

## A Sigma-Delta Modulator With Random Switching Periods

裴昶漢\* · 金相旼\*\* · 李光遠\*\*\*  
(Chang-Han Bae · Sang-Min Kim · Kwang-Won Lee)

**Abstract** - This paper proposes a random sigma-delta modulator(RSDM), which is constructed by a 1st order sigma-delta modulator(SDM) and a simple structured random binary generator(RBG). The 1st order SDM produces a switching pulse waveform which has the same low-frequency component as the reference input, while the RBG spreads the distribution of the number of sampling per switching cycle, and thus disperses the spectrum spikes in the output. The relationship between the harmonic spectra and the number of sampling per switching cycle is studied through computer simulations, and the frequency spectra of the RSDM are confirmed in an experimental setup.

**Key Words** : Sigma-Delta modulation, random modulation, randomized switching frequency, spectrum spike

### 1. 서 론

전력전자회로에서 출력을 제어하기 위하여 사용하는 PWM은 스위칭주파수에 잡음 전력을 집중시키고 토크리플등을 발생시키는 단점이 있다. 잡음 전력이 특정주파수에 크게 나타나는 스펙트럼 스파이크를 제거하기 위하여 고정된 스위칭 주파수의 근처 일정범위에서 랜덤 스위칭을 구현함으로써 고조파를 분산시키고 성능을 개선하는 여러 방식이 보고되고 있다 [1-5]. 이러한 랜덤 PWM을 구현하려면 랜덤한 듀티시간을 얻고 이 값을 카운트하여 펄스 파형을 만들어야 하는데, 주어진 랜덤 값으로부터 듀티시간을 계산하고 이를 펄스로 만들기 위한 과정이 복잡하다.

이 논문에는 이와 같이 랜덤 듀티시간을 별도로 계산하지 않고 시스템을 간단히 구현하기 위해 시그마 델타 변조기(SDM)와 랜덤 2진 발생기(RBG)를 이용한다. SDM은 단순한 구조와 고정된 샘플링주파수로 스위칭 펄스를 만들 수 있는 장점 외에도 고조파 분산과 잡음 경감기능이 있어 입력신호 주파수 영역내의 저차 고조파 성분을 줄일 수 있고 스펙트럼 스파이크를 줄여준다. 그러나 SDM만으로는 양자화 오차와 입력의 상관관계 때문에 기존의 PWM과 같이 어느 정도 스펙트럼 스파이크를 갖는다 [6,7]. 1차 SDM의 스펙트럼 스파이크를 제거하기 위해 출력단에 RBG를 첨가하여 구현한 새로운 랜덤 시그마 델타 변조(RSDM)기법을 제안하여 개선된

고조파 특성을 갖는 스위칭 펄스 파형을 만들고자 한다. 제안된 기법의 특성을 파악하기 위하여 모의 실험을 실시하고 실험으로 입증하기 위해 간단한 풀브릿지(full bridge) 컨버터에 RSDM을 적용하였다. 실험결과 RSDM이 스펙트럼 스파이크를 제거하여 출력 스위칭 파형이 좋은 고조파 특성을 가짐을 보여주었다.

### 2. 랜덤 SDM

#### 2.1 랜덤 SDM의 구조

SDM은 기준 입력신호를 양자기를 통해 1 비트의 출력으로 변환하는 것인데 양자화 오차를 줄일 수 있도록 출력을 제한시키는 방식으로 동작한다. 그림 1은 1차 SDM을 이용한 RSDM의 구성으로 기존의 1차 SDM의 출력단에 sample-and-hold를 설치하고 RBG의 신호로 sample-and-hold를 동작시키게 한 것이다. RBG로부터의 출력 S는 0 과 1의 두 가지 상태값을 갖는데 값이 0인 경우는 1차 SDM의 양자기 출력을 전달하며 값이 1 인 경우는 전 단계의 출력 상태를 유지한다. 따라서 S의 값의 분포를 랜덤하게 하면 랜덤 스위칭 출력파형이 얻어지며 이 경우 간단한 구조와 고정된 샘플링 주파수로 랜덤 스위칭 펄스 파형을 구현할 수 있다. 양자기의 출력은 +1, -1 두 값을 갖는 것으로 하면 입력 신호크기의 범위는 이 두 값 사이가 된다.

