

여유구동을 지니는 전방향 모바일 로봇의 기구학 모델링 및 해석

Kinematic Modeling and Analysis of Omni-Directional Mobile Robots with Redundant Actuation

이 병 주, 김 희 국, 양 성 일
(Byung-Ju Yi, Wheekuk Kim, and Sung-Il Yang)

Abstract : Omni-directional mobile robots have been popularly employed in several application areas. However, the kinematics for these systems have not been clearly identified, specially for redundantly actuated case which is common in omni-directional mobile robot such as the Nomadic model. For such mobile robot systems, exploitation of redundant actuation as well as singularity analysis has not been extensively addressed. In light of this fact, this paper introduces two different kinematic approaches for omni-directional mobile robots. Then, a singular-free load distribution scheme for redundantly actuated three-wheeled omni-directional mobile robot is proposed. Through simulation, several advantages of redundantly actuated mobile robot in aspect of singularity avoidance, minimization of torque norm, and exploiting several subtasks are presented.

Keywords : omni-directional, mobile robot, redundant actuation

I. 서론

지금까지 이동 메커니즘에 대한 연구가 활발히 진행되어 오고 있으며, 원자력 발전소 안에서의 핵연료 처리[4], 보안[2], 군사작전[6], 그리고 공장 등에서 많이 활용되고 있다. 많이 참고되고 있는 모바일 바퀴 메커니즘은 자동차와 같은 타입의 바퀴를 지니고 있는 모바일 로봇, 회전 가능한 캐스터 형태의 바퀴와 두 개의 고정된 바퀴로 구성된 모바일 로봇, 두 쌍의 평행한 바퀴를 가진 모바일 로봇, 그리고 전방향성 바퀴를 가진 모바일 로봇[1][3][6][11] 등 네 가지로 분류된다. 자동차와 같은 모바일 로봇은 좁은 공간에서 조향 없이는 회전이 불가능하다. 그러나 전방향성 모바일 로봇은 좁은 공간에서 병진운동과 회전운동을 동시에 가능케 하는 것으로 알려져 있으므로 그 용도가 매우 다양한 것으로 알려져 있다.

일반적인 로봇 매니퓰레이터는 홀로노믹 시스템이지만, 이동 로봇은 바퀴의 구름 운동으로 인하여 비홀로노믹 시스템으로 인식된다. 이러한 비홀로노믹 시스템에 대한 기구학, 동역학, 그리고 제어 문제는 홀로노믹 시스템에 비하여 상대적으로 어려운 문제로 인식되고 있다.

바퀴 메커니즘은 네 가지로 분류되고 있는데, 고정바퀴(*conventional fixed wheels*), 편심거리가 없는 회전바퀴(*conventional centered orientable wheels*), 편심이 있는 회전바퀴(*conventional off-centered orientable wheels* 또는 캐스터 바퀴), 그리고 스웨덴 바퀴(*Swedish wheel*) 등이다. *Campion*[1] 등은 비홀로노믹 구속조건을 활용하여 이러한 바퀴들에 대한

기구학적 해석을 수행하였는데, 그 결과로 고정바퀴와 편심이 없는 회전바퀴는 운동성에 제한이 있는 반면에 캐스터바퀴와 스웨덴 바퀴는 전방향 특성을 지니는 제시하였다. 그러나 세 개의 스웨덴 바퀴로 구성된 전방향 모바일 로봇은 지면과의 접촉에 있어서 불연속한 특성을 지니고 노면조건에 매우 민감하며, 운동생성을 위하여 바퀴 간의 미끄러지는 현상으로 많은 동력 손실이 발생할 것으로 예상된다. 이러한 측면에서 세 개의 캐스터바퀴로 구성된 전방향 모바일 로봇이 보다 좋은 효율을 지니를 살펴볼 수 있다.

모바일 로봇의 구조를 살펴보면 여러 개의 직렬 부속 체인으로 구성됨을 살펴볼 수 있으며, 이러한 특성은 일반적인 병렬형 로봇과 유사하다. 따라서, 본 논문에서는 기존에 활용되었던 비홀로노믹 구속조건을 근거로 하는 모델링 방법과는 달리 병렬형 로봇의 기구학 모델링 방식을 도입하여 모바일로봇의 기구학을 보다 쉽고 편리하게 유도하는 방법을 제시하고자 한다.

또한 일반적으로 여유구동을 지니고 있는 전방향 모바일 로봇에 대하여 여유구동을 활용한 특이점 회피, 구동력의 감소, 그리고 다양한 부속 알고리즘의 활용 측면을 중점적으로 다루고자 한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 먼저 전방향 모바일 로봇에 대한 모빌리티 해석을 수행하고, 두 가지의 기구학 모델링 방식을 소개된다. 그 다음으로는 여유구동을 지닌 모바일 로봇에서의 힘분배 알고리즘에 대하여 논한다. 마지막으로 소개된 여유구동 알고리즘의 효용성을 입증하기 위한 시뮬레이션을 수행한다.

II. 전방향 모바일 로봇의 기구학 모델링

모빌리티는 시스템의 모든 위치를 나타내는데 필요한 최소한의 파라미터의 수를 의미한다. 다음에 주어진 모빌리티에 관한 *Grübler*의 공식에서

접수일자 : 2001. 6. 15., 수정완료 : 2001. 8. 10.

이병주 : 한양대학교 제어계측공학과(bj@hanyang.ac.kr)

양성일 : 한양대학교 전자컴퓨터공학부(syang@hanyang.ac.kr)

김희국 : 고려대학교 제어계측학과(wheekuk@tiger.korea.ac.kr)

※ 본 논문은 HWRs-ERC와 현대중공업의 연구비 지원에 의하여 연구되었습니다.

