = -(L_{c1} + L_{c2} - p_b)$ (12)

The point 3 : $\xi_3 = p_b - L_{c2}$ (13)

The point 4 : $\xi_4 = -L_{c1}$ (14)

여기서 1-2, 3-4의 구간은 2 개의 접촉점을 가지고 2-3의 구간에서는 1 개의 접촉점을 가진다. 하중분포는 Fig. 4 에 나타난 분포를 가진다. 접선은 수정된 치형의 하중분포선도를 1차식으로 간략하여 나타내었다.

3.2 슬라이딩 속도 (U)

실제로 미끄럼 속도는 표면의 온도상승에 아주 중요한 인자이다. 기어에서 슬라이딩 속도(U)는 Fig. 5에서 접촉점(P)에서의 상대속도의 차를 의미하는 것이므로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}
 U &= V_p \sin \theta_p - V_G \sin \theta_G \\
 &= w_G \overline{PN_G} - w_p \overline{PN_p} \\
 &= w_G(\overline{PQ} + \overline{QN_G}) - w_p(\overline{QN_p} - \overline{PQ}) \\
 &= (U_p + U_p) \overline{PQ} \\
 &= \left(\frac{U_p}{\frac{D_1}{2}} + \frac{U_p}{\frac{D_2}{2}} \right) \cdot |\Psi| \quad (15)
 \end{aligned}$$

따라서,

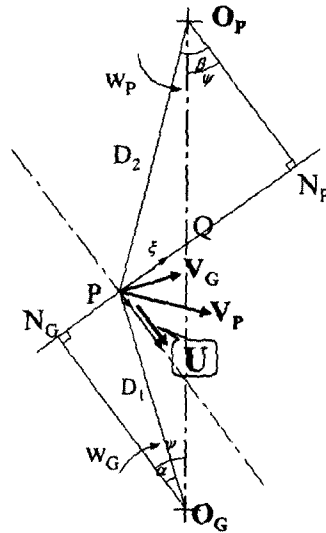


Fig. 5 Sliding Velocity

$$U = 2U_p \cdot |\Psi| \cdot \left(\frac{1}{D_1} + \frac{1}{D_2} \right) \quad (16)$$

식(16)을 식(8)에 대입하여 계산하면 열유속을 구할 수 있다.

4. 해석결과 및 고찰

Fig 6-10은 앞 장의 온도 계산식을 이용해서 기어에 적용한 결과들이다. 계산된 결과들은 기어의 중심선(center line)에 대한 값들이다.

Fig 6은 기어 치면의 각 접촉점에서의 속도분포를 나타낸 것이다.

Fig 7는 Blok의 식을 이용한 결과와 새로운 계산결과에 대한 온도 그래프이다. Blok의 결과값이 적은 이유는 접촉에 대한 열원 분포의 영향을 고려하지 않았기 때문이다.

Fig.8은 기어 치면의 하중분포에 따른 헤르츠 접촉 압력을 나타낸 것이다. 치형 수정전 기어치는 접촉초기 이뿌리 부위에 상당한 압력이 가해지나 수정된 기어에서는 이 부분에서 압력이 상당히 적게 발생함을 알 수 있다.

Fig 9은 기어 치면에서 발생하는 열유속과 기어와 피니언으로 들어가는 열량을 결정하는 열분할 계수에 대한 그래프이다.

