

## 해저 케이블의 포설을 위한 여장제어

### Slack Control for Laying a Submarine Cable

양승윤  
(Seung-Yun Yang)

**Abstract :** In this paper, slack is computed from a comparison of the cable pay out rate and the ship ground speed in accordance with laying conditions, and the speed controller of the cable engine based on an  $H^\infty$  servo control is designed for adjusting the cable engine in order to lay a desired amount of slack. The controller is designed for robust tracking of the cable engine under disturbances. The performance of the designed controller is evaluated by computer simulation, and, consequently, a feasibility study for laying the submarine cable stably is done through analyzing simulation results.

**Keywords :** submarine cable, laying, slack control

#### I. 서론

포설이란 케이블 포설선이 미리 예정된 루트를 따라 항해하면서 선박에 장착되어 있는 여러 장비들을 이용해서 케이블이나 중계기 등 해저 설비물들을 해저면에 가라앉히는 작업을 말한다. 케이블 포설시 가장 중요한 점은 지나치게 케이블을 풀어 생기는 비틀림 현상이나 케이블 과다손실을 방지하여야 하며, 반대로 덜 풀어 생기는 과도한 장력이나 해저면에서 케이블 매달림 현상이 발생하지 않도록 조출속도나 선박속도를 해저지형에 따라 적절히 조절하여 포설하여야 한다. 케이블의 과다포설이나 매달림은 해저면에 케이블이 완전히 안착되지 못함으로 인해서 대륙붕 지역에서는 어선의 어구나 앵커에 의한 피해의 우려가 높고, 심해지역에서는 해저면과의 마찰에 의한 케이블 손상의 가능성이 높다. 최적의 케이블 포설을 위해서는 포설선박의 항로와 속도, 케이블 조출비, 해저지형 등을 고려하여 여장을 계산하고 포설하여야 한다. 또한 과거에는 설정된 케이블 여장으로 포설하기 위한 케이블 조출속도 제어는 케이블 포설장치를 이용하여 케이블 장력을 설정값으로 유지하게 함으로써 이루어졌다. 장력조절에 의한 케이블 조출능력은 케이블 포설을 위한 케이블 장력이 케이블 조출속도와 포설선의 속도 차이의 함수라는 사실을 주목함으로써 평가될 수 있을 것이다. 그래서 포설선에서의 장력은 케이블 여장을 이용하여 나타낼 수 있다. 포설선에서 평균장력은 여장량에 영향을 받는다. 그러나 케이블 장력은 여장변화에 민감하지 않다. 오히려 케이블 장력은 케이블 특성, 케이블 경사각, 심도 및 조류에 지배적인 영향을 받는다. 그러므로 케이블 장력을 유지하며 포설하기 위해서는 정확한 값을 알아야 하므로 케이블 장력제어에 의한 포설은 효과적인 방법이 못된다[1]. 따라서 본 논문에서는 케이블 포설조건에 따른 케이블 조출속도와 포설선의 속도 비교로 여장을 계산하였고, 설정된 여장량으로 포설하기 위해 케이블 포설 엔진의 조출속도를 조절하는 케이블 엔진 속도

제어기를  $H^\infty$  제어이론을 이용하여 설계하고 시뮬레이션을 통하여 성능을 분석하였다. 또한 시뮬레이션 결과를 토대로 해저 케이블의 안전한 포설 가능성을 검토하였다.

#### II. 케이블 포설(Laying)

##### 1. 해저케이블 포설중 장력제어

해저 케이블의 포설에 있어서 가장 중요한 것은 해저면에 될 수 있으면 착저한 상태에 케이블을 포설하는 것이다. 또한 해저면의 상황에 적합한 케이블을 선택하여 포설하는 것도 중요하다. 선속이 일정한 포설선에서 선속보다 빠른 속도로 케이블이 조출되고 있을 때는 케이블 각부가 일정 속도로 침하고 있으므로 포설선에서 해저케이블 착저점 까지의 케이블 형상은 일직선이 되어 착저점에 있어서 케이블 장력은 영(zero)이 된다. 만약 케이블 조출속도가 선속보다 늦어지면 케이블 착저점에 있어서 장력이 발생하여 케이블 형상은 현수선이 된다. 즉, 착저점이 직선포설 때보다 포설선에 멀어지게 된다[2].

##### 1.1 포설중 케이블에 작용하는 힘

포설중 케이블에 작용하는 힘은 케이블에 대한 법선출의 접선방향에 작용하는 해수의 유체저항과 케이블에 가해지는 중력 및 케이블 장력이다. 포설선의 선속과 포설속도와의 관계는 그림1에 나타낸 것과 같다. 케이블의 단위길이당의 법선출 접선방향에 작용하는 해수의 유체저항을 각각  $D_N$ ,  $D_T$  그리고 연직방향에 작용하는 케이블 각부의 단위길이의 수중중량을  $W$ , 케이블 각부에 작용하는 케이블 장력의 증분을  $\Delta T$ 로 하면 다음 식이 얻어진다.

$$D_N = W \cos \alpha \quad (1)$$

$$D_T = W \sin \alpha - \Delta T \quad (2)$$

유체역학에 의하면 해수중을 이동하는 케이블에 대한 해수의 유체저항은 양자의 상대속도의 2승에 비례하여 다음 식으로 나타난다.

$$\text{유체저항} = \frac{1}{2} C_D \rho S V^2 \quad (3)$$

여기서  $C_D$ 는 항력계수,  $\rho$ 는 해수밀도,  $S$ 는 투영면적,  $V$ 는 상대속도를 나타낸다.