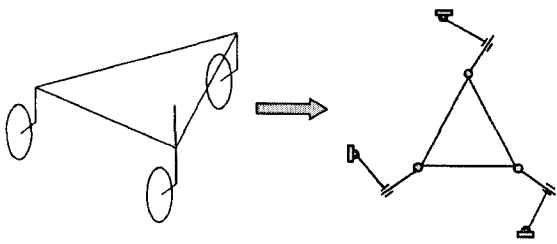


그림 1. 모바일 로봇의 모델링.
Fig. 1. Modeling of mobile robot.

$$M = N(L-1) - \sum_{i=1}^J (N - F_i) \quad (1)$$

N 은 시스템이 동작하는 공간의 자유도(또는 독립적인 스칼라의 개수)를 나타내며, L 은 링크의 개수, J 는 관절의 개수, 그리고 F_i 는 i 번째 관절의 운동자유도를 각각 나타낸다.

그림 1과 같이 세 개의 캐스터 바퀴로 구성된 모바일 로봇을 고려하자. 이 시스템의 모빌리티는 3이다. 따라서, 기본적으로 세 개의 구동 관절이 요구된다. 모든 바퀴는 지면과 점접촉을 유지하고 있으며 지면과 평행한 방향으로 미끄러짐이 없으나, 지면에 수직인 방향으로 바퀴의 회전이 가능하다고 가정한다. 이런 가정하에 각 바퀴는 두 개의 회전관절과 한 개의 미끄럼 관절로 이루어진 직렬체인으로 모델 가능하다. 미끄럼 관절은 바퀴 중심이 지면과 수평한 방향으로 직선운동 하는 것을 나타내고, 첫 번째 회전관절은 지면의 기준좌표계 X 축에 대하여 바퀴면이 이루는 각을 나타내고, 두 번째 회전관절은 조향 링크에 대하여 모바일 플랫폼이 이루는 각을 나타낸다. 여기서, 모바일 로봇이 병렬형 로봇과 다른 점은 모바일 로봇의 모델에서 베이스 부분에 위치한 회전관절의 위치가 계속적으로 이동한다는 점이다. 그러나, 순간적으로는 동일한 기구학적 특성을 지닌다.

III. 기구학 모델링

본 절에서는 그림 2에 주어진 모바일 로봇에 대한 기구학 모델링을 수행한다. 모바일 로봇의 구체적인 구조, 좌표계, 그리고 파라미터는 그림 2(a)에 그리고 관절 파라미터는 그림 2(b)에 나타난 바와 같다.

XYZ 는 광역기준좌표계, xyz 는 모바일 플랫폼에 부착된 국부좌표계를 각각 나타낸다. i, j, k 는 xyz 좌표계의 단위벡터를 나타낸다. 주어진 모바일 로봇의 모빌리티는 3이므로 작업공간에서 세 방향 운동을 구현할 수 있다(즉, x, y, ϕ). 이를 위해서는 최소한 세 개의 액추에이터가 소요되는데, *Campion*[1] 등은 특이점을 해소하기 위하여 네 개의 액추에이터를 활용할 것을 제시하였다. 본 논문에서는 현재 시판되고 있는 전방향 모바일 로봇의 구조와 동일한 형태로 여섯 개의 액추에이터를 가지는 경우를 다루고자 한다. 즉, 각 바퀴는 선형운동과 조향을 위하여 액추에이터를 두 개씩 지니고 있다.

1. 직렬 체인 기구학

그림 2에서 $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ 는 각각 바퀴의 회전각 그리고

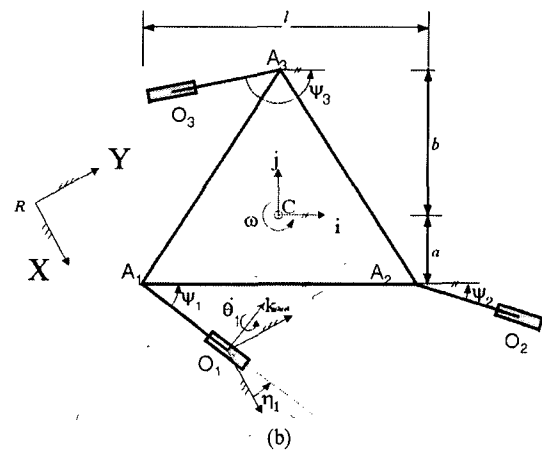
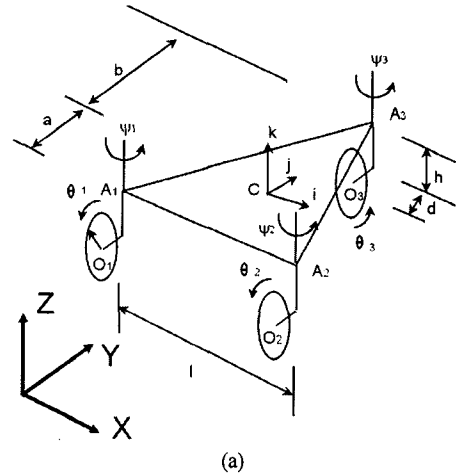


그림 2. 모바일 로봇의 3차원 그림.
Fig. 2. 3 Dimensional view of a mobile robot.

