

봉다발 온도장 해석을 위한 난류 Prandtl 수 모델들의 액체 금속에 대한 비교 연구

허병길 · 정창현 · 김 신*

서울대학교 원자핵공학과, *제주대학교 에너지공학과

A Comparative Study for Liquid Metal of Turbulent Prandtl Number Models for Temperature Field in Rod Bundles

ByungGil Huh, ChangHyun Chung and Sin Kim*

Department of Nuclear Engineering, Seoul National University

*Department of Nuclear and Energy Engineering, Cheju National University

요 약

봉다발 내 온도장 해석을 위해 개발되어진 난류 Prandtl 수 모델들을 중심으로 액체금속에 대한 비교연구를 수행하였다. VANTACY-II 코드에 사용된 Zeggel & Monir의 모델과 이 모델의 기초가 된 Jischa & Rieke 모델 및 상수형 모델($Pr_T=0.9$)을 비교대상 모델로 선정하여 난류 Prandtl 수의 비등방성과 공간분포 및 분자 Prandtl 수의 영향을 고려한 본 연구모델과 P/D와 Peclet 수를 변화시키며 얻어진 Nusselt 수의 결과를 비교하였다. 비교결과 본 모델이 다른 모델들에 비하여 봉다발 내 액체금속의 열전달 거동을 전반적으로 잘 예측하였다.

Abstract—The comparative study for the liquid metal was performed focusing on the turbulent Prandtl number models for the temperature field analysis in rod bundle. The present models such as Zeggel & Monir model used in VANTACY-II code, Jischa & Rieke Model which was the basis of previous model, and constant Prandtl number model ($Pr_T=0.9$) were selected as reference models. The Nusselt numbers by these models and those by the suggested model which considers the effect of anisotropy, spatial variation and molecular Prandtl number, were obtained varying the P/D and the Peclet number and the results were compared. The comparison indicated that the suggested model in this study predicted the heat transfer behavior of liquid metal in the rod bundle better than other models.

1. 서 론

액체금속을 사용하는 실험로나 원자로를 비롯하여 현재 대부분의 상용 원자로의 핵연료집합체는 봉다발 구조를 띠고 있다. 이와 같은 봉다발 구조 내 유체 거동과 열전달 과정은 매우 복잡하여 이에 대한 자세한 이해가 원자로의 설계 및 안전성 분석에 매우 중요한 역할을 한다. 이런 열수력학적 해석을 정확히 수행하기 위해서는 핵연료집합체 부수로(subchannel) 내에서의 온도장에 대한 상세한 정보가 요구된다.

지금까지 전산유체 분야의 발전으로 많은 난류 모델들이 개발되고 전산유체 코드들이 상용화되었다. 그러나,

아직도 대부분의 공학 문제들은 난류 모델들의 지나친 복잡성으로 인한 계산시간의 증가로 효율적이지 못하거나 많은 수의 실험적인 상수들을 필요로 하는 것에 비해 결과의 정확도가 크게 향상되지 않기 때문에 높은 수준의 난류 모델을 필요로 하지 않는다. 따라서, 물리적으로 부적절하지만 매우 실용적인 개념인 난류 확산도 개념을 도입하여 사용하고 있으며 열에 대한 난류 확산도는 난류 Prandtl 수(Pr_T)라는 매개변수를 도입하여 운동량에 대한 난류 확산도로부터 구하는 것이 일반적이다. 난류 Prandtl 수가 여러 변수로 구성된 매우 복잡한 함수로 표현된다면 이 개념은 유용하지 않을 것이다. 다행히 많은 증거들에 의하면 대체로 1 근처의 값을 갖는

다는 것이 알려져 있으나, 액체금속에 대해서는 난류 Prandtl 수가 1에서 많이 벗어나 1보다 큰 값을 갖는다는 사실을 많은 연구를 통해 알 수 있다^{[11][13]}. 따라서, Reynolds 유추에 기본을 둔 가정은 액체금속의 경우에는 적용하는데 한계가 있다. 또한 난류 Prandtl 수는 위치의 함수이며 유로의 기하구조와 유체의 물리적 성질에 영향을 받으며 봉다발 유동장에 있어서는 난류 확산의 비등방성으로 인하여 단순 유동장에서 개발된 일반적인 난류 모델을 적용하는데 어려움이 있다. 따라서, 봉다발 내 액체금속의 온도장 해석을 위해서는 적합한 난류 Prandtl 수 모델 개발이 필요하다.

