

Hydrocyclone을 이용한 호소 퇴적물의 분급특성 Classification of Lake Sediment by Hydrocyclone

노 성 혁* / 조 영 민** / 오 종 민***

Roh, Sung Hyeuk / Jo, Young Min / Oh, Jong Min

Abstract

In this study, a hydrocyclone operated by centrifugal force was examined as a part of dredge system of lake sediments. It does not help dehydration of the sediments, but also enables the classification of fine particles in the stable and sanitary treatment. Several experiments were performed focusing on the separation efficiency under the condition of room temperature with virtual sediment samples and simulated particles. As a result of the experiment, it was found that the apex size of the cyclone greatly affected the cut diameter(d_{50}), and high density particles were separated more effectively.

keywords : hydrocyclone, cut diameter, classification, sediment removal, dredge

요 지

본 연구에서는 원심력을 이용한 하이드로싸이클론을 준설된 호소 퇴적물의 처리 공정에 적용하는 실험을 수행하였다. 준설된 퇴적물의 안정화 및 위생적 처리를 위해서는 경우에 따라 탈수 및 분급공정이 필요하다. 본 연구에서는 이러한 공정에 하이드로싸이클론을 적용하였으며, 실온에서 실제 호소 퇴적물과 폐 석탄회를 이용하여 분리효율을 실험하였다. 본 연구 결과 하부배출구의 크기는 한계분리입경(d_{50})에 큰 영향을 미치는 것을 알 수 있었고, 비중이 큰 입자일수록 좀 더 분리가 효과적으로 일어나는 것을 알 수 있었다.

핵심용어 : 하이드로싸이클론, 한계분리입경, 분류, 퇴적물제거, 준설

* 경희대학교 대학원 환경학과 석사과정

Grad. Student, Dept. of Environmental Sci., Kyunghee Univ., Kyunggi-do 449-701, Korea

** 경희대학교 환경·응용화학부 조교수 및 환경연구소

Assistant Prof., School of Environment & Applied Chemistry and Institute for Environmental Sci., Kyunghee Univ., Kyunggi-do 449-701, Korea

*** 경희대학교 환경·응용화학부 부교수 및 환경연구소

Associate Prof., School of Environment & Applied Chemistry and Institute for Environmental Sci., Kyunghee Univ., Kyunggi-do 449-701, Korea (E-mail : jmoh@khu.ac.kr)

1. 서 론

최근 각종 오염물질의 유입으로 인한 호소 및 저수지의 부영양화가 극심해짐에 따라 빈영양호로의 개선을 위한 많은 노력이 이루어지고 있지만, 외부로부터의 유입 부하량을 격감시킴에도 불구하고 호소수질의 회복속도는 크게 개선되지 않은 것으로 판단되고 있다. 이러한 결과가 나타나는 주요 원인으로는 퇴적물의 저니층으로부터 용출되는 유기물과 영양물질이다(국립환경연구원, 1986). 용수 공급 측면에서 볼 때 퇴적물은 호소나 저수지의 저수량을 감소시키고, 호소의 오염을 가속화 시켜 수자원이로서의 가치를 떨어뜨린다.

이러한 퇴적물의 처리방안 가운데 가장 일반적인 방법은 준설이다. 준설된 퇴적물을 안정화시키고, 위생적 처리를 위하여 탈수나 분급과 같은 전처리 과정이 요구된다. 분급의 방법에는 체를 이용하여 입자의 크기만으로 분급하는 기술과 광산업에서 주로 사용하는 부유선광법, 전자기적 성질을 이용하는 방법, 그리고 입도와 비중을 이용하는 하이드로싸이클론 방법 등이 있다. 하이드로싸이클론은 비교적 처리능력 및 분리성능이 우수하며, 적은 시설투자비와 유지비, 설치의 용이성, 연속적 작업이 가능하다는 이점을 가지고 있어 근래에 각 방면의 분리공정에 이용코자 활발하게 연구가 진행되고 있다.