ψ_1, ψ_2, ψ_3 는 각각 조향각을 나타낸다. r 은 바퀴의 반지름을 나타낸다. 그러면, 바퀴들 중심에서의 선형속도는 다음과 같이 주어지고

$$v_{o_1} = \dot{\theta}_1 (\sin \psi_1 i + \cos \psi_1 j) \times rk \quad (2)$$

$$v_{o_2} = \dot{\theta}_2 (\sin \psi_2 i + \cos \psi_2 j) \times rk \quad (3)$$

$$v_{o_3} = \dot{\theta}_3 (\sin \psi_3 i + \cos \psi_3 j) \times rk \quad (4)$$

모바일 로봇의 중심 C의 속도는

$$v_c = v_{o_1} + \dot{\eta}_1 k \times O_1 A_1 + \omega k \times A_1 C \\ = \dot{\theta}_1 (\sin \psi_1 i + \cos \psi_1 j) \times rk \\ + \dot{\eta}_1 k \times (-d \cos \psi_1 i + d \sin \psi_1 j + hk) \\ + \omega k \times \left(\frac{l}{2} i + aj \right) \quad (5)$$

$$v_c = v_{o_2} + \dot{\eta}_2 k \times O_2 A_2 + \omega k \times A_2 C \\ = \dot{\theta}_2 (\sin \psi_2 i + \cos \psi_2 j) \times rk + \omega k \times \left(-\frac{l}{2} i + aj \right) \\ + \dot{\eta}_2 k \times (-d \cos \psi_2 i + d \sin \psi_2 j + hk) \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
 v_C &= v_{o_3} + \dot{\eta}_3 k \times O_3 A_3 + w k \times A_3 C \\
 &= \dot{\theta}_3 (\sin \psi_3 i + \cos \psi_3 j) \times r k \\
 &\quad + \dot{\eta}_3 k \times (-d \cos \psi_3 i + d \sin \psi_3 j + h k) \\
 &\quad + w k \times (-b j)
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$J_b \dot{\theta}_b = J_a \dot{\theta}_a \tag{15}$$

$$\dot{\theta}_b = [G_a^b] \dot{\theta}_a \tag{16}$$

로 주어지고, 여기서 모바일 로봇의 각속도를 나타내는 w 는

$$\omega = \dot{\eta}_1 + \dot{\psi}_1 \tag{8}$$

$$\omega = \dot{\eta}_2 + \dot{\psi}_2 \tag{9}$$

$$\omega = \dot{\eta}_3 + \dot{\psi}_3 \tag{10}$$

이며, $\eta_i (i=1 \dots 3)$ 는 광역기준좌표계에 대한 바퀴의 상대 회전각을 나타낸다.

(5)-(7)의 $v_C = [v_{Cx} \ v_{Cy}]^T$ 그리고 (8)-(10)의 w 은 조합하면 다음의 행렬식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d \sin \psi_1 - a & r \cos \psi_1 & -a \\ -d \cos \psi_1 + \frac{l}{2} & -r \sin \psi_1 & \frac{l}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\psi}_1 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$\begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d \sin \psi_2 - a & r \cos \psi_2 & -a \\ -d \cos \psi_2 - \frac{l}{2} & -r \sin \psi_2 & -\frac{l}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\psi}_2 \end{bmatrix} \tag{12}$$

$$\begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -d \sin \psi_3 + b & r \cos \psi_3 & b \\ -d \cos \psi_3 & -r \sin \psi_3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_3 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\psi}_3 \end{bmatrix} \tag{13}$$

(11)-(13)으로부터 두 가지 기구학 방법론을 소개하고자 한다.

2. 고차 폐회로 구속 방법(Higher-order Loop Constraint Method)

입력과 출력의 기구학적 관계를 구하기 위해서는 우선 최소좌표계를 선정하는 것이 필요하다. 구동되는 여섯 개의 관절 중에서 세 개를 최소좌표 (또는 독립좌표)로 설정하면 나머지 세 개의 관절은 최소좌표들의 값에 따라서 결정되는 종속 파라미터로 구분된다. 동역학 모델 또한 최소좌표에 의해 나타내어진다.

첫 번째 기구학 방법론은 Yi와 Freeman[12]이 제시한 방법으로 (11)-(13)에서 주어진 두 개의 항등관계식으로부터 유도된다. 최소좌표를 조향각 (ψ_3), 두 개의 바퀴 회전각 (θ_1, θ_2)로 정한다면, 나머지 종속관절들은 자동적으로 정해진다.

$$\theta_a = [\theta_1 \ \theta_2 \ \psi_3]^T \tag{14}$$

$$\dot{\theta}_b = [\dot{\eta}_1 \ \dot{\psi}_1 \ \dot{\eta}_2 \ \dot{\psi}_2 \ \dot{\eta}_3 \ \dot{\theta}_3]^T$$

(11)-(13)에 존재하는 두 개의 항등식으로부터

의 관계식이 정의되고, 여기서

$$J_a = \begin{bmatrix} r \cos \psi_1 & -r \cos \psi_2 & 0 \\ -r \sin \psi_1 & r \sin \psi_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r \cos \psi_1 & 0 & -b \\ -r \sin \psi_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$J_b = \begin{bmatrix} d \sin \psi_1 + a & a & -d \sin \psi_2 - a & -a & 0 & 0 \\ d \cos \psi_1 - \frac{l}{2} & -\frac{l}{2} & -d \cos \psi_2 - \frac{l}{2} & -\frac{l}{2} & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ d \sin \psi_1 + a & a & 0 & 0 & -d \sin \psi_3 + b & r \cos \psi_3 \\ d \cos \psi_1 - \frac{l}{2} & -\frac{l}{2} & 0 & 0 & -d \cos \psi_3 & -r \sin \psi_3 \\ -1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

그리고 $[G_a^b] = J_b^{-1} J_a$ 는 θ_a 와 $\dot{\theta}_b$ 간의 맵핑관계식을 나타낸다. 여기서, $[G_a^b]$ 의 존재여부는 최소좌표의 적절한 선택에 달려있다. 처음에 선택된 독립좌표계에 대하여 J_b 의 디터미넌트가 0에 가까워지는 경우에는 하나의 최소좌표에서 또 다른 하나의 최소좌표로 변환하는 알고리즘이 필요할 것이다.