\* 正 會 員 : 亞州大 電子工學科 博士課程  
 \*\* 正 會 員 : 現代自動車 南陽研究所 研究員  
 \*\*\* 正 會 員 : 亞州大 電子工學部 教授 · 工博  
 接受日字 : 2001年 3月 14日  
 最終完了 : 2001年 9月 5日

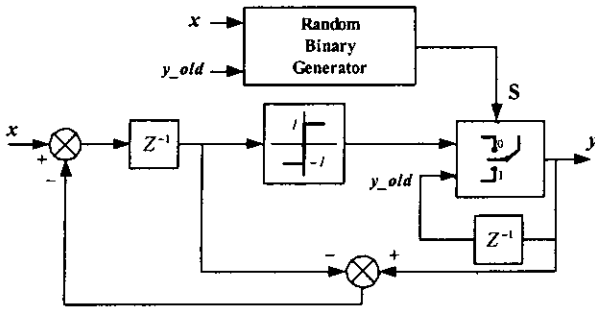


그림 1 RSDM의 블록도  
Fig. 1 Block diagram of RSDM.

2.2 입력에 따른 스위칭 주기의 변화

SDM의 샘플링 주파수가 기존의 PWM의 반송파 주파수와 동일하고 입력신호의 주파수보다는 매우 크다는 조건에서 기존의 PWM에 대한 SDM의 스위칭 횟수비율을 R로 정의하면 크기가 m인 직류 입력의 경우 스위칭 횟수 비는 식(1)로 얻어진다. 진폭이 m인 교류 정현파 입력의 경우는 입력신호의 크기가 시간에 따라 변화하므로 R은 식(1)에서 입력 교류 정현파 한 주기 동안의 평균값을 취해 식(2)로 얻어진다. 따라서 식(1)과 (2)로부터 R과 m의 관계는 그림 2로 나타나는데 기존의 PWM은 m에 관계없이 일정한 스위칭 횟수를 갖으나 1차 SDM의 경우에는 m의 크기가 증가함에 따라 스위칭 횟수가 감소한다.

$$R = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot |m| \tag{1}$$

$$R = \frac{1}{2} - \frac{1}{\pi} \cdot |m| \tag{2}$$

출력 펄스파형의 한 주기 동안 샘플링 횟수 n\_d는 R의 역수에 가까운 정수이므로 대략 다음 식으로 얻어진다.

$$n_d = \left\langle \frac{2}{1-|x|} \right\rangle \tag{3}$$

여기서 <a>는 a에 가장 가까운 정수이며 x는 스위칭 주기가 시작되는 시점에서의 입력신호의 값이다. SDM의 경우 n\_d의 범위는 입력신호 값에 따라 최소 2에서부터 무한대까지의 값을 갖는다. 입력 값이 0인 경우 출력파형의 한 주기는 2개의 샘플링 구간이 되고 입력의 절대값이 커질수록 n\_d 값도 증가하여 출력파형의 한 주기가 길어진다. 그러나 n\_d가 너무 커지면 스위칭 주파수가 낮아지므로 n\_d가 평균 10을 넘지 않게 하는 것이 좋다. 따라서 입력신호가 직류이면 |x|는 0.8 이하인 것이 좋다. RSDM의 경우 RBG의 출력에

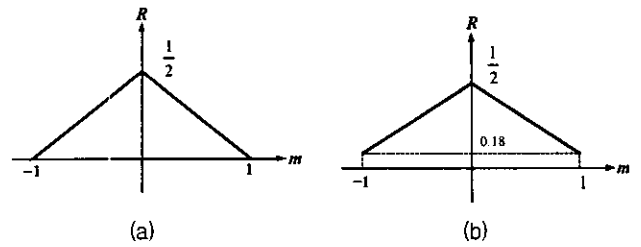


그림 2 변조비에 따른 스위칭 횟수 비율  
(a)직류입력 (b)교류입력  
Fig. 2 Switching number ratio vs. the modulation index.  
(a) Dc input. (b) Ac sinusoidal input.

의해 n\_d값이 랜덤하게 변화함으로써 랜덤 스위칭 펄스가 구현되는데 RBG의 출력이 1이 되는 확률이 클수록 더욱 넓은 범위에서 n\_d를 변화시키고 이것은 스위칭 파형을 좀더 랜덤하게 만든다.

2.3 랜덤 2진 발생기 (RBG)

RBG는 난수 생성기와 2개의 비교기로 간단히 구성되며 블록도는 그림 3과 같다. 난수발생기에서 생성된 난수는 0과 1 사이의 값을 갖는데 이 값을 K+1이 곱하여진 다음 비교기에 의해 0 또는 1로 변환된다. 또한 입력값과 전단계의 출력값의 곱으로부터 동일 부호인 때를 검출하여 출력 파형의 한 주기 동안에서 긴쪽의 상태에서만 RBG의 값이 영향을 주도록 한다. 이 RBG의 출력은 SDM 출력단의 sample-and-hold 스위칭 신호로 사용되어 랜덤한 스위칭 펄스 파형을 만들게 한다. K+1을 곱한 것은 K에 따라 출력에서 0과 1의 분포가 달라지게 하기 위한 것이다.