본 논문에서는 봉다발 온도장 해석을 위해 개발되어진 난류 Prandtl 수 모델을 다른 모델들과의 액체금속에 대한 비교해석을 수행하였다.

2. 봉다발 구조에서의 난류 Prandtl 수 모델

봉다발 난류 유동장에 대한 수치해석 연구는 매우 많이 시도되었으나 온도장에 대한 해석은 상대적으로 드문 이유는 온도장에 대한 실험결과가 흔하지 않으며, 봉다발 구조에서 발생하는 특이한 난류 현상, 즉 이차유동과 난류 확산이 주요 관심사였기 때문인 것으로 판단된다. 이에 이차유동이 난류 확산의 비등방성 등 봉다발 유동장의 주요 수력학적 특성을 반영하면서 해석했던 연구들은 다음과 같다.

봉다발 구조에서 열유동장 해석을 위해 난류 Prandtl 수로 0.9를 이용한 대표적인 예로서 Seale^[14]와 Yang & Chieng^[15]의 연구를 들 수 있다. Seale은 봉다발 구조에서 이차유동과 비등방성이 혼합물에 미치는 영향을 평가하기 위하여 난류 유동에 대한 실험을 수행하였고 k-ε 난류 모델을 사용하여 열유동장을 해석하였다. 그는 난류 Prandtl 수로 0.9를 사용하여 계산을 통해 실험결과와 비교하였다. 비교결과 등방성 난류 확산 모델로는 실험적으로 측정된 온도분포를 예측할 수 없다는 결론을 내렸다. Yang & Chieng은 삼각 및 사각 봉배열에서 이차유동을 무시한 채 난류 Prandtl 수로 0.9를 제시한 표준 k-ε 난류 모델을 사용하여 열유동장을 해석을 수행하였다. 다양한 형태의 비등방성 와류점성 모델을 검토하고 와류점성의 비등방성이 유동장의 온도장에 미치는 영향을 평가하였다.

Zegge & Monir^[6]는 봉다발 난류 열유동장의 수치 해석을 위해 1980년대 중반부터 VANTACY라는 코드를 개발해 오고 있다. 이 코드에서는 운동량 및 에너지 방정식에 나타나는 난류 확산도를 구하기 위해 난류 물리량의 수송방정식을 직접 풀지 않고 난류 확산 계수를 적절히 모델링하여 난류의 메움 문제를 해결하고 있

다. 이 코드는 난류 확산의 비등방성을 고려하고 있으며 이차유동은 효과가 작다는 이유로 무시하고 있다. 한편 VANTACY-II 코드에서는 난류 Prandtl 수로 Jischa & Rieke의 모델을 수정하여 다음과 같이 사용하고 있다. 여기서 Pr은 분자 Prandtl 수이며 Re는 Reynolds 수이다.

$$Pr_T = 0.98 + \frac{2.87}{Pr Re^{0.5}} \quad (1)$$

지금까지 대부분의 연구는 난류 Prandtl 수로 표준적인 난류 모델이 제시하는 상수값(보통 0.9)을 사용하는 것이 보통이다. 물론 이는 상수의 난류 Prandtl 수가 적절하기 때문이 아니라 적절한 난류 Prandtl 수 모델이 없기 때문이었다. 그러나, VANTACY-II 코드에서 채용하고 있는 난류 Prandtl 수 모델은 다른 연구와는 달리 수력학적 조건이나 작동유체가 바뀌면 다른 값을 가지게 되므로 이전의 연구와는 뚜렷이 구분된다.

위의 Zegge & Monir가 참고한 Jischa & Rieke 모델은 난류 운동에너지와 난류 열속에 대해 모델링된 수송방정식으로부터 개발되어졌다^[7]. 난류 Prandtl 수에 대한 모델은 다음과 같으며 이는 파이프와 채널유동에 대한 것으로 봉다발 구조와는 차이가 있다.

