

## 기계가 2대인 흐름생산시스템에서 생산준비시간 분리와 이송배치를 고려한 일정계획

김 중 순\*

### Transfer Batch Scheduling for a Two-machine Flow Shop with Attached and Separate Setup Times

Joong-Soon Kim\*

#### ■ Abstract ■

This paper considers the transfer batch scheduling problem for a two-machine flow shop with setup times consisting of attached setup time and separate setup time. The attached setup is attached to the processing and cannot be done while the job is somewhere else. The separate setup is unattached to the processing and can be scheduled in anticipation of arriving work. Two cases of the separate setup are addressed. One is the case that the separate setup can be done only when a machine is idle. The other is the case that the separate setup can be done even though the machine is operating. A scheduling rule similar to Johnson's rule is suggested to minimize makespan. The scheduling rule developed can be applied to most of the two-machine flow shop scheduling problems if some parameters are adjusted. A numerical example is presented to illustrate the scheduling rule.

Keyword : Attached setup time and separate setup time, Two-machine flow shop, Transfer batch scheduling, Makespan

## 1. 서 론

최근의 자동화된 기계가공 산업에서는 가공되는 부품의 변경 시에 발생하는 생산준비시간이 실제 가공시간에 비해 아주 짧아 일정계획 시 생산준비 시간을 무시 할 수 있다. 그러나 기계가공 산업에서도 크고 무거운 금형을 교환하는 프레스 공정은 30분 이상의 금형교체시간, 즉 생산준비시간이 필요하다. 또한 자동차부품을 생산하고 있는 대부분의 중소기업에서는 여전히 생산시스템이 자동화되지 못하고 있다. 자동화되지 못한 중소기업에서는 여전히 긴 생산준비시간이 발생하고 있으므로 생산준비시간을 고려한 일정계획 알고리즘의 개발은 필요하다고 본다.

생산준비작업(setup)은 분리가능 생산준비작업(separable setup)과 분리불가능 생산준비작업(attached setup)으로 구분될 수 있다[1, pp.8.11-8.12]. 분리가능 생산준비작업이란, 앞 공정에서 작업대상이 도착하지 않더라도 어떤 종류의 작업대상이 도착할 것인가를 먼저 알고 미리 수행할 수 있는 생산준비작업을 말한다. 분리불가능 생산준비작업이란 작업대상이 기계에 도착해야 수행할 수 있는 생산준비작업을 말한다. 예를 들어, 자동차 부품인 wireharness에 들어가는 압착단자를 생산하는 공정에서 압착금형교체 공정은 분리가능 생산준비작업이고, 전선교환과 단자교환은 분리불가능 생산준비 작업이다.

분리가능 생산준비작업은 다시 기계가 가동 중에도 수행할 수 있는 생산준비작업과, 가동 중에는 수행할 수 없는 생산준비작업으로 세분할 수 있다. 기계가 가동 중에도 수행할 수 있는 분리가능 생산준비작업의 대표적인 예로 Shigeo Shingo[10]가 언급한 외부생산준비작업(external setup)을 들 수 있다.

기계가 가동 중에도 수행할 수 있는 분리가능 생산준비작업은, 생산준비작업이 없는 것처럼 생산준비시간을 영으로 처리하여 일정계획을 수립하면

된다. 그러나 기계 가동 중에는 수행할 수 없는 분리가능 생산준비작업은 기계의 가동이 중지된 상태에서만 생산준비작업을 수행할 수 있으므로, 분리가능 하더라도 이를 무시하여 일정계획을 수립할 수는 없다.

생산준비작업을 분리가능 부분과 분리불가능 부분으로 구분하고, 이를 고려한 알고리즘을 적용하면 작업의 투입순서와 총작업소요시간(makespan)이 변한다는 것을 <표 1>의 예제를 통해 알 수 있다. 예제는 기계가 2대인 흐름생산시스템(flow shop)에서 이송배치를 고려한 일정계획 문제이다. 그리고 기계의 가동이 중지된 상태에서만 생산준비작업을 수행 할 수 있는 경우이다. 기계 2에서 분리가능 부분을 고려한 알고리즘(본 연구에서 개발한)을 적용하면 최적 작업투입순서는 2-3-5-4-1, 이 경우 총작업소요시간은 994이다. 분리가능 한데도 불구하고 이를 고려하지 않는 알고리즘[7]을 적용하면 최적 작업투입순서는 2-3-5- 1-4이고, 이 경우 총작업소요시간은 1009이다. 그러므로 생산준비시간의 분리가능 부분을 고려하면 최적 작업투입순서가 변하여 총작업소요시간이 줄어든다는 것을 알 수 있다. 그러므로 생산준비시간의 분리를 고려한 일정계획 알고리즘의 개발은 필요하다고 본다.

<표 1> 분리가능 부분을 고려하기 위한 예제.

$I$	$a_i$	$b_i$	$Q_i$	$SI_i$	$SS_i$	$AS_i$	$k_i$
1	10	2	20	5	125	4	5
2	2	3	24	10	15	7	12
3	5	10	30	10	15	6	6
4	5	3	60	5	6	3	12
5	4	6	28	15	10	4	7

\* 표에서 사용된 기호는 3장을 참조 바람.

본 연구에서 사용된 성능평가기준(performance measure)은 정상평가기준(regular measure)인 총작업소요시간을 사용하였다. 총작업소요시간은 기계의 가용도(utilization)를 대신 할 수 있는 성능평가기준이며 다른 기준에 비해 대체로 분석이 쉬운 평가기준으로 알려져 있다[2, pp.61-62].

