

수직축을 중심으로 회전하는 직관과 정지한 곡관 내에서의 완전 발달된 난류 유동의 유사성에 관한 수치적 연구

이 공 희* · 백 제 현†

(2000년 11월 27일 접수, 2001년 3월 19일 심사완료)

Numerical Study on the Similarity between the Fully Developed Turbulent Flow in an Orthogonally Rotating Square Duct and that in a Stationary Curved Square Duct

Gonghee Lee and Jehyun Baek

Key Words: Duct Flow(덕트 유동), Coriolis Force(코리올리력), Centrifugal Force(원심력), Secondary Flow(2차 유동), Fully-Developed Turbulent Flow(완전 발달 난류 유동), Low Reynolds Number $k-\omega$ Turbulence Model(저레이놀즈수 $k-\omega$ 난류 모형)

Abstract

A numerical study on the quantitative analogy between the fully developed turbulent flow in a straight square duct rotating about an axis perpendicular to that of the duct and that in a stationary curved duct of square cross-section is carried out. In order to clarify the similarity of the two flows, dimensionless parameters $K_{TR} = Re^{1/4} / \sqrt{Ro}$ and Rossby number, Ro , in a rotating straight duct flow were used as a set corresponding to $K_{TC} = Re^{1/4} / \sqrt{\lambda}$ and curvature ratio, λ , in a stationary curved duct flow so that they have the same dynamical meaning as those of the fully developed laminar flows. For the large values of Ro or λ , it is shown that the flow field satisfies the asymptotic invariance property, that is, there are strong quantitative similarities between the two flows such as flow patterns and friction factors for the same values of K_{TR} and K_{TC} .

기호설명

d : 수력 지름
 f : Fanning 관 마찰계수
 f_0 : 정지 직관에서의 관 마찰계수
 K_{LR} : 회전 직관 내의 층류 유동에서 지배 무차원 변수 $= Re / \sqrt{Ro}$

K_{LC} : 정지 곡관 내의 층류 유동에서 지배 무차원 변수 또는 Dean수 $= Re / \sqrt{\lambda}$
 K_{TR} : 회전 직관 내의 난류 유동에서 지배 무차원 변수 $= Re^{1/4} / \sqrt{Ro}$
 K_{TC} : 정지 곡관 내의 난류 유동에서 지배 무차원 변수 $= Re^{1/4} / \sqrt{\lambda}$
 k : 난류 운동 에너지
 p : 정압
 p^* : 원심력이 포함된 수정 압력 $= p - \frac{1}{2} \rho \Omega^2 (x^2 + z^2)$
 R : 유로의 곡률반경
 Re : Reynolds 수 $= w_m d / \nu$

* 회원, 포항공과대학교 대학원 기계공학과
 † 책임저자, 회원, 포항공과대학교 기계공학과
 E-mail : jhbaek@postech.ac.kr
 TEL : (054)279-2168 FAX : (054)279-3199

Re_T	: 난류 Reynolds 수 = $k/\omega\nu$
Ro	: Rossby 수 = $w_m/\Omega d$
S_{ij}	: 변형률 텐서
u, v, w	: x, y, z 각 방향의 속도 성분
V_{sa}	: 2차 축방향 속도 = $w_{rot} - w_{no\ rot}$ (회전 직관) = $w_{curv} - w_{no\ rot}$ (정지 곡관)
w_{curv}	: 축방향 속도 (정지 곡관)
w_m	: 평균 속도
$w_{no\ rot}$: 축방향 속도 (정지 직관)
w_{rot}	: 축방향 속도 (회전 직관)
w_τ	: 마찰 속도 = $\sqrt{\tau_w/\rho}$
Y	: 벽으로부터 수직거리
y^+	: 벽으로부터 무차원화된 거리 = $u_\tau Y/\nu$

그리스문자

Ω	: 회전각속도
δ_{ij}	: Kronecker delta
λ	: 곡률비 = R/d
μ	: 유체의 층류 점도
μ_t	: 유체의 난류 점도
ν	: 유체의 동점도 계수
ρ	: 유체의 밀도
τ_{ij}	: 레이놀즈 응력 텐서
τ_w	: 벽 진단 응력
ω	: 비 소산율
$a_0, a_0^*, \beta, R_K, R_\omega, R_\beta$: 난류 모델 상수들

상첨자

-	: 평균값
---	-------

1. 서 론

회전 및 정지관에서의 유동 현상은 터빈 블레이드의 냉각 유로, 원심압축기 회전차, 열교환기 및 냉각 장치등과 같이 다양한 공학 응용분야에

관련되어 있기 때문에 예전부터 관심있게 연구가 수행되어 왔다. 이러한 실질적인 관심을 받아온 이유중의 하나가 바로 회전 및 유선 곡률의 영향으로 인한 2차 유동 현상의 발생이다. 먼저 주유동 방향에 수직인 축을 중심으로 회전하는 직관 내부 유동의 경우에 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 관 내부에 2차 유동이 형성된다. Johnston 등⁽¹⁾은 회전하는 채널 유동에 관한 연구에서 코리올리력이 평균 유동 및 난류 유동장에 상당한 영향을 미치는 것을 발견하였다. 채널의 흡입면에서는 난류의 활동이 감소되는 반면 압력면에서는 활동이 강화된 난류 와도들(eddies)이 모여 roll cell을 형성하는 것을 보였다. Iacovides 와 Launder⁽²⁾는 회전하는 직관에서 코리올리력이 완전 발달된 유동에 미치는 영향을 살펴보기 위해 광범위한 수치 해석을 수행하였으며, 그 결과로서 회전각속도가 증가하는 경우 압력면에서의 유동 불안정으로 인해 기존의 2개의 와류 구조 이외에 부가적인 비대칭 형태의 와류가 발생하는 것을 보였다. 또한 이러한 코리올리력에 의해 유발된 2차 유동은 회전 직관의 압력면과 상, 하부면에서 열전달 계수의 상당한 증가를 가져오는 반면, 흡입면에서는 열전달 계수의 증가를 억제한다는 것을 발견하였다.

