

Eigenanalysis 방식을 이용한 적응 SLC(sidelobe canceller)시스템의 성능향상에 관한 연구

A Study on Performance Improvement of Adaptive SLC System using Eigenanalysis Method

김세연* · 정신철* · 이병섭**

Se-Yon Kim* · Sin-Chul Jung* · Byung-Seub Lee**

요약

본 논문에서는 상세화된 빔 패턴에 대한 제한조건들은 유지한 채 잡음이나 간섭신호에 대한 효과적인 제거를 제공하는 Eigencanceller의 성능을 평가하였다. Eigencanceller는 배열입력으로 간섭신호와 잡음이 수신되는 경우와 희망신호, 간섭신호 그리고 잡음이 수신되는 경우에 따라 제한조건들이 달라지게 되고 최적의 가중치에 대한 해도 달라진다. 각각의 경우에 가중치 벡터에 대한 정상상태에서의 분석을 통해서 희망 신호의 유·무에 관계없이 최적의 가중치 벡터에 대한 식들은 모두 동일하게 간섭신호에 적합하는 부분공간(subspace)으로의 희망신호의 사영의 형태로 간략화 됨을 알 수 있었다. 그리고 Eigencanceller구조가 DMI(direct matrix inversion)방식보다 우수한 성능을 보임을 수학적인 분석과 시뮬레이션을 통해 살펴보았다.

Abstract

In this work, We evaluate the performance of eigencanceller which can suppress directional interferences and noise effectively while maintaining specified beam pattern constraints. The constraints and optimal weight vector of eigencanceller vary by using interference and noise or desired signal, interference and noise as array input signal.

From the analysis results in the steady state, We show that weight vectors in each case are simplified the form of projection equation that belongs to desired subspace orthogonal to interference subspace and eigencanceller has the better performance than DMI method through mathematical analysis and simulation.

I. 서 론

일반적으로 신호를 수신하는 시스템은 안테나의 sidelobe를 통해 원하지 않는 신호들을 수신하게 되어 SNR의 저하를 가져오게 된다. 이러한 SNR의 저하는 다중경로 환경이나 변화하는 간섭 환경에서 더욱더 증가한다. 그러므로 탐색 레이더 시스템에서 간섭 신호의 억압은 간섭이 많은 환경에서 높은 탐

지 성능을 얻기 위해 중요하다. 즉 탐색 레이더는 안테나의 방위각이 옮더라도, 안테나 방사 패턴의 sidelobe에 간섭 신호가 수신되어 그 영향을 받게 되는 것이다^{[1]~[3]}. 특히, PRF(pulse repetition frequency) 레이더 시스템에서 배열 안테나를 이용한 적응 빔 성형 기법은 적응 알고리즘을 통해 간섭의 효과를 줄일 수 있는 효과적인 수단으로 고려되어져 왔다. 적응신호 처리에서 사용되는 기술들은 크게 Closed

* 한국항공우주산업(주)(Korea Aerospace Industries)

** 한국항공대학교 항공통신정보공학과 (Dept. of Telecomm. & Inform. Eng., Hankuk Aviation University)

· 논문 번호 : 20001222-153

· 수정완료일자 : 2001년 5월 3일

-loop (Feedback Control Techniques)방식과 Direct Solution(Open-loop)방식으로 나눌 수 있다.

Closed-loop방식의 경우 구조가 간단하고 적은 비용으로 구현이 가능하다는 장점이 있지만 배열입력의 공분산 행렬의 eigenvalue spread가 클 경우 시스템의 수렴속도는 매우 저하되는 단점이 있다. Howell-Applebaum 알고리즘이 Closed-loop방식의 대표적인 예이다. 이에 반해 Open-loop방식은 eigenvalue spread의 영향을 받지 않기 때문에 수렴의 문제로부터 자유롭지만 높은 정확성과 넓은 동적범위를 요구하기 때문에 시스템 구현과 계산상의 복잡성을 갖는다. DMI와 RLS (Recursive Least Square)알고리즘이 이에 해당한다^{[4],[5]}.

최근에 Open-loop방식으로써 배열입력의 공분산 행렬에 대한 고유치(eigenvalue)나 고유벡터(eigenvector)에 기반한 Eigencanceller는 간섭신호를 제거하기 위한 방법으로 또한, 스펙트럼 추정이나 방향탐지의 문제들에 대한 응용에 효과적으로 적용되어 왔다^[6]. Eigencanceller는 고유치나 고유벡터를 이용하여 상세화된 범 패턴에 대한 제한 조건들(Constraints)은 유지한 채 잡음이나 간섭신호에 대한 효과적인 제거를 제공한다. 이 방법은 기본적으로 방향성의 협대역 간섭신호에 대한 제거를 위해 제안되었으며, 레이더의 응용분야나 광대역의 간섭신호를 처리하기 위한 방법으로 사용되고 있다.

본 논문의 II장에서는 Eigencanceller구조에 대해서 이론과 수학적인 분석을 통해 레이다의 SLC 적용에 있어서 Eigencanceller방식이 우수한 성능을 가짐을 보인다. III장은 II장에서의 이론적인 분석을 바탕으로 시뮬레이션을 수행하였고 IV장에서 결론을 맺는다.

II. Eigencanceller

간섭신호와 잡음으로 이루어진 배열입력 $X(t)$ 의 자기상관 행렬 R_m 의 샘플 공분산 추정치가 \hat{R}_{mm} 라고 할 때 가중치 벡터의 추정치는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{w}_1 = \hat{R}_{mm}^{-1} T^* \quad (2.1)$$

T^* 는 참조신호와 배열입력의 상호상관벡터와 등가인 조정벡터이다.

만약 배열 입력신호에 대한 샘플공분산행렬 R_{xx} 의 추정치가 \hat{R}_{xx} 로써 희망하는 신호와 간섭신호 그리고 잡음으로 이루어질 때 최적의 가중치벡터의 추정치에 대한 식은 아래와 같다.

$$\hat{w}_2 = \hat{R}_{xx}^{-1} T^* \quad (2.2)$$

\hat{w}_1 이나 \hat{w}_2 를 사용하는 배열 출력의 SNR은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\left(\frac{s}{n}\right)_1 = \frac{\hat{w}_1^H s s^H \hat{w}_1}{\hat{w}_1^H \hat{R}_{nn} \hat{w}_1} \quad (2.3)$$

또는 .