본 연구에서는 기계가 2대인 흐름생산시스템(two-machine flow shop)에서 생산준비시간을 분리가능 생산준비시간과 분리불가능 생산준비시간으로 분리할 수 있고, 또한 기계간의 이동이 일반적인 이송크기로 이루어지는 경우 총작업소요시간을 최소화 시키는 작업순서를 결정하는 규칙을 개발하였다. 그리고 분리가능 생산준비작업을 기계가동중지 상태에서만 수행할 수 있는 경우와, 기계의 가동상태에서도 수행할 수 있는 경우로 나누어 알고리즘을 제시하였다.

## 2. 연구배경

이 장에서는 기계가 2대인 흐름생산시스템의 일정계획문제에서 생산준비시간을 고려한 기존연구와 제품의 이동이 기계간에 이송배치로 이루어지는 경우에 대한 연구에 대해 각각 살펴 보았다.

Johnson[6]이 기계가 2대인 흐름생산시스템의 총작업소요시간(makespan)을 최소화 하는 Johnson 규칙을 발표한 이래로 기계가 2대인 흐름생산시스템의 일정계획 문제는 많은 사람들의 연구대상이 된 전통적인 문제이다. 기계가 3대인 경우로 확장된 연구도 무수히 많지만, 기계가 2대인 Johnson 문제를 다양하게 변화시킨 연구도 많이 수행되었다. Mitten[9]은 기계 2에서의 시작지연(start lag)과 종료지연(stop lag)을 고려한 모형을 개발하여 이송배치 문제에 적용할 수 있다고 하였다. 그러나 그는 생산준비시간(setup time)을 명시적으로 고려하지 않았다. Yoshida와 Hitomi[15]는 생산준비작업이 실제 제품생산과 분리될 수 있는 상황을 고려한 모형을 개발하였다. Sule와 Huang[11]은 생산준비시간, 작업시간, 기계에서의 작업 하역시간을 분리할 수 있는 경우에 대한 모형을 제시하였다. J-S Kim, S-H Kang, Sang M. Lee[7]등은 각 작업장의 동일한 기계가 2대이상인 유연흐름생산시스템(flexible flow shop)에서 일반

적인 이송배치 크기로 제품이 이동되는 경우의 일정계획 모형을 개발하였다. 그들은 생산준비작업을 제품생산과 분리할 수 있는 경우와, 분리할 수 없는 경우에 대해 총작업소요시간을 최소화하는 최적순서를 개발하는 알고리즘을 제시 하였다. 그러나 그들은 생산준비작업이 분리가능 생산준비작업과 분리불가능 생산준비작업이 동시에 존재할 수 있다는 상황을 고려하지 않았다. 생산준비작업에 소요되는 생산준비시간을 분리가능부분과 분리불가능 부분으로 분리함으로써 실제적인 생산준비시간을 감소시키는 효과를 볼 수 있다[9]. 본 연구에서는 분리가능 생산준비작업을 고려한 일정계획문제를 다루었다.

이송배치(transfer batch)를 고려한 일정계획 연구는 크게 두 부류로 분류된다. 첫째는 제품이 하나인 경우 이송배치의 수가 주어졌을 때 각 이송배치의 크기를 결정하는 연구[1, 3, 13]이고, 둘째는 이송배치의 크기가 1인 경우의  $n$ 개 제품의 작업순서를 결정하는 연구[4, 7, 8, 14]이다. 본 연구는 두 번째 부류에 속하지만 이송배치의 크기를 1로 제한하지 않고 일반적인 이송배치 크기를 가정하였다. 일반적으로 이송배치의 크기가 1인 경우에 총작업소요시간이 최소화되지만[1, 13, 14], 이송배치의 수를 제품의 생산량 만큼 유지하는 것은 거의 불가능하다. 즉 이송장비의 수나 기술적인 제약조건 또는 일정계획의 편의를 위해 일반적인 이송배치의 크기를 가정하는 것이 더욱더 현실적인 모형이 되리라고 본다[12].

본 연구에서는 기계가 2대인 흐름생산시스템에서 분리가능 생산준비시간을 고려하고, 또한 기계간의 제품이동이 일반적인 이송크기로 이루어지는 경우 총작업소요시간을 최소화 시키는 작업순서를 결정하는 규칙을 개발하였다. 그리고 분리가능 생산준비작업도 기계의 가동중지 상태에서만 수행될 수 있는 경우와, 기계의 가동상태에서도 수행될 수 있는 경우 두 가지를 다루었다.

### 3. 최적순서 결정

#### 3.1 기호의 정의 및 가정사항

본 연구에서 수학적 표현을 위해 사용된 기호의 정의는 다음과 같다.

