

조사창 조사를 이용한 절리 길이분포의 추정에 관한 연구

Study on the Estimation of Joint Length Distribution Using Window Sampling

송 재 준*¹ Song, Jae-Joon

이 정 인*² Lee, Chung-In

Abstract

One of the least reliable things in the statistical joint modeling is to infer a joint length distribution. In the estimation of a trace length distribution a semi-trace distribution from a scanline survey has been a widely used until now. In this study, to find a more reliable method of estimating trace length distributions for the Poisson disc joint model, a window sampling method was adopted. Here, four kinds of equations for estimating the trace length distribution from contained or dissecting trace length distributions in a rectangular or circular window were derived. A numerical technique for determining a diameter distribution from the trace length distribution was suggested. To check the validity of this numerical method, it was applied to solving four example cases and their results were compared with theoretical solutions. The suggested methods in this study are expected to be frequently applied to the estimation of the joint length distributions.

요 지

통계적 절리모델링에서 가장 불확실성이 큰 부분이 절리의 길이분포를 추정하는 것이다.

절리선 길이 분포의 추정에서 이제까지는 주로 조사선 조사(scanline survey)를 통한 절리선 반길이 분포를 이용하여 왔다. 이 연구에서는 포아송 디스크 절리모델에 대하여 보다 정밀도가 높은 절리선 길이 분포 추정방법을 찾기 위하여 조사창 조사를 이용하였다. 직사각형 및 원형 조사창에 대하여 양쪽 끝이 조사창 내부에 존재하는 절리선인 양끝내포선의 길이 분포와 한쪽 끝만이 존재하는 한끝내포선의 길이 분포를 이용, 절리선 분포를 추정하는 4개의 관계식을 각각 유도하고 컴퓨터 모의실험을 통하여 각 유도식의 타당성을 검증한 후 각 유도식을 이용한 절리선 분포의 추정오차를 비교하였다. 또한 절리선 분포로부터 절리직경분포를 계산하는 수치적 해를 유도하고 컴퓨터 모의실험을 통해 수치적 해에 대한 타당성을 검증하였다. 이 연구에서 제시한 조사창 조사를 이용한 절리 길이의 추정방법은 앞으로 절리모델링 분야에서 적용성이 높을 것으로 판단된다.

Keywords : Joint length distribution, Window sampling, Contained trace distribution, Diameter distribution, Joint modeling

1. 서론

통계적 절리모델링 기법은 지하암반내 절리의 상호 교차에 의한 연결성 및 조합특성에 크게 영향을 받는다

리전도도(장현익, 장근무, 이정인, 1996)나 터널주변 암반블록의 안정성 해석(송재준, 이정인, 1996)에서 많이 적용된다. 통계적 절리모델링 과정에서 가장 불확실성이 큰 것은 절리의 길이분포를 추정하는 것이다. 절리를

*1 정회원, 서울대학교 지구환경시스템공학부 post-doctor 과정

*2 정회원, 서울대학교 공과대학 지구환경시스템공학부 교수

포아송 디스크 모델로 가정할 때 절리의 길이분포를 구하는 과정은 크게 평면상의 절리선(joint trace) 길이 분포를 구하는 것과 이것으로부터 공간상의 절리직경분포를 구하는 과정으로 나누어 볼 수 있다. 무한 영역의 암반에 나타나는 절리선 길이 분포(이하 절리선 분포)의 추정에서 이제까지는 주로 조사선 조사(scanline survey)를 통한 절리선 반길이(semi-trace) 분포를 이용하여 왔다.

절리선 반길이 분포는 절리선의 전체길이 중 조사선상의 교차점에서 절리선의 어느 한쪽 끝까지의 길이를 측정하여 구하는 것으로서 특성상 절리선 길이의 증가에 따라 확률밀도가 단조감소하는 형태를 가진다. 조사선 조사에 의한 절리선 반길이 분포는 비교적 현장계측이 용이하고 이론적 연구(Priest와 Hudson, 1981; Priest, 1983; 1993)가 많이 진행되어 지금까지 널리 사용되고 있다. 그러나 절리선 반길이 분포를 이용하여 무한 평면상의 절리선 분포를 추정하고자 하는 경우 절리선 반길이 분포는 절리선 분포의 형태에 상관없이 항상 음지수분포와 같은 단조감소함수의 형태로만 나타나기 때문에 절리선 분포의 변화에 둔감하다는 것(Villaescusa와 Brown, 1992)과 절리선 반길이 분포로부터 절리선 분포를 직접적으로 환산하기 어렵다는 문제점이 있다. 따라서 절리선 분포 추정시 먼저 절리선 분포나 절리직경분포를 임의로 가정한 후 여기에서 평균, 표준편차 등의 변수를 변화시켜가며 가정된 분포로부터 절리선 반길이 분포를 환산한다. 다음으로 이 환산된 분포가 현장에서 조사한 분포와 일치할 때까지 상기 과정을 반복함으로써 절리선 분포를 결정하게 된다(Priest, 1993). 그러나 이 방법에서도 절리선 반길이 분포에 포함되는 샘플링오차가 결과적으로 절리선 분포 추정에 민감하게 영향을 미치므로 절리선 분포 추정에서 보다 직접적이고 신뢰성 높은 새로운 방법이 필요하다고 할 수 있다.

이 연구에서는 포아송 디스크 절리모델에 대하여 보다 정밀도가 높은 절리선 분포 추정 방법을 찾기 위하여 지금까지 절리선의 평균길이(Pahl, 1981; Kulatilake와 Wu, 1984)나 평면밀도(Mauldon, 1998)를 추정하는 데에 주로 사용되어온 조사창 조사를 이용하였다(송재준, 2000; 한국건설기술연구원, 1999). 직사각형 및 원형 조사창에 대하여 양쪽 끝이 조사창 내부에 존재하는 절리선인 양끝 내포선(contained joint trace)의 길이 분포와 한쪽 끝만이 존재하는 한끝 내포선(dissecting joint trace)의 길이 분포를 이용, 절리선 분포를 추정하는 4개의 관계식을 각각 유도하고 컴퓨터 모의실험을 통하여 각 추정식의 타당성을 검증하였다. 또한 직사각형 조사창의 한끝 내포선 분포와 조사선

의 절리선 반길이 분포를 비교하고 조사선을 이용한 절리선 분포 추정에서 이론적으로 절리선 반길이 분포보다 우수한 절리선 전길이(complete trace) 분포와 직사각형 조사창의 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포를 비교하였다. 마지막으로 절리선 분포로부터 절리직경분포를 계산하는 수치적 해를 유도하고 컴퓨터 모의실험을 통해 수치적 해의 타당성을 검증하였다.