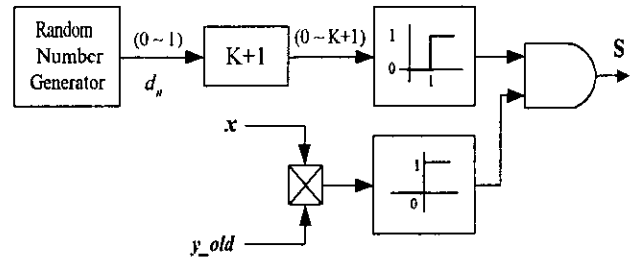


그림 3 RBG 블록도  
Fig. 3 Block diagram of the RBG

RBG에 사용되는 난수 발생기는 곱셈군(multiplicative group)을 이용한 multiplicative congruential method를 사용하여 단순하면서도 수행시간을 최소화 하는 알고리즘으로 구성한다. 균등분포에 가까운 0과 1사이의 난수 발생 알고리즘은 식(4)로 표현된다 [8-10].

$$c_n = \text{mod}(P_1 \cdot c_{n-1}, P_2) \tag{4}$$

$$d_n = \frac{c_n}{P_2}$$

여기서  $P_2$ 는 소수이고  $P_1$ 은 곱셈군을 만드는 원시근 중 하나이다. 그림 4는  $P_1=116$ ,  $P_2=9973$  그리고  $c_0=1$  일 때 발생된 난수의 분포이다. RBG의 출력값은  $K$ 가 증가할수록 1의 분포가 커지게 되고 한 주기 샘플링 횟수  $n_d$ 의 변화 폭을 증가시켜 낮은 주파수의 랜덤한 출력펄스 파형을 발생시킨다. 이는 스펙트럼 스파이크를 제거하지만  $K$ 값이 필요 이상으로 커질 경우 저차 고조파의 크기를 증가시킬 수 있다. 따라서 적합한  $K$ 값의 설정이 필요하다.

### 3. 모의 실험에 의한 RSDM 출력 파형 분석

샘플링 주파수를 20kHz로 하고 직류 입력과 교류 정현파 입력 시의  $K$  값의 변화에 대한 RSDM의 출력파형에 대한  $n_d$ 의 분포와 스펙트럼 분석파형을 그림으로 나타낸다.  $K$  값이 0일 때 RBG의 출력 값은 항상 0을 갖게 되어 기존의 SDM의 출력파형과 같으며  $K$  값이 클수록 랜덤한 스위칭 파형을 얻는다. 그림 5는  $x=0.7$ 인 직류 입력의 경우인데 (a)는  $K=0$ 인 경우로  $n_d$ 가 6, 7에 집중되며 평균 스위칭 주파수와 그의 배수와 성분에서 스펙트럼 스파이크가 발생된다. (b)와 (c)는  $K$ 가 증가된 경우로  $n_d$ 의 분포가 넓어지며 이에 따라 스펙트럼 스파이크가 제거됨을 확인할 수 있다. 그림 6은 교류 정현파 입력의 경우로 직류 입력 시와 마찬가지로  $K$ 값이 증가함에 따라 8kHz이상에서의 스펙트럼 스파이크가 제거된다.  $K$  값을 0.6~0.8로 설정하면 대부분의 경우 좋은 특성이 기대된다. SDM과 RSDM의 출력 스위칭 파형을 그림 7에서 비교한다. (a)는  $x=0.7$ 인 직류입력 시 5ms 동안의 스위칭 파형으로 SDM의 경우  $n_d=6$ 인 펄스 5개와  $n_d=7$ 인 펄스 9개만 관찰되고 14개 펄스기간(93샘플) 동안 변조기 출력의 평균은 0.699로  $x=0.7$ 과 아주 가깝다. 그러나 RSDM에서는  $n_d$ 가 3, 5, 6, 7, 10등으로 분산되어 랜덤한 스위칭 펄스가 구현되면서도 관찰되는 14개 펄스기간 (92 샘플) 동안 변조기 출력의 평균은 0.696으로 역시 좋은 신호상태가 유지됨을 알 수 있다. (b)는 진폭 0.2인 교류 20Hz 정현파 입력 시 2ms 동안  $x=0$ 에서  $x=0.05$ 까지 증가하는 구간의 스위칭 파형으로 SDM의 경우  $n_d$ 가 2인 펄스 17개와  $n_d=3$ 인 펄스 1개가 관찰되며 18개 펄스기간 (37샘플) 동안의 변조기 출력평균은 0.027을 갖는다. RSDM에서는  $n_d$ 가 2, 3, 4, 6인 펄스가 각각 4, 1, 3, 2개로 랜덤한 스위칭펄스가 구현되며 10개 펄스기간 (35샘플) 동안의 변조기 출력평균은 0.029로 이 구간에서 입력 신호의 변화를 잘 따라감을 알 수 있다.