- $i$  : 제품을 표시하는 첨자,  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- $j$  : 기계를 표시하는 첨자,  $j = 1, 2$ .
- $a_i$  : 기계 1에서 제품  $i$ 를 생산하는데 소요되는 단위(unit)당 작업시간.
- $b_i$  : 기계 2에서 제품  $i$ 를 생산하는데 소요되는 단위당 작업시간.
- $k_i$  : 제품  $i$ 의 이송배치 크기.
- $Q_i$  : 제품  $i$ 의 필요생산량.
- $SI_i$  : 기계 1에서의 제품  $i$ 의 생산준비시간.
- $SS_i$  : 기계 2에서의 제품  $i$ 의 분리가능 생산준비시간.
- $AS_i$  : 기계 2에서의 제품  $i$ 의 분리불가능 생산준비시간.
- $SZ_i$  :  $SS_i + AS_i$ , 기계 2에서의 제품  $i$ 의 총생산준비시간.
- $A_i$  :  $a_i Q_i$ , 기계 1에서 생산준비시간을 제외한 제품  $i$ 의 총생산시간.
- $B_i$  :  $b_i Q_i$ , 기계 2에서 생산준비시간을 제외한 제품  $i$ 의 총생산시간.
- $d_i$  :  $a_i k_i$ , 기계 1에서 이송배치 하나를 생산하는데 소요되는 제품  $i$ 의 총생산시간.
- $r_i$  :  $b_i \text{MOD}(Q_i/k_i)$ , 기계 2에서 가장 마지막 이송배치를 생산하는데 소요되는 제품  $i$ 의 총생산시간. 여기서  $\text{MOD}(Q_i/k_i)$ 는  $Q_i/k_i$ 의 나머지를 의미하며, 나머지가 0인 경우에는  $k_i$ 로 정의된다.

기계 1에서는 생산준비시간을 2개로 구분할 수 있다 하더라도 제품의 생산이 연속적으로 이루어지므로 구분할 필요가 없다. 그래서  $SI_i$ 만을 정의하였다. 그리고 제품의 필요생산량이 이송배치 크기의 배수가 되지 않는 경우, 가장 마지막 이송배치의 크기는 잔여부분이 되므로,  $r_i$ 를  $b_i \text{MOD}(Q_i$

$/k_i)$ 로 정의하였다.

본 연구에서 사용되는 가정사항 들은 다음과 같다. 이 여덟 개의 가정사항 들은 흐름생산시스템에서 일반적으로 가정되는 사항들이다.

- 모든 제품들은 기계 2대를 모두 거쳐 가공되며, 기계 1, 기계 2의 순서대로 가공된다.
- 한 기계는 한번에 오직 하나의 단위(unit)만을 가공할 수 있다. 즉 동시에 여러 단위를 가공할 수는 없다.
- 제품의 한 단위가 가공되기 시작하면 그 작업이 완성될 때 까지 다른 단위로 가공순서를 바꿀 수 없다(nonpreemption).
- 기계간의 완충재고(buffer storage) 용량은 무한대이다.
- 모든 제품들은 시점 0에서 가공이 가능하다.
- 단위당 작업시간, 생산준비시간, 이송배치 크기, 필요생산량등에 관한 자료는 주어져 있다.
- 생산준비시간은 작업순서에 따라 변하지 않는다(sequence-independent).
- 기계간 이송시간은 무시할 수 있을 정도로 작으며 이송배치 단위로 이송된다.

넷째 가정에서 기계간의 완충재고(Buffer Inventory)는 각 기계에서 연속적으로 처리되어야 할 작업들이 서로 독립적으로 수행될 수 있게 하여 준다. 그리고 실제로는 완충재고 용량이 무한대일 필요는 없으며,  $\sum_{i=1}^n Q_i$ 이면 충분하다. 왜냐하면 기계 2에서 대기 할 수 있는 최대 재공품 재고수준이  $\sum_{i=1}^n Q_i$ 이기 때문이다. 최대의 재공품 재고수준이 되는 경우는 어떤 제품의 기계 2에서의 생산준비시간이 아주 길어 생산준비작업 동안, 기계 1에서 모든 제품이 완성되어 기계 2로 이송되는 경우이다.

#### 3.2 최적순서 개발

생산준비시간은 실제 제품 생산으로부터 분리가

능한 부분과 분리불가능한 부분으로 나누어 질 수 있다. 분리가능 생산준비 작업이라 하더라도 기계 가동중지 상태에서에서만 수행될 수 있는 것과 기계 가동상태에서도 수행될 수 있는 것이 있다. 3.2.1에서는 기계의 가동중지 상태에서에서만 수행할 수 있는 분리가능 생산준비 작업의 경우에 대해 최적순서를 결정하는 알고리즘을 제시하였다. 3.2.1의 결과를 이용하여 기계 가동상태에서도 분리가능 생산준비 작업을 수행할 수 있는 경우에 대해 최적순서를 구하는 방법을 3.2.2에서 설명하고 있다.

기계가 2대인 경우의 흐름생산시스템에서 성능 평가기준이 총작업소요시간이면 순열순서(permutation schedule)에서 최적순서가 존재하므로, 순열순서만을 대상으로 하여 최적순서를 결정하고자 한다[1, pp. 8.4-8.6].

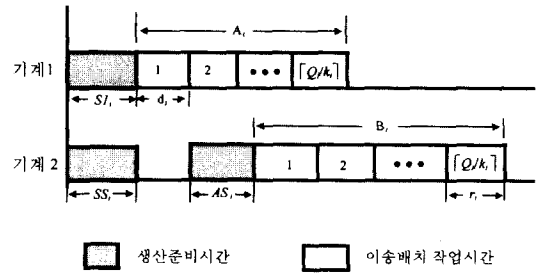
### 3.2.1 기계의 가동중지 상태에서만 분리가능 생산준비작업을 수행할 수 있는 경우