포설선은 벡터  $V_S$ 로 수평방향으로 움직이고 있어 케이블은 수평에 대하여  $\alpha$ 의 방향에 벡터  $V_C$ 로 조출되고 있다. 조출된 케이블의 각부는  $V_S$ 와  $V_C$ 의 벡터 합 즉,  $V_R$ 로 해수에 대해서 운동한다.  $V_R$ 를 케이블에 대한 법선성분  $V_N$ 과 접선성분  $V_T$ 로 분해하면

$$V_N = V_S \sin \alpha \quad (4)$$

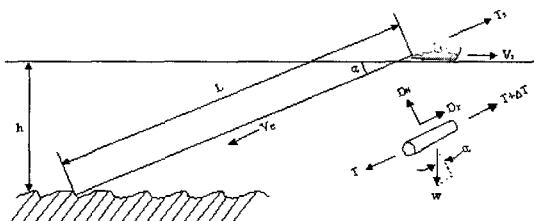
$$V_T = V_C - V_S \cos \alpha \quad (5)$$

로 나타난다. (3)을 사용하면 단위길이 케이블에 작용하는 법선성분과 접선성분의 저항은 다음식으로 나타난다.

$$D_N = \frac{1}{2} C_D \rho d (V_S \sin \alpha)^2 \quad (6)$$

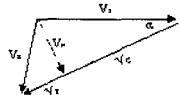
$$D_T = \frac{1}{2} C_D \rho 2\pi d (V_C - V_S \cos \alpha)^2 \quad (7)$$

여기서  $d$ 는 케이블의 외경이다.



(a) 포설중의 cable 형상

T<sub>c</sub>: cable 선상 장력  
 V<sub>c</sub>: cable 선속  
 V<sub>s</sub>: cable 조출속도  
 w: cable의 단위 수증중량  
 D: cable 작용하는 법선방향의 유체저항  
 D<sub>r</sub>: cable 작용하는 접선방향의 유체저항  
 α: cable 경사각  
 h: 수심  
 L: 포설선과 케이블 간의 cable장



(b) 포설선속과 cable의 포설선도의 연계

그림 1. 해저케이블에 작용하는 힘.

Fig. 1. Forces acting on submarine cable.

## 1.2 케이블 경사각

케이블 경사각  $\alpha$ 가 적을 경우에는  $\cos \alpha \approx 1$ ,  $\sin \alpha \approx \alpha$ 의 근사가 성립하므로 (6)을 (1)에 대입하여 정리하면

$$W \cos \alpha = \frac{1}{2} C_D \rho d (V_S \sin \alpha)^2 \quad (8)$$

$$\alpha V_S = (2W/C_D \rho d)^{1/2} = H \quad (9)$$

이 얻어진다. 여기서  $H$ 는 주어진 케이블에 있어서 일정한 것으로 유체역학 정수로 나타낸다. (9)에서와 같이 유체역학 정수가 정해지면 포설선의 속도  $V_S$ 와 케이블 경사각  $\alpha$ 의 관계가 결정되어 용이하게 포설할 수 있다.

## 1.3 포설선에서의 케이블 장력

포설중의 케이블 장력은 (7)을 (2)에 대입하여 정리하면 다음 식이 얻어진다.

$$\Delta T = W \sin \alpha - \frac{1}{2} C_D \rho 2\pi d (V_C - V_S \cos \alpha)^2 \quad (10)$$

(10)을 케이블 전장에 대하여 적분하여  $L \sin \alpha = h$ 로 고쳐쓰면 다음 식을 얻는다.

$$T_S = Wh - L \frac{1}{2} C_D \rho 2\pi d (V_C - V_S \cos \alpha)^2 \quad (11)$$

(11)의 우변 제2항은 제1항에 비교하여 극히 적어서 무시되므로, 선상의 케이블 장력은 접지점 수심의 케이블 수중중량과 동일하다. 그러나 케이블 조출속도가 늦어 해저면에서 매달림 현상이 발생할 경우 케이블 접지점에는 장력  $T_0$ 가 발생하여 선상의 케이블 장력은 다음 식이 된다.

$$T_S = Wh + T_0 \quad (12)$$

## 2. 케이블 여장[2][3]

해저지형은 평탄하지 않고 복잡하게 변화되어 있어 이 복잡한 해저지형에 어떻게 케이블을 포설하면 해저에 착저 할 수 있도록 포설할 수 있는가는 중요한 문제이다. 여기서는 포설속도와 케이블 조출속도 점에서 투입하는 케이블 여장을 산출한다.

### 2.1 조출속도에 의한 케이블 여장제어

가) 일정수심의 해저에 케이블을 포설할 경우

그림 2에서와 같이 일정수심의 해저에 케이블을 포설할 경우는 포설선의 이동거리와 포설된 케이블 길이는 동일하다. 따라서 포설선의 선속과 케이블 포설속도는 동일하다. 즉,

$$V_C = V_S \quad (13)$$

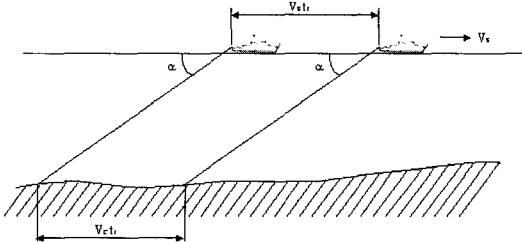


그림 2. 일정수심의 해저에 케이블 포설.

Fig. 2. Laying cable over a bottom of constant depth.