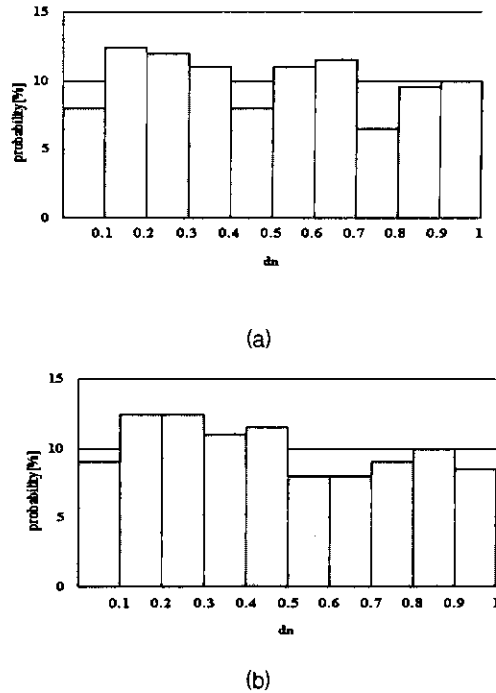
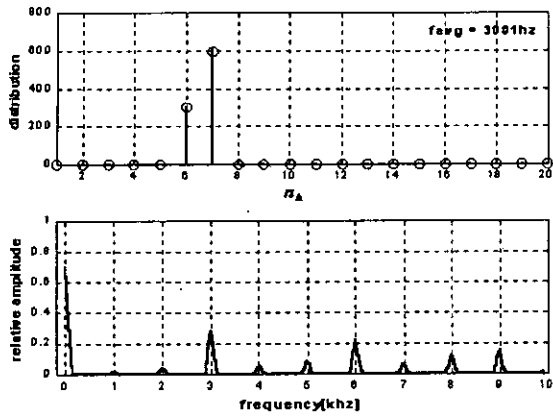


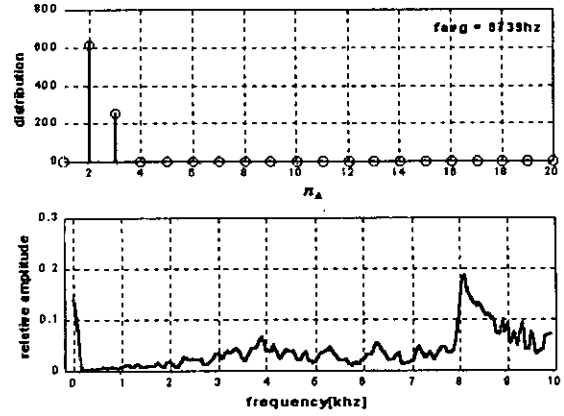
그림 4 난수의 확률밀도함수  
 Fig. 4 Probabilities of random number generation.  
 (a)  $d_{0\sim199}$  (b)  $d_{7000\sim7199}$