생산준비시간을 분리가능 생산준비시간과 분리불가능 생산준비시간으로 나눌 수 있으면, 기계 1에서 제품이 도착하지 않더라도 도착할 제품의 종류를 미리 예측하여 분리가능 생산준비를 먼저 수행할 수 있으므로 총생산준비시간이 감소되는 효과가 있다. 그리고 분리가능 생산작업을 기계의 가동중지 상태에서에서만 수행할 수 있다면 기계라는 자원을 필요로 한다. 이것을 그림으로 나타내 보면 [그림 1]과 같다. 분리가능 생산준비를 먼저 수행할 수 있으므로 결과적으로 기계 2에서의 가공시점이 빨라진다는 것을 알 수 있다. 분리가능 생산준비작업이 모두 분리불가능이라면  $SS_i$  부분을  $AS_i$  가 시작되는 시점에서 시작할 수 밖에 없다. 그림에서  $\lceil Q_i/k_i \rceil$ 는  $Q_i/k_i$  보다 큰 정수 중에서 가장 작은 정수를 뜻한다. 즉 이송배치 중에서 가장 마지막 이송배치의 번호를 나타낸다.

최적순서를 결정하는 규칙을 도출하기 위해 제품들을 다음과 같이 2가지 그룹으로 나눈다.

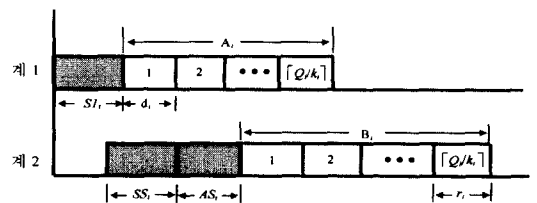
$$G_1 = \{ i \mid SI_i + d_i \geq SS_i \}$$

$$G_2 = \{ i \mid SI_i + d_i < SS_i \}$$



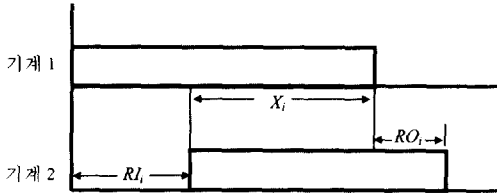
[그림 1] 생산준비시간을 분리할 수 있는 경우

[그림 1]에서 보는 바와 같이  $G_1$  그룹은 분리가능 생산준비를 먼저 수행함으로써 기계 2에서의 총생산준비시간을 감소시키는 효과를 볼 수 있는 경우이다.  $G_2$  그룹은 분리가능 생산준비시간이 너무 커서 기계 1에서 완성된 제품이 기계 2에 도착하더라도 작업을 바로 시작할 수 없어 대기해야 하는 경우이다. [그림 1]에서 분리가능 생산준비작업이 분리불가능 생산준비작업의 시작시점에서 끝나도록 하더라도 기계 2에서의 제품의 완성시점에는 변화가 없다. 이와 같이 기계 2에서의 완성시점에는 영향을 미치지 않고 생산준비작업(분리불가능과 분리가능 전부)과 제품생산을 오른쪽으로 이동시켜 유희시간 없이 기계 2가 연속적으로 작업을 할 수 있도록 한 일정계획을 오른쪽 이동 일정계획(right-shifted schedule)이라고 한다. [그림 1]의 오른쪽 이동 일정계획을 나타내면 [그림 2]와 같다. [그림 2]에서 보면 제품의 생산이 시작되면 기계 2가 유희시간(idle time) 없이 연속적으로 사용된다는 것을 알 수 있다.



[그림 2] [그림 1]의 오른쪽 이동 일정계획.

[그림 2]를 단순하게 나타내면 다음의 [그림 3]과 같다.



[그림 3] 오른쪽 이동 일정계획의 단순화된 형태

Cetinkaya와 Kayaligil[3]에 의해 사용된 방법론을 도입하기 위해 3개의 변수들을 다음과 같이 정의한다(그림 3 참조).

$RI_i$  = 기계 2에서 제품  $i$  생산을 하기 전의 지연(run-in-delay of product  $i$ ).

$RO_i$  = 제품  $i$ 에 대한 기계 1에서의 완성시점과 기계 2에서의 완성시점과의 차이(run-out-delay of product  $i$ ).

$X_i$  = 제품  $i$  생산을 위해 기계 1과 기계 2가 동시에 가동되는 시간.

$RI_i$ 는 기계 1에서의 시작시점과 완성시점에 영향을 주지 않으면서 기계 2에서 가장 늦게 시작할 수 있는 시점과의 차이를 나타낸다.  $RO_i$ 는 기계 1과 기계 2에서의 완성시점간의 차이를 나타낸다.  $X_i$ 는 기계 1과 기계 2가 제품  $i$ 를 동시에 생산하는 기간을 나타낸다.  $RI_i, RO_i, X_i$ 가 [그림 3]에 나타나 있다.