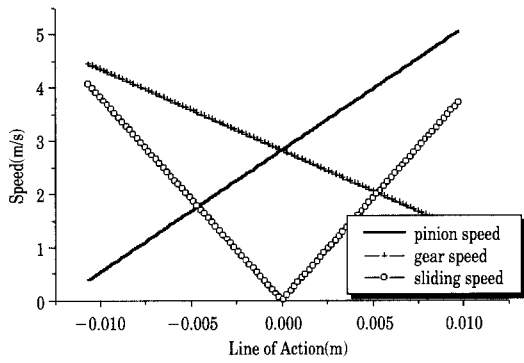


Fig. 6 Distribution of speed in contact point

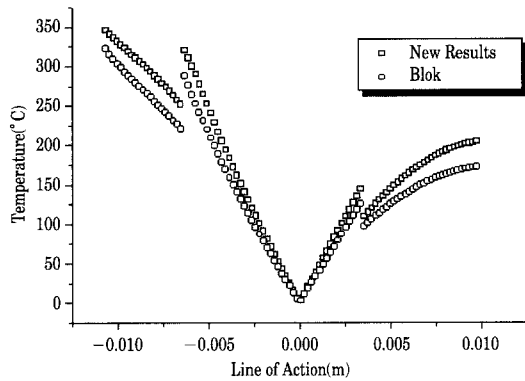


Fig. 7 Comparison of maximum temperature rise

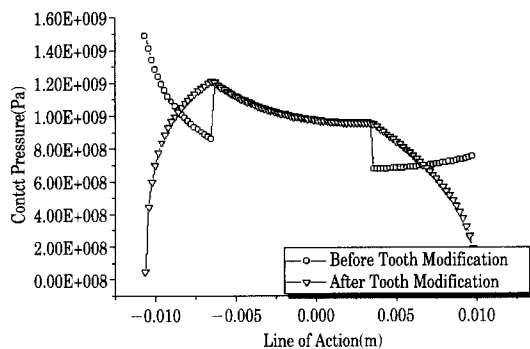


Fig. 8 Distribution of Contact Pressure

구동기어의 이뿌리 근처에서는 열이 구동기어로 많이 들어가고 이끝으로 이동하면서 피동기어 쪽으로 많이 이동한다.

실제 기어의 파괴도 이뿌리와 이끝 부위에서 많이 발생하는데 그 이유도 이곳에서의 높은 온도상

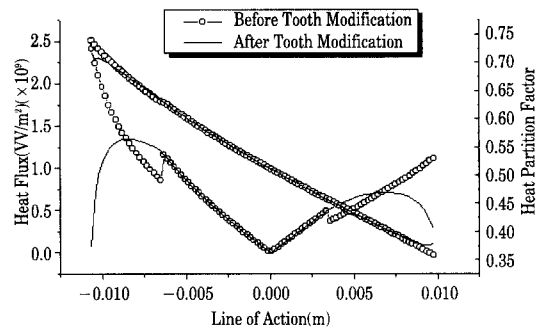


Fig. 9 Distributions of heat flux and heat partition factor

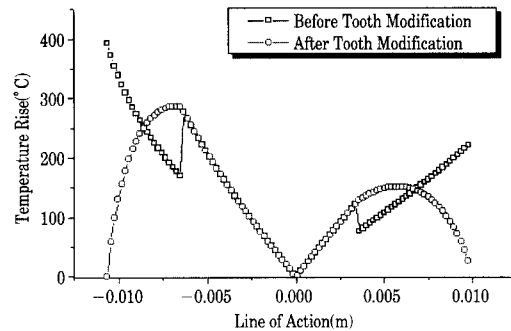


Fig. 10 Distributions of maximum temperature on tooth surface

승이 한 원인이다.

Fig 10은 기어 치면에서 발생하는 설팡온도를 나타낸 것이다. 기어 수정 전에는 이뿌리와 이끝 그리고 접촉점이 1개로 변하는 지점에서 온도가 높음을 알 수 있다.

치형 수정 후에는 이뿌리와 이끝 부위에서의 온도가 아주 낮게 발생함을 볼 수 있는데 이것으로 치형 수정이 온도상승에 의한 기어파손에 효과적인 임을 알 수 있다. 피치 점에서는 온도가 거의 상승하지 않는데 이것은 이 곳에서 미끄럼 속도가 0이기 때문이다.

5. 결 론

본 연구에서는 Jaeger의 표면온도상승 계산식을 기초로하여 스퍼기어 치면의 설팡온도를 구하는 프로그램을 개발하였으며 그 결과를 기초로하

여 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 기어 치면의 온도 분포를 통해 접촉시 이끝과 이뿌리부분에서의 높은 온도상승이 발생함을 알 수 있었다.
- (2) 기어 접촉 수가 2점에서 1점 접촉으로 바뀔때 불연속적인 온도 상승이 발생함을 보였다.
- (3) 기어의 치형 수정을 통해 이끝, 이뿌리 근처의 온도 상승을 줄일 수 있었다.

