

강인 H_2 필터를 이용한 속도정합 알고리즘

Velocity Matching Algorithm Using Robust H_2 Filter

양 철 관, 심 덕 선, 박 찬 국

(Cheol-Kwan Yang, Duk-Sun Shim, and Chan Gook Park)

Abstract : We study on the velocity matching algorithm for transfer alignment of inertial navigation system(INS) using a robust H_2 filter. We suggest an uncertainty model and a discrete robust H_2 filter for INS and apply the suggested robust H_2 filter to the uncertainty model. The discrete robust H_2 filter is shown by simulation to have better performance of alignment time and accuracy than Kalman filter.

Keywords : INS, transfer alignment, velocity matching, robust H_2 filter, Kalman filter

I. 서론

전달정렬이란 기준이 되는 정밀한 주(master) INS(관성항법 시스템)의 정보를 이용하여 상대적으로 정밀도가 떨어지는 종(slave) INS의 자세각을 정렬시키는 과정을 말한다. 예를 들어 비행체에서 미사일을 발사할 경우 비행체의 INS는 주 INS이며 비행체의 날개에 있는 미사일의 INS는 종 INS이다. 미사일이 발사된 후 목표에 정확히 도달하기 위해서는 발사 직전의 자세를 정확히 아는 것이 필요한데 미사일에 사용되는 INS는 중급 이하의 INS이므로 정확한 초기 자세를 알기 어렵다. 이러한 종 INS의 초기 자세를 구하기 위해서 비행체의 고급 INS의 출력을 이용하여 종 INS의 자세를 보정하는 방법을 초기 전달정렬 기법이라 한다.

초기 전달정렬 기법은 크게 두 종류로 나눌 수 있다. 하나는 계산 매개 변수 정합(calculated parameter matching) 이고 다른 하나는 측정 매개 변수 정합(measured parameter matching)이다. 계산 매개 변수 정합은 보통 많이 쓰이는 정합 방법으로 주 INS와 종 INS의 출력값인 속도나 자세각을 비교하므로써 종 INS의 자세오차를 추정한 후 종 INS의 자세를 구한다[1][6]. 측정 매개 변수 정합은 주 INS와 종 INS의 자이로와 가속도계의 출력값인 각속도와 가속도값을 직접 비교하여 주 INS와 종 INS의 상대적인 비정렬각을 추정하여 종 INS의 자세를 구한다[7]-[10].

본 논문에서는 초기 전달정렬 기법중 계산 매개 변수 정합 방법인 속도정합을 고려하였다. 이러한 속도정합을 수행하기 위해서는 종 INS의 오차 모델이 필요한데 이러한 오차 모델은 근사화된 모델이므로 칼만필터를 사용하여 속도정합 알고리즘을 구성할 경우 칼만필터의 최적성을 보장하지 못한다. 그러므로 본 논문에서는 이러한 불확실

성을 고려한 INS오차 모델을 구한 후 이러한 불확실성을 보상할 수 있는 강인 H_2 필터를 적용하고자 한다. 강인 H_2 필터링 기법은 이론적으로 많은 연구가 진행되어오고 있으나 관성항법시스템(INS)에 적용된 예는 거의 없으며 최근에 소개된 강인 H_2 필터링 기법들 중 Bolzern[11] 등이 제안한 방법이 INS에 적용하기에 가장 적합하다. 그러나 이 방법은 연속시간 강인 H_2 필터이기 때문에 INS에 적용할 경우에 계산량의 문제가 생기게 된다. 따라서 본 논문에서는 Bolzern 등이 제안한 방법을 수정한 이산 강인 H_2 필터를 구성하였다. 이렇게 구성된 강인 H_2 필터에 대해서 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 속도정합에 적합한 강인 H_2 필터를 구성하고 칼만필터와 추정 성능을 비교 분석하였다. 추정 성능을 비교하기 위한 전달정렬의 성능 지수로는 정렬 후 자세 오차의 크기와 정렬에 필요한 시간으로 하였다.

본 논문에서는 주요 오차 요인으로 속도오차, 자세오차, 가속도계 및 자이로 바이어스 오차들을 모델링하여 전체 오차 시스템 모델을 구한다. 특히, 속도오차모델은 불확실성을 고려하여 구하였고 불확실성의 여러 가지 구조를 제안하였다.

본 논문에서 주INS로는 김블형관성항법시스템을 사용하였고 종INS로는 저급 스트랩다운관성항법시스템(Strap-down Inertial Navigation System: SDINS)을 사용하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서는 불확실성(uncertainty)을 고려한 INS 오차모델을 구성하고 불확실성의 영향을 분석하였다. 3장에서는 강인 H_2 필터를 구성하였고 4장에서는 몬테칼로 시뮬레이션을 통하여 칼만필터와의 추정 성능을 비교 분석하고 5장에서 결론을 맺는다.

II. 불확실성을 고려한 INS 오차모델

항법 오차 모델로서 가장 보편적으로 사용되는 모델은 ψ 각 오차 모델 또는 섭동오차 모델(perturbation error model)이며 속도오차와 자세오차를 상태변수로 선정한다 [9]. 센서 오차 모델은 주로 자이로와 가속도계 오차 중에서 랜덤 오차들을 랜덤 상수(random constant) 또는 백색 잡음(white noise)과 같은 랜덤 프로세스(random process)

접수일자 : 2000. 8. 12., 수정완료 : 2000. 12. 21.