1)  $G_1$ 그룹의  $RI_i, RO_i, X_i$

$G_1$ 그룹을 다시  $G_{11}$ 그룹과  $G_{12}$ 그룹으로 아래와 같이 분할한다.

$$G_{11} = \{ i \mid i \in G_1, AS_i + B_i + d_i \geq A_i + r_i \}$$

$$G_{12} = \{ i \mid i \in G_1, AS_i + B_i + d_i < A_i + r_i \}$$

$G_{11}$ 그룹은 기계 2에서의 분리불가능 생산준비시간과 제품생산시간이 커서 작업완성시점이 기계 2에 의해 결정되는 경우이다.  $G_{12}$ 그룹은 기계 2에서의 분리불가능 생산준비시간과 제품생산시간이 작아서 작업완성시점이 거의 기계 1에 의해 결정되는 경우이다.  $G_{11}$ 그룹의 생산형태는 [그림 2]와 같다. 이경우의  $RI_i, RO_i, X_i$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$RI_i = SI_i + d_i - SS_i \tag{1}$$

$$RO_i = RI_i + SS_i + AS_i + B_i - (SI_i + A_i) = d_i + AS_i + (B_i - A_i) \tag{2}$$

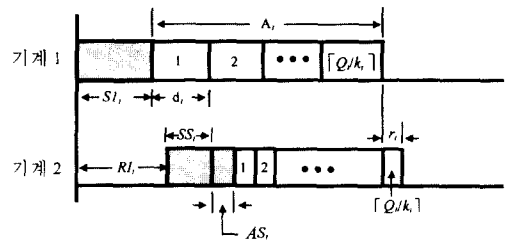
$$X_i = S2_i + B_i - RO_i = SS_i - d_i + A_i \tag{3}$$

$G_{12}$ 그룹의 생산형태를 오른쪽으로 이동시킨 모습은 [그림 4]와 같다. 이경우의  $RI_i, RO_i, X_i$ 는 다음과 같이 표시된다.

$$RI_i = SI_i + A_i + r_i - SS_i - AS_i - B_i \tag{4}$$

$$RO_i = r_i \tag{5}$$

$$X_i = SS_i + AS_i + B_i - r_i \tag{6}$$



[그림 4]  $G_{12}$  그룹의 생산형태를 오른쪽으로 이동시킨 모습

$G_1$ 그룹의  $RI_i$ 는 식 (1)과 식 (4), 그리고  $G_{11}$ 그룹과  $G_{12}$ 그룹의 조건식을 종합하여 보면 식 (7)과 같이 표현된다.  $RO_i$ 는 식 (2)와 식 (5), 그리고  $G_{11}$ 그룹과  $G_{12}$ 그룹의 조건식을 종합하여 보면 다음의 식 (8)과 같이 표현된다.  $G_1$ 그룹의  $X_i$ 는 식 (3)과 같이 표현된다.

$$RI_i = \max \{ SI_i + d_i - SS_i, SI_i + A_i + r_i - S2_i - B_i \} \tag{7}$$

$$RO_i = \max \{ d_i + AS_i + (B_i - A_i), r_i \} \tag{8}$$

식 (7)의 우변에서 둘째 항  $SI_i + A_i + r_i - S2_i - B_i$ 는  $SI_i + d_i - SS_i + (A_i + r_i - AS_i - B_i - d_i)$ 로 표현되고, 소괄호 안의 값은  $G_{12}$ 그룹의 조건식에 의해 언제나 양이 되므로  $RI_i$ 는 둘째 항이 된다.  $G_{11}$ 그룹의  $RI_i$ 가 식 (7)의 첫째 항이 되는 것도 비슷한 이유이다. 식 (8)의 우변 첫째 항에서 둘째 항을 빼면,  $G_{11}$  조건에서 양수가 되어 첫째 항이 선택되고,  $G_{12}$  조건에서는 음수가 되어 둘째 항이 선택된다.

2) G<sub>2</sub>그룹의 RI<sub>i</sub>, RO<sub>i</sub>, X<sub>i</sub>

G<sub>2</sub>그룹을 다시 G<sub>21</sub>그룹과 G<sub>22</sub>그룹으로 분할한다.

$$G_{21} = \{ i \mid i \in G_2, S2_i + B_i \geq SI_i + A_i + r_i \}$$

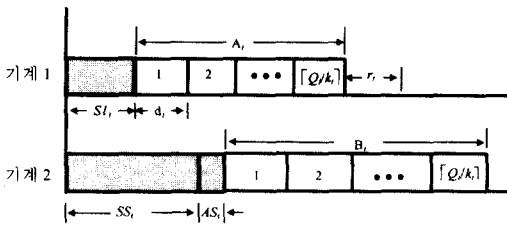
$$G_{22} = \{ i \mid i \in G_2, S2_i + B_i < SI_i + A_i + r_i \}$$

G<sub>11</sub>그룹과 마찬가지로 G<sub>21</sub>그룹은 기계 2에서의 분리불가능 생산준비시간과 제품생산시간이 커서 작업완성시점이 기계 2에 의해 결정되는 경우이다. G<sub>22</sub>그룹은 기계 2에서의 분리불가능 생산준비시간과 제품생산시간이 작아서 작업완성시점이 기계 1에 의해 거의 결정되는 경우이다. G<sub>21</sub>그룹의 생산형태는 [그림 5]와 같다. 이경우의 RI<sub>i</sub>, RO<sub>i</sub>, X<sub>i</sub>는 다음과 같이 표현된다.

$$RI_i = 0 \tag{9}$$

$$RO_i = S2_i - SI_i + B_i - A_i \tag{10}$$

$$X_i = S2_i + B_i - RO_i \tag{11}$$



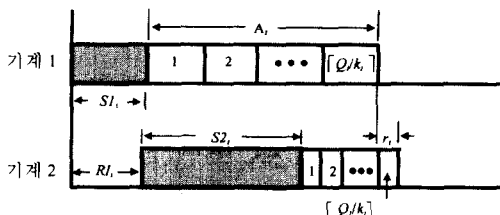
[그림 5] G<sub>21</sub>그룹의 생산형태

G<sub>22</sub>그룹의 생산형태는 [그림 6]과 같다. 이경우의 RI<sub>i</sub>, RO<sub>i</sub>, X<sub>i</sub>는 다음과 같이 표현된다.