$$\left(\frac{s}{n}\right)_2 = \frac{\hat{w}_2^H s s^H \hat{w}_2}{\hat{w}_2^H \hat{R}_{xx} \hat{w}_2} \quad (2.4)$$

s 는 $x(t)$ 의 희망하는 신호벡터 성분을 나타낸다. 위의 식의 $SNR(s/n)_1$ 은 희망하는 신호가 실제적으로 존재하는 시간 간격들에서만 단지 의미를 가지게 된다. 이 경우에 가중치의 조정은 희망하는 신호가 존재하지 않는 부분에서 발생하게 된다. 레이더의 경우에 있어서 간섭신호에 대한 제거와 더불어 희망하는 신호의 범 패턴에 대한 조정이 요구된다. 이것은 방향에 대한 제한 조건들을 만들게 되며 제한 조건들이 존재하는 경우에 Eigenanalysis 방식을 이용한 적응 범 성형 방식에 대해서 살펴보자. 우리는 Monzingo와 Miller로부터 희망하는 신호의 존재는 출력 SNR을 강등시킨다는 사실을 알 수 있다. 즉, 식 (2), (3)과 식 (2), (4)의 확률적인 분포를 살펴보면 간섭신호와 잡음만으로 이루어진 공분산 행렬을 이용하는 가중치가 희망신호를 포함하는 경우보다 더 빠르게 수렴하게 된다^[3]. 또한, 식 (2), (3)과 식 (2), (4)의 SNR의 최대화는 출력전력 $\hat{w}_1^H \hat{R}_{mm} \hat{w}_1$ 과 $\hat{w}_2^H \hat{R}_{xx} \hat{w}_2$ 의 최소화를 의미하게 된다. 적응 범성형 기법에 있어서 제한 조건들 하에서 출력전력을 최소화시키는 경우에 최적의 가중치를 구하는 방식을 Eigencanceller라고 하며, 그것의 구조는 그림 1과 같다.

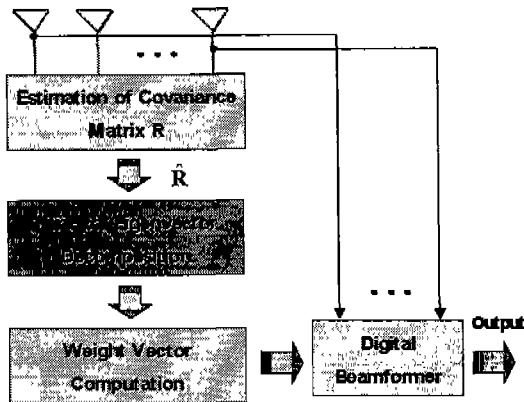


그림 1. Eigencanceller의 구조

Fig. 1. Eigencanceller structure.

그림 2는 희망 신호의 존재 유무에 따른 Eigencanceller를 기하학적으로 해석한 것이다. 간섭신호의 부분공간과 잡음신호의 부분공간 또는 희망신호와 간섭신호의 부분공간과 잡음신호의 부분공간은 서로 직교하는 평면 위에 위치하게 된다. 그리고 제한조건과 희망신호의 유무에 따라서 최적의 가중치가 속하는 부분공간이 달라지게 된다. 배열입력이 간섭신호와 잡음만으로 이루어진 경우 Eigencanceller의 가중치 벡터는 잡음신호의 부분공간에 속하게 되고 희망신호를 포함하는 경우는 희망신호와 간섭신호의 부분공간에 최적의 가중치 벡터가 수렴하게 된다. 다음 절에서부터 Eigencanceller를 분석적인 방법을 통하여 자세하게 살펴볼 것이다.

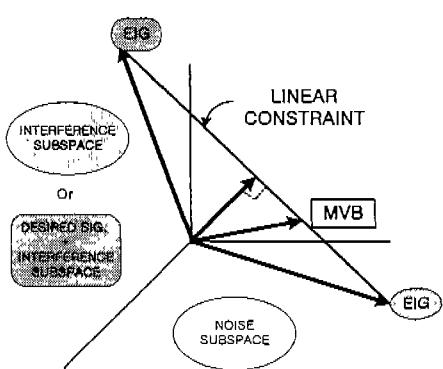


그림 2. Eigencanceller의 기하학적 해석

Fig. 2. Geometrical interpretation.

2-1 샘플 공분산 행렬의 추정치가 \widehat{R}_{nn} 인 경우의 Eigencanceller

2-1-1 MVB(minimum variance beamformer)

배열 출력 $\widehat{\mathbf{w}}_1^H \widehat{R}_{nn} \widehat{\mathbf{w}}_1$ 을 최소화 시키고 희망하는 신호의 방향으로 ($\mathbf{b}^H \widehat{\mathbf{w}}_1 = f$) 식과 같은 제한조건이 주어지는 경우에 대한 조건식은 아래의 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$\min \widehat{\mathbf{w}}_1^H \widehat{R}_{nn} \widehat{\mathbf{w}}_1 \quad \text{subject to : } \mathbf{b}^H \widehat{\mathbf{w}}_1 = f \quad (2.5)$$

\mathbf{b} 는 제한 벡터이고, f 는 응답이득을 나타낸다.

식 (2.5)의 조건하에서 최적의 가중치 벡터의 추정치는 Lagrange Multipliers 방법을 이용하여 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{w}}_{MVB(\infty)} = \widehat{R}_{nn} \mathbf{b} (\mathbf{b}^H \widehat{R}_{nn}^{-1} \mathbf{b})^{-1} f \quad (2.6)$$

실제적인 데이터의 경우에 MVB의 적용은 많은 단점을 가지게 된다. 적은 데이터를 사용하여 공분산행렬을 추정할 경우 충분한 성능을 나타내지 못할 수 있다. 그리고 희망신호와 유사한 낮은 전력을으로 반복되는 간섭신호 전력은 배열을 통해서 거의 감소되지 않고 오히려 강화될 수도 있기 때문에 시스템의 성능은 저하된다. 고유치와 고유벡터에 기반한 적응 배열 기법 즉, Eigencanceller는 이러한 단점을 효과적으로 해결할 수 있다.

2-1-2 Eigencanceller

\widehat{R}_{nn} 은 다음의 식으로 표현된다.

$$\widehat{R}_{nn} = \widehat{R}_J + \widehat{R}_v = \sum_{i=1}^M \lambda_i Q_i Q_i^H, \\ (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \Lambda \geq \lambda_{J+1} = \Lambda = \sigma_v^2) \quad (2.7)$$

\widehat{R}_J 와 \widehat{R}_v 는 각각 간섭신호와 잡음에 대한 자기상관 행렬이다. ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \Lambda \geq \lambda_J$)에 대응하는 간섭신호의 고유벡터는 \mathbf{Q}_J , 그리고 ($\lambda_{J+1} = \Lambda = \sigma_v^2$)에 대응하는 잡음신호의 고유벡터는 \mathbf{Q}_v 로 표시할 때 식 (2.7)은 아래의 식으로 다시 나타낼 수 있다.

$$\widehat{R}_{nn} = \mathbf{Q}_r \Lambda_r \mathbf{Q}_r^H + \mathbf{Q}_v \Lambda_v \mathbf{Q}_v^H \quad (2.8)$$

Λ_r 와 Λ_v 는 각각 간섭신호와 잡음신호의 고유치에 대응하는 대각화 행렬(diagonal matrix)이다.