$$Pr_T = 0.9 + \frac{182.4}{Pr Re^{0.888}} \quad (2)$$

본 연구에서 개발되어진 난류 Prandtl 수 모델은 독일 Kalsruhe 연구소의 Rehme 팀의 Meyer와 Krauss의 실험결과를 바탕으로 공간분포와 비등방성을 고려하고 있으며 이에 대한 기본적인 검증은 이루어졌다^[8]. 모델은 난류 Prandtl 수가 반경방향에 대해 거의 선형적인 거동을 보이고 있으며 간극으로부터의 각도가 증가할수록 반경방향의 난류 Prandtl 수가 줄어드는 경향을 반영하였다. 또한 봉다발 유동장의 난류 구조는 기하구조에 영향을 받고 P/D(Pitch to Diameter)가 감소할수록 난류 Prandtl 수가 증가한다는 것과 많은 연구들에서 밝혀진 분자 Prandtl 수에 대한 영향을 모델링 시 고려하였다. 한편, 액체금속과 같은 유체에 대한 난류 Prandtl 수 모델들은 주로 참고값에 분자 Prandtl 수에 대한 효과를 보정하기 위해 부가항으로 Peclet 수(Pe)에 대한 항으로 두는 경우가 많으므로 본 모델에서도 분자 Prandtl 수가 감소할수록 난류 Prandtl 수가 증가하는 경향을 반영하기 위해 부가항 형태로 난류 Prandtl 수 모델을 구성하였다. 또한 분자 Prandtl 수의 영향은 엄밀하게 말하면 Peclet 수의 함수이므로 모델링 시 이를 반영하였다. 따라서, 비등방성을 고려한 난류 Prandtl 수 모델은 다음과 같다.

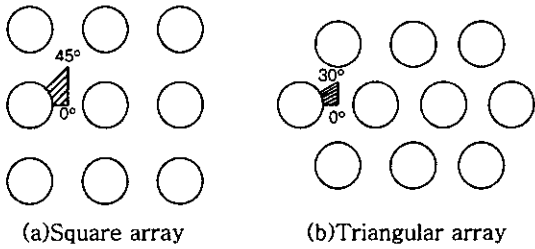


Fig. 1. Schematics of rod bundles.

$$y^+ \leq 75 : \begin{cases} Pr_{Ti} = 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \\ Pr_{T0} = 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \end{cases} \quad (3)$$

$$y^+ > 75 : \begin{cases} Pr_{Ti} = \left[a \left(\frac{y^+}{\gamma} \right) + b \right]^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \\ Pr_{T0} = 0.9^{f(Pe)} + g(Pe, P/D) \end{cases}$$

- 사각 배열에서 $Pr > 0.5$ 경우 $\begin{cases} a=0.0, \\ b=0.9 \end{cases}$
- 나머지 경우 $\begin{cases} a=0.5\theta/\theta_{max}-1.5, \\ b=-0.5\theta/\theta_{max}+2.5 \end{cases}$

$$f(Pe) = 3.0 - 0.2 \ln(Pe),$$

$$g(Pe, P/D) = \frac{100}{Pe(P/D-1)^2}$$

여기에서 θ_{max} 는 단위 부수로에서의 최대각으로 삼각 배열에서는 $\pi/6$, 사각배열에서는 $\pi/4$ 이며 y^+ 는 벽면에서의 무차원 수직거리이며 γ 는 profile length이다. r 과 θ 는 각각 반경방향과 원주방향을 나타낸다. 봉다발 구조의 도식도는 Fig. 1과 같다.

3. 계산 결과 비교

앞장에서 제시되었던 Zeggel & Monir, Jischa & Rieke 및 본 모델을 통해 액체금속($Pr = 0.01$)에 대한 봉다발 부수로 열유동장을 수치적으로 해석하여 열전달 거동을 비교하였다. 계산 시 난류 모델로는 Lam & Bremhorst^[9]의 저-Reynolds 수 k- ϵ 모델을 사용하였다. 벽면 경계조건으로는 계산영역을 벽면까지 확장하여 미끄러짐이 없다는 조건을 채택하였으며 난류 확산의 비등방성을 고려하기 위해 유동맥동 현상에 기초해서 평가된 Kim & Park^{[10][11]}의 비등방성 인자 평가식을 수정하여 사용하였다. 부수로는

지지격자 등의 방해물이 없으며 무한히 배열된 것으로 가정하였다. 또한 유동장은 축방향으로 완전히 발달한 비압축성 단상유동이며 유체의 물리적 특성은 상수로 간주하였다.