$$RI_i = SI_i + A_i + r_i - S2_i - B_i \tag{12}$$

$$RO_i = r_i \tag{13}$$

$$X_i = S2_i + B_i - RO_i \tag{14}$$



[그림 6] G<sub>22</sub>그룹의 생산형태를 오른쪽으로 이동시킨 모습

식 (9)와 식 (12), 그리고 G<sub>21</sub>그룹과 G<sub>22</sub>그룹의 조건식을 종합하면 RI<sub>i</sub>는 다음 식 (15)과 같이 표현된다. 또한 식 (10)과 식 (13), 그리고 G<sub>21</sub>그룹과 G<sub>22</sub>그룹의 조건식을 종합하면 RO<sub>i</sub>는 다음 식 (16)과 같이 표현된다. X<sub>i</sub>에 관한 식 (11)과 식 (14)는 동일하다.

$$RI_i = \max \{ 0, SI_i + A_i + r_i - S2_i - B_i \} \tag{15}$$

$$RO_i = \max \{ r_i, S2_i - SI_i + B_i - A_i \} \tag{16}$$

모든 경우에 대해 식 (7)과 식 (15), 그리고 G<sub>1</sub>그룹과 G<sub>2</sub>그룹의 조건식을 종합하면 RI<sub>i</sub>는 다음 식 (17)과 같이 표현된다. 또한 식 (8)과 식 (16), 그리고 G<sub>1</sub>그룹과 G<sub>2</sub>그룹의 조건식을 종합하면 RO<sub>i</sub>는 다음 (18)식과 같이 표현된다. X<sub>i</sub>는 식 (14)와 같이 표현된다.

$$RI_i = \max \{ 0, SI_i + d_i - SS_i, SI_i + A_i + r_i - S2_i - B_i \} \tag{17}$$

$$RO_i = \max \{ r_i, d_i + AS_i + B_i - A_i, S2_i - SI_i + B_i - A_i \} \tag{18}$$

3.2.2 기계의 가동상태에서도 분리가능 생산 준비작업을 수행할 수 있는 경우

기계의 가동상태에서도 분리가능 생산준비작업을 수행할 수 있는 경우는, 생산준비작업에 필요한 기계이외의 다른 자원이 충분하면 SS<sub>i</sub>=0으로 두면 된다. 3.2.1절에서 SS<sub>i</sub>=0인 경우 G<sub>1</sub> 그룹만 생성된다. RI<sub>i</sub>는 식 (7)에서, RO<sub>i</sub>는 식 (8)에서 각각 SS<sub>i</sub>=0으로 두면 구하여 진다. 다음의 식 (19)와 식 (20)가 각각 RI<sub>i</sub>와 RO<sub>i</sub>를 구하는 식이 된다. X<sub>i</sub>는 식 (21)과 같이 표현된다.

$$RI_i = \max \{ SI_i + d_i, SI_i + A_i + r_i - AS_i - B_i \} \tag{19}$$

$$RO_i = \max \{ r_i, d_i + AS_i + (B_i - A_i) \} \tag{20}$$

$$X_i = AS_i + B_i - RO_i \tag{21}$$

3.2.1절과 3.2.2절에서 RI<sub>i</sub>와 RO<sub>i</sub>를 구하기 위해 서술된 절차를 요약하면 다음과 같다.

단계 1 : 분리가능 생산준비작업을 기계의 가동중

지 상태에서만 수행할 수 있는 경우와 가동상태에서도 수행할 수 있는 경우로 나눈다. 가동중지 상태에서만 수행할 수 있는 경우는 단계2로, 가동상태에서도 수행할 수 있는 경우는 단계 8로 간다.

단계 2: 제품들을 아래의 조건에 따라  $G_1$  그룹과  $G_2$  그룹으로 나눈다.

$$G_1 = \{ i \mid SI_i + d_i \geq SS_i \}$$

$$G_2 = \{ i \mid SI_i + d_i < SS_i \}$$

단계 3:  $G_1$  그룹을 아래의 조건에 따라,  $G_{11}$  그룹과  $G_{12}$  그룹으로 다시 나눈다.

$$G_{11} = \{ i \mid i \in G_1, AS_i + B_i + d_i \geq A_i + r_i \}$$

$$G_{12} = \{ i \mid i \in G_1, AS_i + B_i + d_i < A_i + r_i \}$$

단계 4:  $G_{11}$  그룹과  $G_{12}$  그룹에 대해 각각  $RI_i$  와  $RO_i$  를 구하고, 이들을 종합하여 각각 하나의 식으로 나타낸다.

단계 5:  $G_2$  그룹도 아래의 조건에 따라,  $G_{21}$  그룹과  $G_{22}$  그룹으로 다시 나눈다.

$$G_{21} = \{ i \mid i \in G_2, S2_i + B_i \geq SI_i + A_i + r_i \}$$

$$G_{22} = \{ i \mid i \in G_2, S2_i + B_i < SI_i + A_i + r_i \}$$

단계 6:  $G_{21}$  그룹과  $G_{22}$  그룹에 대해 각각  $RI_i$  와  $RO_i$  를 구하고, 이들을 종합하여 각각 하나의 식으로 나타낸다.

단계 7: 단계 4와 단계 6에서 구한  $RI_i$  와  $RO_i$  에 관한 식을 다시 통합하여 각각 하나의 식으로 표현한다. 끝.