나) 수심에 변화가 있을 경우의 케이블 포설

수심의 변화가 있을 경우에는 케이블 조출속도와 선속은 다르다. 케이블 조출속도  $V_C$ 와 선속  $V_S$ 의 차이의 선속에 대한 비의 백분율을 케이블 여장  $\epsilon_s$  라 한다. 즉,

$$\epsilon_s = \frac{V_C - V_S}{V_S} \quad (14)$$

지금 경사각  $\beta$ 의 경사면에 해저케이블을 포설하는 경우에 대하여 생각한다. 그림 3에 있어서 포설선의 위치가 ①에서 ②로 나가는 사이에  $a + b$ 의 길이의 케이블을 포설하지 않으면 케이블은 직선이 되지 않고 현수선이 된다. ①에서 ②까지 걸린 시간을  $t_1$ 이라 하면 케이블 조출속도  $V_C$ 는  $(a + b)/t_1$ 이 된다.

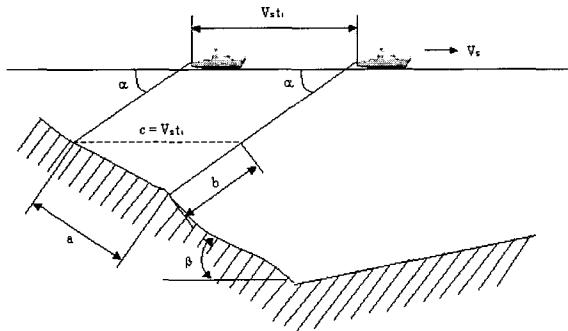


그림 3. 수심에 변화가 있을 경우 케이블 포설.

Fig. 3. Laying cable over a change in bottom slope.

따라서 하강사면에 포설하는 경우의 슬랙  $\varepsilon_s$ 는 다음 식으로 나타난다.

$$\varepsilon_s = \frac{V_c - V_s}{V_s} = \frac{a + b - c}{c} \quad (15)$$

여기에  $a/\sin\alpha = b/\sin\beta = c/\sin(\alpha+\beta)$ 을 대입하면

$$\varepsilon_s = \frac{\sin\alpha + \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)} - 1 \quad (16)$$

로 나타난다. 여장  $\varepsilon_s$ 는 케이블의 과부족 없이 해저에 착저할 수 있는 기하학적 조건을 나타내는 것으로 적정여장이라 하고  $f$ 로 표시한다. 또한  $\alpha, \beta, f$ 는 일반적으로 아주 작은 값이므로 (16)은 다음과 같이 간략화할 수 있다.

$$f = \frac{\alpha + \beta}{2} \quad (17)$$

한편 상승사면의 경우에 대해서는 상승사면의 경사각  $\beta$ 를  $-\beta$ 로 치환하면 그때의 적정케이블 여장  $f$ 는 다음 식으로 나타난다.

$$f = \frac{\sin\alpha - \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)} - 1 \quad (18)$$

따라서 케이블 조출속도는 케이블 여장을 줌으로서 (14)에서 계산된다. 즉, (14)에서 케이블 조출속도  $V_c$ 는 다음 식으로 나타난다.

$$V_c = \frac{1 \pm \alpha\beta}{2} V_s \quad (19)$$

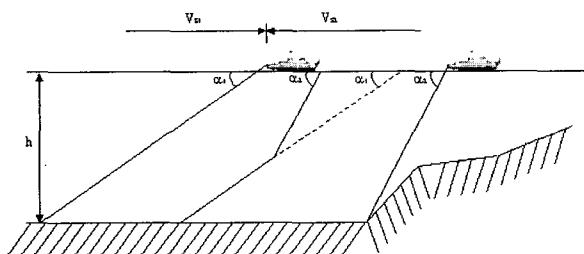


그림 4. 케이블각 변경후의 케이블 형태.

Fig. 4. Cable configuration after changing a cable angle.

## 2.2 선박속도 변경에 따른 여장

해저경사가 변한 것에 의해 선속을 변경하면 해중에는 케이블 형상이 직선에서 곡선으로 변화하여 서서히 변화후의 포설속도에 의해 결정되는 경사각을 갖는 직선형상이 된다. 이 결과 선속의 변화에 따른 여분의 케이블이 투입되는 것을 과도여장이라 한다. 그림 4는 케이블 선박이 속도  $V_{SI}$ 에서  $V_{S2}$ 로 변경될 때 진행중인 케이블 임계각  $\alpha_1$ 에서 새로운 케이블 임계각  $\alpha_2$ 로 변경되는 케이블 형태 진행과정을 나타낸다.

지금 변경전의 선속을  $V_{SI}$ , 변경후의 포설속도를  $V_{S2}$ 로 하면 과도현상에 의한 해석에서 과도여장  $\varepsilon_{st}$ 는 (20)으로 나타난다.

$$\varepsilon_{st} = \frac{V_{SI}}{V_{S2}} \varepsilon_s + \frac{V_{SI} - V_{S2}}{V_{S2}} \left( \frac{4 \sin \frac{\alpha_1}{2} \sin \frac{\alpha_2}{2} \sin \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}}{\sin(\alpha_2 - \alpha_1)} \right) \quad (20)$$

윗식은 속도를 줄일 경우나 속도를 증가시킬 경우 모두에 적용가능하며, 케이블이 새로운 각  $\alpha_2$ 로 선박에서 해저면까지 도달되는 천이시간  $T_e$ 는 대략 다음과 같다.