다음으로 정지한 곡관 내부 유동의 경우에 곡관 중심의 속도가 빠른 유동은 벽 근처의 속도가 느린 유동에 비해 원심력의 영향을 더욱 크게 받게 되어서 주방향 유동에 수직하면서 서로 반대 방향으로 회전하는 2차 유동이 발생하게 되며, 이로 인해 압력 손실과 열전달률이 상당히 증가하게 된다. Humphrey 등⁽³⁾은 사각 곡관 내부의 발달하는 난류 유동을 LDA를 이용해서 측정된 결과 곡관의 안쪽벽에서는 볼록한 곡률 형상에 의한 난류 강도의 감소로 인해 유동이 안정되는 반면 바깥쪽벽에서는 오목한 곡률 형상으로 인해 난류 강도가 증가되어 유동의 불안정성이 발생하게 되는 것을 밝혔다. 또한 안쪽벽과 바깥쪽벽에서의 2차 유동에 의한 난류 에너지의 교환으로 인해 상당히 복잡한 평균 유동 및 레이놀즈 응력 분포가 발생하는 것을 보였다. Taylor 등⁽⁴⁾은 90° 사각 곡관에서 LDV를 이용해서 2차 유동 및 레이놀즈 응력 성분들을 측정된 결과 곡률비가 커질수록 2차 유동의 크기 자체는 줄어들지만 감소된 압력 구배로 인해 유선 방향으로의 유동 발달

에 큰 영향을 미치게 된다는 것을 보였다.

한편 실험 측정상의 어려움으로 상대적으로 이해가 부족했던 회전하는 직관 내부의 유동 발달 특성을 정지한 곡관 유동으로부터 유추하기 위해 앞서 언급된 수직으로 회전하는 직관과 정지한 곡관에서 볼 수 있는 유동 형태의 유사성에 관한 연구가 주로 원형 단면인 경우에 대해서 단순한 정성적인 접근 방법으로 예전부터 행하여져 왔다. 반면에 저자^(5,6)는 선행 연구를 통해서 정사각 단면 관 내부의 완전 발달된 층류 유동에서 이러한 두 유동 사이에 강한 정량적인 유사성이 존재한다는 것을 적절한 무차원 변수 도입과 고차의 정확도를 가진 수치 기법을 통해서 밝힌바 있다. 따라서 본 연구에서는 이미 층류 유동 해석에 사용되어 타당성이 입증된 무차원 변수와 동일한 물리적 의미를 가지는 무차원 변수를 이용하여 완전 발달된 난류 유동에서도 역시 이러한 정량적인 유사성이 존재하는 것을 밝히고자 한다.

2. 지배방정식 및 수치해법

2.1 지배방정식

Fig. 1(a), (b)는 y 축을 중심으로 일정한 각속도로 회전하는 직관과 곡률 반경이 R 로 표시된 정사각 단면 곡관 유동 해석에 사용된 좌표계를 나타낸다. 관 내부의 유동을 완전 발달된 비압축성 난류 유동으로 가정하면, (x, y, z) 각 방향으로의 속도성분 u, v 및 w 는 z 방향에 대해서 변화가 없게 되고, 따라서 연속방정식 및 평균 운동방정식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}[\rho u\phi - (\mu + \mu_t)\frac{\partial\phi}{\partial x}] \\ + \frac{\partial}{\partial y}[\rho v\phi - (\mu + \mu_t)\frac{\partial\phi}{\partial y}] \\ = P_\phi + S_\phi \end{aligned} \tag{2}$$

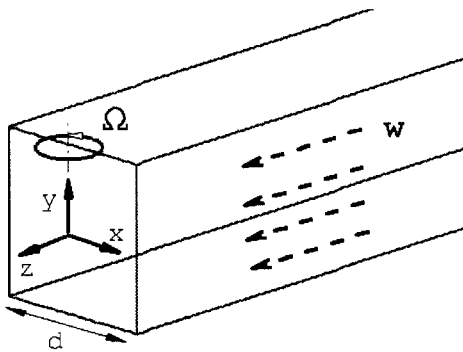
여기서 p^* 은 원심력을 포함하는 수정된 압력을 나타내며,

$$p^* = p - \frac{1}{2} \rho \Omega^2 (x^2 + z^2) \tag{3}$$

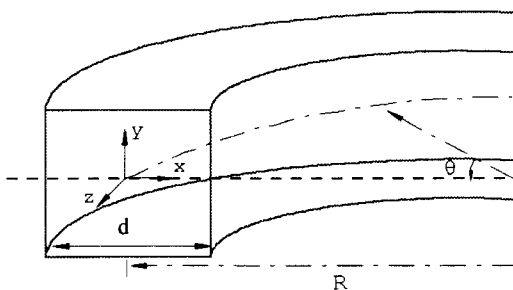
로 주어진다. 또한 P_ϕ 는 압력 구배항을, S_ϕ 는 회전에 의한 코리올리력 및 곡률에 의한 원심력 항을 나타내며, Table 1에 정리하였다. 정지한 곡관의 경우 곡률비 λ 가 충분히 큰 값을 가진다는 가정하에서 곡률의 영향에 의한 추가적인 생성항은 식 (2)에서 고려하지 않았다.