2. 절리선 분포 추정식의 유도 및 검증

직사각형 및 원형 조사창에서 양끝 내포선의 길이 분포(이하 양끝 내포선 분포)와 한끝 내포선의 길이 분포(이하 한끝 내포선 분포)를 이용하여 절리선 분포를 계산하는 4가지 식을 유도하였고 Monte Carlo 방법을 이용하여 각 식을 검증하였다.

본 유도과정에서는 직사각형 및 원형 조사창의 크기가 충분히 커서 현장에 존재하는 최대길이의 절리선이 조사창 내에 양끝 내포선 형태로 나타날 수 있다는 것과 같은 절리군에 속한 모든 절리의 방향은 일정하다는 것을 기본 가정으로 한다.

2.1 직사각형 조사창

폭과 높이가 각각 W , H 인 직사각형 조사창이 있을 때 이 조사창의 평면에 평행하지 않으며 방향이 일정한 절리군이 조사창에 교차하는 경우를 가정한다. 이때 양끝 내포선과 한끝 내포선 분포를 이용하여 절리선 분포를 계산하면 다음과 같다.

2.1.1 양끝 내포선 분포

그림 1에서와 같이 절리가 조사창 평면과 교차하여 발

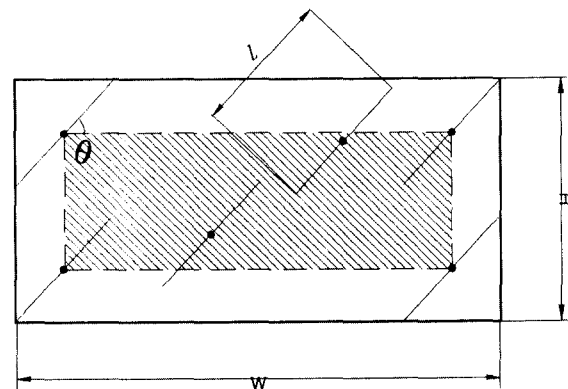


그림 1. 직사각형 조사창에서 양끝내포선의 중심선이 위치하는 영역

생하는 절리선의 길이를 l 이라 하고 이 절리선이 조사창의 수평선과 이루는 각을 θ 라 한다. 길이 l 인 절리선이 양끝 내포선이 되기 위해서는 그림 1에서 검은점으로 그려진 절리선의 중심이 빗금친 영역 안에 존재하여야 한다. 이 면적을 A_i^c 라 하면 다음과 같은 식이 성립된다.

$$\begin{aligned} A_i^c &= (W - l \cos \theta)(H - l \sin \theta) \\ &= \cos \theta \sin \theta l^2 + (-W \sin \theta - H \cos \theta)l + WH \quad (1) \\ &= al^2 + bl + c \quad (l < L_x) \end{aligned}$$

여기서, $a = \cos \theta \sin \theta$, $b = -W \sin \theta - H \cos \theta$, $c = WH$ 이며 L_x 는 조사창과 절리선의 방향관계상 나타날 수 있는 양끝 내포선의 최대 길이로서 그림 1에서는 $\text{Min}\left[\frac{W}{\cos \theta}, \frac{H}{\sin \theta}\right]$ 즉, $\frac{W}{\cos \theta}$ 와 $\frac{H}{\sin \theta}$ 중 작은 값이 된다.

식(1)에서 A_i^c 는 결국 양끝 내포선의 길이 l 의 2차 함수로 표현되는데 이때의 계수들은 조사창의 크기 및 조사창과 양끝 내포선이 이루는 각도로 결정된다. 이때 $l \geq L_x$ 인 경우에 A_i^c 는 0이 된다.

조사창에 나타나는 길이가 l 인 양끝 내포선의 개수 N_i^c 는 길이가 $l \sim l + dl$ 인 절리선의 평면밀도에 A_i^c 을 곱한 것으로서 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$N_i^c = \rho_A A_i^c f(l) dl \quad (2)$$

여기서, ρ_A 는 절리선의 평면밀도이고 $f(l)$ 은 절리선 분포의 확률밀도함수로서 둘 다 무한 조사영역에서 정의되는 값이다.

조사창에 나타나는 양끝 내포선의 총 개수를 N_{all}^c 라 할 때 전체 양끝 내포선 중 길이가 l 인 양끝 내포선의 발생확률 $f(l) dl$ 은 N_i^c/N_{all}^c 로 표현되므로 식(1) 및 (2)를 이용하여 다음과 같이 절리선 분포를 구할 수 있다.

$$f(l) = \frac{N_{all}^c}{\rho_A (al^2 + bl + c)} f(l) \quad (3)$$

여기서, $f(l)$ 는 양끝 내포선 분포의 확률밀도함수로서 조사창내에서 정의되는 함수이다.

Mauldon(1998)은 절리선 분포에 상관없이 절리선의 평면 밀도를 결정하는 계산식을 제안하였는데 그의 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\rho_A = \frac{2N_{all}^c + N_{all}^d}{2WH} \quad (4)$$

여기서, N_{all}^d 는 조사창에 나타나는 한끝 내포선의 총 개수이다.

$f(l)$ 및 N_{all}^c, N_{all}^d 는 현장조사를 통하여 얻을 수 있으므로 결국 식(3)을 이용하여 $f(l)$ 을 구할 수 있다.

2.1.2 한끝 내포선 분포

전체길이가 l 인 절리선이 조사창 내부에서 l' 의 길이로 나타나고 조사창의 크기 및 절리선의 방향이 그림 2와 같다고 하자. 이 절리선의 중심이 위치하는 영역은 그림 2에서 조사창 밖의 'ㄱ'자와 'ㄴ'자 형태의 중심선(일점쇄선)으로 표시된 부분이다. 이 영역은 직각으로 격인 밴드(band) 형태인데 수평 밴드의 폭을 dy , 수직 밴드의 폭을 dx 라 할 때 전체 밴드영역의 넓이 A_i^d 는 다음과 같이 결정된다.

$$\begin{aligned} A_i^d &= 2(dy(W - l' \cos \theta) + dx(H - l' \sin \theta)) \\ &= 2dl'(\sin \theta(W - l' \cos \theta) + \cos \theta(H - l' \sin \theta)) \\ &= -2dl'(2al' + b) \quad (5) \end{aligned}$$

절리직경의 최대값을 S_x 라 할 때 조사창 내에서 l' 의 길이를 보이는 절리선의 전체길이는 $l' \sim S_x$ 범위에서 다양하게 존재한다. 따라서 조사창내 길이가 l' 인 절리선의 개수 N_i^d 는 전체길이가 $l \sim l + dl$ 이면서 조사창내에는 l' 의 길이만 나타나는 절리선의 개수를 전체길이 영역 $l' \sim S_x$ 에 대하여 적분한 값으로서 식(5)를 이용하여 다음과 같이 구할 수 있다.

