위상 최적화 기법에 대하여

한 석 영

(한양대학교 교수)

본 글은 구조 및 동력학 분야에서의 최적화에 관한 연구가 활발히 진행되고 있는 반면, 공작기계분야에서의 최적화에 관한 연구는 다소 미흡한 상황에 있어 공작기계분야에 적용할 수 있는 위상 최적화 기법에 관하여 소개하고자 한다.

최적설계란 어떤 시스템의 설계시 시스템을 구성하는 요소들이 구성 되어야할 필수조건들을 만족하는 제약조건들 하에서 최적의 형상 및 크기, 부재들의 배열위치 등을 디자인하는 방법을 의미한다. 즉, 제약조건을 만족하는 범위 내에서 설계변수를 변화시켜 목적함수를 최대화 또는 최소화하여 최적의 설계변수를 구하는 것을 최적 설계라 정의할 수 있다. 이러한 최적 설계는 크게 치수 최적화(sizing optimization), 형상 최적화(shape optimization), 위상 최적화(topology optimization)의 3가지 분야로 구별할 수 있다.

이 분야 중 위상을 변화시킴으로써 어떤 제약조건에서의 그 시스템에 대한 최적의 모델을 제시해 주는 방법이 위상 최적화이다. Topology라는 단어의 의미를 살펴보면, Topology란 20세기 초 뽀앙까레 등에 의해 생겨난 수학의 한 분야에서 출발한다. 수학에서의 topology란 어떤 대상을 연속적으로 변형시킬 때 변하지 않는 성질을 연구하는 것이다. 예를 들어 위상 수학자들은 커피잔과 도우넛을 구분할 수 없다고 하는데 이것은 커피잔이 만약 수학적인 고무로 만들어져 있다면 도우넛 모양과 같이 연속적으로 변형시킬 수 있기 때문이며, 같은 이유로 공과 커피잔은 위상이 다르다고 한다. 이와 같이 공간

의 추상적 연결구조를 정의하고 계량화하며 이에 대한 성질을 연구하는 것이 topology의 수학적 개념이다.

위상 최적화 기법은 이와 같은 수학적 개념에서 출발하여 1960년대 Rozvany와 Drager에 의해 "lay-out 최적설계"라는 이름으로 시작되었다. 이것은 유한요소의 모든 결점을 연결하는 트러스 구조물을 만든 후 각각의 트러스 요소에 대한 단면 계수를 조정하는 것이었다. 이후에 1988년에 Bendsoe와 Kikuchi가 연속체 구조물에 적용할 수 있는 균질화법을 발표하면서 주목을 받기 시작하였다.

이러한 위상 최적설계에 대해 보다 구체적인 예를 살펴보면 초기 형상에 대한 제한이 없거나 미리 형상이 결정되지 않은 새로운 개념의 제품을 설계하고자 할 때 반복 계산만으로 설계 최적화를 이루기는 어렵다. 왜냐하면 초기 개념 설계단계에서 임의의 설계 공간에 개념적인 형상을 결정해야 하기 때문이다.

설계의 결과에 따라 얻어지는 물체는 속이 꽉 찬 단일 연결체 일 수도 있고 속에 많은 공간이 빈 다중 연결체 일 수 있다. 이러한 다중 연결체의 최적구조를 찾아내기 위해서는 초기 개념 설계 단계로부터 다중 연결체의 설계 형상을 모델로 삼아야 하지만, 다중 연결체의 형상을 초기부터 가정한다는 것은 매우 어렵기에 초기 모델로서 단일 연결체 형상을 취할 수밖에 없다. 이러한 문제점을 해결하기 위해 최적화 과정중 단일 연결체에서 다중 연결체로 혹은 다중 연결체에서 단일 연결체로 설계 형상의 위상을 바꿀 수 있어야 한다.

이러한 위상 최적화의 기법으로는 균질화법(homogenization method), 밀도함수법(density function method), 진화적 구조 최적화 기법(ESO, Evolutionary Structural Optimization법), 양방향 진화적 구조 최적화 기법 (Bidirectional ESO), 웨이브렛 변환 기법 (wavelet transform method) 등이 있다. 이러한 위상 최적화의 방법을 간략하게 소개하면 다음과 같다.