Table 1 Coefficients and terms for the variable ϕ

ϕ	P_ϕ		S_ϕ	
	Rotating Duct Flow	Curved Duct Flow	Rotating Duct Flow	Curved Duct Flow
u	$-\frac{\partial p^*}{\partial x}$	$-\frac{\partial p}{\partial x}$	$2\rho\Omega w$	$\frac{\rho w^2}{R+x}$
v	$-\frac{\partial p^*}{\partial y}$	$-\frac{\partial p}{\partial y}$	0	0
w	$-\frac{\partial p^*}{\partial z}$	$-\frac{\partial p}{\partial z}$	$-2\rho\Omega u$	$-\frac{\rho u w}{R+x}$



(a) Rotating straight duct



(b) Stationary curved duct

Fig. 1 Coordinate system for flow analysis

2.2 난류 모형

사각 단면 관 내부의 난류 유동은 원형 단면보다 훨씬 더 복잡한 형태를 나타내며, 이에 대한 실험 및 계산이 원형 단면에 비해서 훨씬 적게 수행되었다. 따라서 회전하는 직관 및 정지한 곡관 내부의 난류 유동을 해석하기 위해서 적절한 난류 모형의 도입이 요구된다. 벽함수를 이용한 표준 $k-\varepsilon$ 모형⁽⁷⁾은 회전 및 곡률의 영향이 큰 경우에 이들이 레이놀즈 응력 성분에 미치는 영향을 잘 파악하지 못하는 것으로 밝혀졌다.^(3,8-10) 이러한 문제점을 해결하기 위해서 회전 및 곡률의 영향, 난류의 비등방성을 고려한 많은 난류 모델들이 제시되었으나 해의 국부적인 정확성 향상을 가져오는데 그쳤다.⁽¹¹⁻¹³⁾ 본 연구에서는 벽 근처 유동 및 2차 유동을 정확히 파악하기 위해서 Wilcox⁽¹⁴⁾에 의해 제안된 저레이놀즈수 $k-\omega$ 모형을 사용하였다. 이 모형은 역압력 구배, 박리, 회전 및 곡률이 존재하는 유동 계산에서 만족할 만한 결과를 제시하였다.^(15,16) 난류 운동에너지 k 와 비 소산율(specific dissipation rate) ω 에 대한 방정식은 다음과 같이 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j k) = \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (4)$$

$$- \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right]$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \omega) = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (5)$$

$$- \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right]$$

여기서 τ_{ij} 와 S_{ij} 는 각각 레이놀즈 응력 텐서 및 변형률 텐서를 나타낸다. 또한 와점도 μ_t 는 난류 운동에너지 k 와 비 소산율 ω 에 대해서 다음과 같은 관계를 가진다.

$$\tau_{ij} = 2\mu_t(S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}$$

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (6)$$

$$\mu_t = \alpha^* \rho \frac{k}{\omega}$$

Table 2 Constants appearing in the low Reynolds number $k-\omega$ model

σ_k	σ_ω	α_0	α_0^*	β	R_k	R_ω	R_β
2.0	2.0	1/10	1/40	3/40	6.0	2.7	8.0

사용된 난류 상수는 다음과 같으며 Table 2에 부가적으로 정리하였다.

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0^* + Re_T / R_k}{1 + Re_T / R_k}$$

$$\alpha = \frac{5}{9} \frac{\alpha_0 + Re_T / R_\omega}{1 + Re_T / R_\omega} \frac{1}{\alpha^*} \quad (7)$$

$$\beta^* = \frac{9}{100} \frac{5/18 + (Re_T / R_\beta)^4}{1 + (Re_T / R_\beta)^4}$$

2.3 상사 변수

회전하는 직관 및 정지한 곡관 유동에 관한 기존의 연구들 중 대부분이 Re 를 무차원 변수로 사용해서 유동의 특성을 파악하였다. 예를 들어 회전하는 직관 유동의 경우에 Iacovides와 Launder,⁽²⁾ Yunis⁽¹²⁾ 등은 Re 와 $1/Ro$ 를 사용한 반면에 Taylor 등⁽⁴⁾ 및 Patankar 등⁽⁹⁾은 정지한 곡관 유동에서 Re 와 λ 를 사용하였다. 그러나 Re 는 회전 및 곡률의 영향을 포함하고 있지 않기 때문에 회전하는 직관 및 정지한 곡관 유동에서의 상사 변수로 사용하는 것은 타당하지 않은 것으로 판단된다. 저자^(5,6)는 선행 연구에서 변수들의 적절한 조합을 Navier-Stokes 방정식에 적용한 결과 회전하는 직관 내부의 완전 발달된 층류 유동에서 특성 무차원 변수 $K_{LR} = Re/\sqrt{Ro}$ 과 Rossby수 Ro 는 정지한 곡관 유동의 Dean수 $K_{LC} = Re/\sqrt{\lambda}$ 와 곡률비 λ 에 각각 대응한다는 사실을 확인한 바 있었다. 또한 Ro 와 λ 가 충분히 큰 값을 가지는 경우($Ro, \lambda > 8$), K_{LR} 과 K_{LC} 는 각각 회전하는 직관 유동과 정지한 곡관 유동에서 유일한 지배 변수가 되며, 결과적으로 동일한 K_L 값에 대해서 두 유동의 유사성이 명백하게 되는 것을 살펴보았다. 그러나 난류 유동의 경우에는 레이놀즈 평균 Navier-Stokes 방정식에서 크기를 알 수 없는 난류 응력항들이 포함되어 있기 때문에 선행 연구에서 사용했던 방법으로는 무차