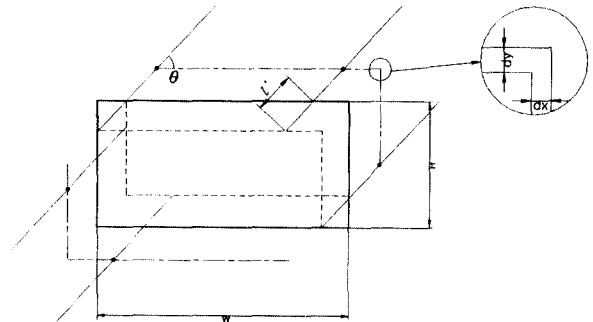


그림 2. 직사각형 조사창내 길이가 l' 인 한끝내포선의 중심점이 위치하는 영역

$$N_r^d = \int_r^{S_x} \rho_A A_r^d f(l) dl \quad (6)$$

$$= -2\rho_A(2al' + b) dl' \int_r^{S_x} f(l) dl$$

조사창에 나타난 한끝 내포선 분포의 확률밀도함수 $f^d(l')$ 는 $N_r^d/N_{all}^d dl'$ 으로 정의되므로 식(6)을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$f^d(l') = \frac{-2\rho_A}{N_{all}^d} (2al' + b) \int_r^{S_x} f(l) dl \quad (7)$$

식(7)의 우변 적분항을 풀어서 절리선 누적확률분포 $F(l')$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$F(l') = 1 + \frac{N_{all}^d}{2\rho_A(2al' + b)} f^d(l') \quad (8)$$

여기에서 우항의 상수 및 함수는 조사창 조사를 통하여 얻을 수 있으므로 식(8)을 이용하여 절리선 분포의 확률밀도 함수 $f(l)$ 을 구할 수 있다.

2.1.1절에서의 식(3)은 $l \leq L_x$ 인 경우에 적용이 가능하다. 현장에 존재하는 절리선의 크기가 조사창에 비해 상대적으로 커서 $l > L_x$ 인 절리선이 존재할 경우 $l > L_x$ 인 영역에서의 절리선 길이분포를 결정하여야 할 필요가 있다. 식(8)은 $l > L_x$ 인 영역에서의 절리선 길이분포의 면적, 즉 확률을 추정하는 단서를 제공한다. 식(8)의 독립변수 l' 대신에 L_x 를 대입하고 왼쪽항을 $F(l') - 1$ 로 하여 다시 정리해 보면 아래와 같다.

$$1 - F(L_x) = \frac{-f^d(L_x) N_{all}^d}{2\rho_A(2aL_x + b)}$$

이 식은 $l > L_x$ 인 영역에서의 절리선 길이분포의 확률을 나타낸다. 그러나 $f^d(L_x)$ 는 $L_x \sim L_x + dl$ 인 구간에서의 한끝 내포선 길이분포의 확률밀도를 나타내므로 구간의 크기 dl 의 선택에 따라 크게 결과가 달라질 수 있다. 따라서 이 부분에 관하여는 앞으로의 계속된 연구가 필요하다고 볼 수 있다.

2.2 원형 조사창

원형 조사창은 원형 또는 마제형 터널의 굴착 막장 등에서 적용성이 높다고 할 수 있다(Zhang와 Einstein, 1998). 직사각형 조사창에서 적용한 접근방법을 이용하여 마찬

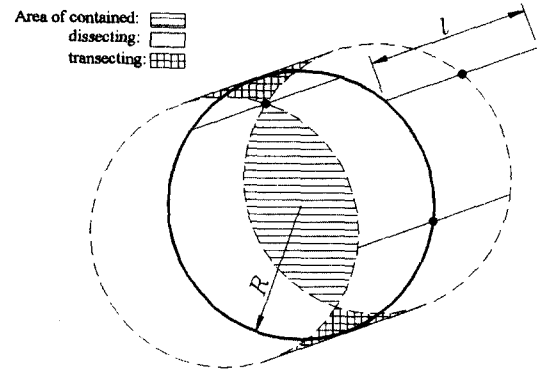


그림 3. 원형조사창에 존재하는 3종류의 절리선 중심점 영역

가지로 원형 조사창의 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포를 구할 수 있다.

그림 3은 반경이 R 인 조사창(굵은 실선)에서 길이가 l 인 절리선이 나타날 때 절리선의 종류별 중심위치를 나타낸다. 이 그림에서 수평선으로 채워진 렉비공 모양은 양끝 내포선의 중심점 영역이고 격자선 영역은 양끝 외포선(transecting joint trace)의 경우이며 아무것도 칠해지지 않은 부분은 한끝 내포선의 경우에 해당한다. 각 분포의 종류별 면적 및 개수를 나타내는 방식은 직사각형 조사창의 경우와 기본적으로 같으나 원형 조사창임을 나타내기 위하여 면적, 개수, 분포를 나타내는 문자의 머리에 점(\cdot)을 첨가하여 표기하였다.

2.2.1 양끝 내포선 분포

그림 3은 $l < L_x$ 의 경우로서 양끝 내포선 영역이 존재하나 그림 4와 같이 $l \geq L_x$ 일 때에는 양끝 내포선 영역은 사라진다. 이때 L_x 는 조사창에 나타나는 양끝 내포선의 최대길이로서 $2R$ 이 된다. $l < L_x$ 일 때 양끝 내포선의 중심점 존재영역의 면적 A_i^c 및 개수 N_i^c 를 나타내면 아래와 같다.

$$A_i^c = -l \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} + 2R^2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2}}{R} \right) \quad (9)$$

$$N_i^c = \rho_A A_i^c f(l) dl \quad (10)$$

식(10)에 의하여 양끝 내포선 분포 $f^c(l)$ 는 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$f^c(l) = \frac{N_i^c}{N_{all}^c dl} = \frac{\rho_A A_i^c f(l)}{N_{all}^c} \quad (11)$$