$$T_e = \frac{h}{\alpha V_s} \quad (21)$$

실제로 이 천이시간  $T_e$ 는 상당히 크므로 포설속도를 변화시키기 시작할 지점을 미리 예측하여 결정하여야 한다. 이 천이시간  $T_e$ 는 포설속도가 최종 변화되었을 때의 정상 상태까지의 천이시간  $T_t$ 와 같다. 즉,

$$T_e = T_t \approx \frac{h}{\alpha V_s} \quad (22)$$

## III. 여장제어

과거에는 설정된 케이블 여장으로 포설하기 위한 케이블 조출속도 제어는 케이블 포설장치를 이용하여 케이블 장력을 설정값으로 유지하게 함으로써 이루어졌다. 장력조절에 의한 케이블 조출능력은 케이블 포설을 위한 케이블 장력이 케이블 조출속도와 포설선의 속도 차이의 함수이므로 포설선에서의 장력  $T_s$ 는 (14)의 케이블 여장을 이용하여 나타낼 수 있다.

$$T_s = Wh \left( 1 - \frac{K_T}{K_N \alpha^3} \varepsilon_s^2 \right) \quad (23)$$

여기서  $K_N$ 과  $K_T$ 는 케이블 관련상수로  $1/2C_D\rho d$ 와  $1/2C_D\rho 2\pi d$ 로 각각 나타난다.

(23)에서 보면 선박에서 평균장력은 여장량에 영향을 받는다. 그러나 케이블 장력은 여장변화에 민감하지 않다. 오히려 케이블 장력은 케이블 특성, 케이블 경사각, 심도 및 조류에 지배적인 영향을 받는다. (23)에 따라 케이블 장력을 유지하며 포설하기 위해서는 정확한 값을 알아야 하므로 케이블 장력제어에 의한 포설은 효과적인 방법이 못된다. 따라서 케이블 조출속도와 선박의 속도 비교로 여장을 계산하고, 설정된 여장량으로 포설하기 위해 케이블 포설

엔진을 조절하는 케이블 엔진 속도제어기를 설계한다.

### 1. 케이블 포설장치[1]

그림 5는 케이블 엔진 구동 시스템에 대한 구성도를 나타낸다. 케이블 포설 동안 케이블은 포설선의 케이블 저장탱크에서 케이블 엔진을 거쳐 선박에서 바다속으로 조출된다. 모든 케이블 포설 조건하에서 케이블과 트랙 사이의 미끄러짐을 방지하기 충분한 케이블 엔진 트랙 사이를 케이블이 지나가기 때문에 케이블에 스queeze(squeeze)가 적용된다.

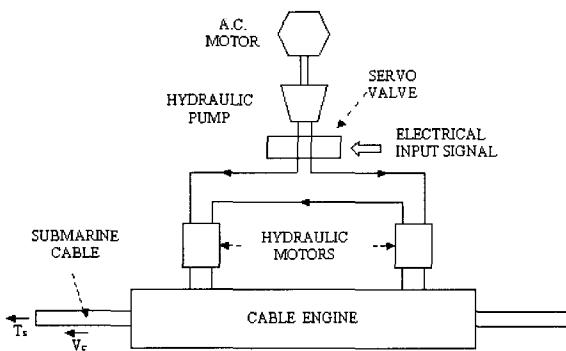


그림 5. 케이블 엔진 구동 시스템.

Fig. 5. Cable engine drive system.

그래서 케이블 조출 조절은 케이블 엔진의 속도를 정확하게 제어함으로써 이루어 질 수 있다. 케이블 스queeze를 적용하는 메커니즘은 케이블 엔진 트랙의 운동에 상당한 저항을 가져온다. 포설동안 트랙 저항력과 케이블 저항은 반대로 작용한다. 그래서 포설동안 케이블 엔진 구동 시스템의 전체 부하는 이 두 힘의 차이와 같다. 케이블 저항은 심도의 함수이므로 심해에서는 전체 힘이 케이블을 선박 밖으로 끌어내리게 작용하므로 케이블 구동 시스템은 트랙의 운동속도를 늦추어야 한다. 반대로 천해에서는 트랙 저항이 케이블 저항보다 크므로 케이블은 구동시스템에 의해 선박 밖으로 조출된다.

### 2. 케이블 조출제어

#### 2.1 케이블 엔진 구동시스템 모델링[4][5]

유압식 케이블 엔진 구동시스템의 해석을 위하여 유압펌프의 공급압력  $P_s$ 는 일정하고, 배출압력  $P_o$ 는 zero이며, 서보밸브 오리피스의 개구면적은 밸브 스푸울의 변위에 비례하며, 실린더 각 실내의 압력분포는 균일하고, 공동현상은 일어나지 않는다는 조건을 가정한다. 유압식으로 구동되는 케이블 엔진 시스템의 개략적인 블록선도는 그림 6과 같다.

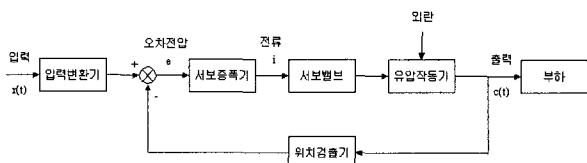


그림 6. 유압식 케이블 엔진 시스템의 블록선도.

Fig. 6. Block diagram of hydraulic cable engine system.