참고문헌

1. Blok, H., "Theoretical Study of Temperature Rise at Surfaces of Actual Contact under Oiliness Lubricating Condition." Proc. General Discussion on Lubrication, *Inst. Mech. Engrs.*, London, Vol. 2, pp. 222~235 (1937)
2. Jaeger, J.C., "Moving Sources of Heat and the Temperature at Sliding Contacts." *J.Proc. Roy. Soc. N.S.W.*, Vol.76, pp. 203~224 (1942)
3. J.F.Archard., "The Temperature of rubbing Surfaces", *Wear.* vol. 2 (1958/59)
4. F.F.Ling., S.L.Pu., " Probable Interface Temperatures of Solids in Sliding contact". *Wear.* vol.7, pp. 23-34 (1964)
5. H.A.Francis., "Interfacial Temperature Distribution within a Sliding Hertzian Contact", *ASLE TRANSACTION.* vol.14 , pp.41~54(1970)
6. K.L,Wang, H.S,Cheng., "A Numerical Solution to the Dynamic Load, Film Thickness, and Surface Temperature in Spur Gears, Pari I Analysis" *Journal of Mechanical Design.* vol 103, pp.177~187 (1981)
7. B,Bhushan., "Magnetic Head-Media Interface Temperature", *ASME Journal of Tribology*, Vol.109, pp.243~256 (1987)
8. Xuefeng Tian., Francis E. Kennedy, Jr "Maximum and Averagy Flash Temperatures in Sliding Contacts", *Journal of Tribology*, vol. 116, pp.167~174 (1994)
9. W.Y.D.Yuen., "Heat Conduction in Sliding Solids ". *Int. J.Heat Mass Transfer.* Vol.31, No. 3. pp.637~646 (1988)
10. H-L.Leo, G.B.Sinclair., "Flash Temperature Distributions at the Head-Disk Interface in Hard

Disk Drives", *ASME Journal of Tribology.* vol. 120, pp.536~541 (1998)

11. L.Qiu, H.S.Cheng. "Temperature Rise Simulation of Three-Dimensional Rough Surface in Mixed Lubricated Contact", *ASME Journal of Tribology*, vol. 120, pp.310~318 (1998)
12. 문석만, 김태완, 조용주., "고 물림률 Spur Gear의 원활한 하중 전달을 위한 최적 치형 수정에 관한 연구", 한국자동차공학회 추계학 술대회, pp.424~430 (1999)

(부 록)

변수들의 무차원화

$$\bar{x} = \frac{x}{l_x}, \bar{y} = \frac{y}{l_x}, \bar{p} = \frac{p}{P_m}, \bar{V}_i = \frac{V_i l_x}{4\alpha}, \bar{q} = \mu \bar{p} \bar{V}_s,$$

$$\bar{V}_s = \frac{\rho^{3/2} \rho c}{2P_m} T, \bar{t} = \frac{4\alpha}{l_x^2} t$$

저 자 소 개



김희진(金喜珍)

1975년 1월생. 1994년 부산대학교 공과대학 정밀기계공학과 졸업. 1998년~현재 동대학원 정밀기계공학과 석사과정



구영필(具永必)

1959년 2월생. 1983년 부산대학교 공과대학 기계공학과 졸업. 1995년 창원대학교 대학원 기계공학과 졸업(석사). 2000년 부산대학교 일반대학원 기계공학과 졸업(박사). 1985년~1999년 쌍용중공업(주) 기술연구소 선임연구원. 2000년~현재 부산대학교 기계기술연구소 전임연구원. 당학회 정회원



조용주(趙鏞柱)

1954년 2월생. 1977년 서울대학교 공과대학 기계공학과 졸업. 1979년 한국과학기술원 생산공학과 졸업(석사). 1994년 한국과학기술원 기계공학과 졸업(박사). 1979년~현재 부산대학교 공과대학 기계공학부 교수.