식 (2.5)의 조건하에서 ($\mathbf{Q}_r^H \mathbf{w} = 0$) 즉, 가중치 벡터는 간섭신호의 부공간(subspace)에 널을 제공하도록 하는 제한조건을 추가하면 다음과 같은 조건식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} & \min \widehat{\mathbf{w}}_1^H \widehat{R}_{nn} \widehat{\mathbf{w}}_1 \\ & \text{subject to : } \mathbf{Q}_r^H \mathbf{w} = 0 \text{ and } \mathbf{b}^H \widehat{\mathbf{w}}_1 = f \end{aligned} \quad (2.9)$$

식 (2.9)에 대해서 Lagrange Multipliers 방법을 적용한 최적의 가중치에 대한 해 MPE(minimum power eigencanceller)는 다음과 같다.

$$\widehat{\mathbf{w}}_{MPE(nn)} = \mathbf{Q}_v \Gamma_v \mathbf{Q}_v^H \mathbf{b} (\mathbf{b}^H \mathbf{Q}_v \Gamma_v \mathbf{Q}_v^H \mathbf{b})^{-1} f, \quad (2.10)$$

식 (2.10)의 가중치 벡터 $\widehat{\mathbf{w}}_{MPE(nn)}$ 는 간섭신호에 대응하는 부공간에 널을 제공하는 잡음신호의 부공간에 속하게 된다는 것을 알 수 있다. 즉, ($\mathbf{Q}_r^H \mathbf{w} = 0$)의 조건식을 추가함으로써 간섭신호에 대한 제거는 더욱 향상되게 된다.

식 (2.9)의 가중치에 대한 두 가지 제한 조건들은 유지한 채 가중치 벡터의 노름(norm)에 대해서 최소값을 가지도록 하는 조건식은 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} & \min \widehat{\mathbf{w}}_1^H \widehat{\mathbf{w}}_1 \\ & \text{subject to : } \mathbf{Q}_r^H \mathbf{w} = 0 \text{ and } \mathbf{b}^H \widehat{\mathbf{w}}_1 = f \end{aligned} \quad (2.11)$$

식 (2.11)에 Lagrange Multipliers 방법을 적용한 최적의 가중치에 대한 해 MNE(minimum norm eigencanceller)는 다음과 같다.

$$\widehat{\mathbf{w}}_{MNE(nn)} = \mathbf{Q}_v \mathbf{Q}_v^H \mathbf{b} (\mathbf{b}^H \mathbf{Q}_v \mathbf{Q}_v^H \mathbf{b})^{-1} f, \quad (2.12)$$

만약 일양한(White) 잡음신호를 가정한다면 ($\Gamma_v = 1/\sigma_v^2 \mathbf{I}$)식을 만족하기 때문에 식 (2.10)은 식 (2.12)와 같아질 것이다. 식 (2.6)의 $\widehat{\mathbf{w}}_{MNE(nn)}$ 를 ($\mathbf{R}_{nn}^{-1} =$

$\mathbf{Q}_r \Gamma_r \mathbf{Q}_r^H + \mathbf{Q}_v \Gamma_v \mathbf{Q}_v^H$) 조건을 이용하여 다음의 식으로 다시 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{w}}_{MVB(nn)} &= (\mathbf{Q}_r \Gamma_r \mathbf{Q}_r^H + \mathbf{Q}_v \Gamma_v \mathbf{Q}_v^H) \mathbf{b} \\ & [\mathbf{Q}_r \Gamma_r \mathbf{Q}_r^H + \mathbf{Q}_v \Gamma_v \mathbf{Q}_v^H]^{-1} \mathbf{b} \end{aligned} \quad (2.13)$$

식 (2.10), (2.12) 그리고 (2.13)을 살펴보면 $\widehat{\mathbf{w}}_{MVB(nn)}$ 는 간섭신호의 부공간 \mathbf{Q}_r 과 잡음신호의 부공간 \mathbf{Q}_v 에 모두 중첩되어 있는 반면에 $\widehat{\mathbf{w}}_{MPE(nn)}$ 와 $\widehat{\mathbf{w}}_{MNE(nn)}$ 는 단지 잡음 신호의 부공간에만 속해 있음을 알 수 있다. 다시 말하면 $\widehat{\mathbf{w}}_{MPE(nn)}$ 와 $\widehat{\mathbf{w}}_{MNE(nn)}$ 는 간섭신호의 부공간에 직교하기 때문에 $\widehat{\mathbf{w}}_{MVB(nn)}$ 에 비해 간섭신호를 보다 효과적으로 제거할 수 있게 되는 것이다.

2-1-3 정상상태(steady state)에서의 분석

Eigencanceller의 정상상태에서의 성능을 분석하기 위해서 하나의 간섭신호를 가정하고 그것에 대한 방향벡터를 \mathbf{d}_J 로 나타내면 간섭신호에 대한 고유벡터 \mathbf{Q}_J 가 조정벡터 \mathbf{d}_J 와 같게 된다. 그리고, 희망신호에 대한 조건식은 ($\mathbf{d}_s^H = 1$)와 같고, 잡음신호는 AWGN으로 ($\widehat{R}_v = \sigma_v^2 \mathbf{I}$)로 표시한다고 할 때, 배열입력의 자기상관함수에 대한 식은 다음의 식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{R}_{nn} &= P_J \mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H + \sigma_v^2 \mathbf{I}, \\ \widehat{R}_{nn}^{-1} &= \frac{1}{\sigma_v^2} \left[\frac{\frac{P_J}{\sigma_v^2} \mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{(1 + \frac{P_J}{\sigma_v^2}) \mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right] \end{aligned} \quad (2.14)$$

P_J 와 σ_v^2 는 각각 간섭신호와 잡음에 대한 전력을 나타낸다.