원 특성 변수를 유도할 수 없다. 따라서 층류 유동 해석시 사용했던 특성 변수와 동일한 물리적 의미를 가지는 난류 유동에서의 특성 변수를 다음에 설명될 힘 성분들을 이용하여 유도하고자 한다. 먼저 회전하는 직관 내부의 완전 발달된 층류 유동에서의 특성 지배 무차원 변수인 Rossby수 Ro 및 K_{LR} 을 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$Ro = F_i / F_r = w_m / \Omega d \quad (8)$$

$$K_{LR} = (F_i F_c)^{1/2} / F_{Lv} = Re / \sqrt{Ro} \quad (9)$$

여기서 $F_i \sim \rho w_m^2 / d$, $F_r \sim \rho \Omega w_m$ 및 $F_{Lv} \sim \mu w_m / d^2$ 는 각각 관성력, 코리올리력 및 층류 유동에서의 점성력을 나타낸다. 유사한 방식으로 정지한 곡관 내부의 완전 발달된 층류 유동에서 특성 지배 무차원 변수인 곡률비 λ 및 K_{LC} 는 코리올리력 F_r 대신 원심력 $F_c \sim \rho w_m^2 / R$ 을 대입함으로써 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\lambda = F_i / F_c = R / d \quad (10)$$

$$K_{LC} = (F_i F_c)^{1/2} / F_{Lv} = Re / \sqrt{\lambda} \quad (11)$$

한편 난류 유동의 경우에 F_i , F_r 및 F_c 는 층류 유동과 동일한 형태를 가지기 때문에 특성 지배 무차원 변수 Ro 및 λ 는 그대로 사용될 수 있다. 반면에 점성력은 층류 유동의 F_{Lv} 와는 다른 형태를 가지게 된다. 이러한 이유는 난류 유동에서 점성력은 역압력 구배가 존재하지 않는 경우에 벽 전단 응력 τ_w 와 동일한 크기를 가지며, 이 경우 Blasius의 공식⁽¹⁷⁾을 적용하면 벽 전단 응력은 $\tau_w \sim \rho w_m^{7/4} \nu^{1/4} d^{-1/4}$ 의 근사적인 크기를 가지게 되어서, 결과적으로 점성력은 $F_{Tv} \sim \tau_w / d \sim \rho w_m^{7/4} \nu^{1/4} d^{-5/4}$ 의 형태로 표시되게 된다. 따라서 층류 유동 해석시 사용된 무차원 변수 K_{LR} 과 K_{LC} 에 대응되는 난류 유동의 특성 지배 무차원 변수 K_{TR} 과 K_{TC} 는 다음과 같이 정의될 수 있다.

$$K_{TR} = (F_i F_r)^{1/2} / F_{Tv} = Re^{1/4} / \sqrt{Ro} \quad (12)$$

$$K_{TC} = (F_i F_c)^{1/2} / F_{Tv} = Re^{1/4} / \sqrt{\lambda} \quad (13)$$

층류 유동과 동일하게 Ro 와 λ 가 충분히 큰 값을 가지는 경우($Ro, \lambda > 8$), K_{TR} 과 K_{TC} 는 각각 회전하는 직관과 정지한 곡관내의 완전 발달된 난류 유동에서 유일한 지배 변수가 되며, 유동 특성들은 이들 무차원 변수들에 대해 '점근적인 불변특성' (asymptotic invariance property)을 나타내게 된다. 결과적으로 동일한 K_T 값에 대해서 두 유동의 유사성이 성립되게 된다.

2.4 경계 조건

$Re = 20,000$ 인 경우에 대해서 Ro 와 λ 를 '점근적인 불변 특성'을 만족시키는 범위($Ro, \lambda > 8$) 내에서 변화시키면서 계산을 수행하였다. 유동 형태가 대칭적 구조를 나타내므로 관 단면의 절반 부분만을 계산 영역으로 정하였고, 격자수는 폭방향과 높이 방향으로 각각 89×45 개를 사용하였다. 벽 근처에서는 경계층의 영향으로 주유동과 2차 유동의 급격한 구배가 존재하게 되며, 이러한 벽 근처 유동의 정확한 해석을 위해 인접한 벽에서부터 첫 번째 격자 사이의 무차원 거리 $y^+ < 1$ 을 유지하였고, $y^+ < 10$ 범위에 대해서 최소한 6개의 격자점을 위치시켰다. 사용된 경계 조건으로는 대칭면에서 대칭 조건을, 벽에서는 점착(no-slip) 조건을 적용해서 ω 를 제외한 모든 속도 성분 및 난류 운동에너지를 0으로 두었다. 비 소산율 ω 의 경우에는 Menter⁽¹⁸⁾에 의해서 수정 제안된 다음과 같은 조건을 부여하였다.

$$\omega = \frac{60\nu}{\beta(\Delta y_1)^2} \quad (14)$$

여기서 Δy_1 는 인접한 벽에서부터 첫 번째 격자 사이의 거리를 나타낸다.

