

# 복합 왜곡 영상을 위한 보정계수 자동추출 방법

정회원 한기태\*, 김희율\*

## A Calibration Coefficient Auto Extracting Method for Compound Distorted Image

Gi-tae Han\*, Whoi-yul Kim\* *Regular Members*

### 요약

많은 비전 응용에서 카메라의 광축은 영상 평면과 직교한다는 가정을 한다. 그러한 가정 아래 전통적인 왜곡 영상 보정 방법은 렌즈의 방사(radial) 왜곡과 이탈(decentering) 왜곡만을 고려하고 있다. 그러나 렌즈의 광축(optical axis)과 영상 켈리브레이션 평면이 직교하지 않을 경우는 평면 투영 변환과 카메라 자체의 렌즈 왜곡이 복합되어 나타나게 되므로 기존 방법만으로는 이러한 복합왜곡을 보정할 수 없다. 본 논문에서는 일반 방사왜곡 뿐만 아니라 평면 투영변환과 렌즈왜곡이 동시 존재하는 영상시스템에서도 적용 가능한 왜곡 영상 자동 보정 방법을 제안한다. 제안한 복합 왜곡 모델은 평면 투영 변환 모델과 렌즈의 방사 왜곡 모델로부터 유도하고, 계수 추출 알고리즘은 비 선형 최소화 기법인 Levenberg-Marquart 방법에 기반을 둔다. 실험은 이상형 격자 영상에 임의 왜곡 계수를 적용한 영상과 WebCam 카메라의 실제 왜곡 영상을 가지고 실시하였고, 기존 방법과 제안한 방법의 보정율을 비교 평가하였다. 실험 결과 제안한 방법은 렌즈 왜곡만 있는 경우에도 기존 방법보다 우수하였으며, 복합왜곡 환경에서도 97% 이상의 보정율로 아주 견고하게 적용 가능한 것으로 나타났다.

### ABSTRACT

In many vision applications, optical axis of a camera is assumed to be orthogonal to the image plane. Conventional methods for calibrating distorted image under such assumption consider the radial distortion and de-centering distortion only of a lens. When the optic axis is not orthogonal to the image plane, for example in surveillance application where the camera is looking down a subject, the planar perspective component of distortion becomes a part with existing radial distortion. This type of distortion that appears more seriously especially in the relatively inexpensive camera such as web camera, cannot be calibrated properly with the existing methods. In this paper, we propose a method that is applicable to both general radial distortion environment and compound (radial with planar perspective) distortion environment. The algorithm to extract the extrinsic parameters is derived by modeling the compound distortion and minimizing the error with Levenberg-Marquart method. Experimental results are presented for synthetic data and real data captured by an off-the-shelf web camera, and comparative analysis with the existing methods is also provided. The results indicate that proposed method is superior to the existing methods not only with conventional distortion models but also with the compound distortion. The accuracy of the calibration with the compound distortion model suggested in this paper is close to 97%.

\* 한양대학교 전자공학과(wykim@email.hanyang.ac.kr)  
논문번호 : 00494-1229, 접수일자 : 2000년 12월 29일

## I. 서론

비전산업은 카메라로부터 들어오는 영상을 분석하여 얻어지는 정보를 활용하기 때문에 무엇보다도 정확한 영상을 획득하는 것이 중요하다. 그러나 광각 렌즈가 부착된 비전 시스템으로부터 캡처된 영상은 렌즈의 특수성에 의해 이상형 영상(ideal image)과는 차이가 있는 방사 형태의 왜곡영상으로 나타난다<sup>[1-7]</sup>. 또한 비전 시스템에서 물체가 놓일 캘리브레이션 평면의 중심과 카메라 렌즈의 광축(optical)이 완전히 직교하지 않을 때에는 언제나 시스템을 통해 입력된 영상(captured image)과 이상형 영상(ideal image)간에는 평면(2-D) 투영 변환 관계가 존재한다. 이러한 환경의 비전시스템에 광각 렌즈(wideangle lens)를 부착한다면 입력된 영상은 평면 투영변환 요소와 렌즈의 방사 왜곡성분이 혼합된 형태로 나타나게된다. 이렇게 평면 투영변환과 렌즈 왜곡이 동시에 존재하는 비전시스템으로부터 입력된 영상을 본 논문에서는 복합 왜곡 영상(compound distorted image)이라 했으며 이러한 경우는 지문인식시스템이나 원자료와 같은 특수목적의 산업용 폐쇄형 비전 시스템에서 찾아볼 수 있다. 이러한 환경의 시스템으로부터 입력된 왜곡 영상은 카메라 외부(extrinsic)요인에 의해 부가된 평면 투영 변환과 카메라의 내부(intrinsic) 요인인 렌즈의 방사왜곡이 결합된 복합왜곡으로 대부분 렌즈의 방사(radial) 왜곡과 이탈(decentering) 왜곡만을 고려한 기존 방법<sup>[1-4]</sup>으로는 정확히 보정할 수가 없다.

본 논문에서는 평면 투영 변환과 렌즈의 방사 왜곡이 동시 존재하는 복합 왜곡의 비전시스템 환경과 일반 방사왜곡에 모두 적용 가능한 왜곡 영상 자동 보정 방법을 제안한다.

제안한 복합 왜곡 모델은 평면 투영 식과 렌즈 왜곡 식으로부터 유도하며, 유도된 모델 식이 비선형식으로 나타나므로 왜곡 계수 추출을 위해 비선형 최소화기법인 Levenberg-Marquart 방법<sup>[8-10]</sup>을 채택하였다. 비 선형 최소화 기법은 적절한 초기 값의 선택 여부가 국소 값(Local Minima) 문제 해결의 열쇠가 되므로 계수 추출 과정에 단계별 초기 값 부여 방법을 따로 두고 있다.

기존의 연구에서 보면 왜곡 영상 자체로부터 보정계수를 추출하는 방법들이 있었지만 이러한 방법들은 영상 자체에 사용자가 알고 있는 직선 성분<sup>[1]</sup>이 존재해 있어야 하거나 카메라가 유동형으로써

팬(pan)이나 틸트(tilt)와 같은 움직임에 통한 복수 개의 영상과 이들 영상에 동일한 특징 점을 갖는 공동 영역이 존재해 있어야 한다.<sup>[8]</sup> 그러나 본 논문에서는 단일 시야(view)만을 제공하는 고정된 카메라와 콤팩트한 폐쇄 환경의 비전시스템을 고려하여 Grid Calibration Target을 사용한다.

실험은 이상형 영상(ideal image)에 임의의 평면 투영 변환과 방사왜곡 성분을 첨가한 인공 왜곡 영상 및 왜곡이 심한 WebCam과 같은 비전시스템을 통해 입력된 실제 왜곡 영상들을 가지고 실시한다. 또한 복합 왜곡이 아닌 단순 방사 왜곡 성분만이 있는 영상에 대해서도 실험을 실시하여 제안한 방법이 모든 시스템에서 견고(robust)하게 적용됨을 보인다.