하이드로싸이클론에 대한 연구는 1960년대 초 Rietema(1961)에 의해 싸이클론의 크기와 최적조작조건 등에 대한 연구가 발표되었고, Bradley(1965)를 비롯하여 여러 연구자들이 하이드로싸이클론의 설계, 제작, 효율계산 등에 관한 다양한 연구가 이어졌다(Kellsall, 1966 ; Mayer, 1966 ; Richard, 1992). 이러한 하이드로싸이클론은 분급, 농축, 추출 등의 공정에 많이 이용되고 있다. 제지산업과 식품산업, 광산업, 석유산업 등에서 이러한 원심력을 이용한 조업이 각광을 받고 있으며, 장치 내에서의 유체와 입자의 분리 및 농축효과를 극대화시키고자 하는 다양한 연구가 국내·외에서 진행되고 있다. 또한 최근에는 수질정화를 비롯한 환경분야의 적용이 점차 늘어나고 있다(전영길 등, 1996 ; Ortega와 Medina, 1996). 특히 가혹조건에서의 사용가능성과 저렴한 운전비용, 간단한 설치조건 등으로 연구결과에 따라 하·폐수처리용 하이드로싸이클론의 적용가능성을 타진할 수 있을 것으로 기대된다.

본 연구에서는 퇴적물내의 유효자원 회수와 퇴적물

준설에 있어서 전처리 장치로서의 하이드로싸이클론의 적용 가능성을 평가하고, 효과적인 분리 및 농축효율을 얻을 수 있는 최적조건을 도출하기 위하여 두 가지의 서로 다른 형태의 싸이클론을 제작하여 실험을 수행하였다.

2. 실험 장치 및 방법

2.1 실험장치

하이드로싸이클론은 연속상의 유체로부터 분산상의 고체 입자를 원심력의 원리를 이용하여 분리하는 장치이다. 즉, 접선방향으로 유입된 유체는 원심력 때문에 싸이클론 내부에 발생한 강한 선회류에 의해 상대적으로 비중이 큰 고형물질은 싸이클론의 내측벽으로 이동하여 관성력을 잃고 원추부를 따라 하부배출구를 통하여 농축 배출된다.

본 연구에 사용한 하이드로싸이클론의 형상 및 규격은 그림 1과 같으며 Rietema가 제시한 고효율 표준 규격을 일부 수정한 형상으로 제작하였다. 재질은 스텐레스이며 싸이클론 몸체(D)의 직경은 50 mm이며, 원추부의 높이(H_2)에 따라 원추부의 각도는 6° 와 7.7° 로 제작하였다. 본 분급실험에 사용한 시료는 신갈호수에서 채취한 퇴적물과 삼천포 화력발전소에서 발생한 폐석탄회를 고체입자상 물질로 택하여 조제하였으며, 그 특성을 표 1에 요약하였다.