해석은 모델들을 적용하여 P/D와 Peclet 수를 변화시키면서 얻어진 Nusselt 수를 비교하였다. 참고 실험 상관식으로는 Todreas & Kazimi^[12]가 봉다발 구조에서 액체금속에 대해 실험결과를 가장 잘 예측한다고 한 Schad-modified 상관식을 사용하였다. 이 상관식은 Nusselt 수를 P/D와 Peclet 수의 함수로 보았으며 Peclet 수의 범위에 따라 다음과 같이 약간 다른 형태를 갖는다. 유효 P/D의 범위는 $1.1 \leq P/D \leq 1.5$ 이다.

$$150 \leq Pe \leq 1000,$$

$$Nu = [-16.15 + 24.96(P/D) - 8.55(P/D)^2] Pe^{0.3} \quad (4)$$

$$Pe \leq 150,$$

$$Nu = 4.496[-16.15 + 24.96(P/D) - 8.55(P/D)^2] \quad (5)$$

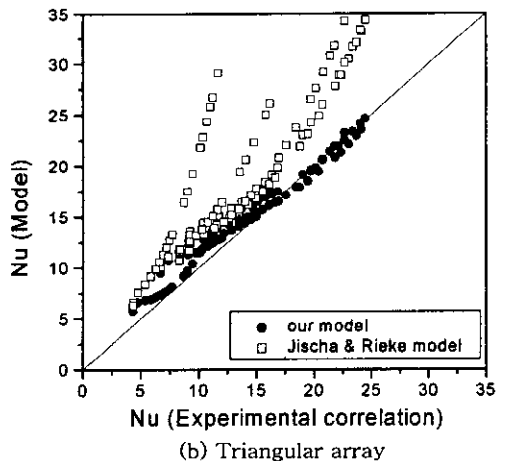
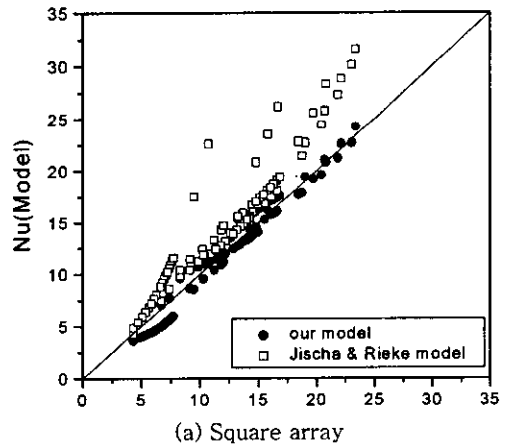


Fig. 2. Comparison of Nusselt number for Jischa & Rieke model.

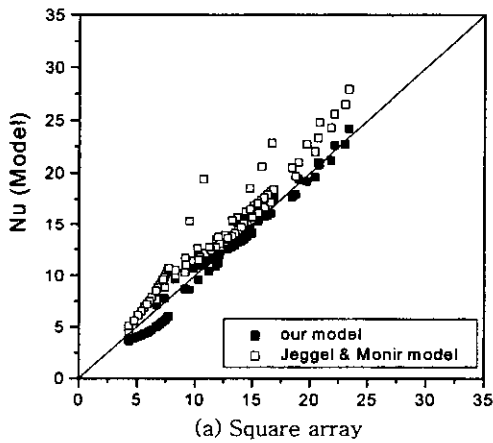
먼저 본 연구에서 제안한 모델과 Jischa & Rieke 모델을 이용하여 수치적으로 얻은 Nusselt 수를 비교하였다.

Fig. 2의 (a)와 (b)는 각각 사각 및 삼각 봉배열에서 Jischa & Rieke 모델과의 Nusselt 수 비교 결과이다.

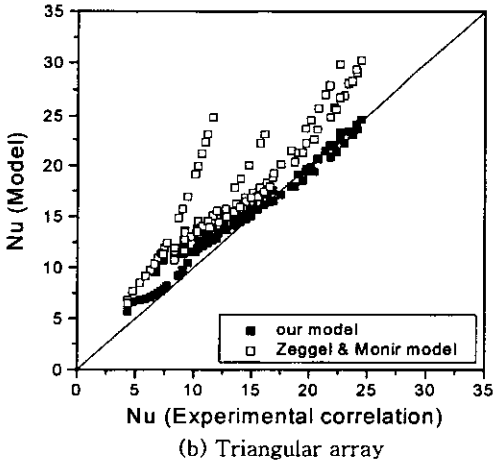
비교결과 Jischa & Rieke 모델을 통해 얻은 결과는 액체금속의 열전달을 제대로 예측하는데 실패하고 있는 반면에 본 모델의 결과는 Nusselt 수를 매우 훌륭하게 예측하고 있는 것을 볼 수 있다.