## II. 제안한 복합 왜곡 모델

폐쇄된 비전시스템에서 카메라 렌즈의 광축(optical axis)과 피사체가 놓일 평면이 수직상태를 유지해야 투영 변환 없는 이상형 영상(ideal image)을 얻을 수 있다. 그러나 고정된 카메라 상황에서 피사체 평면이 기울어 있거나 시스템 제작자가 원하는 이상적 시야 평면(ideal view plane)으로부터 벗어나 있을 경우에는 이상형 영상(ideal image)과 캡처된 영상(captured image)간에 평면 투영 변환(planar perspective transformation)이 존재한다. 이러한 시스템 환경에서 광각 카메라를 부착한 경우라면 캡처된 영상은 렌즈의 특성에 기인한 방사왜곡<sup>[3,12,13]</sup>과 평면 투영변환이 혼합된 형태의 복합왜곡으로 나타난다. 그림 1은 이상형 영상과 평면 투영 변환된 영상 및 복합 왜곡 형태의 영상을 나타내고 있다.

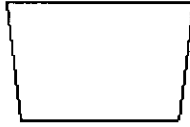
복합왜곡에 대한 모델 식은 방사 왜곡 모델식<sup>[12,4]</sup>에 평면 투영 변환 식<sup>[8,9,10]</sup>을 적용하여 얻을 수 있다. 이상형 좌표 시스템의 평면 투영 변환 식은 식 (1)과 같다.

$$\begin{aligned} x_i^p &= \frac{a_1x_i + a_2y_j + a_3}{c_1x_i + c_2y_j + 1} + x_i, \\ y_j^p &= \frac{b_1x_i + b_2y_j + b_3}{c_1x_i + c_2y_j + 1} + y_j \end{aligned} \quad (1)$$

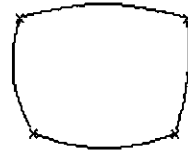
$x_i, y_j$ 를 이상형 좌표라 할 때,  $x_i^p, y_j^p$ 는 평면 투영 변환된 좌표를 나타낸다. 여기서  $a_1, a_2, b_1, b_2$



a. 이상형 영상



b. 평면 투영 변환된 영상



c. b의 방사왜곡 영상(복합왜곡)

그림 1. 이상형 영상과 복합 왜곡 영상

는 회전(rotation)과 크기(scale)를 갖는 계수이고,  $a_3$ 와  $b_3$ 는 이동(translation)을 갖는 계수이며,  $c_1$ 과  $c_2$ 는 비례 변환 계수를 나타낸다.

한편 이상형 좌표로부터 간단화된 방사 왜곡 좌표로의 변환 식<sup>[1,2,4]</sup>은  $x_i, y_j$ 를 이상형 좌표,  $x_c, y_c$ 를 추정되는 영상의 중심 좌표,  $r$ 을 영상 중심으로부터 좌표까지의 거리,  $k$ 를 방사 왜곡 계수라 할 때  $r$ 과 방사 왜곡된 좌표( $x_i^d, y_j^d$ )를 식(2)와 식(3)으로 나타낼 수 있다.

$$r^2 = (x_i - x_c)^2 + (y_j - y_c)^2 \tag{2}$$

$$\begin{aligned} x_i^d &= x_i + k(x_i - x_c) r^2, \\ y_j^d &= y_j + k(y_j - y_c) r^2 \end{aligned} \tag{3}$$

방사 왜곡 모델인 식(2)와 (3)에서 이상형 좌표 ( $x_i, y_j$ ) 대신 평면 투영 변환 좌표( $x_i^p, y_j^p$ )를 대입하면 복합 왜곡 모델을 식(4)와 (5) 및 (6)으로 나타낼 수 있다.

또한 식(5)와 (6)의 복합 왜곡 모델은 평면 투영 변환 식의 8개의 계수( $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$ )와 렌즈 왜곡 식의 3개의 계수( $k, x_c, y_c$ )를 포함한 식으로 나타난다.

$$\begin{aligned} r^2 &= \left( \frac{a_1 x_i + a_2 y_j + a_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + x_i - x_c \right)^2 \\ &+ \left( \frac{b_1 x_i + b_2 y_j + b_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + y_j - y_c \right)^2 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned} x_i^d &= \frac{a_1 x_i + a_2 y_j + a_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + x_i \\ &+ k \left( \frac{a_1 x_i + a_2 y_j + a_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + x_i - x_c \right) \\ &\left( \frac{a_1 x_i + a_2 y_j + a_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + x_i - x_c \right)^2 \\ &+ \left( \frac{b_1 x_i + b_2 y_j + b_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + y_j - y_c \right)^2 \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} y_j^d &= \frac{b_1 x_i + b_2 y_j + b_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + y_j \\ &+ k \left( \frac{b_1 x_i + b_2 y_j + b_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + y_j - y_c \right) \\ &\left( \frac{a_1 x_i + a_2 y_j + a_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + x_i - x_c \right)^2 \\ &+ \left( \frac{b_1 x_i + b_2 y_j + b_3}{c_1 x_i + c_2 y_j + 1} + y_j - y_c \right)^2 \end{aligned} \tag{6}$$

### III. 복합 왜곡 파라메타 추출 및 보정 방법

복합 왜곡 파라메타를 추출하기 위하여 식(5)와 (6)으로부터 에러함수  $f$ 를 유도하고 에러의 합을 목적함수  $G$ 로 정의할 때,  $G$ 가 최소가 될 때의 계수를 최적화된 계수로 추정한다. 에러함수는 이상형 좌표가 식(5)와 (6)에 의하여 추정된 왜곡 좌표( $x_i^d, y_j^d$ )와 실제 왜곡된 영상에서의 관측된 해당 좌표 ( $x_i^o, y_j^o$ )의 오차로 정의하였고, 에러 함수가 비 선형 식으로 나타나므로 계수를 추정하기 위하여 본 논문에서는 비 선형 최소화 기법에 탁월한 Levenberg-Marquart(LM) 방법을 채택하였다.

#### 1. 에러함수(f)와 목적함수(G)

에러함수  $f$ 는 식(5)와 (6)의 복합 왜곡 좌표( $x_i^d, y_j^d$ )와 관측 왜곡 좌표( $x_i^o, y_j^o$ )간의 각  $x, y$ 좌표측상 오차의 제곱에 대한 합인 거리의 제곱으로 식(7)과 같으며, 목적함수  $G$ 는 에러 함수  $f$ 에 대한 합으로 식(8)과 같이 정의하였다.

$$f = (x_i^d - x_i^o)^2 + (y_j^d - y_j^o)^2 \tag{7}$$

$$G(C) = \sum_{i=1}^n f_i(C) \tag{8}$$

식(8)에서  $C$ 는 추출하고자하는 계수의 집합이며,  $n$ 은 참조 최소의 개수를 나타낸다.