1. 균질화법

균질화법에서는 Fig. 1과 같은 미소 구조를 도입하여 최적화를 시도한다. 처음부터 설계 영역내에 무수히 많은 미소 구조의 공간을 두어 미소 공간의 크기와 영역을 조절하여 구조물의 강도와 강성을 조절함으로써 최적화를 이루어 간다. 즉, 복합재료의 단위셀을 구성하는 소재의 일부를 빈 공간(void)으로 선택하면 평균화된 거시적인 기계적 강성은 줄어든 대신 재료는 가벼워진다. 빈 공간이 단위셀을 모두 채우게 되면 거시적 구조에서도 재료는 없고 공간만이 존재하며, 거시적 강성도 0이 된다. 반대로 빈 공간을 제거하고 단위셀의 모든 공간을 재료로 채우게 되면 거시적 강성은 원재료의 기계적 강성과 동일하게 된다.

유한 요소 내에 존재하는 단위셀의 빈 공간의 크기를 조절하여 각 유한요소의 질량 분포를 구하고 이로부터 구조물의 위상을 결정한다. 각 유한요소의 설계 질량과 구조물 원소재의 질량비를 설계 질량비라 하

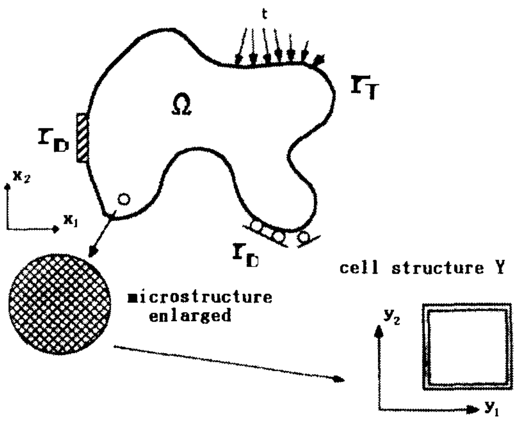
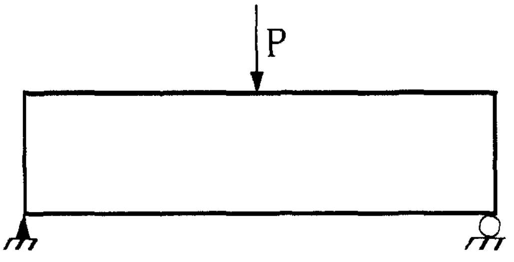
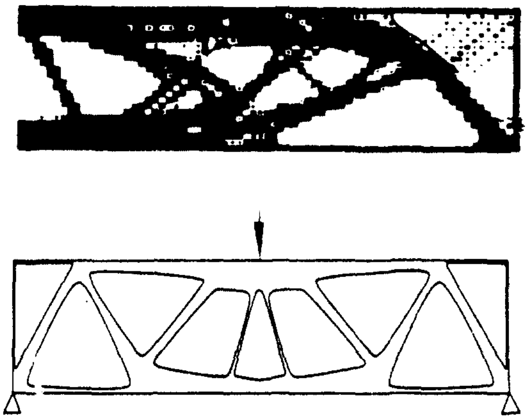


Fig. 1 균질화법의 단위셀



(a) Michell type 구조물



(b) 최적 위상

Fig. 2 균질화법에 의한 최적 위상

면, 어느 유한요소에 존재하는 단위셀에서 빈 공간의 크기가 0이면 이 유한 요소의 설계 질량비는 1이되고 빈 공간이 단위셀을 모두 차지하게 되며 설계 질량비가 높은 유한 요소를 모으면 구조물의 위상이 어떻게 형성되어야 하는지를 알 수 있다.

이 방법은 수학적으로 최적화가 이루어짐을 유도하였으나 설계 질량비가 0과 1 사이에 있는 요소에 대한 처리가 분명하지 않은 단점이 있다. Fig. 2(a)와 같은 Michell type 구조물에 대한 위상 최적화 결과를 Fig. 2(b)에 나타내었다.

2. 밀도함수법

이 기법은 Mlejnek와 Schirrmacher이 제안한 방법으로 물질 밀도의 분포를 고려한다. 유한 요소법의 각 요소에 밀도에 해당되는 설계변수를 할당하여 밀도 분포(density distribution) 문제로 바꾸고 밀도가 1인 것은 꽉 찬 요소(solid)에 해당하고 0인 것은 구멍(void)에 해당된다. 밀도와 탄성계수 사이의 관계는 균질화법을 이용하여 구하거나 가상 재료를 도입하여 그 관계를 임의로 가설할 수 있다. 최적의 밀도 분포가 구해지고 나면 0과 1사이의 중간값이 문제가 된다. 이러한 중간값을 없애기 위해 밀도와 탄성계수 사이의 비선형성을 강하게 하거나 중간값에 대해서 벌칙화(penalization) 하는 방법이 있다.