서보밸브는 필요에 따라 고차의 방정식으로 모델링할 수 있으나 부하측의 동특성과 비교해 볼 때 동특성이 매우 빠르므로 입력전류  $i$ 와 밸브 스푸울의 변위  $x_v$ 사이에 (24)와 같이 1차 관계로 모델링할 수 있다.

$$T_{SV} \frac{dx_v}{dt} + x_v = K_{SV} i \quad (24)$$

여기서  $T_{SV}$ 는 서보밸브의 시정수,  $K_{SV}$ 는 서보밸브 계인이다. 또한 유량방정식은 (25)와 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$Q_L = k_q x_v - k_c P_L \quad (25)$$

여기서  $k_q$ 는 밸브 유량계인 [ $\text{in}^3/\text{sec}/\text{in}$ ],  $k_c$ 는 밸브 유량-압력계수 [ $\text{in}^3/\text{sec}/\text{psi}$ ]이다. 연속방정식은 누설을 무시하면 (26)과 같이 표현된다.

$$\dot{P}_L = \frac{4\beta}{V_t} (Q_L - D_m \dot{\theta}), \quad V_t = 2 V_o \quad (26)$$

여기서  $\beta$ 는 작동유의 체적팽창계수,  $D_m$ 은 유압모터의 체적변위,  $V_t$ 는 유압모터의 전체 체적,  $V_o$ 는 각 유압모터의 평균체적을 나타낸다. 최종적으로 유압모터의 운동과 질량부하의 관계를 나타내면 (27)과 같다.

$$T_g = (P_1 - P_2) D_m = J_t \dot{\theta} + B_m \dot{\theta} + K \theta + T_L \quad (27)$$

여기서  $\theta$ 는 유압모터 축의 각위치,  $T_g$ 는 모터 생성 토크,  $J_t$ 는 모터와 부하의 전체 관성,  $B_m$ 은 접성계수,  $K$ 는 스프링 상수,  $T_L$ 은 부하를 나타낸다. (24), (26), (27)로부터 상태변수를 (28)과 같이 설정하여 상태방정식으로 나타내면 (29)와 같다.

$$x_1 = x_v, \quad x_2 = P_L, \quad x_3 = \theta, \quad x_4 = \dot{\theta} \quad (28)$$

$$\dot{x} = Ax + Bi + ET_L \quad (29)$$

여기서

$$A = \begin{bmatrix} -1/T_{SV} & 0 & 0 & 0 \\ 4\beta k_q/V_t & -4\beta k_c/V_t & 0 & -4\beta D_m/V_t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & D_m/J_t & -K_m/J_t & -B_m/J_t \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} K_{SV}/T_{SV} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1/J_t \end{bmatrix}$$

로 주어진다.

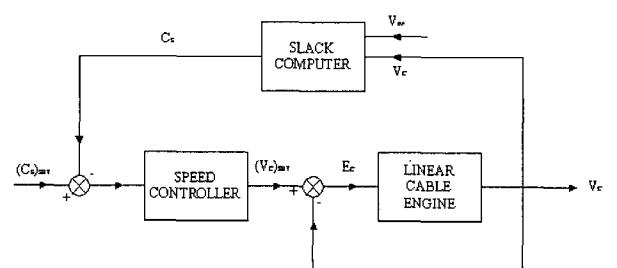


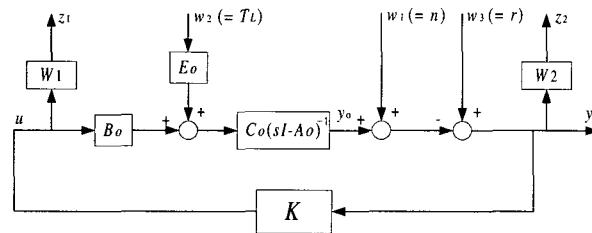
그림 7. 자동 속도제어 구조도.

Fig. 7. Configuration of automatic speed control.

## 2.2 제어기 설계[6][7]

포설시 케이블의 조출은 선박의 속도와 케이블 조출속도의 비교로 조절된다. 그림 7은 속도제어에 의한 여장제어 구성을 나타내었다.

타우드 선(taut wire)의 조출속도와 케이블 조출속도를 이용하여 여장 컴퓨터는 선박 여장  $\varepsilon_s$ 의 실질적인 값을 측정한다. 실제 여장값과 설정된 여장값의 비교로 발생한 오차는 속도제어기에 의하여 자동으로 제어된다. 제어기는 케이블 엔진의 모델링 오차, 케이블 포설시 여장변화에 따른 부하변화 및 해양환경 등의 외란에 대하여 케이블 엔진의 유압모터 회전각이 주어진 명령입력을 강인하게 추종하도록  $H^\infty$  제어를 이용하여 설계하였다. 주어진 유압식 케이블 엔진 시스템의 상태공간 모델식으로부터 제어기 설계를 위한 일반화 플랜트를 그림 8과 같이 구성하였다.

그림 8.  $H^\infty$  제어기 설계를 위한 일반화 플랜트.Fig. 8. Generalized plant for  $H^\infty$  controller design.

모델링 오차에 대한 강인 안정성, 외란(부하토크) 억제 성능, 명령 추종성능을 만족하도록 설계하기 위하여 외부 입력  $w_1, w_2, w_3$ 는 각각  $w_1 =$  출력측 잡음  $n, w_2 =$  부하 토크  $T_L, w_3 =$  각도 기준입력  $r$ 로 선정하였다. 또한 회전각도  $y_o (= \theta)$ 가 기준입력  $r$ 을 추종하도록 하고, 제어입력  $u$ 의 크기 제한 및 모델링 오차가 존재하여도 강인한 성능을 만족하도록 제어량  $z_1, z_2$ 를 각각  $z_1 =$  제어입력  $u, z_2 =$  출력  $y (= r(\text{기준입력}) - y_o(\text{여장}))$ 로 선정하였다. 유압모터의 공칭모델  $G_o(s)$ , 입,출력측 가중함수  $W_1(s), W_2(s)$ 의 상태공간 모델식은 각각 다음과 같다.