식 (2.14)를 식 (2.6)에 적용하면 가중치에 대한 최적의 해를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \widehat{\mathbf{w}}_{MVB(nn)} &= \frac{1}{1 - \gamma \|\rho\|^2} \left(1 - \gamma \frac{\mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{\mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right) \mathbf{d}_s, \\ (\gamma &= (P_J / \sigma_v^2) / (1 + P_J / \sigma_v^2), \rho = \mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_s) \end{aligned} \quad (2.15)$$

또한, 식 (2.14)를 식 (2.10)과 식 (2.12)에 각각 적용하면 다음의 하나의 식으로 간략화 된다.

$$\hat{\mathbf{w}}_{MPE(nn)} = \hat{\mathbf{w}}_{MNE(nn)} \frac{1}{1 - \|\rho\|^2} \left(I - \frac{\mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{\mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right) \mathbf{d}_s \quad (2.16)$$

식 (2.15)와 식 (2.16)으로부터 우리는 이들 가중치들에서의 차이점은 식 (2.15)에서의 간섭대 잡음비(JNR2)임을 알 수 있다. ($JNR \gg 1$)인 경우에 대해서 살펴보면 식 (2.15)의 γ 값은 1이 되기 때문에 식 (2.15)와 식 (2.16)은 모두 동일한 식 (2.16)이 된다.

$$\hat{\mathbf{w}}_{OPT(nn)} = \frac{1}{\beta} \left(I - \gamma \frac{\mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{\mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right) \mathbf{d}_s, (\beta = 1 - \|\rho\|^2) \quad (2.17)$$

식 (2.17)으로부터 우리는 정상상태에서 최적의 가중치 벡터를 간섭신호에 직교하는 부공간으로의 회망신호의 사영(Projection)으로 간주할 수 있다는 것을 알 수 있다. 이때, 간섭신호에 직교하는 부공간은 식 (2.10)과 식 (2.12)로부터 알 수 있듯이 잡음신호에 대한 부공간이 될 것이다.

2-1-4 정상상태에서의 출력전력

정상상태에서의 출력전력에 대해서 살펴보자. $MPE_{(nn)}$ 과 $MNE_{(nn)}$ 의 출력 전력에 대한 식은 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_{MPE(nn)} = P_{MNE(nn)} = \mathbf{w}_{MPE(nn)}^H \mathbf{R}_{(nn)} \mathbf{w}_{MPE(nn)} = \mathbf{w}_{MNE(nn)}^H \mathbf{R}_{(nn)} \mathbf{w}_{MNE(nn)} \quad (2.18)$$

$$P_{MPE(nn)} = P_{MNE(nn)} = \frac{\sigma_v^2}{1 - \|\rho\|^2} \quad (2.19)$$

$MVB_{(nn)}$ 의 정상상태에서의 출력전력은 아래의 식으로 나타낼 수 있다.

$$P_{MVB(nn)} = \mathbf{w}_{MVB(nn)}^H \mathbf{R}_{(nn)} \mathbf{w}_{MVB(nn)} \quad (2.20)$$

$$P_{MVB(nn)} = \frac{\sigma_v^2}{1 - \gamma \|\rho\|^2} \quad (2.21)$$

식 (2.21)과 식 (2.19)를 살펴보면, ($0 \leq \gamma \leq 1$)이기 때문에 $MPE_{(nn)}$ 과 $MNE_{(nn)}$ 의 출력에서 희망하지 않는 총 신호성분은 $MVB_{(nn)}$ 의 것보다 더 크게 된다는 것을 알 수 있다. 그 이유는 $MPE_{(nn)}$ 과 $MNE_{(nn)}$ 는 간

섭신호의 부공간에 직교하는 제한조건을 가지고 출력전력을 최소화 시키는 반면 $MVB_{(nn)}$ 는 단지, 하나의 제한조건 하에 출력전력을 최소화 시키기 때문이다. 그리고 $MPE_{(nn)}$ 과 $MNE_{(nn)}$ 를 이용하여 간섭신호를 완전히 제거하기 위해서는 가중치 벡터가 커지게 되어 출력전력에서 더 많은 잡음을 발생시킬 수 있게 된다. 즉, 간섭신호에 대한 완전한 제거와 출력전력에서의 잡음신호의 크기와는 Trade-off 관계를 가지게 되는 것이다.

2-2 샘플 공분산 행렬의 추정치가 $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ 인 경우의 Eigencanceller

2-2-1 MVB

배열입력의 자기 상관합수가 희망하는 신호를 포함하는 경우에 $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ 는 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{R}}_{xx} = \hat{\mathbf{R}}_{nn} + P_s \mathbf{d}_s \mathbf{d}_s^H \quad (2.22)$$

그리고,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} &= \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} - \frac{P_s \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s^H}{1 + P_s \mathbf{d}_s^H \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s} \\ &= \frac{1}{\alpha} \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1}, (\alpha = 1 + P_s \mathbf{d}_s^H \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s) \end{aligned} \quad (2.23)$$

배열출력 $\hat{\mathbf{w}}_2^H \hat{\mathbf{R}}_{xx} \hat{\mathbf{w}}_2$ 의 값을 최소화 시키고 희망하는 신호의 방향으로 ($\mathbf{b}^H \hat{\mathbf{w}}_2 = f$) 식과 같은 제한조건이 주어지는 경우의 최적의 가중치 벡터의 추정치를 구하기 위한 조건식은 다음과 같다.

$$\min \hat{\mathbf{w}}_2^H \hat{\mathbf{R}}_{xx} \hat{\mathbf{w}}_2 \text{ Subject to } \mathbf{b}^H \hat{\mathbf{w}}_2 = f \quad (2.24)$$

식 (2.24)의 조건하에서 최적의 가중치 벡터의 추정치는 Lagrange Multipliers 방법을 이용하여 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}_{MVB(xx)} = \hat{\mathbf{R}}_{xx} \mathbf{b} (\mathbf{b}^H \hat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{b})^{-1} f \quad (2.25)$$

2-2-2 Eigencanceller

식 (2.22)의 $\hat{\mathbf{R}}_{xx}$ 는 다음과 같은 고유치와 고유벡

터의 형태로 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{R}}_{xx} = \sum_{i=1}^M \lambda_i \mathbf{Q}_i \mathbf{Q}_i^H, \quad (\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \Lambda \geq \lambda_{J+2} = \Lambda = \sigma_v^2) \quad (2.26)$$

$(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \Lambda \geq \lambda_{J+2})$ 값에 대응하는 희망하는 신호와 간섭신호의 고유벡터는 \mathbf{Q}_{d+r} 로 표시하고, $(\lambda_{1+2} \geq \Lambda \geq \sigma_v^2)$ 값에 대응하는 잡음신호의 고유벡터는 \mathbf{Q}_v 로 나타낼 때 식 (2.26)은 다음과 같은 고유벡터와 고유치의 대각화 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{R}}_{xx} = \mathbf{Q}_{d+r} \Lambda_{d+r} \mathbf{Q}_{d+r}^H + \mathbf{Q}_v \Lambda_v \mathbf{Q}_v^H \quad (2.27)$$

식 (2.24)의 조건하에서 ($\mathbf{Q}_v^H \mathbf{w} = 0$) 즉, 가중치 벡터가 잡음신호의 부공간에 널을 제공하는 제한조건을 추가하면 조건식은 다음과 같다.

$$\min \widehat{\mathbf{w}}_2^H \widehat{\mathbf{R}}_{xx} \widehat{\mathbf{w}}_2 \\ \text{Subject to: } \mathbf{Q}_v^H \mathbf{w} = 0 \text{ and } \mathbf{b}^H \widehat{\mathbf{w}}_2 = f \quad (2.28)$$

식 (2.28)에 Lagrange Multipliers 방법을 적용하면 최적의 가중치에 대한 해를 얻을 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{w}}_{MPE(xx)} = \mathbf{Q}_{d+r} \Gamma_{d+r} \mathbf{Q}_{d+r}^H \mathbf{b} \\ (\mathbf{b}^H \mathbf{Q}_{d+r} \Gamma_{d+r} \mathbf{Q}_{d+r}^H \mathbf{b})f, \quad (\Gamma_{d+r} = \Lambda_{d+r}^{-1}) \quad (2.29)$$

Λ_{d+r} 은 희망하는 신호와 간섭신호의 고유치에 대응하는 대각화 행렬이다.