양철관, 심덕선 : 중앙대학교 전자전기공학부(ckyang@jupiter.cie.cau.ac.kr/dshim@jupiter.cie.cau.ac.kr)

박찬국 : 광운대학교 제어계측공학과(cgpark@daisy.kwangwoon.ac.kr)

※ 본 연구는 국방과학연구소 및 서울대 자동제어특화연구센터의 연구비 지원에 의한 연구 결과입니다.

로 모델링한다[9]. 그러나 시변 시스템인 SDINS 오차 모델을 이용하여 시변 칼만필터를 구성하면 계산량은 시스템 차수의 3제곱에 비례하므로 오차 모델의 차수를 적절하게 선택해야 하는데, 일반적으로 속도오차, 자세오차, 가속도계오차 그리고 자이로오차들을 상태 변수로 하는 모델이 많이 사용되고 있다. 본 논문에서는 센서오차로 가속도계 및 자이로 바이어스 오차와 백색잡음만을 고려하였고 속도오차모델은 불확실성을 고려하여 오차 모델을 구하였다.

1. 불확실성을 고려한 속도 오차 방정식

SDINS에서 속도를 계산하는 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}^n &= C_b^n f^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times V^n + g^n \\ V^n &= [V_N \ V_E \ V_D]^T \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 V_N, V_E, V_D 는 항법 기준 좌표계에서의 항체의 속도 성분이고, $C_b^n f^b$ 는 동체 좌표계에 고정된 가속도계로부터 얻어진 비력(specific force)을 항법 좌표계로 변환시킨 값이다. ω_{ie}^n 와 ω_{en}^n 는 각각 관성좌표계에 대한 지구 고정 좌표계의 각속도와 지구 고정 좌표계에 대한 항법 좌표계의 각속도를 나타낸다.

(1)에서 각 값들은 여러 가지 원인으로 오차를 포함하게 되므로 종 INS의 속도 계산식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\hat{V}^n = \hat{C}_b^n \hat{f}^b - (2\hat{\omega}_{ie}^n + \hat{\omega}_{en}^n) \times \hat{V}^n + \hat{g}^n \quad (2)$$

여기서 \hat{V}^n, \hat{C}_b^n 는 속도 오차와 자세 오차가 포함되어 있는 종 INS의 속도와 방향코사인 행렬이다.

계산값과 참값의 차를 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} \delta V^n &= \hat{V}^n - V^n, \quad \delta f^b = \hat{f}^b - f^b, \quad \delta \omega_{ie}^n = \hat{\omega}_{ie}^n - \omega_{ie}^n, \\ \delta \omega_{en}^n &= \hat{\omega}_{en}^n - \omega_{en}^n, \quad \delta C_b^n = \hat{C}_b^n - C_b^n. \end{aligned}$$

(1)의 값들을 계산값과 오차값으로 치환하고 (2)에서 빼주면 다음과 같은 (3)이 얻어진다.

$$\begin{aligned} \delta \dot{V}^n &= \hat{V}^n - \dot{V}^n \\ &= (\hat{C}_b^n \hat{f}^b - \delta C_b^n f^b) \times \delta \Phi^n + (\hat{C}_b^n - \delta C_b^n) \delta f^b \\ &\quad - (2\hat{\omega}_{ie}^n + \hat{\omega}_{en}^n - 2\delta \omega_{ie}^n - \delta \omega_{en}^n) \times \delta V^n \\ &\quad + V^n \times (\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n) + \delta g^n \end{aligned} \quad (3)$$

자세 오차 방정식은 다음과 같다[9].

$$\begin{aligned} \delta \dot{\Phi}^n &= -(\hat{\omega}_{en}^n + \hat{\omega}_{ie}^n - \delta \omega_{en}^n - \delta \omega_{ie}^n) \times \delta \Phi^n \\ &\quad - (\hat{C}_b^n - \delta C_b^n) \delta \omega_{ib}^b \end{aligned} \quad (4)$$

속도오차, 자세오차, 가속도계 및 자이로 바이어스를 상태변수로 선택하면 (3),(4)로부터 다음과 같은 12차 SDINS 오차 모델을 구할 수 있다.

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + w, \quad w \sim (0, Q) \quad (5)$$

$$x = [\delta V^n^T, \delta \Phi^n^T, \delta f^b^T, \delta \omega_{ib}^b^T]^T$$

$$\text{여기서 } A = \begin{bmatrix} -2\hat{\omega}_{ie}^n - \hat{\omega}_{en}^n & (\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times & \hat{C}_b^n & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & -\hat{\omega}_{ie}^n - \hat{\omega}_{en}^n & 0_{3 \times 3} & -\hat{C}_b^n \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \text{이고}$$

$$\Delta A = \begin{bmatrix} (2\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n) \times & -(\delta C_b^n \hat{f}^b) \times & -\delta C_b^n & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & (\delta \omega_{ie}^n + \delta \omega_{en}^n) \times & 0_{3 \times 3} & \delta C_b^n \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

이다.

ΔA 모델에서 $-(\delta C_b^n \hat{f}^b) \times$ 가 가장 지배적인 항이므로 나머지 항들은 무시하고 다음과 같은 ΔA 모델을 사용한다.

$$\Delta A \approx \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & -(\delta C_b^n \hat{f}^b) \times & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

속도정합의 측정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} y &= V_s - V_m = Cx + v \\ C &= [I_{3 \times 3} \ 0_{3 \times 9}], \quad v \sim (0, R) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서 V_s 와 V_m 는 각각 항법좌표계(North-East-Down)에서 표현된 종 INS(Slave INS)와 주 INS(Master INS)의 속도 값이다.