2.5 수치 해법

Fractional-step 방법을 사용해서 회전하는 직관 및 정지한 곡관 내부의 완전 발달된 난류 유동을 해석하였다. 대류항 차분시 계산의 안정성을 위해 자주 사용되었던 1차의 정확도를 가지는 풍상

차분법은 격자 간격에 비례해서 계산 오차를 발생하게 되므로 조밀한 격자의 사용이 불가피하며, 이로 인해 과도한 기억장소를 필요로 하게 된다. 본 연구에서는 2차 상류 차분법을 이용하여 대류항을 차분화함으로써 계산 시간 절감 및 해의 정확성 향상을 도모하는 동시에 운동 방정식에서 인위적인 소산(artificial dissipation)의 필요성을 제거하였다. 한편 점성항과 압력항은 2차 중앙차분법을 이용해서 차분화하였다. 난류 운동 에너지 k 및 비 소산율 ω 방정식도 운동 방정식과 유사한 방식으로 차분화하였다. 비엇갈림

격자계의 사용을 통하여 경계 조건의 부가를 용이하게 하였고, 각각의 변수값들을 저장하는데서 오는 부가적인 기억장소의 필요를 감소시켰다. 또한 수렴 가속 기법의 하나인 국부시간단계(local time step) 방법을 사용해서 수렴성을 향상시켰다.

3. 결 과

3.1 일반적인 유동 형태

K_{TR} 과 K_{TC} 의 크기가 동일한 경우에 무차원화된 축방향 속도 (w/w_m), 2차 유동 속도 벡터 및 유선을 Fig. 2에 표시하였다. 상부는 정지한 곡관을, 하부는 회전하는 직관을 나타낸다. 회전하는 직관의 경우, 회전에 의한 코리올리력의 영향으로 직관 중심의 속도가 빠른 유동이 압력면으로 이동하면서 서로 상반된 방향으로 회전하는 2개의 와류가 형성되는 것을 볼 수 있다(Fig. 2(a), (b)). 유동의 불안정성이 발생하는 임계값 이상으로 K_T 값이 커지는 경우 관성력과 코리올리력 사이의 균형이 깨지면서 부가적인 2차 유동이 압력면에서 발생하게 되어 결과적으로 4개의 와류 구조를 형성하는 것을 볼 수 있다(Fig. 2(c)). 한편 회전하는 직관 내부의 유동 불안정성과 유사한 형태의 2차 유동이 반경 방향 압력 구배 및 원심력 사이의 불균형으로 인해 곡관의 바깥쪽벽에서 형성되는 것을 볼 수 있다(Fig. 2(c)). 조사된 K_T 값들에 대해서 두 유동의 축방향 속도 분포

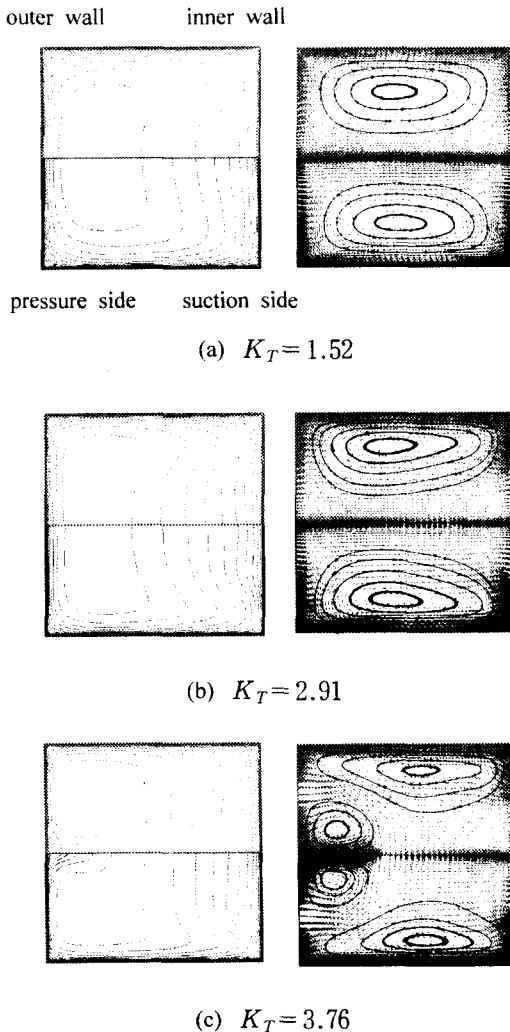


Fig. 2 Axial velocity contours (left), secondary velocity vectors and streamlines (right)

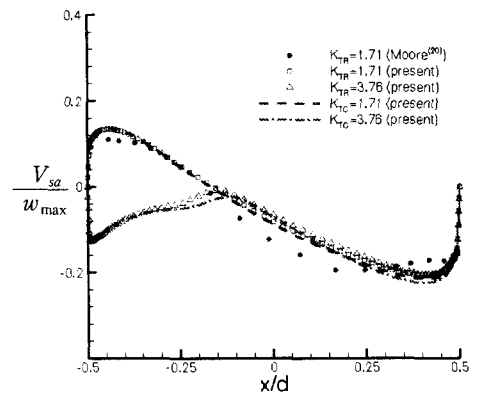


Fig. 3 Secondary axial velocity profiles along the horizontal centerline of the duct

및 2차 유동 형태가 전체적으로 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

회전 및 곡률이 유동에 미치는 영향을 보다 효과적으로 분석하기 위해서 2차 축방향 속도, $V_{S\alpha}$, 를 도입하였다. 2차 축방향 속도는 정지한 직관에서 완전 발달된 유동의 축방향 속도와 해당 K_T 값에서 계산된 축방향 속도의 차로 구해진다. Fig. 3에서 $K_T=1.71$ 인 경우에 코리올리력 및 원심력의 영향으로 속도의 최고값이 압력면으로 이동하는 반면 $K_T=3.76$ 에서는 압력면에서 부가적인 와류의 발생으로 인해 최대 축방향 속도 위치가 다시 관 중심으로 이동하면서 크기가 감소하는 것을 볼 수 있다.