## 2. 보정계수 추출 알고리즘

복합 왜곡 모델로부터 보정 계수를 추출하기 위하여 채택한 LM 방법은 비 선형 함수의 최적화를 구하고자하는 알고리즘으로 본 논문에서는 K번째 계수  $C_K$ 로부터 새로운 계수  $C_{K+1}$ 을 구하기 위하여 여러 식 f의 각 계수에 대한 편 미분 값을 이용한다. C는 계수를 표현한 행렬이며, 계수의 개수가 m 개이면  $[c_1, \dots, c_m]$ 로 표현한다. 또한  $\lambda$  를 반복계산에 대한 안정화 변수,  $J_K$ 를 Jacobian matrix,  $H_K$ 를 Hessian matrix, 그리고 I를 identity matrix, n을 참조할 교차점(화소)의 수라 할 때 LM 방법을 이용한 복합 왜곡 영상의 보정 계수 추출 방법은 알고리즘 1과 같다.

### [ 알고리즘 1 ]

```

①  $\lambda = 10^{-3}$ 
    Initialize Coefficient
        ( $C_0 = [c_1; c_2; \dots; c_m]$ )
loop: ② Compute  $G(C_K)$ 
    ③ Compute  $J_K$ 
    ④ Compute  $H_K$  and  $F(C_K)$ 
        (where  $H_K = J_K^T J_K$ ,  $F = [f_1 \dots f_n]^T$ )
        Compute  $T_K = H_K + \lambda I$ ;
        Call SVD( $T_K$ )
        Compute  $C_{K+1} = C_K - (T_K)^{-1} J_K^T F(C_K)$ 
    ⑤ Compute  $G(C_{K+1})$ 
    ⑥ if  $G(C_{K+1}) > G(C_K)$  then  $\lambda = 10 * \lambda$ ;
        else
            if  $G(C_{K+1}) < 10^{-4}$  then break;
            if  $G(C_K) - G(C_{K+1}) < 10^{-3}$  then
                count = count + 1;
            else count = 0;
            end
            if count > 4 then break;
             $\lambda = 0.1 * \lambda$ ;
             $C_K = C_{K+1}$ ;
        end
    end loop;
    
```

알고리즘 1에서 안정화변수  $\lambda$ 의 초기 값을  $10^{-3}$ 로 하였고 무한 루프로 가는 것을 방지하고 빠른 수렴을 보장하기 위하여  $G(C_{K+1}) \leq G(C_K)$ 일 때  $G(C_{K+1}) < 10^{-4}$  이거나  $G(C_K) - G(C_{K+1}) < 10^{-3}$  이 계속적으로 4번 이상 발생할 때는 알고리즘을 끝내

도록 하는 제약 사항을 두었으며, 특이 값(singular value)이 존재하는 행렬은 역 행렬을 구할 수 없으므로  $T_K$ 에 대한 역 행렬을 구하기 위하여 SVD<sup>[11,14]</sup>를 이용하였다. 또한 알고리즘 1과 같은 비 선형 최소화 방법은 계수의 초기 값을 적절히 선정해 주는 것이 중요하다.<sup>[8,11]</sup> 초기 값을 적절하게 선정치 못할 경우는 국소 값(local minima)으로 수렴하거나 발산하여 원하는 계수를 찾지 못하는 경향이 있다. 이러한 문제를 해결하기 위하여 제안한 방법에서는 초기 값 부여 최적화 전략을 세우고 있다.

## 3. 국소 값(Local Minima) 방지를 위한 초기 값 부여 방법

제안한 복합 왜곡 모델 식에는 11개의 알려지지 않은 파라메타가 존재한다. 이들 파라메타 중에는 평면 투영 변환 모델의 8개 파라메타와 방사왜곡의 3개 파라메타가 존재하고, 평면 투영 변환 모델의 8개 파라메타 중에는 affine 변환 모델의 6개 파라메타가 존재하며, affine 변환 모델에는 이동(translation) 파라메타가 포함되어 있다. 초기 값 부여 최적화 전략은 바로 이러한 모델들의 단계별 변환 과정을 이용한다. 복합 왜곡 모델은 평면 투영 변환 모델로부터 추출한 계수 값을, 평면 투영 변환 모델은 affine 변환 모델로부터 추출한 계수 값을, affine 변환 모델은 이동 파라메타의 값을 초기 값으로 사용한다.

복합 왜곡 모델에서 알려지지 않은 파라메타는  $k, x_c, y_c, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$ 로 방사 왜곡 모델에 나타나는  $k, x_c, y_c$ 를 제외한 나머지 계수는 평면 투영 변환 모델로부터 추출한 값을 초기 값으로 사용한다.  $k$ 는 왜곡 계수로서 초기 값으로 1이나 0을 선정하고,  $x_c$ 와  $y_c$ 는 이상형 영상 중심 부근의 대략적인 화소 좌표를 초기 값으로 선정한다. 여기서 초기 값 자동 추출 시 이동 변환 모델과, affine 및 평면 투영 변환 모델로부터 계수를 추출하기 위해 사용할 영상의 영역은 렌즈의 방사왜곡으로부터 대체적으로 영향을 덜 받는 영역을 선택한다. 왜냐하면 방사왜곡은 영상의 중심으로부터 멀어질수록 왜곡이 심하게 나타나고, 중심에서는 거의 왜곡이 없기 때문이다. 이동 변환 모델과 affine 모델에 대한 계수추출은 이상형 영상(ideal image)을 기준으로 할 때 영상의 중심으로부터 1/4 영역을 선택하고, 평면 투영 변환 모델에 대한 계수 추출은 2/4 영역을 선택하여 사용하며 복합 왜곡 모델에 대한

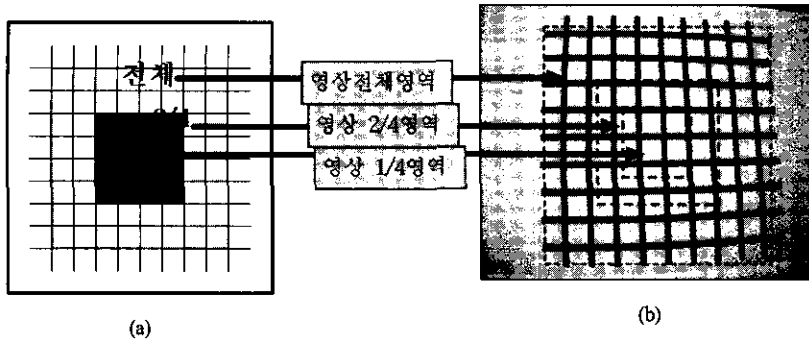


그림 2. 초기값 부여시 관심 영역 (a) 이상형 영상 (b) 왜곡(관측)영상

계수는 영역 전체를 선택한다. 이상형 영상과 관측 영상에 대한 영역 선택 및 매핑관계는 그림 2와 같고 이 영역 안에서의 각 Grid의 교차점을 참조 점으로 이용한다. 이동 변환계수는 해당 영역의 이상형 영상의 교차점 좌표와 매핑되는 복합 왜곡 영상의 교차점 좌표간 이동성분을 계산에 의하여 간단히 구할 수 있으며, affine 과 평면 투영 변환 및 복합 왜곡변환 계수는 알고리즘 1을 이용하여 추출한다.