### 4. 시스템 구현 및 실험 결과

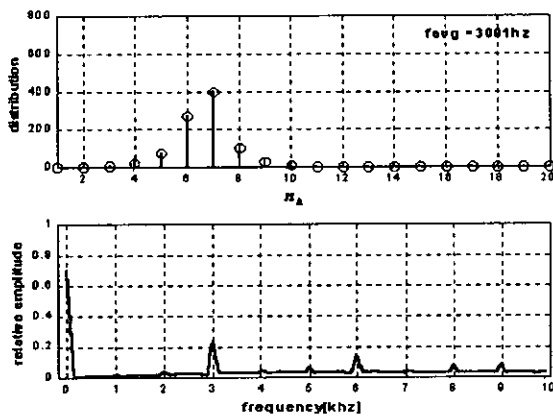
모의 실험을 통해 확인된 RSDM의 출력 스위칭 파형의 주파수 특성을 실험으로 확인하기 위해 그림 8과 같이 실험 시스템을 구성하였다. 직류단 전압  $V_{DC}$ 는 120V이며 부하저항은  $20\ \Omega$ 이고, RSDM을 DSP(TMS320c31) 상에서 20kHz의 샘플링 주파수로 동작시킨다. RSDM의 출력이 1인 때는 sw1과 sw2가 동시에 on이 되며 출력이 -1인 경우에는 sw3과 sw4가 on이 된다. 스위칭순간의 데드타임은  $5.5\ \mu\text{s}$ 로 샘플링 주기  $50\ \mu\text{s}$ 의 1/10 정도이어서  $n_d$ 가 2~3의 작은 값을 갖는 때 이외에는 출력에 거의 영향이 없을 것이다. 출력전압은 절연증폭기(ISO100)를 통하여 스펙트럼 분석기(HP 3582A)에 입력되는데 스펙트럼 분석기에서는 60Hz 대역폭의 hanning window를 사용하고 같은 주파수에서의 진폭을 일정 기간 실효치 계산을 통하여 스펙트럼 파형을 얻는다. 그림 9는 직류 기준입력에 대한 부하단 전압의 스펙트럼으로 SDM의 경우 일반 PWM과 같이 평균 스위칭 주파수와 그의 배수파에서 스펙트럼 스파이크를 갖으며 이를 RSDM에서 큰 폭으로 제거함을 확인할 수 있다. 그림 10은 전동기를 가상의 교류 정현파 기준입력 시의 실험으로 입력신호는 20Hz 주파수와 0.2의 변조비를 갖는 경우이다. 8kHz이상에서 스펙트럼 스파이크가 있어서 전동기의 경우 잡음 등의 문제를 일으킬 수 있는데 이들이 제거됨을 확인할 수 있다. 변조비가 큰 교류신호의 경우는 SDM만으로도 전압 스펙트럼에서 큰폭의



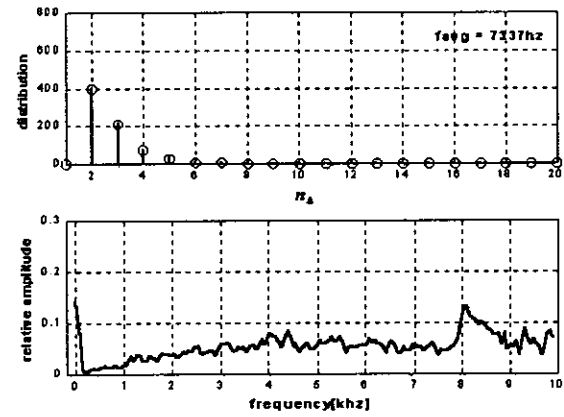
(a)



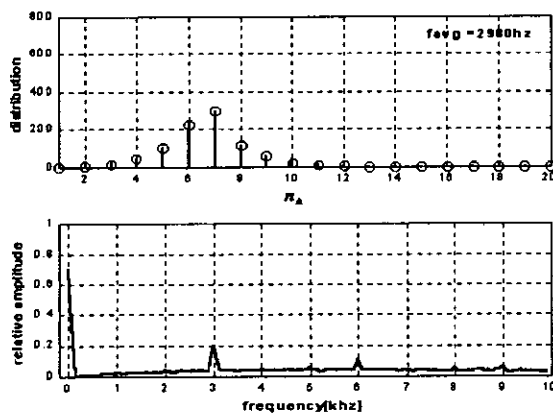
(a)



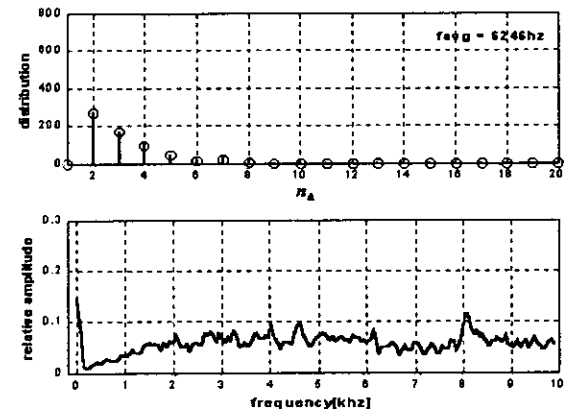
(b)



(b)



(c)



(c)

그림 5 직류 입력의 경우  $n_A$ 의 분포와 주파수 스펙트럼 ( $x=0.7$ )

Fig. 5 Distribution of  $n_A$  and frequency spectra in case of dc input with  $x=0.7$   
(a)SDM ( $K=0$ ) (b)RSDM ( $K=0.4$ ) (c)RSDM ( $K=0.8$ )

그림 6 교류 정현파 입력의 경우  $n_A$ 의 분포와 주파수 스펙트럼 ( $x=0.2\sin(2\pi ft)$ ,  $f=20Hz$ )

Fig. 6 Distribution of  $n_A$  and frequency spectra in case of ac 20Hz sinusoidal input with  $m=0.2$   
(a)SDM ( $K=0$ ) (b)RSDM ( $K=0.3$ ) (c)RSDM ( $K=0.6$ )