(16)을 활용하면 각각의 직렬체인의 속도파라미터들을 최소좌표에 대하여 표시될 수 있다. 첫 번째 체인에 대하여는

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\psi}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_a^b]_{1:} \\ 1 & 0 & 0 \\ [G_a^b]_{2:} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\psi}_3 \end{bmatrix} \tag{17}$$

여기서 우변의 두 번째 변수($\dot{\theta}_1$)는 최소좌표 중의 하나이며, 나머지 두 개의 변수는 각각 (16)으로부터 관계식을 추출할 수 있다.

(17)을 (11)에 대입하면

$$\dot{u} = T_a \dot{\theta}_a \tag{18}$$

의 관계식을 얻고, 여기서 T_a 는 3×3 자코비안, 즉 정방향 기구학 관계식을 나타낸다.

$$T_a = \begin{bmatrix} -d \sin \psi_1 - a & r \cos \psi_1 & -a \\ -d \cos \psi_1 + \frac{l}{2} & -r \sin \psi_1 & \frac{l}{2} \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [G_a^b]_{1:} \\ 1 & 0 & 0 \\ [G_a^b]_{2:} \end{bmatrix} \tag{19}$$

그리고 모바일 로봇의 출력 벡터 \dot{u} 는 다음과 같이 정의한다.

$$\dot{u} = \begin{bmatrix} v_{Cx} \\ v_{Cy} \\ w \end{bmatrix} \tag{20}$$

다른 체인에 대하여도 유사한 관계식이 유도된다.

3. 좌표계변환기법 (Intermediate Coordinate Transfer Method) 정방향 기구학을 유도하기 위한 두 번째 방법은 Freeman과 Tesar[12]에 의해 제안된 좌표계변환기법에 근간을 둔다. (11)-(13)의 역관계식은 다음과 같이 주어지며

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\psi}_1 \end{bmatrix} = \frac{1}{dr} \begin{bmatrix} -r \sin \phi_1 - r \cos \phi_1 & \frac{1}{2} \cos \phi_1 - a \sin \phi_1 \\ d \cos \phi_1 - d \sin \phi_1 & \frac{1}{2} \sin \phi_1 + a d \cos \phi_1 \\ r \sin \phi_1 & r \cos \phi_1 & dr - a \sin \phi_1 - \frac{1}{2} r \cos \phi_1 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \quad (21)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_2 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\psi}_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{dr} \begin{bmatrix} -r \sin \phi_2 - r \cos \phi_2 & -\frac{1}{2} r \cos \phi_2 - a \sin \phi_2 \\ d \cos \phi_2 - d \sin \phi_2 & -\frac{1}{2} d \sin \phi_2 + a d \cos \phi_2 \\ r \sin \phi_2 & r \cos \phi_2 & dr + a \sin \phi_2 + \frac{1}{2} r \cos \phi_2 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\eta}_3 \\ \dot{\theta}_3 \\ \dot{\psi}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{dr} \begin{bmatrix} -r \sin \phi_3 - r \cos \phi_3 & b \sin \phi_3 \\ d \cos \phi_3 - d \sin \phi_3 & -b d \cos \phi_3 \\ r \sin \phi_3 & r \cos \phi_3 & dr - b \sin \phi_3 \end{bmatrix} \dot{\mathbf{u}} \quad (23)$$

여기서, 각 역행렬의 디터미넌트는 dr 로서 바퀴의 반지름이 0이 아니거나, 또는 편심거리(offset distance)가 0이 아니면 특이점과 무관하다.

다음 과정으로는, (21)-(23)으로부터 최소관절에 해당하는 행을 추출하여 (24)와 같이 하나의 행렬식을 구성한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{\psi}_3 \end{bmatrix} = [G_u^a] \dot{\mathbf{u}} \quad (24)$$

(24)의 역관계식을 구하면 첫 번째 방법에서 유도한 (18)과 동일한 결과를 얻는다.

IV. 힘분배 방식

두 가지 기구학 방법론에 근거하여 두 가지의 힘분배 방식을 제안하고자 한다. 첫 번째 방식은 첫 번째 기구학 방법론에 기초를 둔다. 가상일의 법칙을 활용하면 (18)에 대한 이중 관계식이 다음과 같이 정의된다.

$$\tau_a^{eq} = [G_u^a]^T \tau_p \quad (26)$$

여기서, $[G_u^a]^T$ 는 3x3인 행렬이며, (16)에서 정의된 $[G_u^a]^T$ 의 두 번째, 네 번째, 여섯 번째 열을 나타낸다. 이들은 각각 ϕ_1, ϕ_2, θ_3 에 해당된다.

모든 바퀴 회전축과 조향축이 구동된다고 가정하면, 독립관절에 대한 효과적인 힘벡터는

$$\begin{aligned} \tau^* &= \tau_a + [G_u^a]^T \tau_p \\ &= [[I] : [G_u^a]^T] \begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

와 같이 표현되고, 여기서 I 는 3x3의 단위행렬, $[G_u^a]^T$

3x3 행렬, $[\tau_a^T \tau_p^T]^T$ 6x1 벡터를 각각 나타낸다. τ^* 는 시스템의 일반화된 동역학과 시스템에 가해진 모든 외력의 합을 나타낸다.