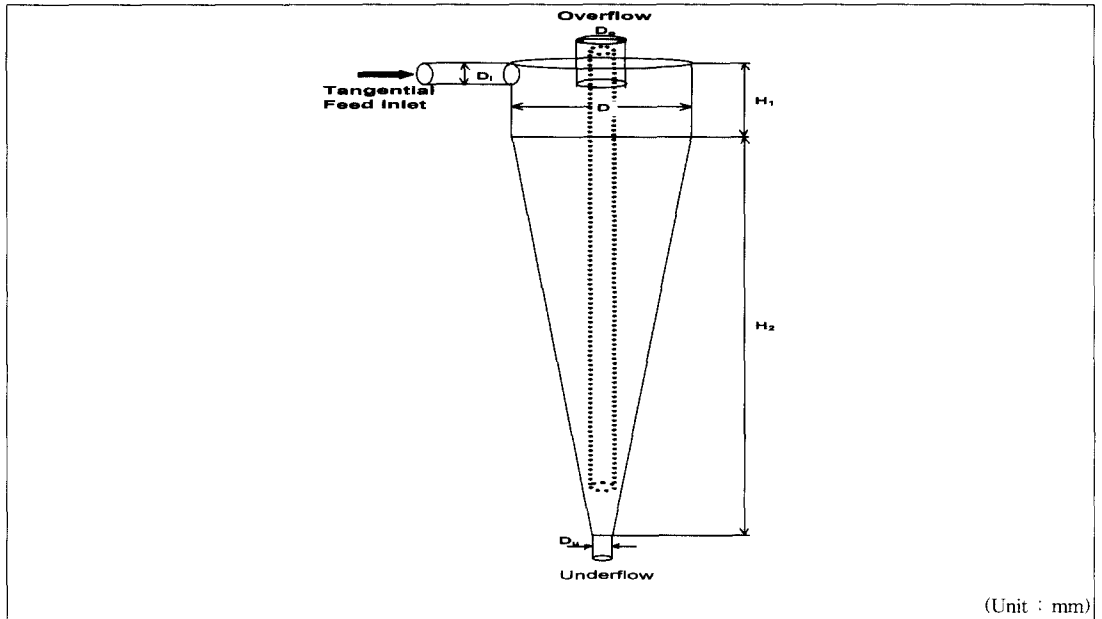
2.2 실험방법

하이드로싸이클론 가동시 분급 효율에 영향을 미치는 인자로는 장치특성에 의한 변수인 싸이클론의 직경, 유입구 및 배출구의 직경, 싸이클론의 길이, Vortex finder의 길이 등이 있고, 유입 슬러리의 특성에 의한 변수로 유입수 중에 포함되어 있는 고체 입자의 비중, 유입압력, 유입수의 농도 등을 들 수 있다(Svarovsky, 1981).

본 연구에서는 1) 하부배출수의 농도와 유량에 영향을 미쳐 처리량 결정에 중요한 변수로 작용하는 D_w/D 차이에 의한 분급특성과 2) 준설된 퇴적물 중 효과적인 유효자원 회수를 위해 유입수 중에 포함되어 있는 고체 입자의 비중차에 의한 분급특성을 중점적으로 관찰하며 실험하였다. 특히 본 연구에서는 기존의 연구(정연규 등, 2000)들과는 달리 매우 미세한 입자들의 분급 특성을 효과적으로 관찰하기 위하여 입경이 작은 시료를 선택하여 실험을 수행하였다.

표 1. 퇴적물과 폐석탄회의 특성

Material	Source	Specific Gravity	Chemical elements
Sediment	Shingal Lake	1.5	Si, Al, K, Na, Mg, Mn, F, S, org.-C, N, P
Fly ash	Samcheonpo Power Station	2.5	Al, Si, Fe



(Unit : mm)

	Cyclone dia. (D)	Inlet dia. (D ₁)	Apex dia. (D _u)	Vortex finder dia. (D ₀)	Cone angle	Body length (H ₁ +H ₂)
Cyclone I	50	12	7.5	15	6 °	300
Cyclone II	50	12	13	15	7.7 °	250

그림 1. 하이드로싸이클론의 형상 및 규격

하부배출구 크기에 따른 분급특성 실험은 D_u/D 비가 0.15(Cyclone I)와 0.26(Cyclone II)인 싸이클론을 제작하여 실험을 수행하였다. 그리고 유입 시료 중에 포함되어 있는 고체 입자의 비중차에 의한 분급특성 실험은 Rietema 표준 설계에 의해 제작한 Cyclone I 을 사용하였으며, 비중 차이가 나는 호소 퇴적물(비중 1.5)과 폐석탄회(비중 2.5)를 시료로 채택하여 고형물 질의 특성에 따른 분급 효과를 관찰하였다. 각각의 시료에 대한 조건은 유입수의 농도는 5%(w/v), 유입유량은 30 l/min 로 일정하게 유지하였다.