이렇게 중간값을 제거하더라도 생산성을 저하시키고 구조물의 역할을 제대로 하지 못하는 Fig. 3과 같은 체스판무늬(chessboard patterns) 가 나타나게 된다. 이를 없애기 위한 방법에는 고차요소를 사용하거나 가우스 선명 휠터링(guassian blurfiltering)과 같은 화상처리(image processing)를 사용하는 방법 및 밀도 재분배 같은 알고리즘을 사용한다.

Fig. 4(a)와 같은 외팔보의 자유단의 중앙에 집중하중이 작용하는 경우에 대한 위상 최적화 결과를 Fig. 4(b)에 나타내었다.

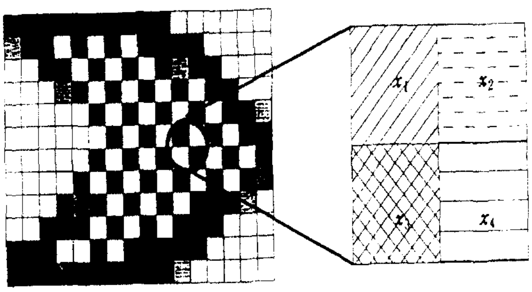
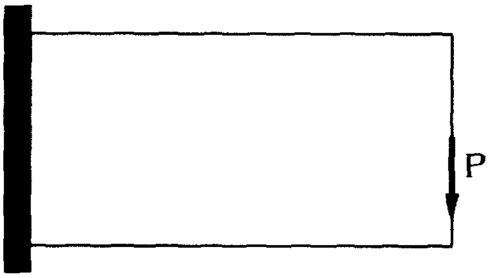
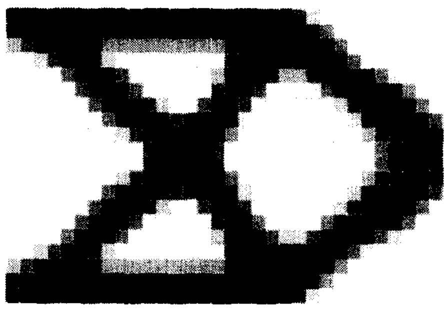


Fig. 3 체스판무늬와 각 무늬의 밀도



(a) 외팔보



(b) 최적 위상

Fig. 4 밀도함수법에 의한 최적 위상

3. 진화적 구조 최적화 기법

이 기법은 Steven, Querin 그리고 Xie가 제안한 방법으로 수학적으로 최적화를 이룬다는 유도는 되어 있지 않지만 매우 사용하기 간단하면서도 실제 기계 구조물의 위상 최적화에 실용적으로 사용될 수 있는 기법이다.

구조물의 설계영역을 설정하고 하중 조건에 따라 발생하는 처짐량이나 설계자가 요구하는 한계 질량을 구속조건으로 하여 각 요소당의 변형률 에너지의 변화량으로 정의되는 민감도 수들을 비교함으로써 작은 값 순으로 해당 요소를 제거하는 알고리즘을 반복해서 최적화된 위상을 구하는 방법이다. 이 기법을 위의

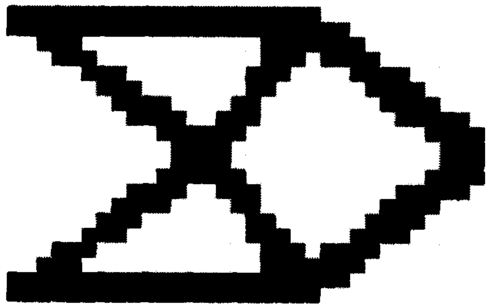


Fig. 5 ESO법에 의한 최적 위상

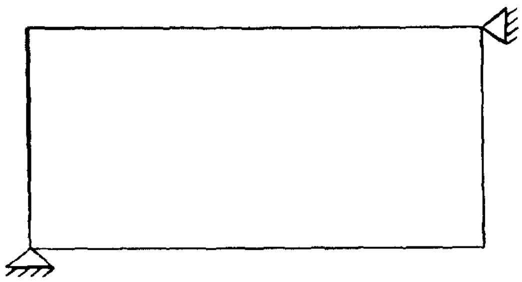
Fig. 4(a)에 적용한 경우의 위상 최적화 결과를 Fig. 5에 나타내었다.