대칭면에서의 평균 속도 형상을 벽법칙 좌표계를 이용해서 Fig. 4에 표시하였다. 표면 거칠기가 고려되지 않은 정지한 직관에서 벽근처의 속도 분포는 다음과 같은 semi-logarithmic 법칙을 따른다.

$$\frac{w}{w_\tau} = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (15)$$

여기서 $\kappa=0.42$, $B=5.45$ 이다.⁽¹⁹⁾ 회전 및 곡률의 영향으로 상, 하부벽 부근의 유속이 느린 유동은 2차 유동에 의해서 관의 흡입면 근처로 이동하게 되며, 이로 인해 압력면에서는 속도 증가 및 이에 상응하는 전단 응력이 커지는 반면 흡입면에서는 반대 현상이 발생하게 된다. 결과

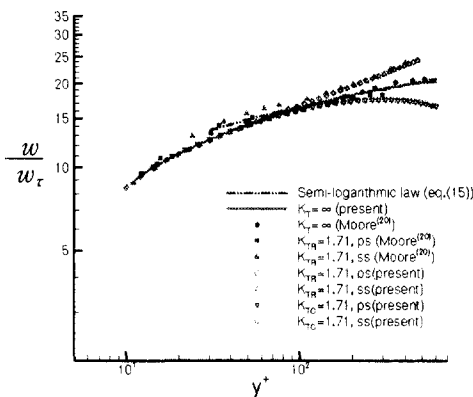


Fig. 4 Comparison of velocity profiles with law of the wall

적으로 압력면 및 흡입면에서 벽법칙을 벗어난 속도 형상이 관찰되며, Moore⁽²⁰⁾의 실험 결과와 비교시 잘 일치하는 것을 볼 수 있다.

3.2 마찰계수

마찰 계수를 정확히 구하는 것은 관 유동 해석에서 가장 중요한 작업중의 하나이다. Ito & Nanbu⁽²¹⁾ 및 Ito⁽²²⁾는 광범위한 Re 에 대해서 단면이 원형인 회전 직관 및 정지 곡관에서 마찰 계수를 측정하여 이를 상관식으로 제시하였으며, 본 연구에서 사용된 무차원 변수 K_{TR} 과 K_{TC} 로 표현하면 다음과 같다.

회전하는 직관

$$\bar{f}/\bar{f}_0 = 0.942 + 0.058K_{TR}^{1.128} \quad (16)$$

$$1 < K_{TR} < 4.73$$

정지한 곡관

$$\bar{f}/\bar{f}_0 = 0.962 + 0.065K_{TC} \quad (17)$$

$$0.61 < K_{TC} < 5.89$$

여기서 \bar{f}_0 는 정지한 직관에서의 평균 마찰 계수이다. 또한 K_{TR} 및 K_{TC} 값이 큰 경우에는 다음과 같이 근사화된 상관식이 제시될 수 있다.

회전하는 직관

$$\bar{f}/\bar{f}_0 = 0.924K_{TR}^{1/5} \quad K_{TR} > 1.97 \quad (18)$$

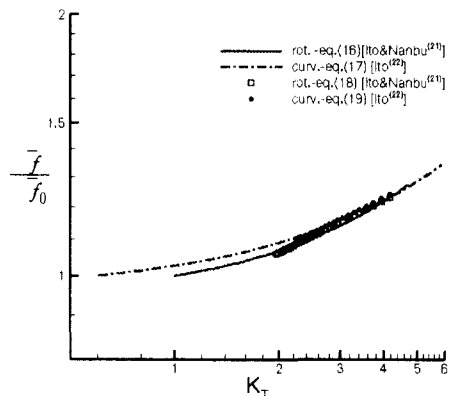
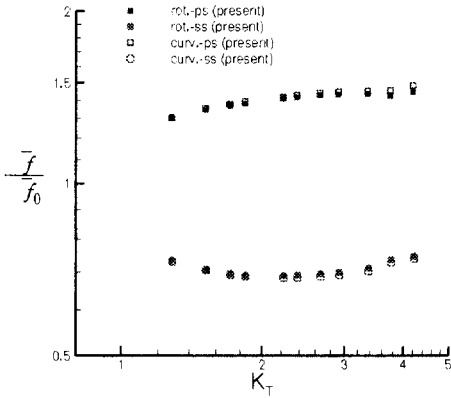
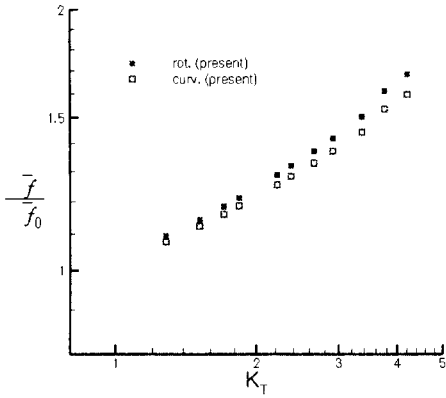