그림 2는 실험 장치에 대한 개요도이며, 부유 입자

를 포함한 유체는 압력에 의해 원통부 윗쪽에 위치한 유입구를 통해 접선방향으로 주입된다. 본 실험에 사용한 Water tank의 용량은 100 l이며, 시료를 균일하게 하여 싸이클론 안으로 유입시키기 위해 Water tank 내에 Mixing pump를 설치하였다. 또한 유량 조절은 By-pass 3-way valve를 이용하여 조절하였으며, 싸이클론 유입 전에 압력게이지를 설치하여 유입 압력을 측정하였다.

싸이클론의 상부(Overflow)와 하부(Underflow)에서 모아진 슬러리에 포함된 고체 입자의 입경분포를 분석하여 싸이클론의 성능을 평가하였다. 입경은

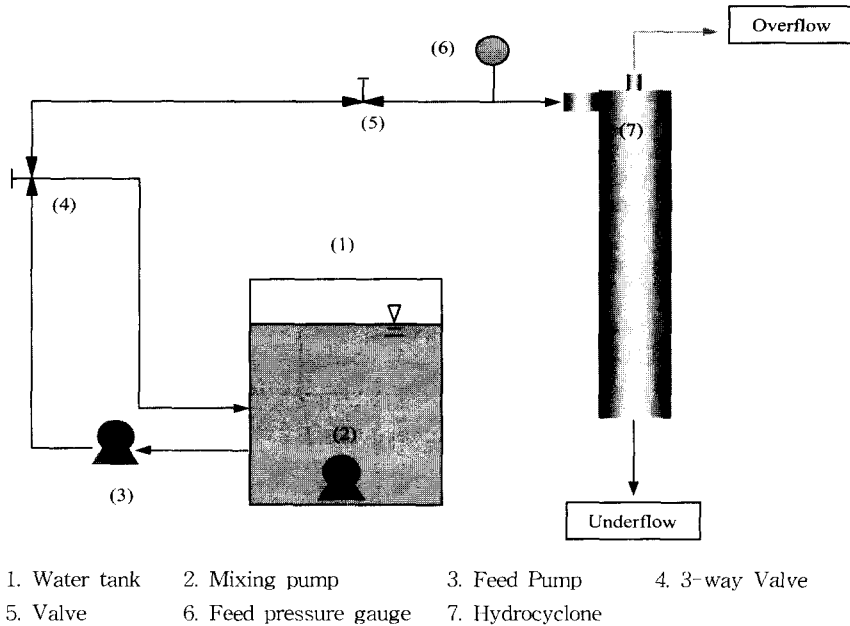


그림 2. 하이드로싸이클론 실험장치의 개요도

Malvern Instruments사의 Mastersizer(Model : 20HD)를 사용하여 측정하였다.

3. 결과 및 고찰

3.1 D_u/D 차이에 의한 분급특성

하부배출구 직경(D_u) 크기는 하부배출수 중의 고형 물질의 농도와 배출수의 유량에 영향을 주기 때문에 D_u/D 는 분리 효율에 가장 직접적인 영향을 미치는 변수라 할 수 있다. 따라서 하부배출구 크기에 따른 분급특성 실험은 준설된 퇴적물을 처리할 경우 최적의 처리량 결정에 중요한 변수라 할 수 있다.

그림 3은 각각의 싸이클론에 대한 유입수 및 하부(Underflow), 상부배출수(Overflow)에 포함된 고형물의 누적입경분포를 나타낸 그래프다. 유입수의 입자의 평균입경(Median diameter)은 $9.5 \mu\text{m}$, Underflow는 Cyclone I, II 모두 $20 \mu\text{m}$, Overflow의 경우는 각각 $8.6, 8.9 \mu\text{m}$ 로 Cyclone I, II 모두 비슷한 입경분포를 보이는 것으로 나타났으며, 각각의 싸이클론에 대한 입경분포 차이는 그다지 크지 않지만 큰 입자가 Underflow로 분리되어 배출되는 것을 알 수 있다.