단계 8: 분리가능 생산준비작업을 가동상태에서도 수행할 수 있는 경우는  $G_1$  그룹만 생성되므로,  $RI_i$  와  $RO_i$  는 (7)식과 (8)식에서 각각  $SS_i = 0$ 으로 두어 구한다. 끝.

순열순서에서 앞에 있다. 등식으로 만족되는 경우에는 어떤 제품이 앞에 오더라도 총작업소요시간에는 변함이 없다.

$$\min ( RI_i, RO_k ) \leq \min ( RO_i, RI_k ) \quad (22)$$

증명) 오른쪽으로 이동된 일정계획은 [그림 3]과 같이 기계2에서 유휴시간없이 연속적으로 제품이 생산된다. 이 증명과정은 Cetinkaya와 Kayaligil[3]의 것과 비슷하다.

순서에서  $i$  번째 순서에 있는 제품을  $[i]$ 라고 하자. 그리고  $C_{[i],j}$  를 기계  $j$  에서 제품  $[i]$ 가 완성되는 완성시간이라고 하자. 그러면 기계 1에서 제품  $[i]$ 가 완성되는 완성시간은 식 (23)과 같이 표현된다. 여기서  $C_{[0],1} = 0$  이다.

$$C_{[i],1} = C_{[i-1],1} + RI_{[i]} + X_{[i]} \quad (23)$$

식 (23)을 계속 전개해 보면 식 (24)과 같이 표현된다.

$$C_{[i],1} = \sum_{m=1}^i ( RI_{[m]} + X_{[m]} ) \quad (24)$$

기계 2에서의 제품  $[i]$ 의 완성시간은 (25)식과 같이 표현된다. 여기서  $C_{[0],2} = 0$  이다.

$$C_{[i],2} = \max [ C_{[i],1}, C_{[i-1],2} + X_{[i]} ] + RO_{[i]} \quad (25)$$

순환식 (25)를 사용하여 계속 전개하면 총작업소요시간  $C_{max}$ 는 (26)식과 같이 나타내어진다.

$$\begin{aligned} C_{max} = C_{[n],2} &= \max [ C_{[n],1}, C_{[n-1],2} + X_{[n]} ] + RO_{[n]} \\ &= \max_{1 \leq u \leq n} \left\{ \sum_{m=1}^n RI_{[m]} - \sum_{m=1}^{u-1} RO_{[m]} \right\} \\ &\quad + \left( \sum_{m=1}^n X_{[m]} + RO_{[m]} \right) \end{aligned} \quad (26)$$

식 (26)의  $\sum_{m=1}^n ( X_{[m]} + RO_{[m]} )$  부분은 순서에 무관한 상수이므로, 총작업소요시간  $C_{max}$  를 최소화하는 문제는  $\max_{1 \leq u \leq n} \left\{ \sum_{m=1}^n RI_{[m]} - \sum_{m=1}^{u-1} RO_{[m]} \right\}$  부분을 최소화하는 문제와 동일하다. 이 부분은 기계 2에서의 유휴시간을 나타낸다. 그러므로 최소화되는 목적함수는 식 (27)과 같이 된다. 이 목적함수

### 3.2.3 최적 순열순서

#### <정리>

식 (22)를 만족하면 제품  $i$ 는 제품  $k$  보다 최적



를  $I$  라고 하자.

$$I = \max_{1 \leq u \leq n} \left\{ \sum_{m=1}^u RI_{[m]} - \sum_{m=1}^{u-1} RO_{[m]} \right\} \quad (27)$$

$RI_{[m]}$ 를 기계 1에서의 작업시간  $a_{[m]}$ 으로,  $RO_{[m]}$ 를 기계 2에서의 작업시간  $b_{[m]}$ 으로 바꾸면  $I$ 의 형태가 Johnson 문제의 형태와 동일하다. 즉 기계 1에서의 작업시간  $a_{[m]}$ 을  $RI_{[m]}$ 으로, 기계 2에서의 작업시간  $b_{[m]}$ 을  $RO_{[m]}$ 으로 바꾸면 동일한 형태가 되므로, 정리는 Johnson 규칙과 같은 방법으로 증명된다.

#### 4. 수치예제

제품이 5개이고 기계가 2대인 흐름생산시스템의 생산준비시간과 작업시간에 대한 자료가 <표 2>에 주어져있다. 이 수치예제는 기계의 가동중지 상태에서만 분리가능 생산준비작업을 수행할 수 있는 경우이다. 그리고 <표 2>의 각 제품에 대한  $RI_i, RO_i, X_i$ 가 <표 3>에 계산되어 있다.

효과적인 Johnson 규칙 실행 방법[1, 4]을 적용시키면 최적 순열순서는 3-2-5-4-1이 된다. 그리고 총작업소요시간은 692이다. 만약 분리가능 생산준비시간

<표 2> 수치예제의 자료

$i$	$a_i$	$B_i$	$Q_i$	$SI_i$	$SS_i$	$AS_i$	$k_i$
1	4	2	12	5	10	4	5
2	2	3	24	10	15	7	12
3	2	5	30	10	10	6	6
4	5	3	60	5	5	3	12
5	4	6	30	15	10	4	7

<표 3> 제품들의  $RI_i, RO_i, X_i$  값

$I$	1	2	3	4	5
$RI_i$	19	19	12	153	28
$RO_i$	4	55	108	36	92
$X_i$	34	39	58	152	102

을 분리하지 않고 생산하면 최적순열순서는 3-2-5-4-1로 동일하나, 총작업소요시간은 702이다. 그러므로 분리가능 생산준비를 분리하여 먼저 수행함으로써 총작업소요시간이 10만큼 감소되었다는 것을 알 수 있다.