2. 불확실성의 크기 분석

본 절에서는 속도오차식 (3)에서 불확실성이 있는 항인 $(\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$ 와 불확실성이 없는 항인 $(C_b^n f^b) \times \delta \Phi^n = (\hat{C}_b^n f^b) \times \delta \Phi^n - (\delta C_b^n f^b) \times \delta \Phi^n$ 의 크기를 비교 분석 하였다. 비교 분석하기 위해서 항체는 순항을 하며 세 축 자세오차 각각에 대하여 한 축 자세 오차만 있다고 가정하였다.

a) 롤축 자세오차($\delta \Phi_N^n$)가 있을 경우(그림 1 참조): (7)은

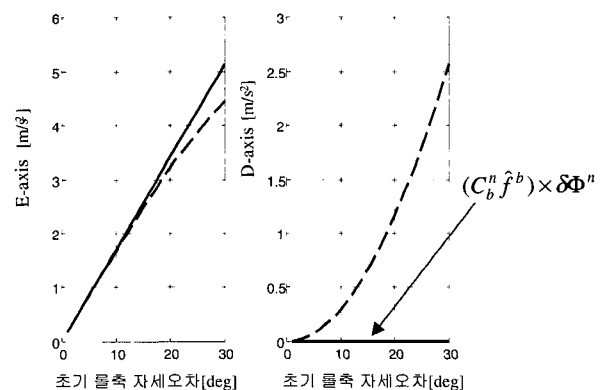


그림 1. 초기 roll 자세오차에 따른 불확실성의 영향 (실선: $(C_b^n f^b) \times \delta \Phi^n$, 점선: $(\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$).

Fig. 1. Uncertainty effect according to roll axis initial attitude error.(solid line: $(C_b^n f^b) \times \delta \Phi^n$, dot line: $(\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$).

불확실성항의 값으로 롤축 자세오차가 있을 경우에는 불확실성이 E축, D축에만 영향을 주고 있음을 알 수 있다. (8)은 불확실성을 포함한 항이며 일반적으로 INS 오차모델에서 사용되는 값이다. 그림 1은 초기 자세오차 값에 따른 두 항의 크기를 나타낸 것으로 E축 불확실성은 롤축 자세오차가 클 경우에도 커지지 않는 반면에 D축 불확실성은 급진적으로 증가함을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}
 & -(\delta C_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n \quad (7) \\
 & = \begin{bmatrix} 0 & g \cos(\delta \Phi_N^n) - g & g \sin(\delta \Phi_N^n) \\ -g \cos(\delta \Phi_N^n) + g & 0 & 0 \\ -g \sin(\delta \Phi_N^n) & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 & \cdot \begin{bmatrix} \delta \Phi_N^n \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -g \delta \Phi_N^n \cos(\delta \Phi_N^n) + g \delta \Phi_N^n \\ -g \delta \Phi_N^n \sin(\delta \Phi_N^n) \end{bmatrix} \\
 & (\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n = \begin{bmatrix} 0 \\ g \delta \Phi_N^n \cos(\delta \Phi_N^n) \\ g \delta \Phi_N^n \sin(\delta \Phi_N^n) \end{bmatrix} \quad (8)
 \end{aligned}$$

b) 피치축 자세오차($\delta \Phi_E^n$)가 있을 경우(그림 2 참조) : (9)에 의해서 피치축 자세오차는 불확실성의 영향이 N축, D축에 나타나고 있음을 알 수 있다. 또한 그림 2를 보면 그림 1과 같이 초기 자세오차가 증가할수록 D축 불확실성은 급진적으로 증가함을 알 수 있다.

$$-(\delta C_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n = \begin{bmatrix} g \delta \Phi_E^n \cos(\delta \Phi_E^n) - g \delta \Phi_E^n \\ 0 \\ -g \delta \Phi_E^n \sin(\delta \Phi_E^n) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$(\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n = \begin{bmatrix} -g \delta \Phi_E^n \cos(\delta \Phi_E^n) \\ 0 \\ g \delta \Phi_E^n \sin(\delta \Phi_E^n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

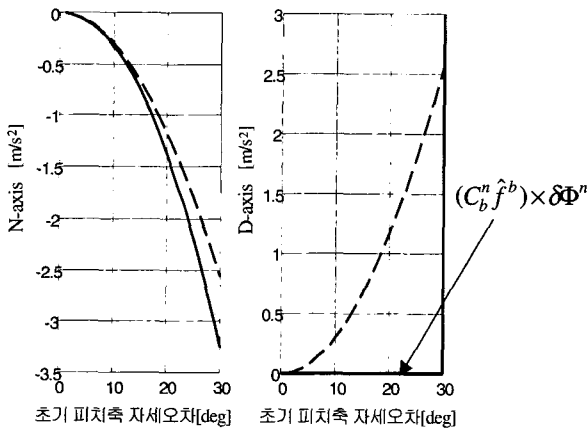


그림 2. 초기 pitch 자세오차에 따른 불확실성의 영향 (실선: $(C_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$, 점선: $(\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$).