식 (2)의 총괄 분리효율식은 유입수에 포함된 입자의 입경별 질량분율이 Underflow와 Overflow로 배출되는 입자의 질량분율의 총 합과 같다는 가정하에 다음과 같이 정의할 수 있다(Svarovsky, 1981).

$$M_f = M_u + M_o \quad (1)$$

$$E_T = \frac{M_u}{M_f} = 1 - \frac{M_o}{M_f} \quad (2)$$

E_T : Total efficiency

M_f : 유입수에 포함된 입자의 입경별 질량분율

M_u : Underflow로 배출되는 입자의 입경별 질량분율

M_o : Overflow로 배출되는 입자의 입경별 질량분율

식 (3)은 순수 분리효과를 알아보기 위한 입경별 분리효율을 나타내는 식으로, 입경별 분리효율은 총괄 효율에 대하여 Underflow로 배출되는 유량(Q_u)과 유입유량(Q_i)의 비(R_f)를 고려한 효율로서, 이는 Underflow로 분리되는 슬러리는 고형물질 뿐만아니라

표 2. Cyclone I, II 대한 유입유량과 상부·하부배출구의 유량

(Unit : ℓ/min)

	Inlet flow (Q_i)	Underflow (Q_u)	Overflow (Q_o)	$R_f (=Q_u/Q_i)$
Cyclone I	30	4.5	25.5	0.15
Cyclone II	30	7.4	22.6	0.25

항상 유체를 포함하고 있기 때문에 R_f 를 고려하여 순수 분리효과에 대한 효율을 알 수 있다(Svarovsky, 1981).

$$E'_T = \frac{E_T - R_f}{1 - R_f} \quad (3)$$

E'_T : Reduced efficiency

R_f : Underflow/Throughput 비율(Q_u/Q_i)

Q_u : Underflow로 배출되는 유량

Q_i : 유입유량

유입수와 각각의 배출수에 대한 유량 측정 결과를 표 2에 나타내었고, Cyclone I, II의 R_f 값은 각각 0.15, 0.25로 조사되었다. 이 값을 식 (3)에 대입하여 입경별 분리효율을 계산한 결과, 각각의 배출수의 입경분포는 큰 차이를 보이지 않았지만(그림 3), R_f 값에 따라 입경별 분리효율은 크게 차이를 보였으며, 그 결과를 그림 4에 나타내었다.

입경별 분리효율은 Cyclone I을 가동했을때 전체적으로 더 높게 나타났고, 10 μm 이하의 입경에서는

Cyclone I의 경우 약 20 %, Cyclone II의 경우 약 10 % 정도의 분리 효율을 보이고 있다. 그리고 Cyclone I의 경우 70 μm 이상의 입자에서는 90 % 이상의 분리 효율을 나타내고 있다. Cyclone II의 경우에는 90 μm 이상에서 90 % 정도의 분리 효율을 나타내고 있다. 입자의 50 %가 Underflow로 분리 배출되는 한계분리입경(Cut diameter, d_{50})은 Cyclone I의 경우 22 μm 로 측정되었고, Cyclone II의 경우 25 μm 로 측정되었다. 따라서 D_u/D 의 비가 작을수록 Underflow로 분리되는 입자의 크기가 미세함을 알 수 있다.

그림 5는 Bradley와 Gerrard and Liddle의 모델에 의한 이론적으로 유추한 값이 본 실험 결과와 일치하는가를 검증하기 위하여 두 사이클론에 대하여 비교 검토한 그래프이다. 그림 5에서 나타내고 있는 것과 같이 Cyclone I의 경우 한계분리입경 보다 큰 입자에 대해서, 그리고 Cyclone II의 경우에는 한계분리입경 보다 작은 입자에 대해서 실험치와 이론값이 유사한 경향을 나타냈다. 따라서 Cyclone I, II를 직렬로 연결하여 가동한다면 준설했 퇴적물의 처리효율을 효과적으로 높일 수 있을 것으로 생각된다.