이상 영상의 중심으로부터의 일정 영역과 이와 매핑되는 관측영상의 일정영역을 초기 값 추출 시에 참조할 관심영역이라 할 때 계수추출을 위한 초기 값 설정 방법은 알고리즘 2와 같다.

[알고리즘 2]

1. Enter Ideal image and captured image.
2. Select 1/4 zone from radius for each image.
3. Compute average values of translation distance between corresponding reference points in interesting area of both images.(extraction of translation coefficients  $a_3, b_3$ )
4. Initialize  $a_1, a_2, b_1, b_2 = 0$ .  
Call algorithm 1.  
(extraction of affine coefficients  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ )
5. Select 2/4 zone from radius for each image to interesting area.
6. Initialize  $c_1, c_2 = 0$ . Call algorithm 1.  
(extraction of 2D perspective transformation coefficients  $a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$ )
7. Select all zone for each image to interesting area.
8. Initialize  $k = 0$ (or 1),  $x_c =$  rough coordinates

for x axis of image center and  $y_c =$  rough coordinates for y axis of image center.

Call algorithm 1.

(extraction of compound distortion coefficients  $k, x_c, y_c, a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$ )

4. 보정 계수 추출

계수를 추출하기 위하여 도입된 이상형 영상은  $m \times n$  직선으로 그려진 것으로 영상 크기에 따라 직선의 간격을 따로 정할 수 있는 정규화된 가상의 영상이다. 제안한 방법에서 기준이 되는 이상형 영상의 참조 좌표는 직선과 직선이 교차하는 교차점 좌표로 중심 교차점을 정규화 영상의 중심( $x_c, y_c$ )에 일치시킨 후 계산에 의하여 구한 좌표이다. 실제 시스템 구현 및 실험에 있어서는 그림 3.a와 같은 형태의 그리드를 제작하여 Calibration grid로 이용한다. Calibration grid를 광각 카메라로 입력받게 되면 그림 3.b 같이 왜곡된 영상으로 나타난다. 이러한 왜곡 영상으로부터 추출한 그리드의 교차점과

매핑되는 이상형 영상의 해당 교차점간의 변환관계를 식(5)와 (6)같이 모델링하여 복합 왜곡 모델식으로 사용하였다. 왜곡 영상으로부터 교차점을 추출하기 위하여 Thresholding, Morphology, Labeling과 같은 영상처리 과정<sup>[15-20]</sup>이 필요하며, 영상처리를 통하여 추출한 교차점의 좌표를 관측 좌표( $x^o, y^o$ )로 사용한다.

복합 왜곡 모델에 대하여 알고리즘 1을 통한 계수를 추출하기 위해서는 식(7)에 대한 각 계수의 편미분 값으로 구성된 Jacobian matrix가 필요하다. 식(4)와 (5) 및 (6)으로부터  $x_i^p - x_c, y_j^p - y_c, x_i^d - x^o, y_j^d - y^o$ 를 각각  $P_x, P_y, D_x, D_y$ 로 놓고, 식(1)로부터  $a_1x_i + a_2y_j + a_3, b_1x_i + b_2y_j + b_3, c_1x_i + c_2y_j + 1$ 를 각각  $A, B,$

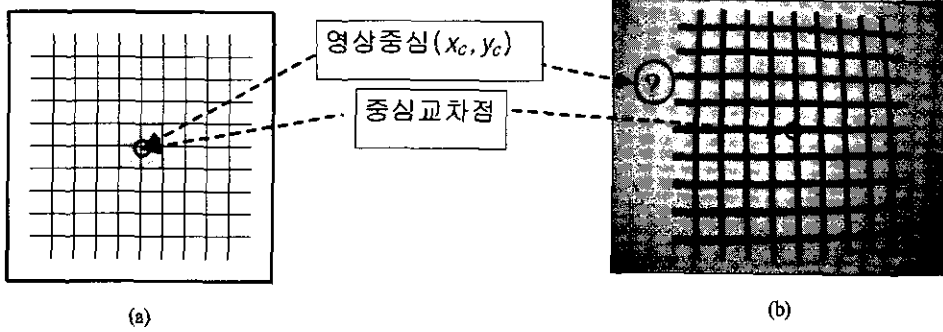


그림 3. 이상형 영상(a)과 복합왜곡 영상(b)

C로 놓으면 Jacobian 행렬을 구성하는 각 계수에 대한 편 미분은 식(9.1)에서 식(9.11)로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial f}{\partial k} = 2r^2(D_x P_x + D_y P_y) \quad (9.1)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c_1} = -2k\{D_x(r^2 + 2P_x^2) + 2D_y P_x P_y\} \quad (9.2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c_2} = -2k\{D_y(r^2 + 2P_y^2) + 2D_x P_x P_y\} \quad (9.3)$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_1} = \frac{2x}{C}\{D_x(1 + kr^2 + 2kP_x^2) + 2kD_y P_x P_y\} \quad (9.4)$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_2} = \frac{2y}{C}\{D_x(1 + kr^2 + 2kP_x^2) + 2kD_y P_x P_y\} \quad (9.5)$$

$$\frac{\partial f}{\partial a_3} = \frac{2}{C}\{D_x(1 + kr^2 + 2kP_x^2) + 2kD_y P_x P_y\} \quad (9.6)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_1} = \frac{2x}{C}\{D_y(1 + kr^2 + 2kP_y^2) + 2kD_x P_x P_y\} \quad (9.7)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_2} = \frac{2y}{C}\{D_y(1 + kr^2 + 2kP_y^2) + 2kD_x P_x P_y\} \quad (9.8)$$

$$\frac{\partial f}{\partial b_3} = \frac{2}{C}\{D_y(1 + kr^2 + 2kP_y^2) + 2kD_x P_x P_y\} \quad (9.9)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c_1} = \frac{-2x}{C^2}[D_x\{A + kr^2 A + 2kP_x(P_x A + P_y B)\} + D_y\{B + kr^2 B + 2kP_y(P_x A + P_y B)\}] \quad (9.10)$$

$$\frac{\partial f}{\partial c_2} = \frac{-2y}{C^2}[D_x\{A + kr^2 A + 2kP_x(P_x A + P_y B)\} + D_y\{B + kr^2 B + 2kP_y(P_x A + P_y B)\}] \quad (9.11)$$

각 계수에 대한 편 미분 값으로 구성된 Jacobian 행렬(J<sub>k</sub>)은 식(10)으로 표현되며, Hessian 행렬(H<sub>k</sub>)은 식(11)로 표현할 수 있다.