Fig. 2. Uncertainty effect according to pitch axis initial attitude error. (Solid line: $(C_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$, Dot line: $(\hat{C}_b^n \hat{f}^b) \times \delta \Phi^n$).

c) 방위각축 자세오차($\delta \Phi_b^n$)가 있을 경우 : 방위각축 자세오차는 항체가 순항을 하는 경우에 다음과 같이 불확실성이 생기지 않음을 알 수 있다.

$$\delta C_b^n \hat{f}^b = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

III. 강인 H_2 필터 설계

속도정합 알고리즘을 구성하기 위해서 칼만필터를 사용할 경우에는 (5)의 불확실성 항인 ΔA 항을 고려하지 못하므로 칼만필터의 최적성을 만족하지 못한다. 따라서 이러한 불확실성 항을 고려하기 위해서 강인 H_2 필터링 기법을 적용하는 것이 타당하다. 강인 H_2 필터링 기법은 크게 세 부류로 나눌 수 있다. 첫번째는 worst-case 설계 기법[13]이고 두번째는 optimization of average performance[14] 기법이며 세 번째는 guaranteed cost estimation 기법[11]이다. 그러나 [13][14]방법은 제한 조건들이 너무 강하고 필터가 복잡하여 INS에 적용하기에는 적합하지가 못하다. 그리고 Bolzern[11]등에 의해 소개된 기법은 다른 기법들보다 INS에 적용하기에는 적합하지만 연속 강인 H_2 필터이기 때문에 INS에 적용할 경우 계산량이 많아지는 단점이 있다. 본 장에서는 먼저 Bolzern[11]등이 제시한 강인 H_2 필터를 변형하여 이산 강인 H_2 필터를 구성하고자 한다.

1. 기존의 강인 H_2 필터

다음과 같은 불확실성이 포함된 시스템을 생각하자.

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= (A + \Delta A)x + w, \quad w \sim (0, Q) \\
 y &= Cx + v, \quad v \sim (0, R)
 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서 ΔA 는 $\Delta A = L \Delta N$ 과 같은 구조를 가지고 있으며 $\Delta \Delta^T < 1$ 이다.

(11)과 같은 대상 시스템에 대하여 Bolzern 등이 제안한 강인 H_2 필터는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{x} &= A_f \hat{x} + K_f y \\
 A_f &= A + \frac{1}{\beta} \Pi_1 N^T N - K_f C, \quad \beta > 0 \\
 K_f &= \Pi_1 C^T R^{-1} \\
 \dot{\Pi}_1 &= A \Pi_1 + \Pi_1 A^T - \Pi_1 C^T R^{-1} C \Pi_1 + \frac{1}{\beta} \Pi_1 N^T N \Pi_1 \\
 &\quad + \beta L L^T + Q
 \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 $e \equiv \hat{x} - x$ 이라면 $E[e(t)e(t)^T] < \Pi_1(t)$ 이 성립한다. 즉, $\Pi_1(t)$ 는 추정 오차 공분산 값의 상한 경계값(upper bound)이다.

(11)과 같은 대상 시스템에 대해서 칼만필터를 구성할 경우 칼만필터식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \hat{x} &= A_k \hat{x} + K y \\
 A_k &= A - K C
 \end{aligned} \quad (14)$$

$$K = PC^T R^{-1}$$

$$\dot{P} = AP + PA^T - PC^T R^{-1} CP + Q \quad (15)$$

여기서 $\Pi_1(t_0) = P(t_0)$ 이고 $t > t_0$ 이면 $\Pi_1(t) > P(t)$ 이 성립한다[11]. (16)

2. 수정된 강인 H_2 필터(이산화된 강인 H_2 필터)

먼저 기존의 강인 H_2 필터의 리카티 방정식 (13)에 $\frac{1}{\beta} \Pi_1 N^T N \Pi_1 (> 0)$ 항을 더하면 다음과 같은 수정된 강인 H_2 필터가 구하여진다.

$$\hat{\dot{x}} = (A + \frac{1}{\beta} \Pi N^T N) \hat{x} + K_f (y - C \hat{x}) \quad (17)$$

$$K_f = \Pi C^T R^{-1}$$

$$\begin{aligned} \dot{\Pi} = & (A + \frac{1}{\beta} \Pi N^T N) \Pi + \Pi (A + \frac{1}{\beta} \Pi N^T N)^T \\ & - \Pi C^T R^{-1} C \Pi + \beta LL^T + Q \end{aligned} \quad (18)$$

위의 필터식 (17~18)는 다음과 같은 대상 시스템의 연속 칼만필터식과 동일하다.

$$\begin{aligned} \dot{x} = & (A + \frac{1}{\beta} \Pi N^T N)x + w', \quad w' \sim (0, \beta LL^T + Q) \quad (19) \\ y = & Cx + v, \quad v \sim (0, R) \end{aligned}$$

그러므로 (17)의 강인 H_2 필터식은 (19) 시스템에 대한 이산 칼만필터로 구현할 수 있다.

(13)과 (18)을 비교해 보면 $\Pi_1(t) < \Pi(t)$ 임을 알 수 있다. 본 논문에서 제안하는 수정된 강인 H_2 필터는 추정 오차 공분산의 상한계값(upper boundedness)이 커지는 반면 변형된 시스템의 칼만필터로 구성됨을 알 수 있다.

(18)에서 $\beta (> 0)$ 를 선정하기위한 과정은 다음과 같다.