식 (2.29)과 식 (2.10)을 비교해 보면 식(2.10)의 경우는 가중치 벡터가 간섭신호의 부공간에 널을 제공하는 잡음신호의 부공간에 속하게 된다. 반면에 식 (2.29)의 경우는 희망하는 신호와 간섭신호의 고유치에 대응하는 고유벡터를 구분하기는 어렵기 때문에 잡음신호의 부공간에 널을 제공하는 희망신호와 간섭신호의 부공간에 최적의 가중치 벡터가 속하게 된다. 희망신호와 간섭신호 그리고 잡음신호가 존재하는 경우에 MNE는 적용되지 않는다. 왜냐하면 (2.29)식의 $\min \widehat{\mathbf{w}}_2^H \widehat{\mathbf{R}}_{xx} \widehat{\mathbf{w}}_2$ 를 $\min \widehat{\mathbf{w}}_2^H \widehat{\mathbf{w}}_2$ 로 대치할 경우 간섭신호를 제거할 수 있는 조건식이 사

라지기 때문이다.

2-2-3 DMI방식과의 비교

DMI알고리즘의 경우 가중치벡터는 다음식을 사용하여 직접적으로 구할 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{w}} = \mu \widehat{\mathbf{R}}_{xx}^{-1} \mathbf{b} \quad (2.30)$$

이때, μ 값은 희망신호의 방향으로 제한조건 ($\widehat{\mathbf{w}}^H \mathbf{b} = f$)을 만족하는 값이다.

식 (2.30)은 식 (2.27)을 사용하여 다음의 식으로 나타낼 수 있다.

$$\widehat{\mathbf{w}} = \mu [\mathbf{Q}_{d+r} \Gamma_{d+r} \mathbf{Q}_{d+r}^H + \mathbf{Q}_v \Gamma_v \mathbf{Q}_v^H] \mathbf{b} \quad (2.31)$$

만약 자기상관행렬 $\widehat{\mathbf{R}}_{xx}$ 를 정확하게 추정하면 최적의 가중치 벡터는 희망신호의 방향벡터와 잡음신호의 부공간 사이의 직교성 ($\mathbf{Q}_v^H \mathbf{b} = 0$)에 의해 식 (2.31)은 다음의 식으로 간략화 된다.

$$\widehat{\mathbf{w}}_{OPT} = \mathbf{Q}_{d+r} \Gamma_{d+r} \mathbf{Q}_{d+r}^H \mathbf{b} \\ [\mathbf{b}^H \mathbf{Q}_{d+r} \Gamma_{d+r} \mathbf{Q}_{d+r}^H] \mathbf{b} \quad (2.32)$$

식 (2.32)로부터 우리는 앙상블(ensemble) 자기상관행렬 \mathbf{R}_{xx} 를 통해 구해진 최적의 가중치 벡터는 희망신호와 간섭신호의 부공간에 속하게 된다는 것을 알 수 있다. 이러한 성질은 또한, 가중치벡터의 추정치가 샘플 공분산 행렬로부터 구해지게 되면 $\widehat{\mathbf{R}}_{xx}$ 의 고유치와 고유벡터 성분들이 정확한 값을 가지지 못하기 때문에 최적의 가중치 벡터식 식 (2.32)를 만족하지 못하게 된다는 의미도 함께 포함한다. 즉, DMI 알고리즘은 일반적인 조건에서 식 (2.29)를 가중치로 가지는 MPE 보다 성능이 저하된다는 것을 알 수 있다.

2-2-4 정상상태에서의 분석

희망하는 신호가 존재하는 경우에 Eigencanceller의 정상상태에서의 성능을 분석하기 위해서 2-1-3절에서와 같은 조건들을 사용할 때 식 (2.25)는 다음의 식으로 표현된다.

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{w}}_{MVB(\infty)} &= \frac{1/\alpha \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s}{1/\alpha \mathbf{d}_s^H \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s} \\ &= \frac{1}{1 - \gamma \|\rho\|^2} \left(\mathbf{I} - \gamma \frac{\mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{\mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right) \mathbf{d}_s \quad (2.33)\end{aligned}$$

희망신호가 존재하는 경우에 대한 MVB의 최적의 가중치를 나타내는 식 (2.33)은 간섭신호와 잡음만이 존재하는 경우에 대한 식 (2.15)와 같음을 알 수 있다. 이것은 식 (2.33)으로부터 알 수 있듯이 희망신호에 의한 영향 ($\alpha = 1 + P_s \mathbf{d}_s^H \hat{\mathbf{R}}_{nn}^{-1} \mathbf{d}_s^*$)은 정규화에 의해서 상쇄되어 희망신호의 방향에 영향을 끼치지 않으며, 단지 출력에서의 전력을 줄이는 효과를 갖게 된다. 결국, 제한조건이 주어진 경우에 희망신호의 베셀은 최적의 해에 대해서는 어떠한 영향도 끼치지 않음을 알 수 있다. 식 (2.28)을 이용한 최적의 가중치 벡터식은 다음의 식과 같다.

$$\hat{\mathbf{w}}_{MPE(\infty)} = \frac{1}{1 - \gamma \|\rho\|^2} \left(\mathbf{I} - \gamma \frac{\mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{\mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right) \mathbf{d}_s \quad (2.34)$$

만약, ($JNR \gg 1$)인 경우에 대해서 알아보면 식 (2.33)과 식 (2.34)의 γ 값은 1이 되므로 최적의 가중치는 다음의 식으로 간략화 된다.

$$\hat{\mathbf{w}}_{OPT(\infty)} = \frac{1}{\beta} \left(\mathbf{I} - \frac{\mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^H}{\mathbf{d}_J^H \mathbf{d}_J} \right) \mathbf{d}_s, \quad (\beta = 1 - \|\rho\|^2) \quad (2.35)$$

식 (2.35)과 식 (2.17)로부터 우리는 희망하는 신호의 유, 무에 관계없이 정상상태에서의 최적의 가중치 벡터는 간섭신호에 직교하는 부공간으로의 희망신호의 사영의 형태로 간략화 됨을 알 수 있다.