$$J_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial k} & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \frac{\partial f}{\partial c_2} & \frac{\partial f}{\partial a_1} & \frac{\partial f}{\partial a_2} & \frac{\partial f}{\partial a_3} & \frac{\partial f}{\partial b_1} & \frac{\partial f}{\partial b_2} & \frac{\partial f}{\partial b_3} & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \frac{\partial f}{\partial c_2} \\ \frac{\partial f}{\partial k} & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \frac{\partial f}{\partial c_2} & \frac{\partial f}{\partial a_1} & \frac{\partial f}{\partial a_2} & \frac{\partial f}{\partial a_3} & \frac{\partial f}{\partial b_1} & \frac{\partial f}{\partial b_2} & \frac{\partial f}{\partial b_3} & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \frac{\partial f}{\partial c_2} \\ \frac{\partial f}{\partial k} & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \frac{\partial f}{\partial c_2} & \frac{\partial f}{\partial a_1} & \frac{\partial f}{\partial a_2} & \frac{\partial f}{\partial a_3} & \frac{\partial f}{\partial b_1} & \frac{\partial f}{\partial b_2} & \frac{\partial f}{\partial b_3} & \frac{\partial f}{\partial c_1} & \frac{\partial f}{\partial c_2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$H_k = J_k^T J_k \quad (11)$$

복합 왜곡 모델 계수 k, x<sub>c</sub>, y<sub>c</sub>, a<sub>1</sub>, a<sub>2</sub>, a<sub>3</sub>, b<sub>1</sub>, b<sub>2</sub>, b<sub>3</sub>, c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>는 알고리즘 1의 c<sub>1</sub>, c<sub>2</sub>, . . . c<sub>m</sub>에 해당하며, affine이나 평면 투영 변환 계수는 알고리즘 1의 계수 개수인 m을 6과 8로 각각 조정하여 동일한 방법으로 추출할 수 있다.

### 5. 왜곡 영상 보정 방법

이상형 영상에다 추출한 왜곡계수를 적용한 결과가 왜곡 영상이 되므로 실제 왜곡된 영상상의 좌표 D(x<sup>d</sup><sub>i</sub>, y<sup>d</sup><sub>j</sub>)로부터 원하는 보정된 영상 좌표 C(x<sub>i</sub>, y<sub>j</sub>)를 얻기 위해서는 왜곡 계수를 T라 할 때 식(5)와 (6)의 우변에 존재하는 이상형 영상(보정 영상) 좌표(x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>)에 계수 T를 적용하여 추출되는 좌변의 좌표 값(왜곡 영상)에 해당하는 왜곡 영상 상의 좌표(x<sup>d</sup><sub>i</sub>, y<sup>d</sup><sub>j</sub>) 화소 값을 보정 영상으로 매핑되는 좌표의

화소 값으로 취한다. 방법은 그림 4와 같다.

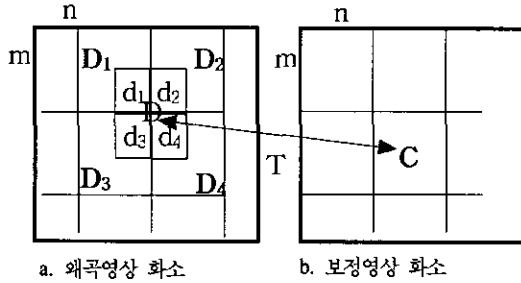


그림 4. 왜곡 영상 보정 방법

그림 4는  $m \times n$  영상의 왜곡 영상과 보정 영상간의 관계를 나타내고 있다. 그림 4.b의 보정 영상이 될 공간 좌표  $C$ 는 왜곡 계수  $T$ 를 적용하여 왜곡 영상에 매핑시켜 보면 그림 4.a처럼 좌표가 실수값으로 나타난다. 그러므로  $D$ 의 좌표에 해당하는 화소는  $D_1, D_2, D_3, D_4$ 에 걸쳐 있게 되므로 subpixel  $d_1, d_2, d_3, d_4$ 의 넓이를 각 화소들 ( $D_1, D_2, D_3, D_4$ )의 weight로 적용하여 더한 값을 보정 영상의  $C$  좌표에 할당하는 방법으로 보정 영상을 생성한다. 역으로 왜곡영상 좌표에 보정계수( $T^{-1}$ )를 적용하여 영상의 좌표를 계산한 후 이 좌표에 화소를 할당하는 방법은 영상에 구멍이 뚫린 상태로 생성되기 때문에 보간 법을 이용하여 뚫린 구멍을 메꾸어 주는 하나의 과정이 더 필요하다.

#### IV. 실험 및 결과

실험은 이상형 영상(ideal image) 좌표에 임의의 평면(2-D) 투영 변환 계수와 방사 왜곡 계수를 적용하여 왜곡시킨 인공 영상과 비전시스템상의 실제 왜곡 영상을 가지고 실험하였다. 인공 왜곡 영상에 대한 보정 평가는 제안한 방법으로 추출한 왜곡 계수와 왜곡시키기 위하여 임의로 적용한 계수와의 오차를 비교하였고, 실제 왜곡 영상에 대한 보정 평가는 기존에 제안된 Tsai<sup>[3]</sup>와 Prescott<sup>[2]</sup> 방법과 같은 전통적인 방법과 본 논문에서 제안한 복합 왜곡 계수 추출방법을 왜곡 영상에 대한 보정율로써 비교 평가하였다. 보정율은 실제 왜곡이 없는 이상적 영상과 왜곡 영상을 보정한 결과 영상간의 영상오차로써 나타내었다<sup>[5,7]</sup>. 제안한 시스템은 계수 추출의 자동화와 국소 값 방지를 위하여 III.3의 초기 값 부여 방법을 이용하였다.

#### 1. 인공 영상에 대한 실험 결과

실험에 사용된 인공 이상형 영상은  $600 \times 600$ 으로 정규화된 크기에 수평(X축)과 수직(Y축) 방향의 100부터 500화소의 범위에 50화소 단위로 점을 찍어  $9 \times 9$  점선으로 구성된 가상의 영상으로 그림 5와 같고, 그림 5와 같은 이상형 영상을  $a_1 = 0.01, a_2 = 0.0001, a_3 = 20, b_1 = 0.1, b_2 = 0, b_3 = 10, c_1 = 0.00001, c_2 = 0.00001$ 로 변환시킨 결과가 그림 6과 같다.

그림 5와 6을  $k = -0.000001, x_c=300, y_c=300$ 로 방사왜곡 변환시키면 그림 7과 8이 된다. 그림 7과 같이 단지 렌즈의 영향에 의한 단순한 방사 왜곡된 영상은 전통적인 방법<sup>[2,3]</sup>을 가지고도 보정이 가능하지만 그림 8과 같이 평면 투영변환이 첨가된 복합왜곡은 전통적인 방법을 가지고는 정확도 높은 보정을 보장할 수 없다. 제안한 방법에 의한 복합 왜곡 계수 추출 실험의 인공영상에 대한 실험은 그림 8과 같이 인공적으로 왜곡시킨 복합 왜곡 영상을 가지고 실시하였다. 계수 추출 알고리즘을 적용하기 위한 계수의 초기 값  $k$ 와  $x_c, y_c$ 를 각각 1, 310, 290으로 지정하고, 평면 투영 변환 계수는 초기 값 자동 부여 전략을 통하여 지정한다.

#### 2. 비전시스템을 통한 실험 결과

비전 시스템을 통한 실제 왜곡 영상의 보정 실험은 그림 3.a와 같은 Calibration Grid를 카메라로 캡처한 그림 3.b 같은 복합 왜곡 영상과 컴퓨터 계산에 의한 이상형 영상상의 교차점 좌표로부터 왜곡 계수를 추출하고, III.5의 왜곡 영상 보정 방법을 적용하여 보정을 실시한다. 실험은 Calibration Grid와 실제 일반영상에 대하여 실시하였으며 추출한 계수를 적용하여 보정한 결과를 그림 11부터 그림 20에 나타내었다.