#### 5. 토의 및 추후 연구과제

본 연구에서는 기계가 2대인 흐름생산시스템에서 이송배치로 기계간을 제품이 이동되고, 생산준비시간을 제품생산으로부터의 분리가능 부분과 분리불가능 부분으로 나눌 수 있을 때의 일정계획 문제를 다루었다. 그리고 분리가능 생산준비작업을 기계가동 중지상태에서만 수행할 수 있는 경우와 기계 가동상태에서도 수행할 수 있는 경우로 나누어 다루었다. Johnson 규칙과 비슷한, 최적순서를 구하는 규칙을 개발하였다. 생산준비시간을 분리하지 않고 작업을 수행하면 분리하는 경우보다 총작업소요시간이 길어진다는 것을 알 수 있었다. 그리고 수치예제를 사용하여 규칙의 적용방법을 설명하였다.

본 연구에서 개발된 규칙은 기계가 2대인 대부분의 흐름생산시스템의 일정계획 문제에 적용할 수 있다. 기존의 모형에 적용하기 위해서는 본 모형에서의 기호들을 조정해야 한다. 그 방법이 <표 4>에

<표 4> 기존 모형에 적용하기 위한 기호 조정

조정 기호	Johnson (1954)	Mitten (1959)	Yoshida & Hitomi (1979)	Cetinkaya & Kayaligil (1992)	Vickson & Alfredson(1992)	Baker (1995)	Kim et al. (1997)
$Q_i$	$I$	$I$	$I$	$Q_i$	$Q_i$	$Q_i$	$Q_i$
$k_i$	$I$	$I$	$I$	$I$	$I$	$I$	$k_i$
생산준비시간	$SI_i = 0, S2_i = 0$	$SI_i = 0, S2_i = 0$	$SS_i = 0$	$SS_i = 0$	$SI_i = 0, S2_i = 0$	$SS_i = 0$	$SS_i = 0$

표시되어 있다.

본 연구에서는 제품의 기계간 이송시간을 0으로 가정하였으나 이 가정은 현실적으로 적합하지 않다는 것을 알 수 있다. 추후 연구과제로 이 가정이 완화된 좀더 실용적인 모형에 대한 일정계획 규칙 개발을 들 수 있다. 제품의 기계간 이송시간이 주어지면 그 만큼 기계 2에서의 작업시작 시간이 늦추어 질 수 있으므로 문제가 복잡해 질 것으로 생각된다.

## 참 고 문 헌

- [1] Baker, K.R., Elements of Sequencing and Scheduling, pp.9.1-9.28., 1995.
- [2] Morton, T.E. and Pentico D.W., Heuristic Scheduling Systems with Applications to Production Systems and Project Management, John Wiley & Sons, 1993.
- [3] Baker, K.R., "Lot streaming in the two-machine flow shop with setup times", *Annals of Operations Research*, Vol.57(1995), pp.1-11.
- [4] Cetinkaya, F.C. and M.S. Kayaligil, "Unit sized transfer batch scheduling with setup times", *Computers and Industrial Engineering*, Vol.22, No.2(1992), pp.177-183.
- [5] Grave, S.C., Rinnooy Kan A.H.G. and P.H. Zipkin, Logistics of production and Inventory, Handbooks in operations research and management science, Vol.4(1993), North-Holland, pp.635-636.
- [6] Johnson, S.M., "Optimal two-and three-stage production schedules with setup times included", *Naval Research Logistics Quarterly*, Vol.1(1954), pp.61-68.
- [7] Kim, J-S, Kang, S-H and Lee, Sang M., "Transfer batch scheduling for a two-stage flow shop with identical parallel machines at each stage", *Omega*, Vol. 25(1997), pp.547-555.
- [8] Kim, Joong-soon, A study on scheduling problems for flexible flow lines, Ph. D. Dissertation, Seoul National University, Korea, 1993.
- [9] Mitten, L.G., "Sequencing  $n$  jobs on two machines with arbitrary time lags", *Management Science*, Vol. 5(1959), pp.293-298.
- [10] Shigeo Shingo, A Revolution in Manufacturing : The SMED System, translated by Andrew P. Dillon, Productivity Press, Cambridge, 1985.
- [11] Sule, D.R. and K.Y.Huang, "Sequency on two and three machines with setup, processing and removal times separated", *International Journal of Production Research*, Vol.21, No.5(1983), pp.723-732.
- [12] Szendrovits, A.Z., "Note on the optimality of sub-batch sizes for a multi-stage EPQ model - A Rejoinder", *Management Science*, Vol. 23, No. 3(1976), pp.334-338.
- [13] Trietsch, D. and Baker, K. R., "Basic techniques for lot streaming", *Operations Research*, Vol.41, No.6(1993), pp.1065-1076.
- [14] Vickson, R.G. and B.E., Alfredsson, "Two-and three-machine flow shop scheduling problems with equal sized transfer batches", *International Journal of Production Research*, Vol. 30, Nol.7(1992), pp.1551-1574.
- [15] Yoshida, T. and K., Hitomi, "Optimal two-stage production scheduling with setup times separated", *AIIE Transactions*, Vol.11, No.3 (1979), pp.261-263.