2-2-5 정상상태에서의 출력전력

정상상태에서의 $MVB(\infty)$ 와 $MPE(\infty)$ 의 출력 전력에 대한 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}P_{MVB(\infty)} &= P_{MPE(\infty)} = \mathbf{w}_{MVB(\infty)}^H \mathbf{R}_{(\infty)} \mathbf{w}_{MVB(\infty)} \\ &= \mathbf{w}_{MPE(\infty)}^H \mathbf{R}_{(\infty)} \quad (2.36)\end{aligned}$$

$$P_{MVB(\infty)} = P_{MPE(\infty)} = \frac{\sigma_v^2}{1 + \gamma \|\rho\|^2} + P_s \quad (2.37)$$

식 (2.37)로부터 우리는 정상상태에서의 $MVB(\infty)$ 와 $MPE(\infty)$ 의 출력 전력은 식 (2.21)에 희망 신호의 전력성분이 더해진 형태로 간략화 됨을 알 수 있다.

III. 시뮬레이션

3-1 신호환경

간섭신호가 수신되는 방향은 30° 와 35° 이며, 간섭신호의 진폭 성분은 Gaussian random 분포의 특성을 갖는다. 그러므로 각 간섭신호들은 서로 상관이 없으나 동일한 간섭신호는 배열간 상관이 존재한다. 잡음 신호(AWGN)는 간섭신호와 동일하게 서로 상관이 없으며 간섭신호와의 차이점은 배열간 잡음 신호들도 서로 상관이 없다는 것이다. 그러므로 배열간 잡음의 상호 상관 성분들은 0이다. 표적신호 환경은 표 4.1과 같다.

3-2 시뮬레이션 결과

먼저, 샘플 공분산 추정자가 $\hat{\mathbf{R}}_{nn}$ 인 경우 제한조건들에 따른 Eigencanceller의 성능을 평가하였다. 그림 3.1은 사용된 샘플 수가 $40N$ 이고 JNR 이 30 dB인 경우에 $MVB_{(nn)}$, $MPE_{(nn)}$ 그리고 $MNE_{(nn)}$ 에 대한 빔 패턴을 보여준다. $MVB_{(nn)}$ 의 경우 간섭신호의 방향으로 정확하고 깊은 널을 형성하지 못하는 것을 알 수 있다. 반면에 $MPE_{(nn)}$ 와 $MNE_{(nn)}$ 는 보다 정확한 간섭신호의 방향으로 널을 형성시킨다. 그리고 $MNE_{(nn)}$ 가 $MPE_{(nn)}$ 보다 더욱 깊은 널을 형성하게

표 3.1 표적 신호 환경

Table 3.1. Target signal environment

PRF	4 kHz
Pulse Width	$4.4 \mu s$
Sampling Frequency	2.5 MHz
Carrier Frequency	10 GHz
Array number(N)	5
Desired signal	0°
Gain of desired signal(f)	1

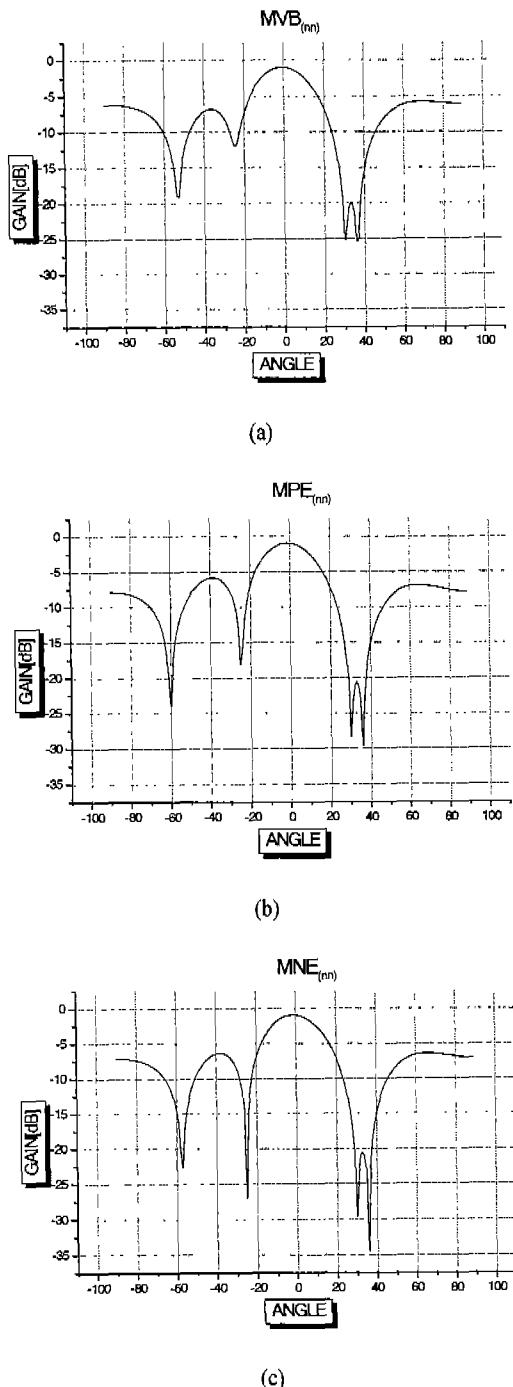


그림 3.1. 샘플수는 40 N, JNR은 30 dB인 경우의
빔 패턴

(a) $MVB_{(nn)}$, (b) $MPE_{(nn)}$, (c) $MNE_{(nn)}$

Fig. 3.1. Beam pattern of

(a) $MVB_{(nn)}$, (b) $MPE_{(nn)}$, (c) $MNE_{(nn)}$

된다. 만약 샘플 수가 더욱 증가한다면 잡음신호에 대한 공분산행렬은 ($\hat{R}_v = \sigma_v^2 I$)에 가까워지기 때문

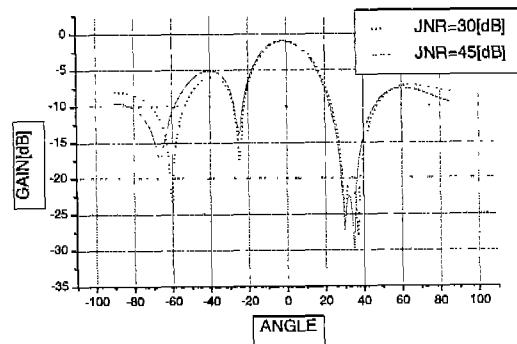


그림 3.2. JNR에 따른 $MVB_{(nn)}$ 의 빔 패턴

Fig. 3.2. Beam pattern of $MVB_{(nn)}$ by JNR.