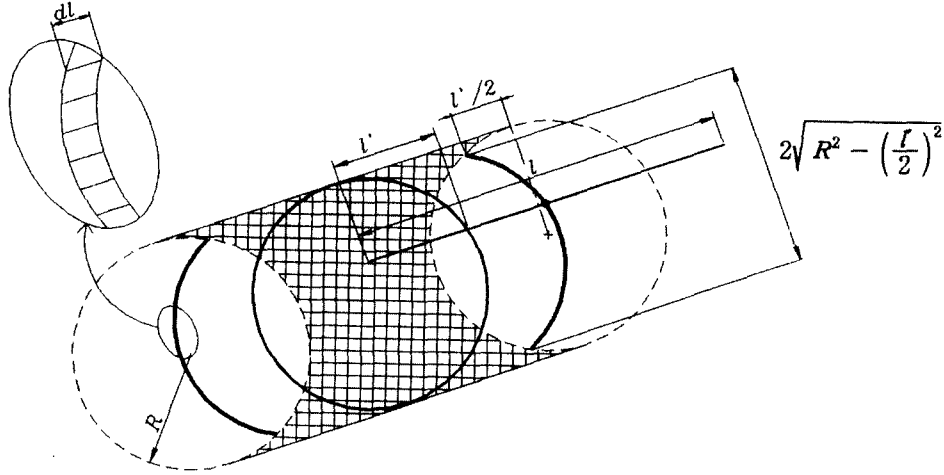


그림 4. 원형 조사창내 길이가 l' 인 한끝내포선의 중심점 영역

식(11)을 절리선 분포 $f(l)$ 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$f(l) = \frac{N_{all}^c}{\rho_A A_i^c} f^c(l) \quad (12)$$

2.2.2 한끝 내포선 분포

전체 길이가 l 인 절리선이 반경 R 의 원형 조사창에 한 끝 내포선으로 나타날 때 조사창 내에서의 길이를 l' 이라 하면 이 절리선의 중심이 놓일 수 있는 영역은 그림 4에서 3점으로 표시된 2개의 원호형 밴드가 된다. 원호형 밴드의 절리선 방향으로의 폭을 dl' 이라 할때 이 밴드를 절리선과 수직한 방향으로 일정한 간격으로 잘게 나누어 평행사변형 요소가 1열로 결합된 형태로 나타낸다면 결국 원호형 밴드의 면적은 폭이 dl' 이고 길이가 $2\sqrt{R^2 - \left(\frac{l'}{2}\right)^2}$ 인 선형밴드의 면적과 같다. 따라서 2개의 원호형 밴드의 면적은 다음과 같다.

$$A_r^d = 4\sqrt{R^2 - \left(\frac{l'}{2}\right)^2} dl' \quad (13)$$

따라서 원형 조사창에 l' 의 길이로 나타나는 절리선의 개수 N_r^d 는 $2\sqrt{R^2 - (l'/2)^2}$ 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} N_r^d &= \int_r^{S_x} \rho_A A_r^d f(l) dl \\ &= 4\rho_A \sqrt{R^2 - \left(\frac{l'}{2}\right)^2} dl' \int_r^{S_x} f(l) dl \end{aligned}$$

$$= 4\rho_A \sqrt{R^2 - \left(\frac{l'}{2}\right)^2} (1 - F(l')) dl' \quad (14)$$

한끝 내포선 분포의 확률밀도함수 $f^d(l')$ 는 $N_r^d / N_{all}^d dl'$ 이므로 식(14)를 이용하면 다음과 같이 절리선 누적확률 분포 $F(l')$ 을 구할 수 있다.

$$F(l') = 1 - \frac{N_{all}^d f^d(l')}{4\rho_A \sqrt{R^2 - \left(\frac{l'}{2}\right)^2}} \quad (15)$$

2.3 Monte Carlo 실험을 통한 유도식의 검증

이 절에서 실시한 검증방법은 다음과 같다. 먼저 직경분포를 미리 설정하고 직경분포와 절리선 분포에 관한 이론식(Warburton, 1980) 및 이 연구에서 유도한 식(3), (8), (12), (15)를 이용하여 이론적인 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포를 구한다. 다음으로 모의실험에서 원판형 절리를 생성하고 이 절리들이 직사각형 및 원형 조사창에 교차하여 발생한 절리선을 이용, 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포를 조사한다. 마지막으로 조사된 분포와 이론적 분포의 오차비교를 통하여 유도식의 타당성을 검토한다. 이때의 오차는 두 분포 그래프의 각 지점에서 면적차이의 절대값의 합으로 계산하였으며 모의실험에서의 절리선 샘플링수에 따른 오차크기의 변화를 살펴보았다.

실험에 사용한 원판절리모델은 직경이 균일분포를 따르며 평균은 5m 이다. 직사각형 조사창의 길이와 높이는 20m×10m 이고 원형조사창의 직경은 10m이다. Monte

Carlo 해석에서의 난수 발생은 절리원판의 직경과 중심점 좌표를 결정하는데 사용되었다. 난수발생기(Press 등, 1992)의 반복주기는 2.3×10^{18} 로서 이 연구의 내용상 충분한 기능을 하는 것으로 판단할 수 있다. 충분한 원판중심점의 발생영역부피는 $20\text{m} \times 40\text{m} \times 30\text{m}$ 로서 직사각형 조사창을 기준으로 사방으로 10m씩 확장된 형태이다. 이 발생영역에서 원판형 절리를 1,000개에서 50,000개까지 단계별로 늘려가며 생성하였고 각 단계에서 조사창에 나타나는 절리선의 길이분포를 조사하였다. 이때 절리원판의 중심점 위치는 임의적으로 결정하여 포아송 디스크 모델이 되도록 하였다. 절리원판은 조사창에 수직으로 교차하되 절리선과 조사창내 수평선과의 각도(경사각)를 0° , 30° , 60° 및 90° 로 변화시켜가며 실험을 실시하였다. 그림 5에 경사각 및 절리선 개수 변화에 따른 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포의 오차 변화가 서로 다른 기호로 나타나 있다. 그러나 이 그림에서 보는바와 같이 오차가 분포의 종류(양끝 내포선 또는 한끝 내포선)나 경사각에 상관없이 샘플링되는 절리선의 개수의 증가에 따라 모의실험에 의한 분포가 이론적 분포에 근접해 가는 것을 알 수 있다. 따라서 이러한 오차변화의 경향은 하나의 회귀곡선으로 나타나 있는데 이 회귀곡선은 절리선의 샘플링 개수를 밑으로 하고 -0.47 을 지수로 하는 멱함수 형태이다. 통계학 분야에서의 '샘플링 오차는 샘플링 개수의 제곱근에 반비례한다'는 이론(김우철 등, 1988)에 비추어 볼 때 그림 5에서의 오차는 결국 샘플링 오차임을 알 수 있다. 위의 결과를 종합해 볼 때 앞서 제시한 4가지 절리선 분포 추정식이 바르게 유도되었음을 알 수 있다.