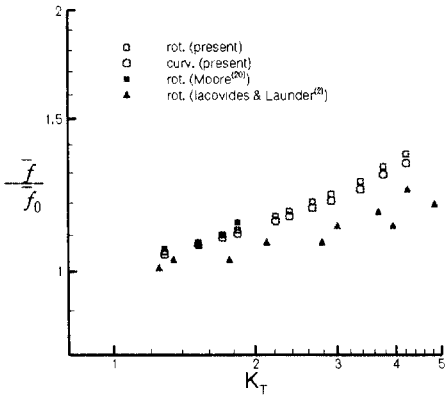
Fig. 5 Friction factor ratio



(a) Pressure & suction side



(b) Top (or bottom) side



(c) Overall side

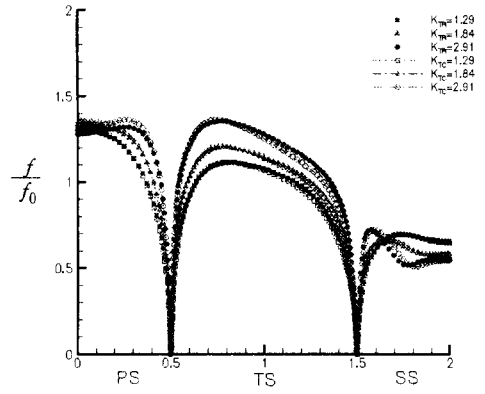
Fig. 6 Individual sides and total average friction factor

정지한 곡관

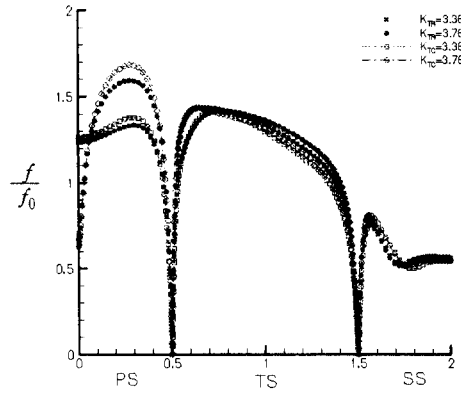
$$\bar{f}/\bar{f}_0 = 0.933K_{TC}^{1/5} \quad K_{TC} > 2.21 \quad (19)$$

위의 상관식들을 통해서 두 유동의 유사성이 명백함을 알 수 있다 (Fig. 5).

앞서 원형 단면 관 유동에서 살펴본 마찰 계수의 유사성이 실제로 정사각 단면인 경우에도 성립하는지 알아보기 위해서 각각의 벽면 및 이들을 포함하는 전체 평균 마찰계수를 Fig. 6에 도시하였다. 평균 마찰 계수값은 흡입면에 비해 압력면에서 크게 나타나며, 상,하부벽의 경우에는 K_T 값에 따라 마찰계수가 지속적으로 증가하는 형태를 보여준다. K_T 값의 변화에 따른 마찰계수의 증가 형태는 기존의 실험 결과⁽²⁰⁾와 비교적 잘



(a)



(b)

Fig. 7 Distribution of the local normalized friction factor

일치하는 것을 볼 수 있으며, 층류 유동과 비교 시 다소 완만한 증가 형태를 보이고 있다.^(5,6) 반면에 Iacovides와 Launder⁽²⁾에 의해서 계산된 마찰계수는 물리적으로 타당하지 않은 불연속적인 증가형태를 나타내고 있다. 마찰계수의 변화 형태를 보다 자세히 알아보기 위해서 벽에서의 국부적인 마찰계수의 분포를 Fig. 7에서 표시하였다. 그림 하단에 표시된 PS, TS 및 SS는 각각 압력면 (pressure side), 상부면(top side) 및 흡입면(suction side)를 나타낸다. 대칭면에 위치한 압력면의 경우에 일정한 값을 유지하다가 유체의 불안정성이 발생하는 $K_T=3.76$ 에서 마찰 계수가 급속히 감소하는 반면 흡입면에서는 지속적으로 감소하다가 일정한 값을 유지하는 경향을 볼 수 있다. 상, 하부면에서는 K_T 값에 따라 마찰계수가 지속적으로 증가하며, 특히 K_T 값이 2.91보다 큰 경우에는 마찰계수의 국부적인 최대값이 압력면이 아닌 상, 하부면에 위치하며 이러한 현상은 압력면에서 유체의 불안정성이 발생하기 전까지 지속되는 것을 볼 수 있다.

4. 결론

주유동에 수직인 축을 중심으로 회전하는 정사각 단면의 직관과 정지한 곡관에서의 완전 발달된 난류 유동의 정량적인 유사성을 밝히기 위해 물리적으로 타당한 상사변수와 고차의 정확도를 가진 수치 해법을 이용하여 계산한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 회전하는 직관내의 유동의 경우에 무차원 변수 K_{TR} 과 Rossby수 Ro 는 정지한 곡관 유동의 K_{TC} 과 곡률비 λ 에 각각 대응한다는 사실이 확인되었다. 여기서 K_{TR} 과 K_{TC} 는 층류 유동의 무차원 변수 K_{LR} 및 K_{LC} 와 동일한 물리적 의미를 가진다.