$$G_o(s) : \begin{aligned} \dot{x}_o &= A_o x_o + B_o u + E_o w_2 \\ y_o &= C_o x_o \end{aligned}$$

$$W_1(s) : \begin{aligned} \dot{x}_{w1} &= A_{w1} x_{w1} + B_{w1} u \\ z_1 &= C_{w1} + D_{w1} u \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{w2} &= A_{w2} x_{w2} + B_{w2} y \\ &= A_{w2} x_{w2} - B_{w2} C_o x_o - B_{w2} w_1 + B_{w2} w_3 \\ z_2 &= C_{w2} x_{w2} + D_{w2} y \\ &= C_{w2} x_{w2} - D_{w2} C_o x_o - D_{w2} w_1 + D_{w2} w_3 \end{aligned}$$

상태변수  $X$ , 제어입력  $U$ , 제어량  $Z$ , 외부입력  $W$ , 출력  $Y$ 를 각각 아래와 같이 두면,

$$X = [x_{w1}, x_{w2}, x_0], U = u,$$

$$Z = [z_1, z_2], W = [w_1, w_2, w_3], Y = y$$

일반화 플랜트의 상태공간 모델식은 다음과 같다.

$$\dot{X} = AX + B_1 W + B_2 U \quad (31)$$

$$Z = C_1 X + D_{11} W + D_{12} U \quad (32)$$

$$Y = C_2 X + D_{21} W \quad (33)$$

(31), (32), (33)의 각 행렬을 다음과 같이 표기한다.

$$A = \begin{bmatrix} A_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{w2} & -B_{w2} C_o \\ 0 & 0 & A_o \end{bmatrix}, \quad (34)$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -B_{w2} & 0 & B_{w2} \\ 0 & E_o & 0 \end{bmatrix}, \quad B_2 = \begin{bmatrix} B_{w1} \\ 0 \\ B_o \end{bmatrix}$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} C_{w1} & 0 & 0 \\ 0 & C_{w2} & -D_{w2} C_o \end{bmatrix}, \quad C_2 = [0 \ 0 \ -C_o]$$

$$D_{11} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ -D_{w2} & 0 & D_{w2} \end{bmatrix}, \quad D_{12} = \begin{bmatrix} D_{w1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$D_{21} = [-I \ 0 \ I], \quad D_{22} = 0$$

또한  $(A, B_2)$ 가 가안정,  $(A, C_2)$ 가 가검출이고,  $D_{22} = 0$ 인 일반화 플랜트에 대하여,  $N_R$ 과  $N_S$ 를 각각  $(B_2^T, D_{12}^T)$ 과  $(C_2, D_{21})$ 의 영공간에 속하는 기저벡터라 두면, 설계사양  $\gamma$ 에 대한 준-최적  $H^\infty$  제어 문제는 다음 두 LMI 시스템을 만족하는 대칭행렬  $R$ 과  $S$ 가 존재하기만 하면 해를 가진다.

$$\begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} AR + RA^T & RC_1^T & B_1 \\ C_1 R & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_R & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (35)$$

$$\begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A^T S + SA & SB_1 & C_1^T \\ B_1^T S & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_S & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (36)$$

$$\begin{pmatrix} R & I \\ I & S \end{pmatrix} < 0 \quad (37)$$

주어진 (35), (36), (37)의 임의의 해  $(R, S)$ 에 대하여,  $\gamma$  준-최적 제어기  $K(s) = D_K + C_K(sI - A_K)^{-1}B_K$ 는 다음의 순서로 계산된다.

단계 1 :  $\sigma_{\max}(D_{11} + D_{12}D_oD_{21}) < \gamma$ 를 만족하는 임의의 행렬  $D_o$ 와 함께 (38)로부터  $D_K$ 를 구한다.

$$D_K = (D_{12}^+ D_{12}) D_o (D_{21} D_{21}^+) \quad (38)$$

단계 2 : 다음과 같이 주어지는 두 선형 행렬방정식의 최소자승해  $(\Theta_{B1} *)^T$ 와  $(\Theta_{C1} *)^T$ 를 구한다.

$$\begin{pmatrix} 0 & D_{21} & 0 \\ D_{21} & -\gamma I & D_{cl} \\ 0 & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_{B1} \\ * \\ * \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} C_2 \\ B_1^T S \\ C_1 + D_{12} D_K C_2 \end{pmatrix} \quad (39)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & D_{12}^T \\ 0 & -\gamma I & D_{cl}^T \\ D_{12} & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Theta_{C1} \\ * \\ * \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} B_2^T \\ B_1^T + D_{21}^T D_K^T B_2^T \\ C_1 R \end{pmatrix} \quad (40)$$

여기서  $D_{cl} = D_1 + D_{12} D_K D_{21}$ 이다.