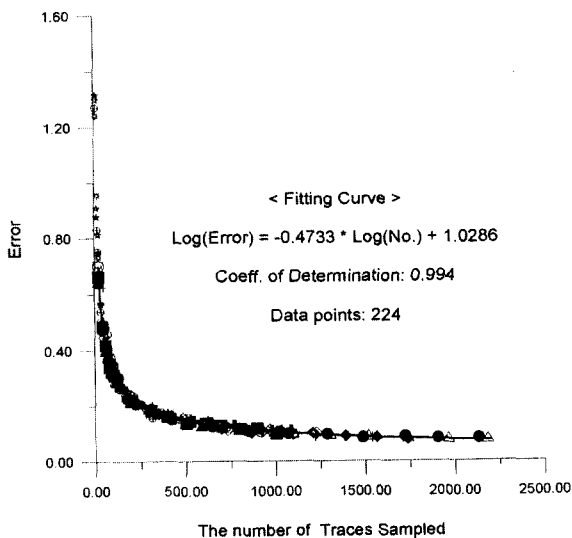


그림 5. 절리선 샘플링 개수 증가에 따른 샘플링 오차의 감소

3. 절리선 분포추정에서의 오차 비교

절리선 분포추정시 발생하는 오차를 기준으로 직사각형 및 원형 조사창의 양끝 내포선 및 한끝 내포선을 비교하였고 직사각형 조사창의 양끝 내포선 및 한끝 내포선과 조사선 조사의 절리선 전길이 분포를 비교하였다.

3.1 양끝 내포선과 한끝 내포선 분포

모의실험을 통하여 구한 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포에 이 연구에서 유도한 4가지 식을 적용하여 절리선 분포를 추정하고 이 분포와 이론적으로 계산한 절리선 분포와의 오차를 비교하였다. 조사창 크기 및 절리직경분포 등의 모의실험조건은 2.3절에서와 동일하다. 실험결과가 그림 6에 나타나 있다. 이 그림에서는 조사된 절리선의 개수가 같을 경우에도 절리선 분포의 추정오차가 분포의 종류에 따라 서로 다른 값을 보이고 있다. 즉, 직사각형 및 원형조사창의 양끝 내포선의 분포를 이용했을 때의 오차가 가장 작았고 원형조사창의 한끝 내포선 분포에서 오차가 가장 크게 나타났다. 절리선 분포 추정시 한끝 내포선 분포를 이용하는 경우가 양끝 내포선을 이용하는 것보다 오차가 큰 것은 한끝 내포선의 경우 절리선의 길이 중 조사창 내에 나타나는 일부 구간의 길이만을 이용하므로 절리선 전체 길이에 대한 분포를 추정하는 과정에서 불확실성이 더 크기 때문인 것으로 판단된다. 같은 한끝 내포선의 경우에 대하여서도 직사각형과 원형 조사창에서서

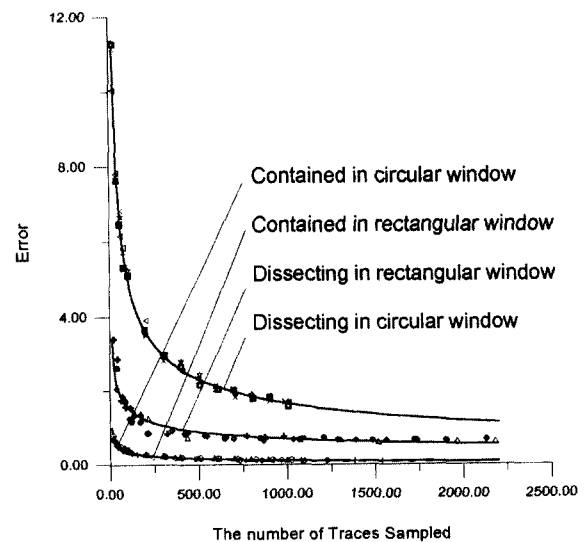


그림 6. 양끝내포선과 한끝내포선 분포로부터 추정된 절리선 분포의 오차변화

로 오차의 크기가 다른 것은 조사창의 기하학적인 특성차이에 원인이 있는 것으로 보인다. 자세히 살펴보면 원형 조사창 자료에서는 절리선 경사각 변화에 따른 절리선 개수 변화가 거의 없는 것으로 나타나는데 이는 조사창의 기하학적 특성에 따른 것이다.

3.2 조사창 조사와 조사선 조사 비교

이 절에서는 직사각형 조사창을 통한 절리선 분포 추정 방법을 조사선 조사를 이용한 경우와 비교하기 위하여 한끝 내포선 분포와 절리선 반길이 분포의 유사성을 검토한 후 절리선 전길이 분포와 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포를 비교하였다.

3.2.1 한끝 내포선 분포와 조사선의 절리선 반길이 분포와의 관계

조사선 조사에서 조사선에 교차하는 절리선의 반길이를 l' 라 할 때 절리선 반길이 분포 $h(l')$ 와 절리선 길이의 누적확률분포 $F(l')$ 와의 관계는 다음과 같다(Priest와 Hudson, 1981).

$$h(l') = \frac{1 - F(l')}{\mu_L} \quad (16)$$

여기에서 μ_L 은 절리선의 평균길이이다. 한편, 조사선에 직교하는 절리선에 대하여 평면밀도 ρ_A 와 조사선에서의 절리선의 교차빈도 ρ_s 은 다음과 같은 관계가 있음이 알려져 있다(Priest와 Samaniego, 1983).

$$\rho_s = \mu_L \rho_A \quad (17)$$

조사선의 길이를 L_s 라하고 이 조사선에 수직으로 교차하는 절리선의 평균개수를 N_{alt}^h 라 할 때 식(17)을 식(16)에 대입하면 아래와 같다.

$$h(l') = \frac{\rho_A L_s}{N_{alt}^h} [1 - F(l')] \quad (18)$$

식(8)의 직사각형 조사창에서의 한끝 내포선 분포식에서 상수 a, b를 각각 $\cos \theta \sin \theta$, $-W \sin \theta - H \cos \theta$ 로 환원하고 $\theta = 90^\circ$ 을 대입한 후 정리하면 다음과 같다.