(27)의 일반해는 다음과 같이 표현되며

$$\begin{bmatrix} \tau_a \\ \tau_p \end{bmatrix} = [G]^+ \tau^* + ([I] - [G]^+ [G]) \epsilon \quad (28)$$

여기서

$$[G] = [[I] : [G_u^a]^T] \quad (29)$$

$$[G]^+ = [G]^T ([G][G]^T)^{-1} \quad (30)$$

(28)의 오른쪽 첫 번째 항은 최소놈 해를 나타내고, 두 번째 항은 내력을 나타내는 해를 의미한다.

그러나, 위의 방법은 선택한 최소관절의 경우에 있어서 특이가 발생하면 여유구동의 상황 하에서도 $[G_u^a]^T$ 를 구하는데 어려움이 따른다. 따라서, (28)에 주어진 힘분배 방식은 이러한 단점이 있다. 두 번째 기구학 방법론에 의하여 유도한 (24)에서도 $[G_u^a]$ 의 역행렬에 있어서도 동일한 어려움이 존재한다.

따라서, 특이점 회피를 고려한 특이점회피 알고리즘의 개발이 요구된다. 이러한 목적을 달성하기 위하여 (21)-(23)에서 주어진 모든 관계식을 모두 동원하면 전체구동관절과 출력관절 간의 기구학적 관계식은 다음과 같이 정의되는데

$$\dot{\phi} = [G_u^a] \dot{\mathbf{u}} \quad (31)$$

여기서, 모든 구동 관절벡터는

$$\dot{\phi} = [\dot{\theta}_1 \ \dot{\psi}_1 \ \dot{\theta}_2 \ \dot{\psi}_2 \ \dot{\theta}_3 \ \dot{\psi}_3]^T$$

으로 나타내고, $[G_u^a]$ 는 (21)-(23)의 두 번째와 세 번째 행들을 추출하여 구성한 자코비안 행렬을 나타낸다. (31)에 대한 이중관계로부터 일반화된 작업공간에서의 힘벡터와 구동토크 벡터 간의 관계식이 다음과 같이 주어지며

$$T_u = [G_u^a]^T \tau_\phi \quad (32)$$

여기서

$$T_u = [F_x \ F_y \ m_z]^T \quad (33)$$

$$\tau_\phi = [\tau_{\phi 1} \ \tau_{\phi 2} \ \tau_{\phi 2} \ \tau_{\phi 3} \ \tau_{\phi 3} \ \tau_{\phi 3}]^T \quad (34)$$

(32)는 (16)에서 정의된 $[G_u^a]$ 을 구하지 않고 구해진 것임을 유의하자. 따라서, (32)의 관계식을 사용하면 임의의 최소관절을 선택함으로써 인한 특이점 문제를 해결할 수 있는 장점이 있다. 한편 (32)의 일반해는

$$\tau_\phi = ([G_u^\phi]^T)^+ T_u + ([I] - ([G_u^\phi]^T)^+ [G_u^\phi]^T) \epsilon \quad (35)$$

로 주어지며, 여기서 T_u 는 일반화된 작업공간 힘벡터로서 관성힘과 모바일 로봇에 가해진 모든 외력의 합을 나타낸다. 특별히 관성힘은 Freeman과 Tesar[12]에 의해 제시된 좌표계 전환기법을 활용하여 구한다. 이러한 과정을 통하여 작업공간에서의 힘벡터는 다음과 같이 나타내어진다.

$$T_u = \sum_{i=1}^3 [{}_iG_u^\phi]^T {}_i\tau_\phi^* + T_u^{ext} \quad (36)$$

여기서 T_u^{ext} 는 외력, ${}_iG_u^\phi$ 는 i 번째 직렬체인의 역자코비안, 그리고 i 번째 직렬체인의 역동역학 ${}_i\tau_\phi^*$ 은 다음과 같이 정의된다.

$${}_i\tau_\phi^* = [{}_iI_{\phi\phi}^*] \ddot{\phi} + \dot{\phi}^T [{}_iP_{\phi\phi}^*] \dot{\phi} \quad (i=1, 2, 3) \quad (37)$$

여기서, $[_iI_{\phi\phi}^*]$ 와 $[_iP_{\phi\phi}^*]$ 는 각각 직렬시스템의 관성행렬과 관성행렬 어레이를 나타낸다.

Kumar와 Gardner[13]는 하나의 특이점 회피 힘분배 알고리즘을 제시하였는데, 이 방법은 가능한 모든 최소관절 셀에 대하여 다양한 기구학적 지수를 계산하여 성능지수가 우수한 셀에 가중치를 차등 부여하는 방식으로 힘을 분배하였으며 결국에는 여유구동의 형태를 지니게 되는 결과를 초래하였다. 그러나, (35)에서 제시한 방식은 이와는 달리 여섯 개의 구동관절을 동시에 고려하는 알고리즘이므로 이러한 번거로운 절차를 거치지 않고 특이점을 회피하며 힘을 분배하는 이점이 있다. 또한 (35)의 두 번째 항은 시스템의 운동에 영향을 미치지 않는 내력에 관련된 항으로서 여러 가지 부속 알고리즘을 적용할 기회를 제공한다. 여기서는 특별히 (38)의 관계식을 활용하여 부속 알고리즘을 적용하고자 한다.

$$[C(\phi)] \tau_\phi = \alpha \quad (38)$$

여기서, $[C(\phi)] \in R^{N \times M}$ 그리고 α 는 알려진 시간중속 벡터를 나타낸다. M 은 시스템의 모빌리티임을 상기하자. 특정한 $[C(\phi)]$ 와 α 는 부속알고리즘의 적용을 나타낸다. P' 를 (35)의 첫 번째 항이라고 가정하고 (38)을 (35)에 대입하면

$$[C] P' + [C]([I] - ([G_u^\phi]^T)^+ [G_u^\phi]^T) \epsilon = \alpha \quad (39)$$

또는

$$[Y] \epsilon = \alpha - [C] P' \quad (40)$$

으로 표현되고, 여기서

$$[Y] = [C]([I] - ([G_u^\phi]^T)^+ [G_u^\phi]^T) \quad (41)$$

(40)으로부터,

$$\epsilon = [Y]^+ (\alpha - [C] P') \quad (42)$$

이며, 여기서 $[Y]^+$ 는 $[Y]$ 의 의사역행렬을 나타낸다.