정리 1 : (18)의 우변을 최소화 하는 β 는 다음과 같다.

$$\beta_{\min} = \sqrt{\frac{2\lambda_{\max}(\Pi N^T N \Pi)}{\lambda_{\max}(LL^T)}}$$

증명 : (18)에서 β 를 포함하는 부분은 아래 부등식이 항상 성립한다.

$$\begin{aligned} & \lambda_{\max}(\frac{2}{\beta} \Pi N^T N \Pi + \beta LL^T) \\ & < \frac{2}{\beta} \lambda_{\max}(\Pi N^T N \Pi) + \beta \lambda_{\max}(LL^T) \end{aligned}$$

여기서 $T \equiv \frac{2}{\beta} \lambda_{\max}(\Pi N^T N \Pi) + \beta \lambda_{\max}(LL^T)$ 라 하면 T 를 최소화하는 β 는 다음과 같다.

$$\frac{\partial T}{\partial \beta} = \frac{-2}{\beta^2} \lambda_{\max}(\Pi N^T N \Pi) + \lambda_{\max}(LL^T) = 0$$

위의 식으로 부터

$$\beta_{\min} = \sqrt{\frac{2\lambda_{\max}(\Pi N^T N \Pi)}{\lambda_{\max}(LL^T)}} \quad (20)$$

(17)의 강인 H_2 필터식은 (19)의 시스템에 대한 연속 칼

만필터가 되므로 (17)을 이산 칼만필터로 변환하면[15] 다음과 같이 제안하는 이산화된 강인 H_2 필터를 구할 수 있다.

$$\hat{x}_k = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1} + K_k (y_k - C_k \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1})$$

$$K_k = P_k^- C_k^T (C_k P_k^- C_k^T + R_k)^{-1}$$

$$P_k = (I - K_k C_k) P_k^-$$

$$P_{k+1}^- = \Phi_k P_k \Phi_k^T + Q_k$$

여기서 $\Phi_k = I + (A + \frac{1}{\beta_{\min}} P_k N^T N) \Delta t$, $C_k = C$, $R_k = R/\Delta t$, $Q_k = (\beta_{\min} LL^T + Q) \Delta t$ 이며 ΔT 는 필터 계산 주기이다.

3. 불확실성의 구조

다음으로 (17)과 같은 강인 H_2 필터를 속도정합에 적용하기 위해서는 (5)의 ΔA 를 $L \Delta N (\Delta^T \Delta < I)$ 구조로 구성하여야 한다. 즉, $\Delta A = L \Delta N$ 이다. 여기서 L, N 은 알고 있는 값이며 $\Delta (\Delta^T \Delta < I)$ 는 불확실한 값이다.

ΔA 를 $\Delta A = L \Delta N$ 으로 구성하기 위한 방법은 여러 가지가 있을 수 있다. 본 논문에서는 표 1과 같이 L, N 의 네 가지 경우에 대해서 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하여 가장 적합한 L, N 모델을 선정하였다.

$$\Delta A = L \Delta N = \alpha L_i \Delta N_i, \quad \Delta \Delta^T < I, \quad i = 1, 2$$

여기서 $\alpha(t) \Delta = -(\delta C_b^a(t) f^b(t)) \times$ 이라면

$$\alpha(t) \equiv \|\delta C_b^a\|_2 \|\hat{f}^b\|_2 = \|\delta C_b^a \hat{f}^b\|_2 = \|(\delta C_b^a \hat{f}^b) \times\|_2$$

$$\Delta \equiv \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{3 \times 3} & \Delta_1 & 0_{3 \times 6} \\ 0_{6 \times 12} & 0_{6 \times 12} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix}$$

$$L_1 \equiv \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & S & 0_{3 \times 6} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & 0_{3 \times 6} \end{bmatrix}, \quad N_1 \equiv \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{3 \times 3} & S & 0_{3 \times 6} \\ 0_{6 \times 12} & 0_{6 \times 12} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix}$$

$$L_2 \equiv \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & 0_{3 \times 6} \end{bmatrix}, \quad N_2 \equiv \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 12} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 6} \\ 0_{6 \times 12} & 0_{6 \times 12} & 0_{6 \times 6} \end{bmatrix}$$

여기서 $S = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ 이고 $\beta_{\min} = \sqrt{\frac{2\lambda_{\max}(\Pi N^T N \Pi)}{\lambda_{\max}(LL^T)}}$ 이다.

표 1. L, N 의 구조.

Table 1. L, N structure.

L	N	
αL_2	N_2	case1
αL_1	N_2	case2
L_2	αN_1	case3
L_2	αN_2	case4

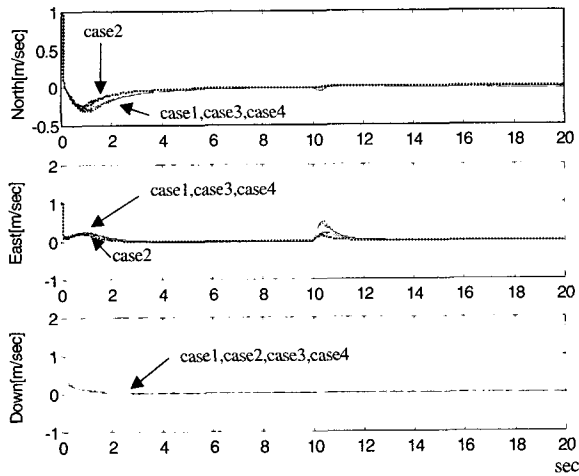


그림 3. 속도추정오차.
Fig. 3. Velocity estimation error.