#### 3. 결과 분석

이상형 영상(그림 5)에 그림 6과 같은 2-D 투영 변환과 그림 7과 같은 방사 왜곡을 반영시키면 그림 8과 같은 복합왜곡 형태로 나타난다. 여기서는 이상형 영상에 임의의 복합 왜곡계수를 적용시켜 생성한 그림 8에 대한 보정계수를 제안한 방법으로 추출하기 위한 단계별 초기 값 자동 부여 과정과 결과를 표 1에, 추출된 복합 왜곡 계수에 대한 정확도를 표 2에 나타내었다.

한편, 그림 8 같은 복합왜곡 영상에 대하여 전통

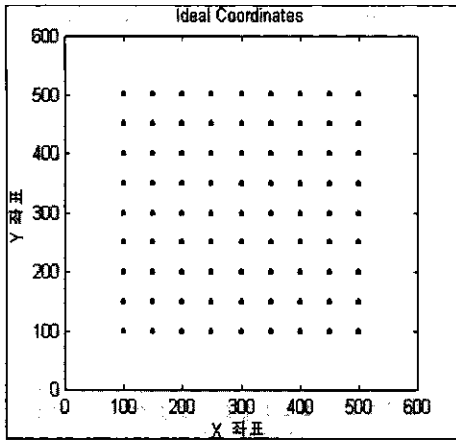


그림 5. 이상형 영상 좌표

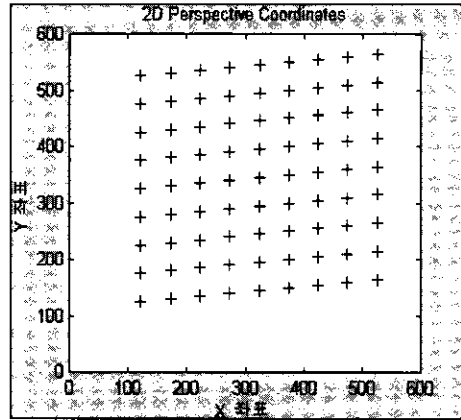


그림 6. 이상형 영상의 2D 투영변환

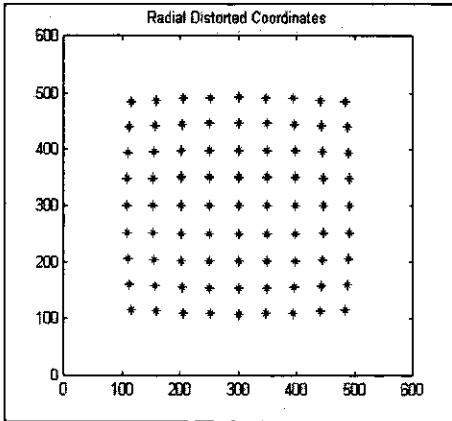


그림 7. 이상형 영상의 방사왜곡

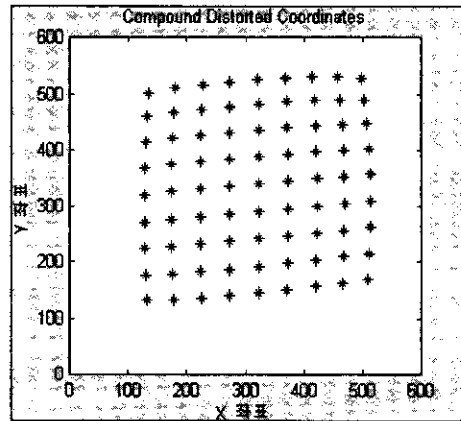


그림 8. 이상형 영상의 복합왜곡

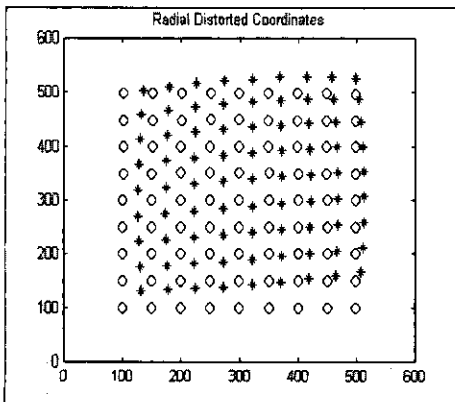


그림 9. 복합왜곡 좌표를 전통적 방법으로 추정된 결과

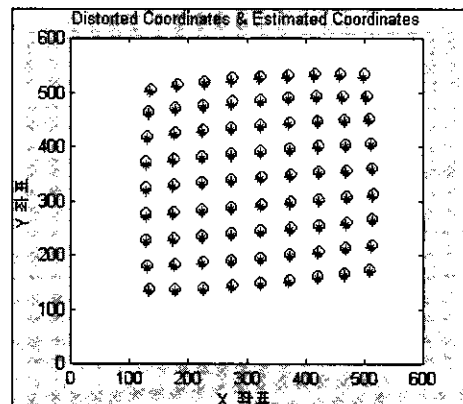


그림 10. 복합 왜곡좌표를 제안한 방법으로 추정된 결과



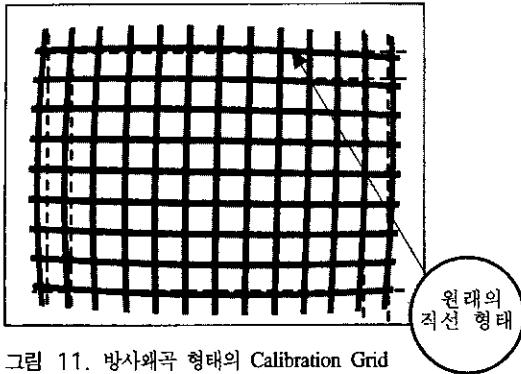


그림 11. 방사왜곡 형태의 Calibration Grid 영상



그림 15. 그림 11 환경의 인물 영상

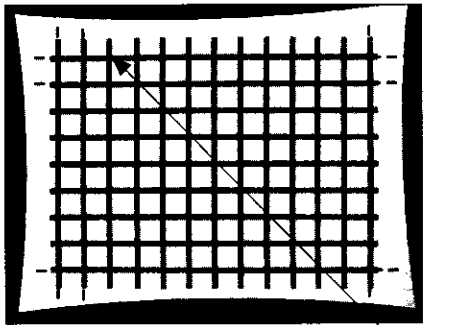


그림 12. 그림 11의 보정 결과



그림 16. 그림 15의 보정 결과



그림 13. 그림 11과 같은 환경의 keyboard 실제 영상

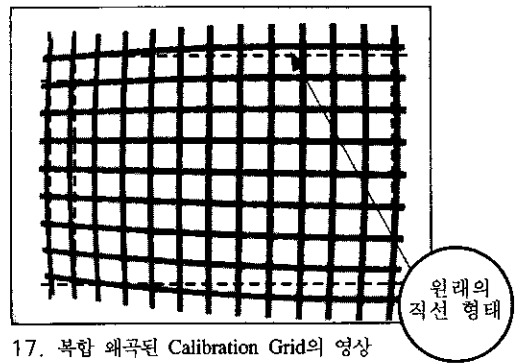


그림 17. 복합 왜곡된 Calibration Grid의 영상



그림 14. 그림 13의 보정 결과

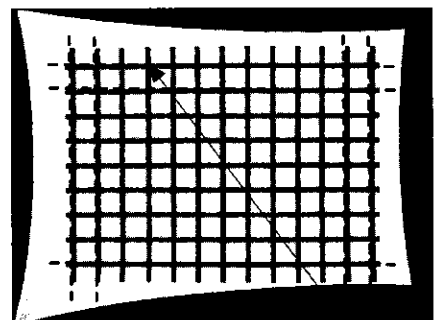


그림 18. 그림 17의 보정 결과

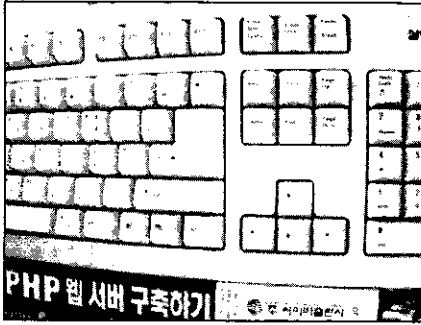


그림 19. 그림 17 환경의 실제 영상



그림 20. 그림 19의 보정 결과

적인 방법<sup>[1-3]</sup>으로 왜곡 계수를 추출한 결과의 계수로 이상형 영상을 왜곡시킨 결과가 그림 9와 같으며 제안한 방법의 추출 계수를 적용한 결과가 그림 10과 같다. 이때 전통적인 방법으로 추출한 왜곡 계

수는  $k = -6.3967 \times 10^{-8}$ ,  $x_c = 286.914067237700$ ,  $y_c = 189.685521212115$ 로 표 1의 결과에 나타난 제안한 방법의 결과인  $k = -0.000000999982$ ,  $x_c = 299.999749146012$ ,  $y_c = 300.001238311913$ 과 상당한 차이가 있음을 알 수 있다. 이것은 평면 투영변환이 존재하는 왜곡 영상에 대하여는 기존의 전통적인 방법으로는 보정이 불가능하며 제안한 방법과 같이 평면 투영변환 계수를 고려해 주어야함을 입증해주고 있다. 표 2에서 각 계수에 대한 정확도는 임의 왜곡 계수 값을 A라하고 제안한 방법에 의하여 추정된 왜곡 계수 값을 B라 할 때 식 12로 계산하였다.

$$\left(1 - \frac{|B - A|}{A}\right) \times 100 \quad (12)$$

그림 8에 대한 왜곡 계수 추출 결과를 나타내는 표 2는 노이즈가 없는 이상형 영상을 가지고 실험을 한 것이며 비전시스템을 통하여 입력되는 실제 왜곡 영상을 가지고 실험한 결과는 그림 11에서부터 20에 나타내고 있다. Calibration Grid에 대한 실제 복합 왜곡 영상인 그림 11과 17을 R.Y.Tsai<sup>[1-3]</sup>의 보정 모델을 사용하는 기존 방법으로 보정한 결과와 제안한 방법으로 보정한 결과를 영상 오차와 영상 보정율<sup>[5-7]</sup>로 표 3에 나타내었다.

표 3에서 보는 바와 같이 평면 투영 변환이 거의 없는 방사왜곡에서는 기존 방법에 있어서도 평균

표 1. 자동화 초기값 부여 방법 및 단계별 결과

단계별 변환 과정	초기 값	결 과
① Translation Coefficient(TC)		$a_3 = 22.675877967678$ , $b_3 = 39.400341309193$