단계 3 :  $\pi_{12} = I - D_{12}^+ D_{12}$ 와  $\pi_{21} = I - D_{21} D_{21}^+$ 로 표기한

후,  $\pi_{21}C_2 = 0$ 이면,  $\Theta_{B2} = 0$ 으로 두고, 그렇지 않은 경우,  $\Theta_{B2}$ 는 (41)로부터 계산된다.

$$\Psi(\Theta_{B1}) + C_2^T \pi_{21} \Theta_{B2} + \Theta_{B2}^T \pi_{21} C_2 < 0 \quad (41)$$

그리고  $\pi_{12}B_2^T = 0$ 이면,  $\Theta_{C2} = 0$ 으로 두고, 그렇지 않은 경우  $\Theta_{C2}$ 는 (42)로부터 계산된다.

$$\Pi(\Theta_{C1}) + B_2^T \pi_{12} \Theta_{C2} + \Theta_{C2}^T \pi_{12} B_2^T < 0 \quad (42)$$

여기서  $\Psi(\Theta_{B1})$ 와  $\Pi(\Theta_{C1})$ 는 각각 아래의 식으로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} \Psi(\Theta_{B1}) &= A^T S + S A + \Theta_{B1}^T C_2 + C_2^T \Theta_{B1} \\ &\quad + \left[ \begin{array}{c} B_1^T S + D_{21}^T \Theta_{B1} \\ C_1 + D_{12} D_K C_2 \end{array} \right]^T \Delta^{-1} \left[ \begin{array}{c} B_1^T S + D_{21}^T \Theta_{B1} \\ C_1 + D_{12} D_K C_2 \end{array} \right] \\ \Pi(\Theta_{C1}) &= A R + R A^T + B_2 \Theta_{C1} + \Theta_{C1}^T B_2^T \\ &\quad + \left[ \begin{array}{c} B_1^T + D_{21}^T D_K B_2^T \\ C_1 R + D_{12} \Theta_{C1} \end{array} \right]^T \Delta^{-1} \left[ \begin{array}{c} B_1^T + D_{21}^T D_K B_2^T \\ C_1 R + D_{12} \Theta_{C1} \end{array} \right] \\ \Delta &= \begin{bmatrix} \gamma I & -D_{cl}^T \\ -D_{cl} & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (43)$$

단계 4 :  $I - RS = MN^T$ 로 두고,  $\Theta_C = \Theta_{C1} + \pi_{12} \Theta_{C2}$ 와  $\Theta_B = \Theta_{B1} + \pi_{21} \Theta_{B2}$ 로 두면,  $A_K$ ,  $B_K$ ,  $C_K$ 는 다음 식들로부터 계산된다.

$$\begin{aligned} NB_K &= -S B_2 D_K + \Theta_B^T \\ C_K M^T &= -D_K C_2 R + \Theta_C \end{aligned} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} -N A_K M^T &= S B_2 \Theta_C + \Theta_B^T C_2 R \\ &\quad + S(A - B_2 D_K C_2) R + (A + B_2 D_K C_2)^T \\ &\quad + \left[ \begin{array}{c} B_1^T S^T + D_{21}^T \Theta_B^T \\ C_1 + D_{12} D_K C_2 \end{array} \right]^T \Delta^{-1} \left[ \begin{array}{c} B_1^T + D_{21}^T D_K B_2^T \\ C_1 R + D_{12} \Theta_C \end{array} \right] \end{aligned}$$

시스템 공칭모델은 (29)에서 다음과 같이 주어진다.

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} -250 & 0 & 0 & 0 \\ 164566.56 & -0.3207 & 0 & -5027.098 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0.1587 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 1.190625 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} U + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.000147 \end{bmatrix} W \quad (45)$$

또한 그림 8에서 선정된 가중함수  $W_1(s)$ 과  $W_2(s)$ 는 각각 아래와 같다.

$$W_1(s) = \frac{s}{s+1}, \quad W_2(s) = \frac{30}{s} \quad (46)$$

#### IV. 케이블 포설 시뮬레이션

케이블 포설시 케이블의 길이를 과도하게 풀어 생기는 비틀림 현상이나 케이블 과다손실을 방지하고, 반대로 케이블을 적게 풀어서 발생하는 과도한 장력이나 해저면에서의 케이블 매달림 현상으로 인한 케이블의 손상을 방지하고 최적의 안전 케이블 포설을 위해서 포설조건에 따른 여장을 산출하고 케이블 엔진에 의한 여장제어 능력을 분석

하기 위하여 시뮬레이션을 수행하였다.

##### 1. 포설 시뮬레이션 조건

시뮬레이션을 위하여 포설선의 전진속도는 0.5Kts, 포설장비인 ROV도 0.5Kts로 설정하였고, 포설심도는 150m인 곳으로 하고 케이블 경사각은 그림 9에서와 같이 60°로 하였다. 이러한 설정은 일반적으로 천해에서 케이블의 안전포설을 위해 ROV를 사용하여 매설할 경우의 운용조건이다. 시뮬레이션을 위한 유압식 케이블 엔진시스템 및 해저 케이블 계수값은 표 1, 표 2와 같다. 또한 시뮬레이션시 케이블 엔진에 걸리는 부하는 물 속에서의 케이블 무게, 포설심도 및 엔진직경의 함수로 구성하였다. 즉 부하함수는

$$T_L = w h \frac{D}{2} \quad (47)$$

으로 나타나고 케이블 엔진직경  $D$ 는 3.6m이다.

표 1. 유압식 케이블 엔진시스템 계수값.

Table 1. Coefficients of hydraulic cable engine system.

명칭	부호	계수값
서보밸브의 이득	K <sub>SV</sub>	$4.7625 \times 10^{-3}$ cm/mA
서보밸브의 시정수	T <sub>SV</sub>	$4 \times 10^{-3}$ sec
서보밸브의 유량이득	k <sub>a</sub>	35,354.768 cm <sup>3</sup> /sec/cm
서보밸브의 유량대 압력계수	k <sub>c</sub>	0.0689 cm <sup>3</sup> /sec/bar
밸브-모터 전체 누설계수	k <sub>ce</sub>	1.867 cm <sup>3</sup> /sec/bar
유압모터의 배제용적	D <sub>m</sub>	1.080 cm <sup>3</sup> /rad
자동유체적탄성계수	$\beta$	13,793.1 bar
전체 관성모멘트	I	6,805 kgf · cm · sec <sup>2</sup>
밸브-모터의 전체적용적	V <sub>t</sub>	11,853 cm <sup>3</sup>

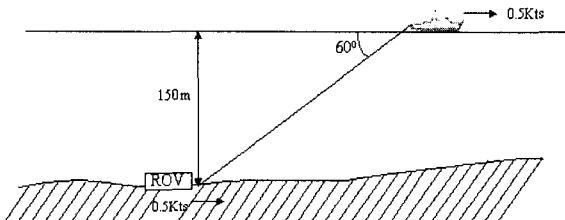


그림 9. 시뮬레이션 조건도.