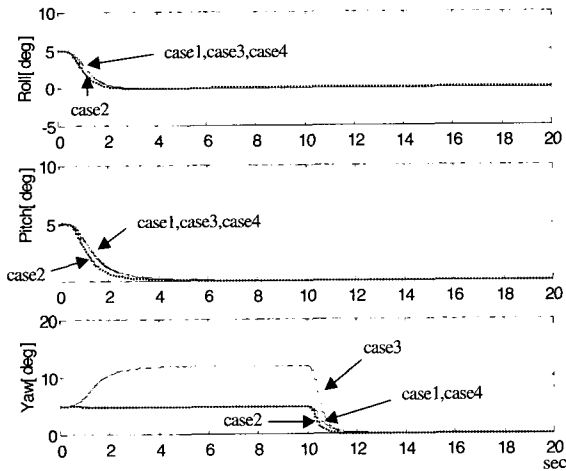


그림 4. 자세추정오차.
Fig. 4. Attitude estimation error.

그림 3, 4는 표 1의 네 가지 경우 각각에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 수행한 결과로써 추정 오차를 나타낸 것이다. 본 논문에서 사용된 시뮬레이션 조건은 항체의 운항 궤적으로는 완전가관측하도록 500[km/h]의 속력으로 10초간 북측 순항을 하다가 10초간 1g(9.81 m/sec²)의 북측 선형 가속 운동을 하는 운항 궤적을 선택하였고[16] 초기 속도 및 자세오차는 각각 1[m/sec], 5[deg]이다. 그리고 가속도계 및 자이로 바이어스 오차는 각각 500[μ g], 3[deg/h]로 이러한 사양은 Litton사의 LP-81 IMU(저급 IMU)를 기준으로 하였다.

그림 3, 4를 살펴보면 표 1의 case2의 결과가 가장 좋을 것을 알 수 있다. 즉 수렴 시간이나 수렴값에서 다른 경우들보다 좋은 성능을 보이고 있다.

IV. 칼만필터와 강인 H₂필터의 추정성능 비교

본 논문에서는 표 1의 case2와 같은 L, N의 구조를 갖는 이산화된 강인 H₂필터 (17)와 칼만필터 (14)의 추정 성능을 비교 분석하기 위하여 몬테칼로 시뮬레이션을 수행

하였다. 항체의 운항 조건은 시뮬레이션 조건으로는 항체가 500[km/h]의 속력으로 10초간 북측 순항을 하다가 10초간 1g[m/sec²]의 북측 선형 가속 운동을 하는 궤적을 선택하였고 초기 오차들로는 속도오차, 자세오차는 각각 1[m/sec],

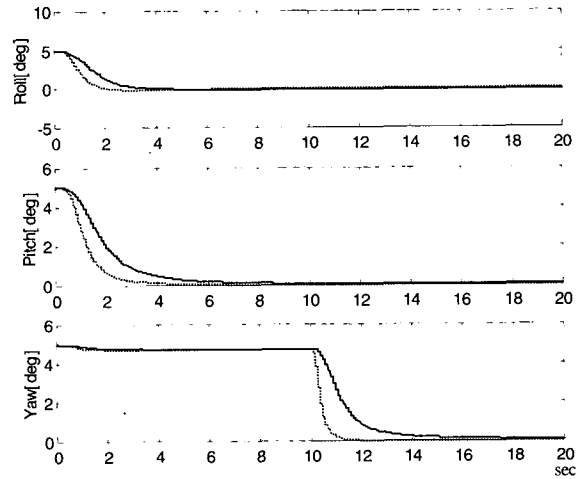
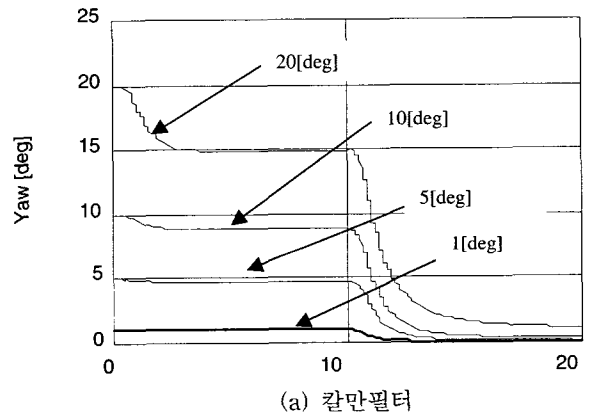
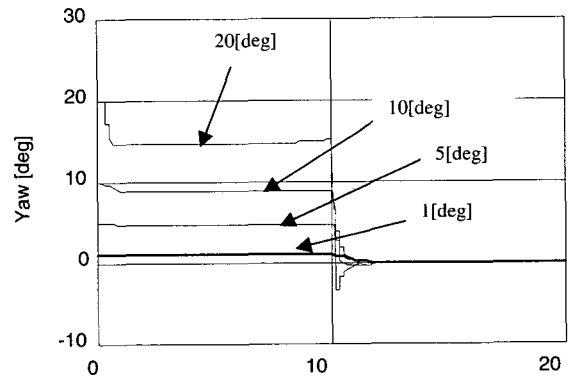


그림 5. 자세추정오차(점선:강인 H₂필터, 실선:칼만필터).
Fig. 5. Attitude estimation error(Dot line: robust H₂ filter, Solid line: Kalman filter).