V. 시뮬레이션

시뮬레이션에서 활용되는 파라미터는 다음과 같다.

$$l=0.4, r=0.05, a=0.101$$

$$b=0.202, d=0.025, h=0.1(m)$$

바퀴질량 : 2 kg

각 바퀴의 관성행렬 요소 :

$$I_i = \text{diag}[0.0025, 0.00125, 0.00125] \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \quad (i=1 \dots 4)$$

모바일 플랫폼의 질량 : 20 kg

플랫폼의 관성질량 요소 :

$$I_5 = \text{diag}[0.7083, 0.7083, 0.4083] \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

조향 링크는 모바일 플랫폼과 바퀴에 비하여 상대적으로 크기가 작으므로 질량과 관성모멘트를 무시한다. 모바일 로봇이 원궤도를 시계 반대방향으로 선회하는 경우를 고려한다. 초기와 종착 위치는 동일하고 초기속도와 종착속도는 0으로 정한다. R 은 원궤도의 반지름이며 β 는 광역좌표계 X 축과 모바일 로봇에 부착된 국부좌표계의 \hat{i} 축 간의 사이각을 나타내며 다음과 같이 5차 다항식으로 주어진다.

$$\beta(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \quad (43)$$

여기서, 주어진 초기조건에 대하여 다항식의 계수들은 다음과 같이 구해진다.

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = 20\pi/60^3$$

$$a_4 = -30\pi/60^4, \quad a_5 = 12\pi/60^5$$

특이점 회피 이외에도 여유구동 모드는 다양한 이점을 제공한다. 그림 4에서는 위에서 주어진 운동계획에 대하여 여유구동의 경우가 최소구동의 경우에 비하여 토크 높의 크기가 최대 25%정도로 줄어드는 현상을 보여주고 있다. 이 결과는 (35)의 첫 번째 항, 즉 최소속 해에 해당된다. 이 밖

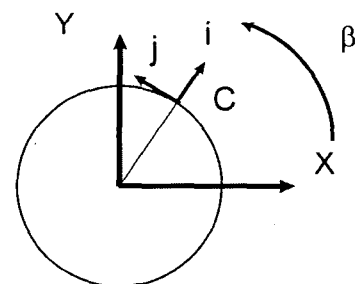


그림 3. 운동궤적.
Fig. 3. Motion trajectory.

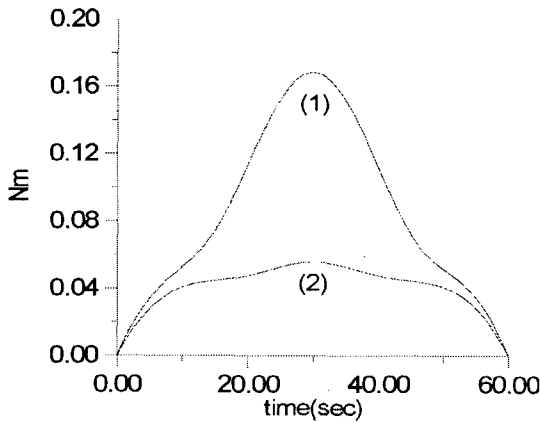


그림 4. 최소구동(1)과 여유구동(2)의 토크놈 비교.
Fig. 4. Comparison of torque norm between minimum actuation(1) and redundant actuation(2).

밖에 여유구동을 활용한 부속 알고리즘이 많이 발표되고 있으며[7][8][13], (42)는 다양한 형태의 $[C(\phi)]$ 와 α 을 선택함으로써 부속 알고리즘을 적용하는 일반적인 방법론으로써, 여기서는 (35)의 두 번째 항을 활용하여 힘을 재분배하는 두 가지 사례를 제시하고자 한다.

첫 번째 예로서, 앞바퀴 메커니즘이 모바일 로봇의 동작을 안내하는 역할을 하며, 뒤의 두 개의 바퀴 메커니즘은 모바일 로봇을 실질적으로 구동하는 역할을 한다고 가정하자. 이에 따라서, 앞바퀴 메커니즘 구동력이 뒷바퀴 메커니즘 구동력의 25%정도만 생성하기 원한다면 $[C]$ 와 α 를 다음과 같이 정할 수 있다.

$$[C] = \begin{bmatrix} 4 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & : & - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} & : & - \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix}_{2 \times 6}$$

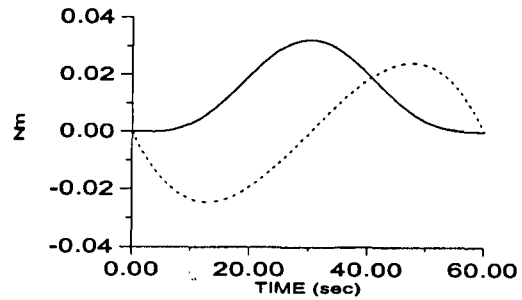
$$\alpha = \mathbf{0}_{2 \times 1}$$

두 번째 예로서, 앞바퀴 메커니즘의 바퀴구동 액츄에이터에 고장이 발생한 경우에 나머지 다섯 개의 액츄에이터로 모바일 로봇을 구동하는 알고리즘을 고려해 보자. 이를 위하여 앞바퀴 메커니즘의 바퀴구동 액츄에이터의 토크를 0으로 하기 원한다면 $[C]$ 와 α 를 다음과 같이 정할 수 있다.