Fig. 9. Scheme of simulation condition.

표 2. 케이블 특성 데이터.

Table 2. Characteristic data of cable.

구분	특성 데이터	비고
무게	공기중	107 KN/Km
	물속	82.2 KN/Km
케이블 직경	60 mm	
최소 제동부하	434 KN	
최소 곡율반경	900 mm	

## 2. 시뮬레이션 결과 및 고찰

$H^\infty$  제어를 이용하여 설계된 여장제어기의 성능을 평가하기 위하여 시뮬레이션을 통하여 그 성능을 분석하였다. 먼저 시뮬레이션 조건에 따라 여장을 산출하고, 케이블 포설 동안 설정된 여장이 잘 제어되는지를 고찰하기 위해 포설심도 150m인 곳에서 케이블 경사각  $60^\circ$  여장을 1%이면 타우드 길이가 173m이므로 여장은 173cm이다. 여장제어 시뮬레이션 결과는 그림 10과 같다. 참고로 PID 제어결과를 비교하여 보았다.

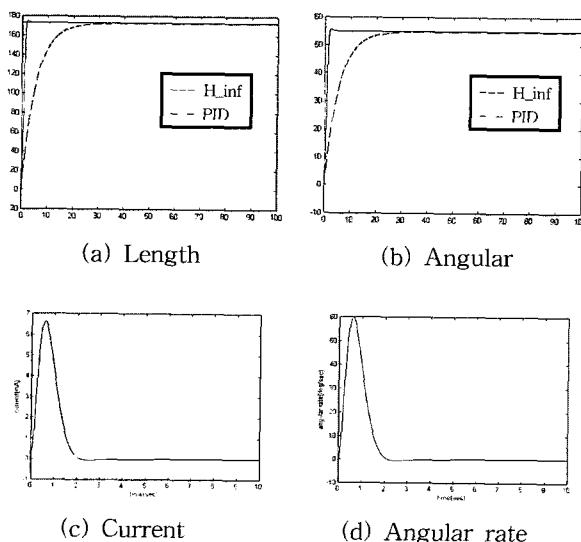


그림 10. 케이블 엔진 시스템의 시뮬레이션 결과.  
Fig. 10. Simulation results of cable engine system.

시뮬레이션 결과에서 나타나듯이 부하의 존재하에서도 양호한 스텝응답 결과를 나타내었다. 여장에 있어서 약간의 오버슈트 즉, 약 3cm 정도의 미세한 오버슈트가 발생하였지만 설정된 여장을 양호하게 제어하여 지나치게 케이블을 풀어 생기는 비틀림 현상이나, 반대로 덜 풀어 생기는

과도한 장력 발생문제는 야기되지 않을 것으로 판단된다.

## V. 결론

케이블 포설시 지나치게 케이블을 풀어 생기는 비틀림 현상이나 케이블 과다손실을 방지하고, 반대로 덜 풀어 생기는 과도한 장력이나 해저면에서 케이블 매달림 현상이 발생하지 않도록 케이블 포설조건에 따른 케이블 조출속도와 포설선의 속도 비교로 여장을 계산하였다. 또한 설정된 여장량으로 포설하기 위해 케이블 포설 엔진의 조출속도를 조절하는 케이블 엔진 속도제어기를  $H^\infty$  제어이론을 이용하여 설계하였으며 시뮬레이션을 통하여 성능을 분석하였다. 시뮬레이션 결과를 토대로 해저 케이블의 안전한 포설 가능성을 검토하였다.

추후 다양한 해저환경 즉, 해양 물리학적 특성과 해양 지질학적 특성을 고려한 포설조건이 검토되어야 할 것으로 판단된다.

## 참고문헌

- [1] C. E. Roden, *Submarine Cable Mechanics and Recommended Laying Procedure*, Bell-Telephone Lab., 1964.
- [2] 한국해저통신, 해저광케이블 통신기술, 1995.
- [3] R. L. Brackett, *Design and Installation of Nearshore Ocean Cable Protection Systems*, Civil Engineering Lab., 1979.
- [4] H. E. Merrit, *Hydraulic Control Systems*, John Wiley & sons, Inc., 1966.
- [5] 양승윤, “예인원치의 설계 및 실험적 검증”, 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제5권 제4호, 1999.
- [6] P. Gahinet, “Explicit controller formulas for LMI based  $H^\infty$  synthesis,” *Automatica*, vol. 32, no. 7, pp. 1007-1014, 1996.
- [7] 양승윤, “수중운동체의  $H^\infty$  심도제어기 설계”, 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제6권 제5호, 2000.



양승윤

1960년 11월 19일생. 1983년 부산대학교 기계공학과 졸업(공학사). 1989년 동대학원 정밀기계공학과 졸업(공학석사). 1997년 동대학원 정밀기계공학과 졸업(공학박사). 1989년~현재 국방과학연구소 선임연구원. 관심분야는 수

중운동체 조종/자율제어 및 구동장치/서보제어.