(a) 칼만필터



(b) 강인 H₂ 필터

그림 6. 초기 자세 오차에 따른 방위각 자세추정오차.
Fig. 6. Heading angle estimation error according to initial attitude error. (a) Kalman filter, (b) Robust H₂ filter.

5[deg]이며 가속도계 및 자이로 바이어스 오차는 각각 $300[\mu g]$, $3[deg/h]$ 이다.

그림 5는 자세 추정 오차를 나타낸 것으로 이산화된 강인 H_2 필터가 롤(roll)각, 피치(pitch)각, 방위(yaw)각 자세 추정 오차의 수렴 시간이 더 작음을 알 수 있다. 특히 방위(yaw)각 자세 추정 오차는 항체가 순항할 경우와 복측 선형 가속 운동을 할 경우 각각에 대해서 강인 H_2 필터가 칼만필터보다 수렴 시간이 더 짧기 때문에 순항후 복측 선형 가속을 할 경우 정렬 시간을 크게 단축할 수 있다.

그림 6은 초기 자세 오차를 20[deg], 10[deg], 5[deg], 1[deg]일 경우 각각에 대하여 추정 오차를 나타낸 결과로써 세가지 초기 자세 오차의 모든 경우에 대해서 이산화된 강인 H_2 필터가 칼만필터에 비해서 수렴 시간이 짧음을 알 수 있다. 특히 초기 자세 오차가 클수록 이산화된 강인 H_2 필터의 수렴 시간이 칼만필터의 수렴 시간 보다 짧아짐을 알 수 있다.

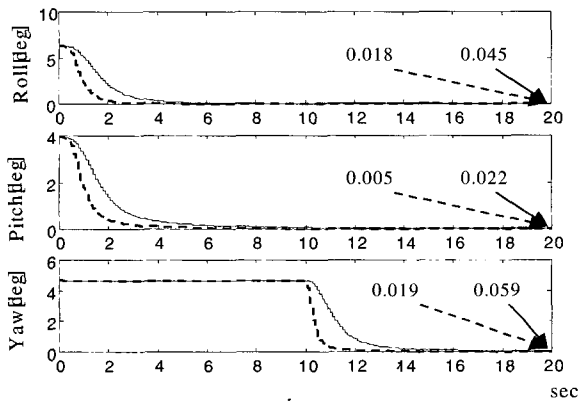


그림 7. 자세추정오차의 1σ (실선:칼만필터, 점선:강인 H_2 필터, 몬테칼로 시뮬레이션 30번 수행).

Fig. 7. 1σ value of attitude estimation error (Solid line: Kalman filter, Dot line: robust H_2 filter, execution of thirty montecarlo simulations).

그림 7은 이산화된 강인 H_2 필터와 칼만필터 각각에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 30번 수행하여 자세 추정 오차의 1σ 를 나타낸 그림이다. 시뮬레이션 결과를 보면 속도 추정오차는 이산화된 강인 H_2 필터와 칼만필터가 거의 동일한 결과를 보이나 자세추정오차는 이산화된 강인 H_2 필터가 수렴시간이나 수렴값면에서 모두 우수함을 알 수 있다.

표 2. 강인 H_2 필터와 칼만필터의 방위각 자세추정오차의 수렴시간.

Table 2. Convergence time of heading angle estimation error for robust H_2 filter and Kalman filter.

	3 [mrad]	2 [mrad]	1 [mrad]
강인 H_2 필터	11.4[sec]	11.7[sec]	12.9[sec]
칼만필터	14.4[sec]	15.6[sec]	—

표 2는 그림 7의 결과로부터 두 필터의 방위각(yaw angle) 자세추정오차의 수렴시간을 나타낸 것이다. 이산화된 강인 H_2 필터일 경우에 방위각 자세 추정오차가 1 [mrad]이내에 들어오는 시간과 3 [mrad]이내에 들어오는 시간의 차이가 1.5[sec]가 나는 반면에 칼만필터는 1 [mrad]이내에 들어오지 못함을 알 수 있다.

V. 결론

본 논문에서는 전달정렬기법중 속도정합에 대하여 본 논문에서 제안하는 강인 H_2 필터와 칼만필터의 추정 성능을 비교 분석하는 연구를 수행하였다. 먼저 INS의 오차 모델중에서 불확실성을 고려한 속도오차모델을 구성하여 12차 SDINS오차 모델을 구성하였고 이러한 불확실성의 크기를 분석하였다. 분석 결과 초기 자세 오차가 커질수록 불확실성의 영향은 급진적으로 증가함을 알 수 있었다. 그리고 이러한 불확실성이 포함된 SDINS오차 모델에 적용 가능한 강인 H_2 필터링 방법으로 Bolzern등이 제시한 강인 H_2 필터를 살펴보았다. 이러한 강인 H_2 필터는 연속 강인 H_2 필터이기 때문에 바로 INS에 적용할 경우에는 계산량의 문제가 생기므로 연속 강인 H_2 필터를 수정하여 이산화된 강인 H_2 필터를 구성하였다. 이러한 이산화된 강인 H_2 필터를 불확실성을 고려한 12차 SDINS에 적용하기 위해서는 불확실성 부분의 구조를 결정해야 하는데 여러 구조로 구성할 수 있기 때문에 본 논문에서는 여러 구조에 대해서 몬테칼로 시뮬레이션을 통하여 비교 분석하여 속도정합에 가장 적합한 이산화된 강인 H_2 필터를 구성하였다. 그리고 이러한 이산화된 강인 H_2 필터와 칼만필터의 추정 성능을 비교 분석하기 위하여 몬테칼로 시뮬레이션을 수행하였으며 시뮬레이션 결과 제안하는 이산화된 강인 H_2 필터의 경우가 칼만필터보다 추정 오차의 수렴시간이나 수렴값이 칼만필터의 경우 보다 더 우수함을 알 수 있었다. 그리고 이산화된 강인 H_2 필터와 칼만필터 각각에 대하여 몬테칼로 시뮬레이션을 30번 수행하여 추정 오차의 1σ 값을 비교 하였다. 비교 결과 이산화된 강인 H_2 필터가 수렴시간이나 수렴값에서 칼만필터보다도 더 우수함을 확인 할 수 있었다.