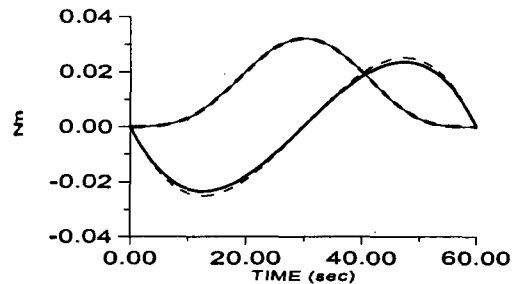
$$[C] = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]_{1 \times 6}, \quad \alpha = \mathbf{0}_{1 \times 1}$$

그림 5는 (35)의 첫 번째 항으로 정의되는 최소놈 해를 나타낸다.

또한 그림 6과 그림 7은 각각 위에서 정의한 부속 알고리즘들을 적용한 경우의 재분배된 해를 나타낸다. 즉, 각각의 부속 알고리즘들을 만족시키는 ϵ 값을 구하여, (35)에 주어진 일반해를 구한 결과를 나타낸다. 시뮬레이션 결과를 살펴보면 실제로 의도된 바와 같이 첫 번째 알고리즘을 적용한 결과, 앞바퀴의 구동력에 비해 뒤의 두 바퀴를 구동하는 액츄에이터에서 최대 4배의 구동력을 생성함을 살펴볼 수 있으며, 또한 두 번째 알고리즘을 적용한 결과, 앞바퀴 메커니즘의 바퀴구동 액츄에이터를 제외한 나머지 액츄에이터가 힘을 분배하고 있음을 확인할 수 있다.

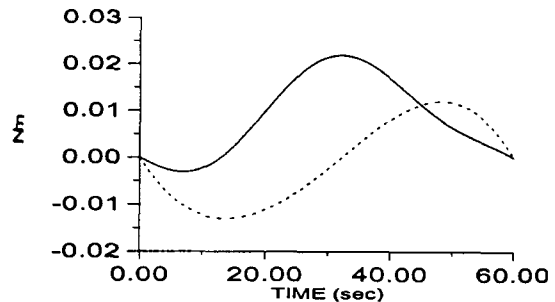


(a) 독립관절로 분배된 토크 ($N \cdot m$) : 점선(τ_{θ_3}), 실선(τ_{φ_3})
(a) Distributed torque of independent joints ($N \cdot m$) : dotted line(τ_{θ_3}), line(τ_{φ_3})

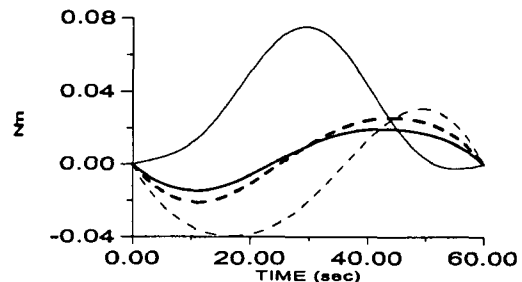


(b) 종속관절로 분배된 토크 ($N \cdot m$) : 진한 실선(τ_{θ_1}), 점선(τ_{θ_2}), 실선(τ_{φ_1}), 진한 점선(τ_{φ_2})
(b) Distributed torque of dependent joints ($N \cdot m$) : bold-line(τ_{θ_1}), dotted line(τ_{θ_2}), line(τ_{φ_1}), bold-dotted line(τ_{φ_2})

그림 5. 최소놈 해.
Fig. 5. Particular Solution.

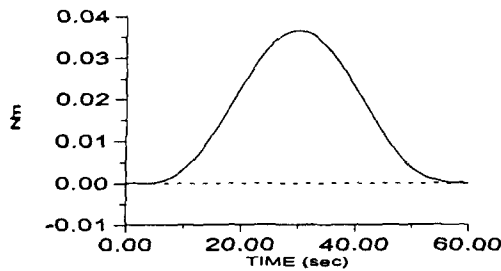


(a) 독립관절로 분배된 토크 ($N \cdot m$) : 점선(τ_{θ_3}), 실선(τ_{φ_3})
(a) Distributed torque of independent joints ($N \cdot m$), dotted line(τ_{θ_3}), line(τ_{φ_3})

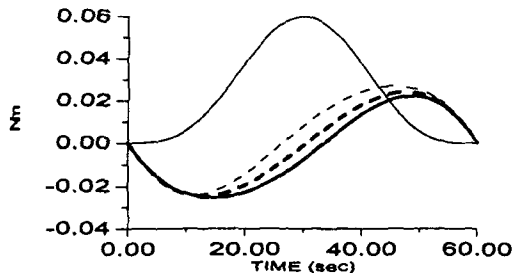


(b) 종속관절로 분배된 토크 ($N \cdot m$) : 진한 실선(τ_{θ_1}), 점선(τ_{θ_2}), 실선(τ_{φ_1}), 진한 점선(τ_{φ_2})
(b) Distributed torque of dependent joints ($N \cdot m$), bold-line(τ_{θ_1}), dotted line(τ_{θ_2}), line(τ_{φ_1}), bold-dotted line(τ_{φ_2})

그림 6. 첫 번째 부속알고리즘의 해.
Fig. 6. Solution of Subtask 1.