$$f^d(l') = \frac{2\rho_A W}{N_{alt}^d} [1 - F(l')] \quad (19)$$

식(19)를 식(18)과 비교해 보면 직사각형 조사창의 수평경계선의 길이가 조사선 길이의 1/2일 때 ($W = L_s/2$) 한끝 내포선 분포와 조사선에서의 절리선 반길이 분포는 서로 일치함을 알 수 있다. 이것은 절리선이 조사창의 수평 또는 수직 경계선과 평행한 경우에 적용되는 것이지만 임의 방향의 절리선에 대하여도 한끝 내포선 분포식의 원리는 조사창의 꼭지점 근처 영역을 제외하면 기본적으로 조사선의 절리선 반길이 분포의 원리와 일치한다. 따라서 절리선 분포의 추정에서 직사각형 조사창의 한끝 내포선 분포를 이용하는 경우와 조사선을 통한 절리선 반길이 분포를 이용하는 경우가 같은 샘플링 개수에서 비슷한 정밀도를 가지는 것으로 판단할 수 있다.

3.2.2 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포와 조사선의 절리선 전길이 분포의 비교

조사선 조사의 절리선 전길이 분포 $f^c(l)$ 를 이용하여 추정한 절리선 분포는 다음과 같다(Priest와 Hudson, 1981).

$$f(l) = \frac{\mu_L}{l} f^c(l) \quad (20)$$

여기서, μ_L 은 절리선의 평균길이이다. 절리선 전길이(complete trace length)는 조사선에 교차하는 절리선 중 양 끝점을 모두 육안으로 확인할 수 있는 절리선의 전체 길이를 의미한다.

식(20)에 의해 추정한 절리선 분포의 오차를 직사각형 조사창에 의하여 추정한 경우와 비교하기 위하여 컴퓨터 모의실험을 실시하였다. 원판형 절리 생성 영역의 부피 및 조사창의 크기는 앞선 2.3절의 경우와 동일하다. 원판직경의 분포는 균일분포이며 평균은 5m로 설정하였다. 조사선의 길이 및 방향은 조사창의 수평경계선과 일치하게 하여 1개 또는 등간격으로 20개를 설치하였다. 그림 7에서 ①번과 ②번 조사선에 교차하는 절리선들 중 절리선 전길이 분포 조사의 대상이 되는 것은 각각 6개가 된다. 이 실험에서 절리면은 조사창 평면과 수직하도록 하여 절리선의 선경사(plunge)가 절리선과 조사창의 수평선과 이루는 각도와 같다. 절리선 선경사는 30° , 60° 및 90° 의 3가지로 변화시켜가며 실험을 하였다.

직사각형 조사창의 양끝내포선 분포 $f^c(l)$ 와 한끝 내포선 분포 $f^d(l')$ 및 조사선 조사의 절리선 전길이 분포 $f^c(l)$ 의 오차를 산출하고 각각의 분포를 이용하여 추정한 절리선 분포의 오차를 비교하였다. 500개의 절리 원판

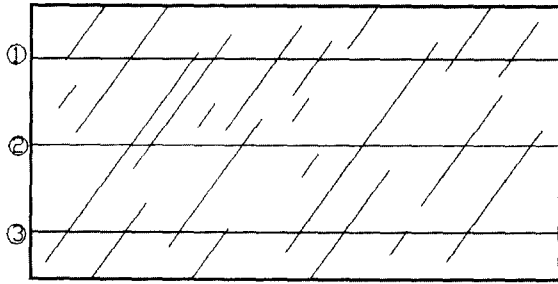


그림 7. 수평 조사선

을 발생시키는 것을 1회의 생성이라고 하고 100회 반복 생성 후 절리선 분포를 구하는 것을 1세트의 실험이라고 할 때 20세트의 실험을 반복한 후 20개 오차의 평균값을 산출하였다. 이 실험에서 얻은 각 분포별 평균 절리선의 개수 및 분포오차가 표 1에 정리되어 있다. 여기에서의 평균 절리선의 개수는 1회 생성에서 조사창 또는 조사선에 교차하는 절리선의 평균개수를 의미한다.

표 1에서 조사창 조사의 양끝 내포선과 조사선 조사의 절리선 전길이 분포(조사선 20개)를 비교해 보면 평균 샘플링 개수 면에서 후자의 경우가 전자보다 4배 이상 많음에도 불구하고 이로부터 추정된 절리선 분포의 오차는 3배 이상 큰 것을 볼 수 있다. 그러나 절리선 전길이 분포와 한끝 내포선을 비교하면 전자의 경우가 전반적으로 한끝 내포선 보다 절리선 분포 추정에 유리한 것을 알 수 있다. 이는 절리선의 반쪽 길이만을 조사하는 것이 전체 길이를 조사하는 것 보다 절리선 분포 추정에서 불확실성이 크기 때문이라고 해석할 수 있다.

4. 직경분포의 수치적 해법

조사방법(조사창 또는 조사선 등)에 상관없이 일단 절리선 분포를 결정한 후에는 이 분포를 이용하여 직경분포

를 환산할 수 있다(Kulatilake 등, 1986). 여기에서는 절리선 분포로부터 직경분포를 추정하는 수치적 해법을 유도하고 이 해법의 타당성을 검토해 보았다.

4.1 수치적 해법

Warburton(1980)은 직경분포로부터 절리선 분포를 결정하는 다음과 같은 수치 적분이 가능한 식을 제시하였다.

$$1 - F(D) = \int_l^{S_x} f(D) dl = \frac{1}{\mu_s} \int_l^{S_x} c(s) ds \int_l^s \frac{l dl}{\sqrt{s^2 - l^2}} \quad (21)$$

$$= \frac{1}{\mu_s} \int_l^{S_x} \sqrt{s^2 - l^2} c(s) ds$$

여기서, $c(s)$ 는 직경분포의 확률밀도함수이고 μ_s 는 평균직경이다.

이 연구에서는 식(21)을 이용하여 절리선 분포로부터 직경분포를 계산하는 수치적 해법을 유도하였다. 유도과정은 다음과 같다.