(2) Ro 와 λ 가 충분히 큰 값을 가지는 경우 ($Ro, \lambda > 8$), K_{TR} 와 K_{TC} 는 각각 회전하는 직관과 정지한 곡관내의 난류 유동에서 유일한 지배 변수가 되며, 유동 특성들은 이들 무차원 변수들에 대해 '점근적인 불변특성'을 나타내었다. 결과적으로 동일한 K_T 값에 대해서 두 유동 사이의 정량적인 유사성이 성립하는 것을 확인하였다.

(3) 주유동의 형태 및 마찰계수는 폭넓은 K_T 값의 범위안에서 서로 잘 일치하는 경향을 나타내었다.

후 기

본 연구는 BK21 지원 사업의 일부로 수행되었으며, 日韓産業技術協力財團 및 과학재단이 지원하는 “理工系靑少年交流事業”의 일환으로 日本航空宇宙研究所 방문시 많은 기술적 조언을 해주신 Dr. Ishigaki께 감사의 말씀을 드립니다.

참고문헌

- (1) Johnston, J. P., Halleen, R. M. and Lezius, D. K., 1972, "Effects of Spanwise Rotation on the Structure of Two-Dimensional Fully Developed Turbulent Channel Flow," *J. Fluid Mech.*, Vol. 56, pp. 533~557.
- (2) Iacovides, H. and Launder, B. E., 1991, "Parametric and Numerical Study of Fully Developed Flow and Heat Transfer in Rotating Rectangular Ducts," *J. Turbomachinery*, Vol. 113, pp. 331~338.
- (3) Humphrey, J. A. C., Whitelaw, J. H. and Yee, G., 1981, "Turbulent Flow in a Square Duct with Strong Curvature," *J. Fluid Mech.*, Vol. 103, pp. 443~463.
- (4) Taylor, A. M. K. P., Whitelaw, J. H. and Yianneskis, M., 1982, "Curved Ducts with Strong Secondary Motion : Velocity Measurements of Developing Laminar and Turbulent Flow," *J. Fluids Eng.*, Vol. 104, pp. 350~359.
- (5) 이공희, 백제현, 2000, "수직축을 중심으로 회전하는 직관과 정지한 곡관내에서의 층류 유동의 유사성 비교," *대한기계학회논문집(B)*, 제24권 제12호, pp. 1683~1691.
- (6) Lee, G. H. and Baek, J. H., 2000, "Similarity Comparison of Laminar Flows between in Orthogonally Rotating Square Duct and Stationary Curved Square Duct," accepted to *Int. J. Rotating Machinery*.
- (7) Launder, B. E. and Spalding, D. B., 1974, "The Numerical Computation of Turbulent Flows,"

- Comp. Methods Applied Mech. Eng.*, Vol. 3, pp. 269~289.
- (8) Majumdar, A. K., Pratap, V. S. and Spalding, D. B., 1977, "Numerical Computation of Flow in Rotating Ducts," *J. Fluids Eng.*, Vol. 99, pp. 148~153.
- (9) Patankar, S. V., Pratap, V. S. and Spalding, D. B., 1975, "Prediction of Turbulent Flow in Curved Pipes," *J. Fluid Mech.*, Vol. 67, pp. 583~595.
- (10) Pratap, V. S. and Spalding, D. B., 1975, "Numerical Computations of the Flow in Curved Ducts," *Aeronautical Quarterly*, Vol. 26, pp. 219~228.
- (11) Howard, J. H. G., Patankar, S. V. and Bordinuk, R. M., 1980, "Flow Prediction in Rotating Ducts using Coriolis-Modified Turbulence Models," *J. Fluids Eng.*, Vol. 102, pp. 456~461.
- (12) Younis, B. A., 1993, "Prediction of Turbulent Flows in Rotating Rectangular Ducts," *J. Fluids Eng.*, Vol. 115, pp. 647~652.
- (13) Iacovides, H., Launder, B. E. and Li, H-Y, 1996, "The Computation of Flow Development through Stationary and Rotating U-Ducts of Strong Curvature," *Int. J. Heat & Fluid Flow*, Vol. 17, pp. 22~33.
- (14) Wilcox, D. C., 1994, "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," *AIAA J.*, Vol. 32, pp. 247~255.
- (15) Stephens, M. A. and Shih, T. I-P., 1999, "Flow and Heat Transfer in a Smooth U-Duct with and without Rotation," *J. Prop. & Power*, Vol. 15, pp. 272~279.
- (16) Song, B., Liu, G. R., Xu, D. and Lam, K. Y., 1998, "Application of the Bounded Higher-Order WACEB Scheme to Turbulent Flow," *Proc. 3rd HPC Asia Conference & Exhibition*, Singapore.
- (17) Schlichting, H., 1979, *Boundary Layer Theory*, McGraw-Hill, p. 600.
- (18) Menter, F. R., 1993, "Zonal Two Equation $k-\omega$ Turbulence Models for Aerodynamic Flows," *AIAA-93-2906*.
- (19) Chen, H. C. and Patel, V. C., 1988, "Near-Wall Turbulence Models for Complex Flows Including Separation," *AIAA J.*, Vol. 26, pp. 641~648.
- (20) Moore, J., 1967, "Effects of Coriolis on Turbulent Flow in Rotating Rectangular Channels," MIT Gas Turbine Lab. Report, No. 89.
- (21) Ito, H. and Nanbu, K., 1971, "Flow in Rotating Straight Pipes of Circular Cross Section," *J. Basic Eng.*, Vol. 93, pp. 383~394.
- (22) Ito, H., 1959, "Friction Factors for Turbulent Flow in Curved Pipes," *J. Basic Eng.*, Vol. 81, pp. 123~134.