이 방법은 균질화법이나 밀도함수법에서와 같은 중간 값을 갖는 요소가 발생하지 않으며, 계산량이 적고 수렴속도가 매우 빠르다는 장점이 있다.

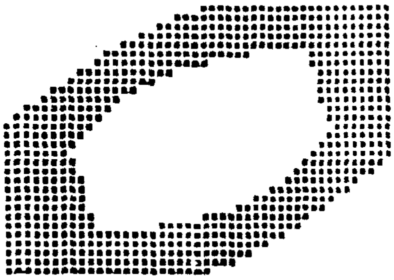
또한, 공작기계에서 매우 유용하게 사용될 수 있을 것으로 생각되는 이 기법 중의 하나는 고유진동수의 조절을 위한 위상 최적화 기법이다. 예를 들어, 어떤 구조물의 4차 고유진동수까지를 고려한다고 할 때, 고유진동수 중의 한 개를 증가시키거나, 감소시키거나, 일정하게 유지하거나 또는 어느 두 고유진동수의 차이를 증가시키고자 하는 경우가 있을 것이다.

이 기법은 위의 각각의 경우에 대해 요소 제거시 진동수의 변화를 나타내는 민감도 수를 정의하여, 각각의 고유진동수에 따른 민감도 수를 계산한 후 원하는 경우에 따라 요소를 제거해 나가는 방법이다. 예를 들면, 원하는 고유진동수를 증가시키고자 할 경우에는 그에 해당하는 민감도 수가 최대인 요소를 제거함으로써 구해지며, 감소시키고자 할 경우에는 민감도 수가 최소인 요소를 제거하여 구할 수 있다.

따라서, 이 기법은 공작기계의 고유진동수를 초기 설계영역에서 원하는 방향으로 조절하여 공작기계 구조의 위상을 결정할 수 있는 유용한 방법이 될 것이



(a) 직사각형 판



(b) 최적 위상

Fig. 6 직사각형 판에서의 1차 고유진동수를 증가시킨 최적 위상

다. Fig. 6(a)와 같은 직사각형 판에서의 질량을 초기 질량의 50%로 설정하여 1차 고유진동수를 증가시킨 결과를 Fig. 6(b)에 나타내었다.

4. 양방향 진화적 구조 최적화 기법

이 기법은 설계영역에서 정해진 요소 제거율에 따라 민감도 수가 가장 작은 것부터 제거해감으로써 설정된 질량에서의 최적 위상을 얻는 진화적 구조 최적화 기법과는 다르다. 진화적 구조 최적화 기법은 일단 요소가 제거되면 다시는 회복될 수 없기 때문에 최소의 요소 제거율로 제거하여야 하고, 제거되는 요소에 따라 최적 위상이 달라진다.