이러한 결과는 VANTACY-II 코드에 사용된 Zeggel & Monir의 모델을 통해 계산된 Nusselt 수 비교결과에도 나타나고 있다.

Fig. 3의 (a)와 (b)는 각각 사각 및 삼각 봉배열에서 Zeggel & Monir 모델을 사용하여 얻은 Nusselt 수 비교 결과이다. 비록 Jischa & Rieke 모델 결과보다는 Nusselt 수를 잘 예측하고 있으나 본 모델에 비해서는 결과를 상당히 높게 예측하고 있음을 볼 수 있다.



(a) Square array

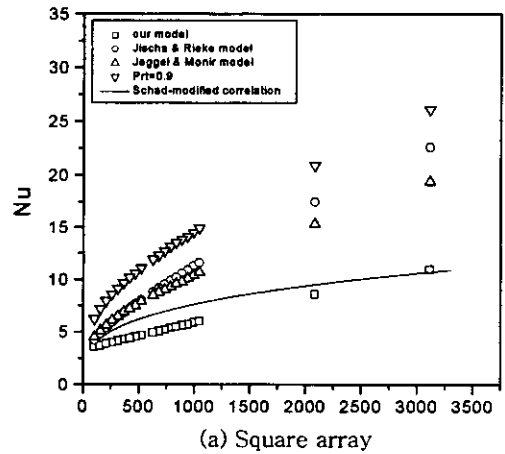


(b) Triangular array

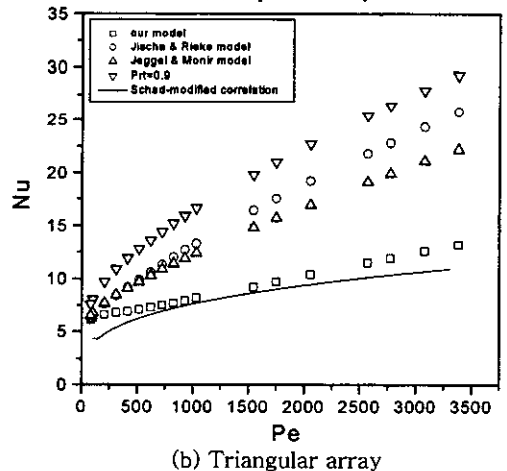
Fig. 3. Comparison of Nusselt number for Jeggel & Monir model.

네 가지 난류 Prandtl 수 모델을 사용하여 P/D 가 1.1과 1.3인 경우 얻어진 Nusselt 수를 비교하였다. Fig. 4와 5의 (a)와 (b)는 각각 P/D 가 1.1과 1.3인 경우의 사각 및 삼각배열에서의 Nusselt 수 비교 결과이다. 실험 상관식은 원래 Peclet 수의 범위가 1000까지이나 외삽을 통해 확장시켜 적용하였다. 비교 결과 낮은 Peclet 수 영역에서 차이가 있으나 전반적으로 다른 모델들에 비하여 본 모델이 Nusselt 수를 잘 예측하고 있다. 봉다발 구조에 대하여 모델링 되어진 Zeggel & Monir 모델이 두 번째로 잘 예측하고 있으나 본 모델에 비해서는 Nusselt 수를 높게 평가하고 있다. 다음으로 Jischa & Rieke 모델과 상수형 모델 순으로 결과를 높게 평가하였다. 이와 같은 경향은 다른 P/D 에서도 그대로 나타났다.

앞에서 언급했듯이 상수형 모델은 액체금속의 열전달 거동을 해석하는데 한계가 있음을 다시 한번 확인하였고 파이프와 채널유동에 대해 모델링 되어진 Jischa &