(a) 독립관절로 분배된 토크 ($N \cdot m$) : 점선(τ_{θ_1}), 실선(τ_{φ_1})
 (a) Distributed torque of independent joints ($N \cdot m$), dotted line(τ_{θ_1}), line(τ_{φ_1})



(b) 종속관절로 분배된 토크 ($N \cdot m$) : 진한 실선(τ_{θ_1}), 점선(τ_{θ_2}), 실선(τ_{φ_1}), 진한 점선(τ_{φ_2})
 (b) Distributed torque of dependent joints ($N \cdot m$), bold-line(τ_{θ_1}), dotted line(τ_{θ_2}), line(τ_{φ_1}), bold-dotted line(τ_{φ_2})

그림 7. 두 번째 부속알고리즘의 해.
 Fig. 7. Subtask 2.

VI. 결론

본 논문에서는 세 개의 캐스터형 바퀴를 지니는 전방향 모바일 로봇에 대한 기구학 모델링을 수행하였고, 여유구동 모드를 활용하여 특이점을 회피하는 힘분배 방식과 일반적인 힘분배 방식을 제시하였다. 특별히 여유구동 모드는 특이점 회피뿐만 아니라 최소구동에 비하여 토크 노름을 줄여 주는 결과를 나타내며, 다양한 부속 알고리즘을 적용할 수 있는 이점을 제공함을 시뮬레이션을 통해서 입증하였다.

참고문헌

[1] G. Campion, G. Bastin, and B. D'Andrea-Novet, "Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots," *IEEE Trans.*

on Robotics & Automation, vol. 12, no. 1, 1996.
 [2] T. Kajiwara, J. Yamaguchi, Y. Kanayama, S. Yuta, J. Iijima, K. Imasato, and T. Uehara, "Development of a mobile robot for security guard," *Proceeding of the 15th Int. Symp. on Ind. Robots. Tokyo, Japan*, vol. 1, pp. 271-278, Kajiwara.
 [3] B. Lindauer and J. D. Hill, "Military robotics: an overview," *Robotics Age*, pp. 16-21, Lindauer 1985.
 [4] H. B. Meieran and F. E. Gelhaus, "Mobile robots designed for hazardous environments," *Robotics Eng.* pp. 10-16, 1986.
 [5] P. F. Muir and C.P. Newman, "Kinematic modeling of wheeled mobile robots," *J. of Robotic Systems*, vol. 4, no. 2, pp. 281-340, 1987.
 [6] T. Takahashi, E. Nakano, Y. Mori, and K. Takayama, "A study on the mechanism and control of omni-directional vehicle," *Proc of RSJ/IEEE Conf. of Intelligent Robots and Systems*, pp. 52-59, 1996.
 [7] B. -J. Yi and R. A. Freeman, "Geometric analysis of antagonistic stiffness in redundantly actuated parallel mechanisms," *Special Issues on Parallel Closed-Chain Mechanism, Journal of Robotic systems*, vol. 10, pp. 581-603, 1993.
 [8] Y. Nakamura and M. Ghodoussi, "Dynamic computation of closed-link robot mechanisms with nonredundant and redundant actuators," *IEEE Trans. on Journal of Robotics and Automation*, vol. 5, pp. 294-302, 1989.
 [9] Nomadic Technologies Inc., <http://www.robots.com>.
 [10] M. Tarokh, S. McDermott, S. Hayati, and J. Hung, "Kinematic modeling of a high mobility mars Rover," *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 992-998, 1999.
 [11] M. Mason, D. K. Pai, D. Rus, L. R. Taylor, and M. A. Erdmann, "A mobile manipulator," *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2322-2327, 1999.
 [12] R. A. Freeman and D. Tesar, "Dynamic modeling of serial and parallel mechanisms/robotic systems, Part I-Methodology, Part II-Applications," *Proc. of 20th ASME Mechanisms Conference, Orlando, FL*, pp. 7-27, 1988.
 [13] V. J. Kumar and J. Gardner, "Kinematics of redundantly actuated closed chain," *IEEE Trans. on Journal of Robotics and Automation*, vol. 6, pp. 269-273, 1990.

이 병 주



1984년 한양대학교 기계공학과 졸업, 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1986). 동대학원 박사(1991년). 1992-1995년 한국기술교육대학교 제어공학과 조교수, 1995년-현재 한양대학교 제어계측공학과 조교수. 관

심분야는 biomechanical system modeling and analysis, parallel/multiple arm and multi-fingered hands design and controls, haptic interface, 여유자유도/여유구동 로봇시스템, animation of dynamic systems.

김 희 국



1980년 고려대학교 기계공학과 졸업 (공학사). 텍사스 주립대(오스틴) 기계공학과 석사(1985). 동대학원 박사(1990). 1991-현재 고려대학교 제어계측공학과 교수. 관심분야는 로봇 공학(여유자유도/잉여구동 로봇시스템, 로봇 메

커니즘 설계 및 해석, 로봇 말단효과장치, 원격로봇시스템, 모델로봇/보행로봇). 제어(H_{∞} 제어, LMI, Fuzzy 제어) 그리고 감성공학분야.



양 성 일

1984년 한양대학교 전자공학과 졸업.
The University of Texas at Austin 전기 및 컴퓨터공학과 석사(1986). 동대학원 박사(1989). 1990년-1995년 한양대학교 제어계측공학과, 1995년-현재 한양대학교 전자컴퓨터공학부

부교수. 관심분야는 음성인식, 신호처리, 로봇틱스, 책임 있는 과학기술.