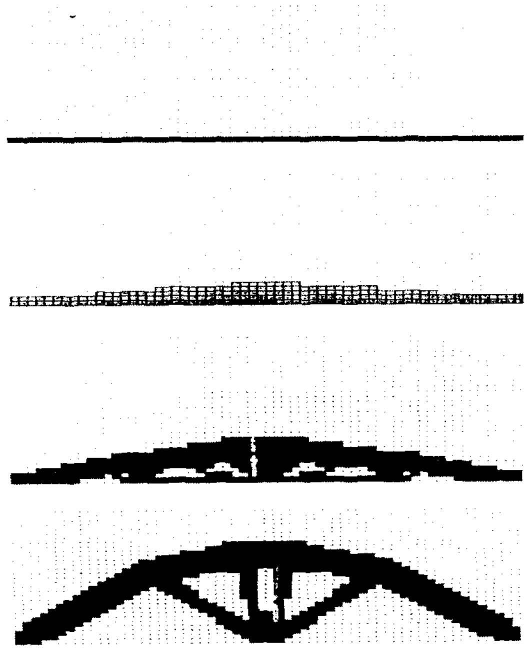


Fig.7 BESO법에 의한 최적 위상

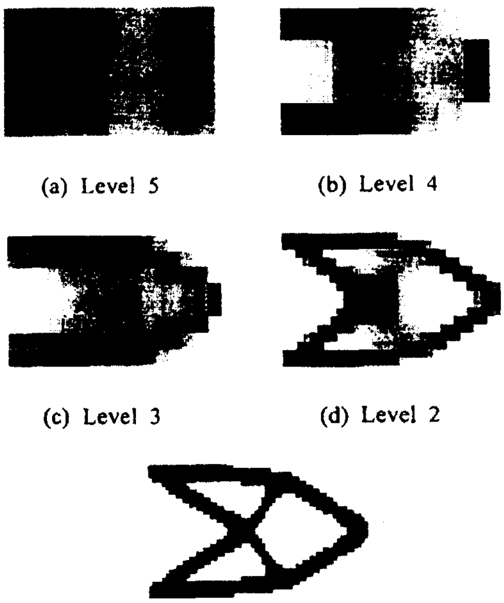
그러나, 양방향 진화적 구조 최적화 기법에서는 초기 위상이 최적의 위상 보다 작은 질량을 갖은 경우에는 요소가 부가되고, 큰 경우에는 요소가 제거되면서 설정된 질량에서의 최적 위상을 구하게 된다. 이를 위하여 완전응력설계와 같은 이상적인 상황에 구조물이 얼마나 잘 수렴하는 지를 측정할 수 있는 성능지수 (performance indicator) 개념을 도입하였다.

Fig. 7에 양방향 진화적 구조 최적화 기법에 의한 Michell type 구조물에 대한 위상 최적화 과정을 나타내었다.

5. 웨이블렛 변환 기법

웨이블렛 변환은 퓨리에 변환(Fourier transform)이나 DCT(Discrete Cosine Transform)와는 달리

주파수와 시간 정보를 동시에 가지고 있으므로 영상 압축, 컴퓨터 비젼, 잡음제거 특징소 추출 등 다양한 분야에서 유용하게 사용되고 있다. 웨이블렛 변환 기법이 유한 요소법에 비해 가장 큰 장점이라고 할 수 있는 것은 웨이블렛은 멀티스케일, 다중분해 해석을 가능하게 한다는 것이다. 웨이블렛을 이용한 지금까지의 대부분의 연구는 주로 Daubechines 계열의 직교 또는 비직교 웨이블렛을 사용함으로써 경계조건의 처리문제 등 실용성에 큰 문제점이 있어 왔다. 따라서 최근에는 보간 웨이블렛이라는 웨이블렛을 이용하여 경계문제를 간단히 처리할수 있는 기법들이 제안되고 있다. 이러한 기법에서는 유한 요소법의 근간이 되는 갤러킨 기법에 바탕을 두고 시도함수를 기존의 함수 대신에 보간 웨이블렛을 이용하여 전개함으로써, 멀티스케일, 다중분해 해석을 가능하게 하였다.



(a) Level 5 (b) Level 4

(c) Level 3 (d) Level 2

(e) Level 1

Fig. 8 웨이브렛 변환 기법에 의한 최적 위상

이 기법에 의한 Fig. 4(a)의 구조물에 대한 위상 최적화 과정을 Fig. 8에 나타내었다.

위에 기술한 위상 최적화 기법들은 여러 기계 및 구조물에 적용되어 왔으며, 최근에는 여러 가지의 구속조건과 목적함수를 만족할 수 있는 다분야 통합 최적설계 (MDO, Multi-disciplinary optimization)로 발전하고 있다. 공작기계 분야에서도 이러한 위상 최적화 기법을 적용함으로써 초기 설계단계에서 설계조건을 만족하는 최적의 위상을 결정하는 경우에 매우 유용하게 적용될 수 있을 것이다.

참고문헌

(1) Bendsoe M. P., and Kikuchi N., "Topology and Layout Optimization of Discrete and Continuum Structures", AIAA, Vol. 150, pp. 517~567, 1992

(2) Yang R. J., and Chuang C. H., "Optimal topology Design Using Linear Programming", Computers and Structures, Vol. 52, pp. 265~275, 1994

(3) Chu N. D., Xie Y. M., Hira A., and Steven G. P., "Evolutionary structural optimization for problems with stiffness constraints", Finite Elements in Analysis and Design, Vol. 21, pp. 239~251, 1996

(4) Xie Y. M. and Steven G. P., "Evolutionary Structural Optimization for Dynamic Problems", Computers and Structures, Vol. 58, pp. 1067~1073, 1996

(5) Querin O. M., Steven G. P. and Xie Y. M., "Evolutionary structural optimization (ESO) using a didirectional algorithm", Engineering Computations, Vol. 15, pp. 1031~1048, 1998

(6) 엄태민, 김윤영, "멀티스케일 위상최적설계에서의 웨이브렛 기저의 역할", 대한기계학회 고체 및 구조역학부문 학술대회, pp. 76~81, 2000