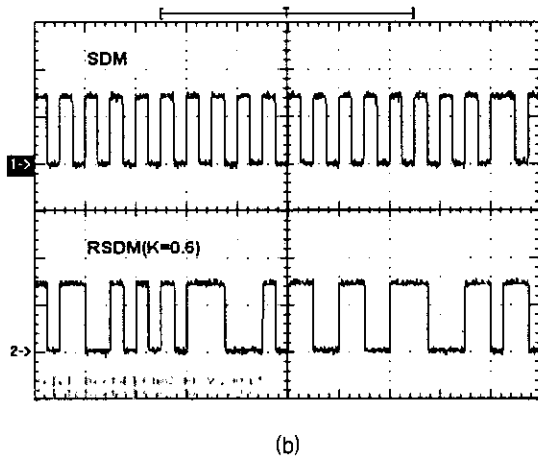
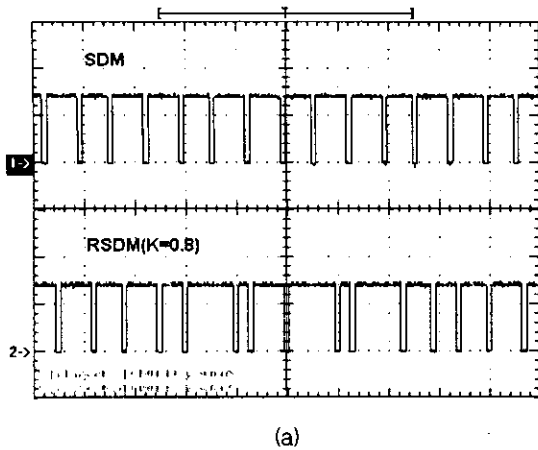


그림 7 SDM과 RSDM에 의한 스위칭 펄스 파형  
 (a)직류 ( $x=0.7$ )입력 시(10V/div, 500us/div) (b)교류  
 20Hz 정현파 ( $m=0.2$ )입력 시(10V/div, 200us/div)  
 Fig. 7 Switching pulse waveforms generated by the SDM  
 and the RSDM  
 (a) Dc input ( $x=0.7$ , 10V/div, 500us/div) (b) Ac  
 20Hz sinusoidal input ( $m=0.2$ , 10V/div, 200us/div)

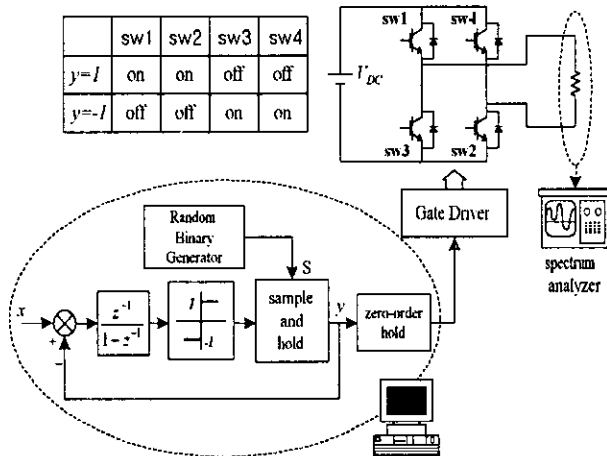
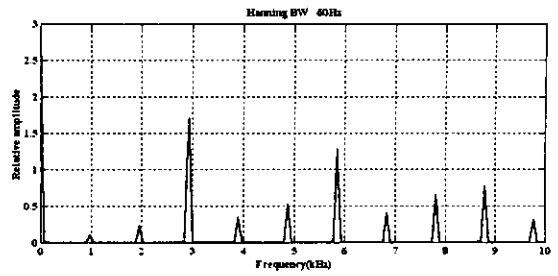
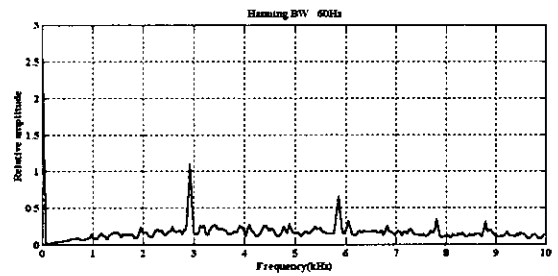


그림 8 시스템 블록도  
 Fig. 8 Schematic of the experimental setup



(a)

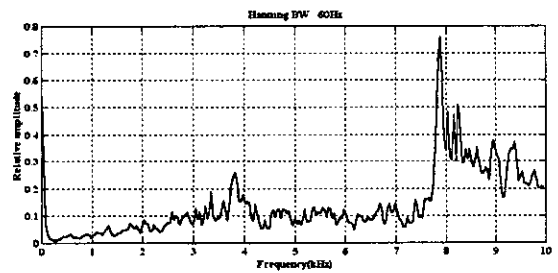


(b)