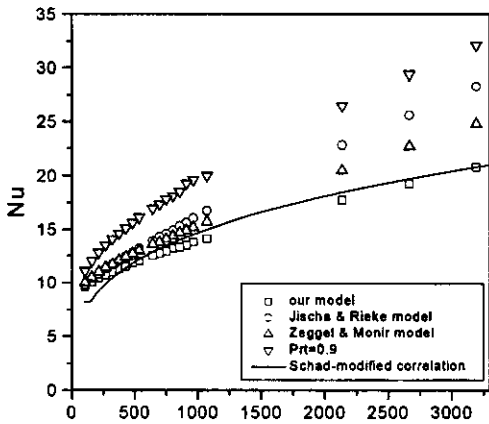


(a) Square array

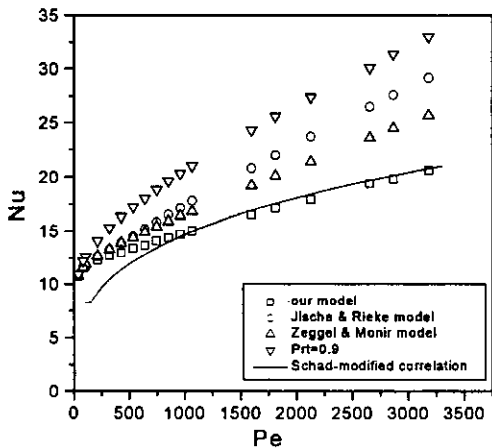


(b) Triangular array

Fig. 4. Comparison of Nusselt number ($P/D = 1.1$).



(a) Square array



(b) Triangular array

Fig. 5. Comparison of Nusselt number ($P/D = 1.3$).

Rieke 모델은 붕다발 유동장을 해석하는데 잘 맞지 않음을 알 수 있었다. 또한 본 모델이 Zeggel & Monir 모델보다 개선된 결과를 얻은 것은 실험을 바탕으로 난류 Prandtl 수의 반경 및 원주방향의 비등방성과 공간분포를 고려하였기 때문인 것으로 판단된다.

4. 결 론

본 연구에서는 액체금속에 대한 붕다발 온도장 해석을 네 가지 난류 Prandtl 수 모델들을 사용하여 평가하였다. 평가결과 본 연구에서 제시한 모델이 다른 세가지 모델들에 비하여 더 향상된 결과를 보여주었다. 이를 통해 난류 Prandtl 수의 비등방성과 공간분포가 붕다발 온도장 해석 시 중요하게 고려되어야 한다는 것을 확인하였으며 본 모델이 액체금속의 붕다발 내 열전달

해석에도 유용하게 사용될 수 있고 개발된 상세해석코드는 현재 진행중인 액체금속을 사용한 여러 연구에도 기여할 수 있을 것이다.

참고문헌

1. Reynolds, A.J.: "The Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Numbers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 18, pp. 1055-1069 (1975).
2. Kays, W.M.: "Turbulent Prandtl number-where are we?", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 116, pp. 195-284 (1994).
3. Kasagi, N. and Ohtsubo, Y.: "Direct Numerical Simulation of the Low Prandtl Scalar Field in a Two-Dimensional Turbulent Channel Flow", *Eighth Symposium on Turbulent Shear Flows*, Tech. Univ. of Munich, II-11, pp. 9-11 (1991).
4. Seale, W.J.: "Measurement and Predictions of Fully Developed Turbulent Flow in A Simulated Rod Bundle", *J. Fluid Mech*, Vol. 123, pp. 399-423 (1982).
5. Yang, A.-S. and Chieng, C.-C.: "Turbulent Heat and Momentum Transports in an Infinite Rod Array", *J. Heat Transfer*, Vol. 109, pp. 599-605 (1987).
6. Zeggel, W. and Monir, C.: "Prediction of Natural Mixing in Tightly Packed Seven-Rod Bundles", *Nucl. Eng. Des.*, Vol. 126, pp. 361-377 (1991).
7. Jischa, M. and Rieke, H.B.: "About the Prediction of Turbulent Prandtl and Schmidt Numbers from Modeled Transport Equations", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp. 1547-1555 (1979).
8. 허병길, 정창현, 김 신: '붕다발 온도장 해석을 위한 난류 Prandtl 수 모델 개발', 99 추계학술 발표회는 문집 (1999).
9. Lam, C.K.G. and Bremhorst, K.: "A Modified Form of the k-ε Model for Predicting Wall Turbulence", *J. Fluids Eng.*, Vol. 103, pp. 456-460 (1981).
10. Kim, S. and Park, G.-C.: "Estimation of Anisotropic Factor and Turbulent Mixing Rate in Rod Bundles Based on Flow Pulsation Phenomenon", *Nucl. Technol.*, Vol. 117, No. 3, pp. 340-352 (1997).
11. Kim, S. and Park, G.-C.: "Analysis of Turbulent Mixing in Rod Bundles with an Anisotropic Turbulent Diffusion Model Based on the Flow Pulsation Phenomenon", *Nucl. Technol.*, Vol. 122, No. 3, pp. 284-294 (1998).
12. Todreas, N.E. and Kazimi, M.S.: *Nuclear Systems I, II - Thermal Hydraulic Fundamentals*, Hemisphere Publishing Co. (1990).