참고문헌

- [1] A. A. Sutherland, "The kalman filter in transfer alignment of inertial guidance systems," *Journal of Spacecraft*, vol. 5, no. 10, October, 1968.
- [2] W. Graham and K. Shortelle, "Advanced transfer alignment for inertial navigators," *Report No. AFATLTR-89-50*, October, 1989.
- [3] I. Y. Bar-Itzhack and E. F. Mallove, "Accurate INS transfer alignment using a monitor gyro and external navigation measurements," *IEEE on AES.*, vol. 16, no. 1, January, 1980.
- [4] John J. Deyst JR. and Arthur A. Sutherland JR., "Strapdown inertial system alignment using

statistical filters: A simplified formulation," *AIAA Journal*, pp. 452-456, vol. 11, no. 4, November, 1973.

[5] 송기원, 전창배, 김현백, "스태랩다운 관성항법장치의 각을 이용한 초기전달 정렬기법," '93한국자동제어학술 회의논문집, pp. 29-33, 1993.

[6] 송기원, 전창배, 김현백, 유준, "수평축 자세운동이 있는 배에서의 전달정렬 알고리즘 설계,"

[7] M. B. Psczel and D. Bucco, "Review of techniques for In-Flight transfer alignment," Guided Weapons Technical Memorandum 012, AR-006-607, *Department of Defence*, Australia, 1992.

[8] K. Spalding, "An efficient rapid transfer alignment filter," *AIAA paper*, pp. 1276-1286, 1992.

[9] A. M. Schneider, "Kalman filter formulations for transfer alignment of strapdown inertial units," *Journal of the Institute of Navigation*, pp. 72-89, vol. 30, no. 1, Spring, 1983.

[10] Zhang Changyun, "Scheme of alignment for strapdown inertial navigation systems", *Proceedings of the ICAS*, July, 1992.

[11] P. Bolzern, P. Colaneri, and G. DE Nicolao, "Finite escapes and convergence properties of guaranteed-cost robust filters," *Automatica*, vol. 33, no. 1, pp. 31-47, 1997

[12] George M. Siouris, *Aerospace Avionics Systems*, Academic Press Inc, 1993.

[13] Martin, C. J, and M. Mintz, "Robust filtering and

prediction for linear systems with uncertain dynamics: A game-theoretic approach," *IEEE Trans. Autom. Control*, AC-28, 888-896, 1983.

[14] Sternad, M. and A. Ahlen, "Robust filtering and feedforward control based on probabilistic descriptions of model errors," *Automatica*, 29, 661-679, 1993.

[15] R. G. Brown and P. Y. C. Hwang, *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*, John Wiley & Sons, 1997.

기호설명

- I = 관성좌표계
- n = 항법좌표계(North-East-Down:NED)
- m = 주 INS(master INS)의 좌표계
- b = 종 INS(slave INS)의 동체 좌표계
- δV = 속도오차
- $\delta \phi$ = 종 INS의 자세 오차
- δf = 가속도계 바이어스
- $\delta \omega$ = 자이로 바이어스
- g = 지구 중력 벡터
- w = 공정 백색 잡음(system process noise)
- v = 측정 백색 잡음(measurement noise)
- C_b^n = 종 INS의 동체 좌표계에서 항법 좌표계로의 좌표 변환 행렬
- $V \times = V$ (벡터)의 왜대칭행렬(skew-symmetric matrix) 표현



양철관
 1996년 중앙대 제어계측학과 졸업(학사), 1998년 동대학원 졸업(석사), 1998년 ~ 현재 중앙대 전자전기공학부 박사과정, 관심분야는 관성항법시스템(INS), GPS, 강인 필터링.



박찬국
 1985년 서울대학교 제어계측공학과 졸업. 1987년 동 대학원 석사. 1993년 동 대학원 박사. 1993년 서울대학교 제어계측신기술연구센터 박사후 연구원. 1994~현재 광운대학교 제어계측공학과 조교수, 부교수. 1998년 미국 UCLA 기계항공공학과 방문연구원. 1997년 ~ 현재 제어·자동화·시스템 공학회 논문지 편집위원. 연구관심분야는 관성항법시스템 개발, GPS/INS 결합기법, 저급 IMU 응용, 칼만 필터 설계.

심 덕 선
 제어·자동화·시스템공학 논문지, 제6권, 제9호, 참조.