식(21)의 우변을 미소구간을 Δs 로 하는 이산적분함수 형태로 근사시키면 아래와 같다.

$$1 - F(D) \approx \frac{\Delta s}{\mu_s} \sum_{s=l}^{S_x} \sqrt{s^2 - l^2} c(s) \quad (22)$$

식(22)를 $l = S_x \rightarrow 0$ 의 방향으로 전개해 나가면 다음과 같다.

$$1 - F(S_x) = 0$$

$$1 - F(S_x - \Delta s) = \frac{\Delta s}{\mu_s} \sqrt{S_x^2 - (S_x - \Delta s)^2} c(S_x)$$

$$1 - F(S_x - 2\Delta s)$$

$$= \frac{\Delta s}{\mu_s} [\sqrt{(S_x - \Delta s)^2 - (S_x - 2\Delta s)^2} c(S_x - \Delta s)$$

표 1. 직사각형조사창의 양끝내포선 및 한끝내포선 분포와 수평조사선의 절리선 전길이분포의 오차 비교

| Plunge & Number of scanlines | Contained | | | | Dissecting | | | Scanline | | |
|------------------------------|----------------|---------|--------|----------------|------------|--------|----------------|----------|--------|-------|
| | Average number | Error | | Average number | Error | | Average number | Error | | |
| | | $f'(D)$ | $f(D)$ | | $f'(D)$ | $f(D)$ | | $f'(D)$ | $f(D)$ | |
| 30° | 20 | 12.2 | 0.091 | 0.097 | 17.4 | 0.087 | 0.62 | 54.9 | 0.251 | 0.325 |
| | 1 | 12.3 | 0.093 | 0.097 | 17.3 | 0.088 | 0.642 | 4.02 | 0.186 | 0.25 |
| 60° | 20 | 10.1 | 0.109 | 0.12 | 21.4 | 0.074 | 0.636 | 72.9 | 0.396 | 0.508 |
| | 1 | 10.2 | 0.104 | 0.118 | 21.4 | 0.081 | 0.622 | 5.8 | 0.423 | 0.446 |
| 90° | 20 | 9.9 | 0.105 | 0.133 | 21.7 | 0.081 | 0.637 | 78.4 | 0.490 | 0.621 |
| | 1 | 9.8 | 0.103 | 0.141 | 21.8 | 0.083 | 0.633 | 6.0 | 0.571 | 0.638 |

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{S_X^2 - (S_X - 2\Delta s)^2} c(S_X)] \\
1 - F(S_X - 3\Delta s) \\
= & \frac{\Delta s}{\mu_s} \left[\sqrt{(S_X - 2\Delta s)^2 - (S_X - 3\Delta s)^2} c(S_X - 2\Delta s) \right. \\
& + \sqrt{(S_X - \Delta s)^2 + (S_X - 3\Delta s)^2} c(S_X - \Delta s) \\
& \left. + \sqrt{S_X^2 - (S_X - 3\Delta s)^2} c(S_X) \right] \\
& \vdots \\
(23)
\end{aligned}$$

직경분포의 전체범위(0~ S_X)를 Δs 의 단위로 N 개의 구간으로 나누었다고 하면 직경 S_X 는 N 번째 구간에, $S_X - i\Delta s$ 는 $N-i$ 번째 구간에 해당한다. 이와 같은 표현 방식을 써서 식(23)을 직경분포함수 c 에 대하여 정리하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
c(N) &= \frac{\mu_s}{\Delta s} (1 - F(N-1)) / \sqrt{S_X^2 - (S_X - \Delta s)^2} \\
c(N-1) &= \left[\frac{\mu_s}{\Delta s} (1 - F(N-2)) - \sqrt{S_X^2 - (S_X - 2\Delta s)^2} c(N) \right] \\
& \quad / \sqrt{(S_X - \Delta s)^2 - (S_X - 2\Delta s)^2} \\
c(N-2) &= \left[\frac{\mu_s}{\Delta s} (1 - F(N-3)) - \sqrt{S_X^2 - (S_X - 3\Delta s)^2} c(N) \right. \\
& \quad \left. - \sqrt{(S_X - \Delta s)^2 - (S_X - 3\Delta s)^2} c(N-1) \right] \\
& \quad / \sqrt{(S_X - 2\Delta s)^2 - (S_X - 3\Delta s)^2} \\
& \quad \vdots \\
c(N-i) &= \left[\frac{\mu_s}{\Delta s} (1 - F(N-(i+1))) \right. \\
& \quad \left. - \sum_{j=0}^{i-1} \sqrt{(S_X - j\Delta s)^2 - (S_X - (i+1)\Delta s)^2} c(N-j) \right] \\
& \quad / \sqrt{(S_X - i\Delta s)^2 - (S_X - (i+1)\Delta s)^2} \\
& \quad \vdots \\
(24)
\end{aligned}$$

식(24)를 이용하여 절리선 분포로부터 직경분포를 계산할 때 평균직경 μ_s 는 0이 아닌 임의의 상수로 지정한 후 i 의 전구간에 대하여 $c(N-i)$ 를 계산한다. 다음으로 이렇게 결정된 직경분포함수의 면적이 1이 되도록 조정하고 전구간에 대하여 확률밀도함수의 1차 모멘트(평균)를 구하면 μ_s 의 추정치를 얻을 수 있다.

4.2 검증

직경분포 산출식(24)을 검증하기 위하여 우선 4가지 기본적인 직경분포를 설정하고 각 경우에 대하여 식(21)을 이용하여 절리선 분포 $f(l)$ 을 환산하였다. 이 때 수치적인 방법으로 절리선 분포를 환산할 경우 이 수치적 해석과정 중에 발생하는 오차가 포함되므로 여기에서는 상기 4개의 기본적인 직경분포 설정시 해석해(analytic solution)를 구하기 용이한 것을 선택하였다. 다음으로 환산된 절리선 분포를 식(24)에 적용하여 직경분포를 추정하고 이 추정 결과와 초기에 설정된 직경분포를 비교하였다. 이러한 과정의 결과가 그림 8에 나타나 있다.

여기에서 사용한 직경분포는 균일분포, 2종의 직각삼각형분포 그리고 음지수분포이다. 그림 8에서 초기에 설정된 4개의 직경분포는 굵은 직선으로, 추정분포는 기호 및 가는 실선으로 나타나 있다. 이 그림의 범례상자에는 각 분포의 추정오차가 백분율로 표시되어 있다. 여기서의 오차는 비교하고자 하는 두 분포 그래프의 각 지점에서의 면적 차이의 합을 전체면적(확률밀도함수이므로 1)에 대한 백분율로 나타낸 것이다.