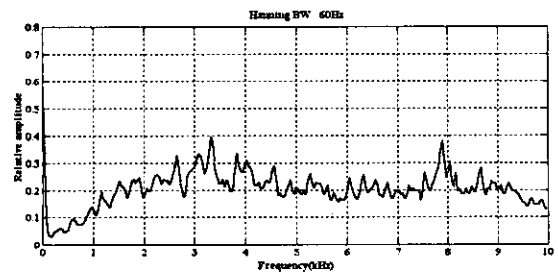
그림 9 직류 입력 ( $x=0.7$ ) 시의 출력 주파수 스펙트럼  
 (30V/div)

Fig. 9 Output frequency spectra in case of dc input( $x=0.7$ ,  
 30V/div)

(a) SDM( $K=0$ ) (b) RSDM( $K=0.8$ )



(a)



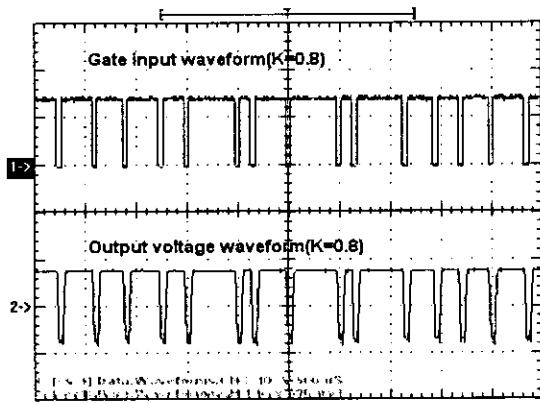
(b)

그림 10 교류 20Hz 정현파 입력 ( $m=0.2$ ) 시의 출력 주파수  
 스펙트럼(30V/div)

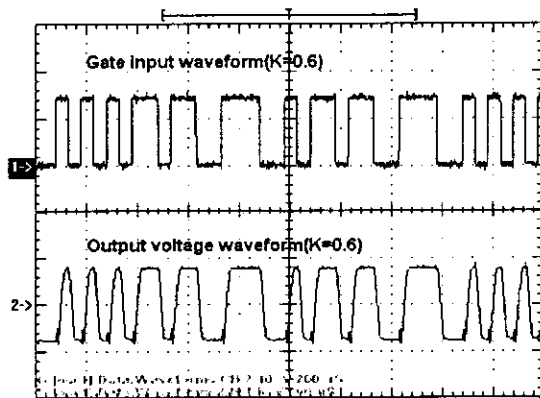
Fig. 10 Output frequency spectra in case of ac 20Hz  
 sinusoidal input ( $m=0.2$ , 30V/div)

(a) SDM( $K=0$ ) (b) RSDM( $K=0.6$ )

스펙트럼 스파이크를 갖지 않아 RSDM의 효과가 크지 못하지만 전체적인 인버터 동작 범위를 고려할 때 기존의 스위칭 파형 발생을 위한 변조기법들보다 좋은 주파수특성을 갖는다. RSDM에 의한 발생된 랜덤 스위칭 펄스파형과 부하단에서 검출한 출력전압파형을 그림 11에 보인다. (a)는 직류 입력의 경우이며 (b)는 교류 정현파입력의 경우로 부하 단 출력전압파형이 랜덤한 스위칭 파형을 잘 따라감을 알 수 있다. 스위칭 순간 부하단 파형의 변화속도가 느린 것은 절연 증폭기의 slew rate 때문인데 10kHz 이하의 출력 스펙트럼에는 큰 영향을 미치지 않는 정도이다.



(a)



(b)

그림 11 RSDM의 의한 게이트 입력 파형과 출력전압파형  
 (a)직류 입력 ( $x=0.7$ ) 시 ( 1: 10V/div, 500us/div, 2: 150V/div, 500us/div) (b)교류 20Hz 정현파입력 ( $m=0.2$ ) 시( 1: 10V/div, 200us/div, 2: 150V/div, 200us/div)

Fig. 11 Gate input waveforms and output voltage waveforms in case of RSDM  
 (a) Dc input with  $x=0.7$ . (b) Ac 20Hz sinusoidal input with  $m=0.2$

### 5. 결 론

SDM 기법과 RBG를 사용하여 단순한 디지털 시퀀스로 구현하는 RSDM 알고리즘을 제시하고 이를 적용하여 스위칭 파형의 문제점인 스펙트럼 스파이크가 제거됨을 시뮬레이션과 실험으로 입증하였다.