② Affine Coefficient(AC)	$a_3, b_3$ 는 ①의 결과 값 $a_1, a_2, b_1, b_2 = 0$	$a_1 = 0.002034718231$ , $a_2 = -0.003733904624$ $a_3 = 23.069135758841$ , $b_1 = 0.096980380253$ $b_2 = -0.009805792697$ , $b_3 = 13.285943224894$
③ Planar(2-D) Perspective Coefficient(PC)	$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3$ 는 ②의 결과 값 $c_1, c_2 = 0$	$a_1 = -0.004657121612$ , $a_2 = 0.010860192833$ $a_3 = 22.299780755363$ , $b_1 = 0.086480240258$ $b_2 = 0.011812667917$ , $b_3 = 12.355118338201$ $c_1 = -0.000372387188$ , $c_2 = 0.000587400112$
④ Compound Distortion Coefficient(DC)	$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2$ 는 ③의 결과 값 $k=1$ , $x_c=310$ , $y_c=290$	$k = -0.000000999982$ , $x_c = 299.999749146012$ $y_c = 300.001238311913$ , $a_1 = 0.010006788069$ $a_2 = 0.000112232024$ , $a_3 = 20.000015049096$ $b_1 = 0.100010951638$ , $b_2 = 0.000008263817$ $b_3 = 10.000471207928$ , $c_1 = 0.000009982387$ $c_2 = 0.000010026483$

표 2. 그림 8에 대하여 제안한 방법으로 추출한 왜곡 계수

왜곡 계수	인공적으로 부여한 임의의 왜곡 계수값 (A)	제안한 방법으로 추정된 왜곡 계수값 (B)	오차 (B - A)	정확도(%)
$k$	-0.000001	-0.000000999982	0.000000000018	99.99982
$x_c$	300	299.999749146012	-0.000250853988	99.99992
$y_c$	300	300.001238311913	0.001238311913	99.99959
$a_1$	0.01	0.010006788069	0.000006788069	99.93212
$a_2$	0.0001	0.000112232024	0.000012232024	98.77680
$a_3$	20	20.000015049096	0.000015049096	99.99248
$b_1$	0.1	0.100010951638	0.000010951638	99.98905
$b_2$	0	0.000008263817	0.000008263817	99.99917
$b_3$	10	10.000471207928	0.000471207928	99.99529
$c_1$	0.00001	0.000009982387	-0.000000017613	99.82387
$c_2$	0.00001	0.000010026483	0.000000026483	99.73517

표 3. 제안한 방법과 기존 방법의 비교(Error: 화소, Ratio: 퍼센트)

왜곡영상 유형	보정방법	Mean Error(a)	Ratio of Calibration in (a)	Maximum Error(b)	Ratio of Calibration in (b)
방사왜곡 (그림 11)	왜곡영상	25.97	-	37.57	-
	기존방법	1.14	95.60	3.27	91.30
	제안한 방법	0.95	96.34	2.36	93.71
복합왜곡 (그림 17)	왜곡영상	35.48	-	60.83	-
	기존방법	21.12	40.47	49.85	18.05
	제안한 방법	0.76	97.87	1.88	96.91

보정율과 최대 영상오차 영역에서의 보정율이 각각 95%와 91%이상의 보정율로 상당히 만족할 만한 결과를 보이지만 평면 투영 변환이 심한 복합 왜곡 영상에 대하여는 기존 방법을 사용할 수 없는 것으로 나타났다. 한편 제안한 방법은 일반 방사왜곡이나 복합왜곡이 심한 영상 모두 평균 보정율(a)과 최대 영상오차영역에서의 보정율(b)이 각각 97%정도의 결과를 보였다.