이들 중 균일분포는 대부분의 영역에서 잘 일치하나 직경의 최소 및 최대 구간에서 비교적 눈에 띄는 오차를 보였다. 특히 최대직경 부분에서의 오차가 최소 구간보다 크게 나타났는데 이러한 경향은 상승 직각삼각형에서 더욱 두드러졌다. 이렇게 최대구간에서 큰 오차가 발생하는 것은 절리선 분포로부터 직경분포를 계산하는 수치적 해의 특성과 밀접한 관련이 있는 것으로 보인다. 식(24)에서 보는

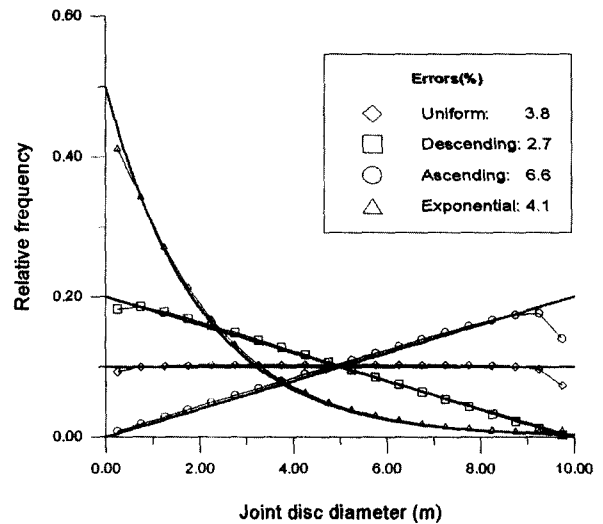


그림 8. 4종류의 이론적 직경분포와 수치적 해법에 의한 환산분포 비교

바와 같이 직경분포는 최대구간부터 시작하여 최소구간으로 진행해가면서 결정한다. 이때 i 번째 직경분포의 상대도수를 결정하기 위해서는 $N \sim (N-i+1)$ 까지의 직경분포를 필요로 한다. 그러나 최대구간부근에서는 이러한 영역에 대한 입력자료가 상대적으로 적게 주어지므로 그에 따라 계산 결과의 불확실성이 커지는 것으로 볼 수 있다. 그림 8에서와 같이 4가지 분포에 대하여 식(24)를 적용해본 결과 이론식과 수치적 계산식이 전반적으로 잘 일치하는 것으로 판단할 수 있다.

5. 결론

이 연구에서는 포아송 디스크 절리모델에 대하여 보다 정밀도가 높은 절리선 분포 추정 방법을 찾기 위하여 직사각형 및 원형 조사창에 대하여 양끝 내포선 분포와 한끝 내포선 분포를 이용, 절리선 분포를 추정하는 4개의 관계식을 각각 유도하고 컴퓨터 모의실험을 통하여 각 추정식의 타당성을 검증하였다.

모의실험 결과 절리선 분포 추정시 직사각형 또는 원형조사창의 양끝 내포선 분포를 이용하는 것이 가장 효율적인 것으로 나타났다.

직사각형 조사창의 한끝 내포선 분포와 조사선의 절리선 반길이 분포는 절리선 분포 추정시 비슷한 추정성능을 가지는 것으로 평가되었고 절리선 전길이 분포와 직사각형 조사창의 양끝 내포선 및 한끝 내포선 분포를 비교한 결과 절리선 분포 추정 정밀도면에서 양끝 내포선 분포가 가장 우수하였고 그 다음이 절리선 전길이 분포, 그리고 한끝 내포선 분포 순으로 나타났다.

절리선 분포로부터 절리직경분포를 계산하는 과정에 대한 수치적 해법을 유도하고 타당성을 검증하였다.

통계적 절리모델링 기법을 적용하는 각종 해석에서 이 연구에서 제안한 절리길이 추정방법을 적용할 경우 절리모델링 결과의 신뢰성을 한층 높일 수 있을 것으로 기대된다.

감사의 글

이 연구는 건설교통부산하 한국건설기술연구원의 '96 건설기술연구개발사업(R&D 96-0042)의 연구비 지원을 받아 수행되었으며 이에 사의를 표합니다.

참고문헌

1. 김우철(1988) 등, 현대통계학(제3개정판), 영지문화사.
2. 송재준, 이정인(1996), "터널굴착에서의 불연속면에 의한 공동 주변 암반 블록의 안정성 해석", 한국 자원공학회지, 제33권, 제3호, pp.186~193.
3. 송재준(2000), "절리길이 분포의 통계적 모델링과 터널주변 암반블록의 거동성 해석", 공학박사학위논문, 서울대학교, pp.31~91.
4. 장현익, 장근무, 이정인(1996), "통계적 접근법에 의한 불연속 암반의 지하수 유동해석", 한국암반공학회지, 제6권, 제1호, pp.30~38.
5. 한국건설기술연구원(1999), "터널굴착시 낙반사고 예방을 위한 암반블록의 안정성 해석에 관한 연구", 건설교통부 '96건설기술연구개발사업(R&D9-0042) 최종보고서, pp.5~158.
6. Kulatilake, P.H.S.W. and Wu, T.H.(1984), Estimation of mean trace length of discontinuities, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol 17, pp.215~232.
7. Kulatilake, P.H.S.W. and Wu, T.H.(1986), Relation between discontinuity size and trace length, *Proc. of the 27th US Symp. on Rock Mechanics*, pp.130~133.
8. Mauldon, M.(1998), Estimating mean fracture trace length and density from observations in convex windows, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol 31(4), pp.201~216.
9. Pahl, P.J.(1981), Estimating the mean length of discontinuity traces, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol.18, pp.221~228.
10. Press, W.H. Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. and Flannery B.P et al.(1992), *Numerical recipes in Fortran 77*, 2nd ed., pp.266~306
11. Priest, S.D.(1993), *Discontinuity analysis for rock engineering*, Chapman & Hall.
12. Priest, S.D. and Hudson, J.A.(1981), Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys, *Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol.18, pp.183~197.
13. Priest, S.D. and Samaniego, J.A.(1983), A model for the analysis of discontinuity characteristics in two dimensions, *Proc. of the 5th ISRM Congress*, Melbourne, pp.199~207.
14. Villaescusa, E. and Brown, E.T.(1992), Maximum likelihood estimation of joint size from trace length measurements, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol 25, pp.67~87.
15. Warburton, P.M.(1980), A stereological interpretation of joint trace data, *Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr.* Vol.17, pp.181~190.
16. Zhang, L. and Einstein, H.H.(1998), Estimating the mean trace length of rock discontinuities, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol 31(4), pp.217-235.

(접수일자 2000. 5. 4)