스위칭 횟수비율을 정의하여 기존의 PWM 방식과 SDM 방식의 스위칭 횟수를 이론적으로 비교하였으며 입력신호의 변조에 따른 스위칭 펄스의 한 주기동안의 샘플링 횟수를 계산하였다. 이를 토대로 한 주기 샘플링 횟수를 파라미터로 하여 출력 스위칭 펄스 파형의 특성을 파악하였다. 랜덤 스위칭 파형을 얻기 위해 구성한 RBG는 난수 발생기 출력에 변수  $K$ 를 사용하여 난수의 분포에 변화를 줌으로써 원하는 주파수 특성을 갖는 랜덤 파형을 얻도록 하며 또한 스위칭 파형의 긴 쪽에만 적용되도록 함으로써 저주파성분의 증가를 억제하도록 구성하였다.

이 변조기법은 DSP로 쉽게 구현되므로 실제 시스템에 활용하면 스위칭 파형의 고조파 스파이크에 대한 결점을 크게 개선할 것으로 기대된다.

### 참 고 문 헌

- [1] T.G. Habetler and D.M. Divan, "Acoustic Noise Reduction in Sinusoidal PWM Drives Using a Randomly Modulated Carrier", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol.6, No.3, pp.356-363, 1991. 7.
- [2] A.M. Trzynadlowski, F. Blaabjerg, J.K. Pedersen, R.L. Kirlin, and S. Legowski, "Random Pulse Width Modulation Techniques for Converter-Fed Drive Systems-A Review", IEEE Trans. on Industry Applications, Vol.30, No.5, pp.1166-1174, 1994. 9/10.
- [3] K.Y. Cho, S.B. Yang, H.W. Kim, and J.C. Kim, "Improving sound quality of reciprocating compressor using random PWM", PEVD Proceedings, pp.431-436, 2000. 9.
- [4] Bin Huo, A.M. Trzynadlowski, I. Panah., A. Mohammed, and Zhenyu Yu, "Novel Random Pulse Width Modulator with constant Sampling Frequency Based on the TMS320F240 DSP controller", IECON'99 Proceedings, Vol.1, pp.342-347, 1999.
- [5] C.M. Liaw, Y.M. Lin, C.H. Wu, and K.I. Hwu, "Analysis, design, and implementation of a random frequency PWM inverter", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol.5, pp.843-854, 2000. 9.
- [6] Atsushi Hirota, Satoshi Nagai, and Mutsuo Nakaoka, "A novel delta-sigma modulated DC-DC power converter operating under dc ripple voltage", IECON '99 Proceedings, Vol.1, pp.180-184, 1999.
- [7] P.M. Aziz, H.V. Sorensen, and Jan Van Der Spiegel, "An Overview of sigma-Delta Converters", IEEE Signal Processing Magazine, pp.61-84, 1996. 1.
- [8] Knuth and E. Donald, "The Art of Computer Programming Volume 2 : Seminumerical Algorithms",

Addison-Wesley Pub., 1973.

- [9] J.K. Pedersen and Frede Blaabjerg, "Digital Quasi-Random Modulated SFAVM PWM in an AC-Drive System", IEEE Trans. on Industrial Electronics, Vol.41, No.5, pp.518-525, 1994. 10.
- [10] S.Y.R. Hui, I. Oppermann, and S. Sathikumar, "Microprocessor-Based Random PWM Schemes for DC-AC Power Conversion", IEEE Trans. on Power Electronics, Vol.12, No.2, pp.253-260, 1997. 3.

## 저 자 소 개



배 창 한 (裋 裋 漢)

1971년 8월 26일 생. 1996년 아주대 제어계측공학과 졸업. 1998년 동 대학원 제어계측공학과 졸업(석사). 1998-현재 동 대학원 전자공학과 박사과정.

Tel : 031-219-2487

E-mail : bchanghan@yahoo.com



이 광 원 (李 光 遠)

1946년 3월 27일 생. 1969년 서울대 전기공학과 졸업. 1969-1980년 한국과학기술연구원 선임연구원. 1989년 한국과학기술원 전기 및 전자공학과 졸업(공학박). 현재 아주대 전자공학부 교수

Tel : 031-219-2480

E-mail : lkwh@madang.ajou.ac.kr



김 상 민 (金 相 旼)

년 월 일 생. 1999년 아주대 전자공학과 졸업. 2001년 동 대학원 전자공학과 졸업(석사). 2001년-현재 현대자동차 남양연구소 차량전자개발팀 연구원

Tel : 031-369-7222

E-mail : ksm35467@netsgo.com