### V. 결론

왜곡 영상의 보정 방법에 대한 기존 연구는 단순히 방사 왜곡된 영상만을 대상으로 하였다. 그러나 제안한 논문에서는 방사왜곡 뿐만 아니라 방사 왜곡과 카메라 시야 평면의 평면 투영 변환이 상호 작용하여 나타나는 복합왜곡의 경우라도 견고하게 적용가능하며 높은 보정율을 유지하는 새로운 방법을 제안하였다. 이 방법은 기존의 왜곡 모델 식에

평면 투영 변환 식을 접목하여 모델링하였으며 이상형 영상의 기준 좌표들과 왜곡된 영상의 기준 좌표들간의 오차가 가장 적을 때의 왜곡 계수를 비선형 최소화 알고리즘인 Levenberg- Marquart 방법을 이용하여 추출하였다. 제안한 방법으로 추출한 계수를 왜곡영상의 보정에 적용한 결과 이상형 영상을 왜곡시킨 복합 왜곡 영상인 경우 노이즈가 거의 없으므로 평균 99.9% 이상의 보정율을 유지하였으며 실제 왜곡 영상 보정에 적용한 경우는 노이즈의 량에 따라 약간의 차이는 있으나 평균 97% 이상의 보정율을 얻을 수 있었다. 이로써 제안한 방법은 단순한 방사왜곡 뿐만 아니라 기존의 방법으로는 보정이 어려웠던 평면 투영변환이 심한 복합왜곡 영상에까지 모두 적용 가능한 것으로 나타났으므로 광각 카메라를 사용하는 컴퓨터 비전시스템이나 PC카메라를 이용해 캡처된 영상을 응용하는 다양한 분야에서의 활용을 기대한다.

참 고 문 헌

- [1] Rahul Swaminathan and Shree K.Nayar, "Non-Metric Calibration of Wide-Angle Lenses and Polycameras," *Proceeding Computer Vision and Pattern Recognition'99*, pp. 413-419, IEEE Computer Society Press, 1999.
- [2] B.Prescott and G.F.McLean, "Line-Based Correction of Radial Lens Distortion," *Graphical Models and Image Processing*, Vol. 59, No. 1, pp. 39-47, Jan. 1997.
- [3] R.Y.Tsai. "A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision," *International Journal of Robotics and Automation*, pp. 323-344, Aug. 1987.
- [4] Reg G. Willson, *Modeling and Calibration of Automated Zoom Lenses*, pp41-44, pp69-75, Ph.D. dissertation thesis, Dept. of Electrical and Computer Engineering, Carnegie Mellon Univ, Jan. 1994.
- [5] 한기태, 장재영, 김이경, 김희율, "중성자 라디오 그래픽 영상처리 시스템을 위한 왜곡 영상 보정 방법", 1998년도 한국통신학회 하계종합학술발표회 논문집(상), pp. 415-418, Jul. 1998.
- [6] 한기태, 이광진, 김희율, "광각 CCD 카메라 렌즈를 위한 간단한 자동 보정 방법", 1999년도 한국통신학회 추계종합학술발표회 논문집(하), pp. 1547-1550, Nov 1999.
- [7] 한기태, 김희율, "왜곡률이 큰 렌즈가 부착된 CCD 카메라를 위한 간단한 자동 보정 방법", 한국방송공학회 논문지 제5권 제2호, pp. 260-272 Dec. 2000.
- [8] "True Multi-Image Alignment and Its Application to Mosaicing and Lens Distortion Correction," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, Vol.21, No. 3, MARCH 1999.
- [9] A Robust Image Mosaicing Technique Capable of Creating Integrated Panoramas, "Proceedings of the 1999 International Conference on Information Visualization," 1999.
- [10] Yihong Gong, Guido Proietti and David LaRose, "A Robust Image Mosaicing Technique of Creating Integrated Panoramas," *Proceedings of the 1999 International Conference on Information Visualization.*" 1999.
- [11] W. Press and et al., *Numerical Recipes in C: The Art of Scientific Computing*, pp59-70 (SVD), pp681-688(LM), Cambridge, England: Cambridge University Press, 2 ed., 1992.
- [12] A. Goshtasby, "Correction of image deformation from lens distortion using bezier patches," *Graphics, and Image Processing*, pp. 385-394, 1989.
- [13] J. Weng, P. Cohen, and M. Hernion. "Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation," *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, pp. 965-980, Oct. 1992.
- [14] Gilbert and Strang, *Linear Algebra and Its Applications*, Addison-Harcourt Braceovanovich, pp. 442-452, 1988.
- [15] Arthur R. Weeks, Jr., *Fundamentals of Electronic Image Processing*, SPIE Press and IEEE Press, 1996.
- [16] Oivid Due Trier and Torfinn Taxt, "Evaluation of Binarization Methods for Document Images," *IEEE TRANSACTIONS ON PAMI* Vol. 17, No.3 pp. 312-315, Mar. 1995.
- [17] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison-Wesely, 1992.
- [18] R. M. Haralick and L. G. Shapiro, *Computer and Robot Vision*, Vol. 1, Addison-Wesely, 1992.
- [19] Ramesh Jain, Rangachar Kasturi and Brian G.Schunck, *Machine Vision*, Addison-McGraw Hill, 1995.
- [20] Hironobu Takahashi and Fumiaki Tomita, "Fast Region Labeling with Boundary Tracking," *IEEE International Conference on Image Processing ICIP'89*, Sept. 1989.

한 기 태(Gi-tae Han)

정회원



1982년 2월 : 충남대학교  
계산통계학과 (현)  
컴퓨터과학과 졸업  
1990년 2월 : 한양대학교  
산업대학원 전자계산과  
석사

1995년 8월~현재 : 한양대학교 전자공학과 박사과정  
(수료)  
1986년 1월~1992년8월 : 한국주택은행 전산부 근무  
(전산역)  
1992년 9월~현재 : 경원 전문대학 컴퓨터정보과  
(부교수)  
<주관심 분야> 컴퓨터비전, 영상데이터베이스, 전자  
상거래 등

김 희 울(Whoi-yul Kim)

정회원



1976년~1980년 : 한양대학교  
전자공학(공학사)  
1981년~1983년 : Pennsylvania  
State Univ. 전자공학  
(공학석사)

1984년~1989년 : Purdue University 전자공학  
(공학박사)  
1989년 9월~1994년 2월 : University of Texas  
조교수  
1994년 3월~1998년 2월 : 한양대학교 전자공학과  
조교수  
1998년 3월~현재 : 한양대학교 전자공학과 부교수  
<주관심 분야> 컴퓨터비전, 영상검색, 영상 압축,  
워터마크 등