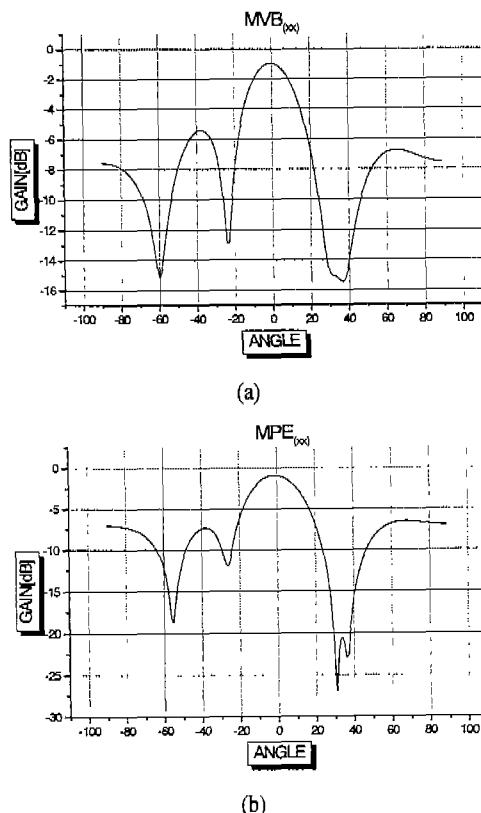


그림 3.3. 샘플수는 20 N, JNR은 15 dB인 경우의
빔 패턴

(a) $MVB_{(\infty)}$, (b) $MPE_{(\infty)}$

Fig. 3.3. Beam pattern of (a) $MVB_{(\infty)}$,

(b) $MPE_{(\infty)}$.

에 식 (2.10)의 Γ_v 에 의한 영향이 사라지게 되어 $MPE_{(nn)}$ 의 성능은 $MNE_{(nn)}$ 와 같아지게 될 것이다.

식 (2.15)의 $MVB_{(nn)}$ 의 JNR 값에 따른 간섭신호의 제거성능에 대해 살펴보면 그림 3.2에서 알 수 있듯이 JNR 이 30 dB인 경우보다 45 dB일 때 간섭신호에 대해서 보다 정확하고 깊은 널을 형성함을 알 수 있다. 즉, JNR 값이 증가할수록 $MVB_{(nn)}$ 의 성능은 향상된다.

다음으로 샘플 공분산 추정치가 \widehat{R}_{nn} 와 \widehat{R}_{xx} 인 경우 제한 조건들에 따른 Eigencanceller의 성능을 평가하였다. 그림 3.3은 희망신호가 0° 로 수신되고, 간섭신호는 30° , 35° 의 방향으로 수신되는 경우의

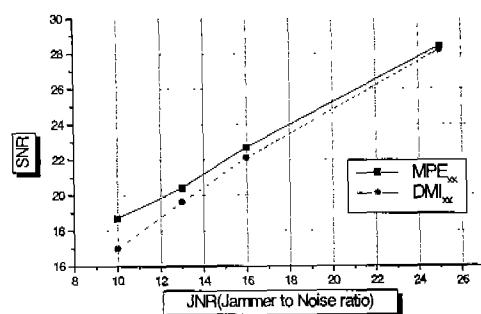


그림 3.4. JNR 에 따른 $MPE_{(nn)}$ 와 $DMI_{(nn)}$ 알고리즘의 성능분석

Fig. 3.4. The performance analysis of $MPE_{(nn)}$ and $DMI_{(nn)}$ by JNR .

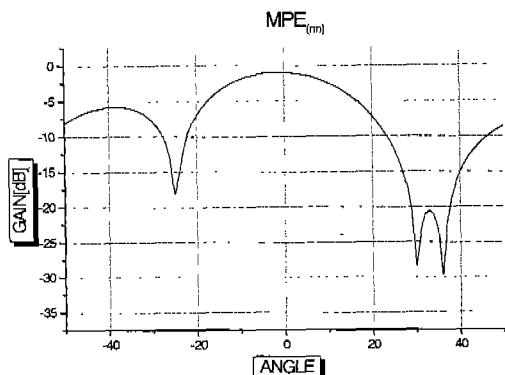
빔 패턴에 관한 것으로 샘플 수는 가중치들이 충분히 수렴하지 못한 20 N, 그리고 JNR 은 15 dB인 경우의 시뮬레이션 결과이다. $MPE_{(nn)}$ 가 $MVB_{(nn)}$ 보다 정확한 간섭신호의 방향으로 정확하고 깊은 널을 형성함을 알 수 있다.

그림 3.4는 배열 입력에 희망신호가 존재하는 경우 Eigencanceller와 DMI방식의 성능을 비교하기 위한 것으로 2-2-3절에서 알 수 있듯이 두 방식에서의 성능은 잡음신호에 영향을 받기 때문에 JNR 의 변화에 따른 SNR값을 살펴보았다. JNR 값이 클수록 두 구조 모두 더 좋은 성능을 보이며 동일한 JNR 의 경우 $MPE_{(nn)}$ 이 $DMI_{(nn)}$ 보다 더 좋은 성능을 보임을 알 수 있다.

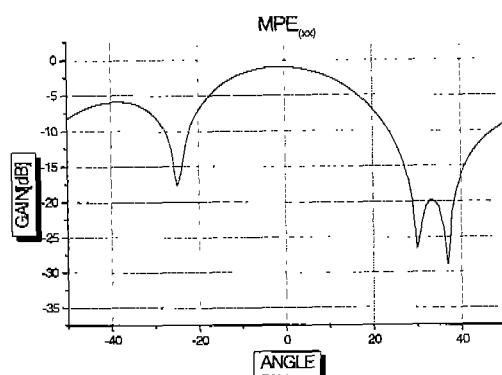
그림 3.5는 샘플 공분산 추정치가 \widehat{R}_{nn} 와 \widehat{R}_{xx} 인 경우 희망신호의 유, 무에 따른 Eigencanceller의 성능을 평가한 것으로 간섭신호와 잡음만으로 이루어진 공분산 행렬의 고유치와 고유벡터를 이용하는 $MPE_{(nn)}$ 가 희망신호를 포함하는 $MPE_{(nn)}$ 보다 더 정확한 간섭신호의 방향으로 널을 형성하게 됨을 알 수 있다.

IV. 결 론

레이이다의 경우에 있어서 간섭신호에 대한 제거와 더불어 희망하는 신호의 빔패턴에 대한 조정이 요구된다. 이것은 방향에 대한 제한조건들을 만들게



(a)



(b)

그림 3.5. $MPE_{(nn)}$ 과 $DMI_{(nn)}$ 의 성능비교

Fig. 3.5. The performance analysis of $MPE_{(nn)}$ and $DMI_{(nn)}$

되며 제한조건들이 존재하는 경우에 고유벡터에 기반한 적응 범성형 방식을 이용하는 Eigencanceller는 상세화된 범 패턴에 대한 제한조건들은 유지한 채 잡음이나 간섭신호에 대한 효과적인 제거를 제공한다.

Eigencanceller의 구조는 샘플 공분산 행렬의 추정치가 $\widehat{\mathbf{R}}_{nn}$ 와 $\widehat{\mathbf{R}}_{xx}$ 인 경우에 따라 제한조건들이 달라지게 되고 또한 최적의 가중치에 대한 해도 달라지게 된다.

샘플 공분산 행렬의 추정치로 $\widehat{\mathbf{R}}_{nn}$ 를 이용하는 경우 제한 조건들에 따라 가중치는 $MVB_{(nn)}$, $MPE_{(nn)}$ 그리고 $MNE_{(nn)}$ 로 구분할 수 있으며, 동일한 조건에서 구한 각각의 범패턴으로부터 $MVB_{(nn)}$, $MNE_{(nn)}$ 의 순으로 좋은 성능을 보임을 알 수 있었다. 그리고 $MVB_{(nn)}$ 의 경우 가중치 벡터가 JNR의 값이 클수록 좋은 성능을 보였다. $MPE_{(nn)}$ 와 $MNE_{(nn)}$ 의 최적의 가중치 벡터에서의 차이점은 $MPE_{(nn)}$ 는 잡음신호의 대각선 행렬이 영향을 끼친다는 것인데 이는 샘플 수가 증가할수록 ($\Gamma_v = \sigma_v^2 \mathbf{I}$)에 가까운 값을 가지게 되므로 두개의 성능은 비슷하게 된다. 샘플 공분산 행렬의 추정치로 $\widehat{\mathbf{R}}_{xx}$ 를 이용하는 경우는 제한 조건들에 따라 가중치는 $MVB_{(xx)}$ 와 $MPE_{(xx)}$ 로 나눌 수 있으며, $MPE_{(xx)}$ 가 $MVB_{(xx)}$ 보다 더 좋은 성능을 보였다. 희망신호와 간섭신호 그리고 잡음신호가 존재하는 경우에 MNE는 나타낼 수 없다. 그 이유는 간섭신호를 제거할 수 있는 조건식이 사라지기 때문이다. 그리고 Eigencanceller구조가 DMI방식보다 더 좋은 성능을 나타냄을 JNR값에 따른 SNR을 살펴봄으로써 알 수 있었다.

샘플 공분산 행렬의 추정치로 $\widehat{\mathbf{R}}_{nn}$ 와 $\widehat{\mathbf{R}}_{xx}$ 를 이용하는 경우에 대한 각각의 정상상태에서의 분석을 통하여 $MVB_{(nn)}$ 와 $MVB_{(xx)}$ 를 비교해본 결과 $MVB_{(xx)}$ 에서의 희망 신호의 레벨은 최적의 해에 대해서는 어떠한 영향도 끼치지 않음을 알 수 있었다. 그리고 Eigencanceller의 경우 희망 신호의 유, 무에 관계없이 정상상태에서의 최적의 가중치 벡터에 대한 식은 모두 동일하게 간섭신호에 직교하는 부공간으로의 희망신호의 사영의 형태로 간략화 됨을 수학적인 분석을 통해 살펴보았다.

참고문헌

- [1] Benar, Samuel D. Stearns, *Antenna-Based Signal Processing Techniques for Radar Systems*, Artech House, 1992.
- [2] Edmond Nicolau, Dragos Zaharia, *Adaptive Arrays*, Elsevier, 1989.
- [3] Robert A. Monzingo, Thomas W. Miller, *Introduction to Adaptive Arrays*, John Wiley & Sons, 1980.
- [4] J. E. Hudson, *Adaptive Array Principles*, Peter Peregrinus Ltd, 1981.
- [5] A. M. Finn, M. F. Griffin, "Radar adaptive beamforming algorithms and architectures", *Proceedings, IEEE/AIAA/NASA 9th, Digital Avionic systems Conference*, 1990, pp.194-199, 1990.
- [6] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT-estimation of signal parameters via rotation Invariance techniques", *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, vol. 37, pp. 984-995, July 1989.
- [7] Nadav Levanon, *Radar Principle*, John Wiley & Sons, 1988.
- [8] R. T. Compton, *Adaptive Antennas-Concept and Performance*, Prentice Hall, 1988.
- [9] Richard Klemm, "Space-time adaptive processing-principle and applications", *IEE*, 1998.
- [10] Joseph C. Liberti, Jr, Theodore S. Rappaport, *Smart Antennas for Wireless Communications*, Prentice Hall PTR, 1999.
- [11] John Litva, Titus Kwok-Yeung Lo, *Digital Beamforming in Wireless Communications*, Artech House, 1996.
- [12] J. L. Mather, "Design considerations for an adaptive phased array radar", *1991 Conference Record of the Twenty-Fifth Asilomar Conference on Signals Systems and Computers*, pp. 841-845, 1991.
- [13] William F. Gambriel, "Adaptive processing array systems", *Proceedings of IEEE*, vol. 80,

- no.1, pp.152-162, Jan. 1992.
- [14] Alexander Haimovich, "The eigencanceler : adaptive radar by eigenanalysis methods", *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 32, no. 2, pp. 532-542, April 1996.
- [15] Lena Chang, Chien-Chien-Chung Yeh, "Performance of DMI and eigenspace-based beamformers", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 40, no. 11, pp.1336-1347, November 1992.
- [16] Shiann-Jeng Yu, Ju-Hong Lee, "The statistical performance of eigenspace-based adaptive array beamformers", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 5, pp. 665-671, May 1996.
- [17] Alexander M. Haimovich, "An eigenanalysis interference canceler", *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 39, no. 1, pp. 76-84, January 1991.

김 세 연



1976년 11월 30일생
1995년 3월~1999년 2월: 한국항공대학교 항공통신정보공학과 (공학사)
1999년 3월~2001년 2월: 한국항공대학교 대학원 항공통신정보공학과 (공학석사)
2001년 2월~현재: 한국항공우주산업(주)

[주 관심분야] 신호처리, Adaptive Array

정 신 철



1976년 8월 31일생
1996년 3월~2000년 2월: 한국항공대학교 항공통신정보공학과 (공학사)
2000년 3월~현재: 한국항공대학교 대학원 항공통신정보공학과 재학

[주 관심분야] 신호처리, Adaptive Array, DSRC

이 병 섭



1957년 1월 1일생
1979년 2월: 한국항공대학교 항공통신정보공학과(공학사)
1981년 2월: 서울대학교 대학원 전자공학과 (공학석사)
1981년 2월~1992년 1월: 한국전자통신연구소(ETRI)
1990년 5월: New Jersey Institute of Technology(공학박사)
1992년 9월~현재: 한국항공대학교 항공통신정보공학과 부교수

[주 관심분야] 위성통신, 신호처리, Adaptive Array