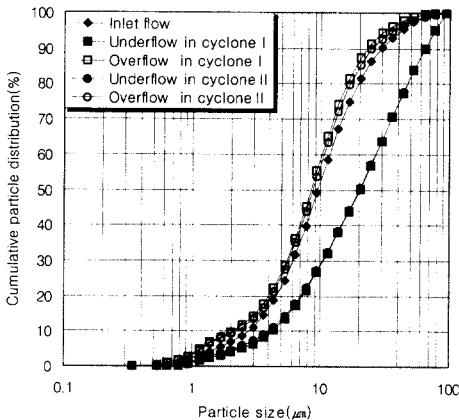


그림 3. 유입수 및 각각의 배출수에 포함된 고형물의 누적입경분포곡선

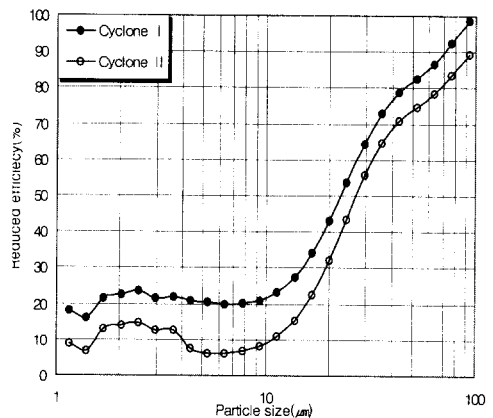
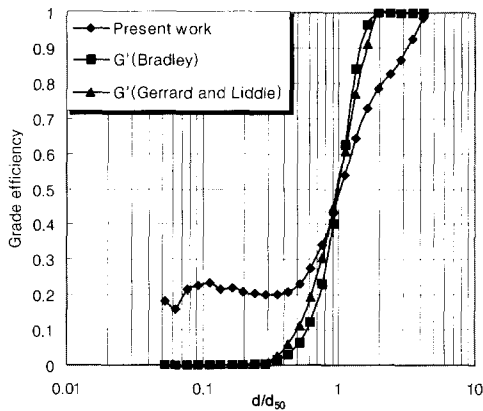
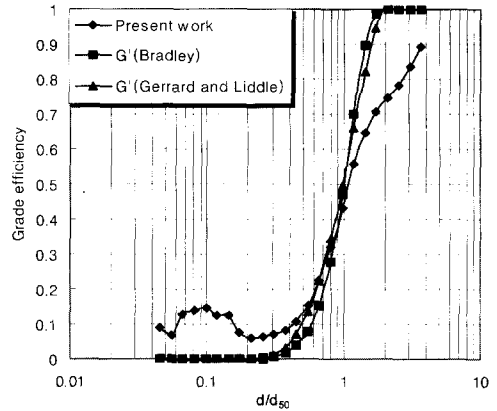


그림 4. Cyclone I, II의 입경별 분리효율곡선 비교



(a) Cyclone I



(b) Cyclone II

그림 5. 입경별 분리효율과 Grade efficiency 비교

Bradley :

$$G' \left(\frac{d}{d_{50}} \right) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{d}{d_{50}} - 0.115 \right)^3 \right] \quad (4)$$

Gerrard and Liddle :

$$G' \left(\frac{d}{d_{50}} \right) = 1 - \left[1 + 2.142 \frac{d}{d_{50}} + 3.463 \left(\frac{d}{d_{50}} \right)^2 - 2.508 \left(\frac{d}{d_{50}} \right)^3 \right] \times \exp \left(-2.142 \frac{d}{d_{50}} \right) \quad (5)$$

식 (4)와 (5)의 기존 경험식(Svarovsky, 1981)으로부터 계산한 각각의 Grade efficiency는 Cyclone I의 경우 44 μm 이상일 때 100 % 분리효율을 보였으며 Cyclone II의 경우는 50 μm 이상에서 100 % 분리효율을 나타냈다. 결국 D_w/D 의 비가 작을수록 한계 분리입경이 작아짐을 알 수 있었다. 따라서 하부배출구의 크기를 조절함으로써 분리하고자 하는 입경의 크기를 결정할 수 있어 준서된 퇴적물 중의 재이용 가능한 입자를 분리해 낼 수 있을 것으로 생각된다.

3.2 비중차에 따른 분급특성

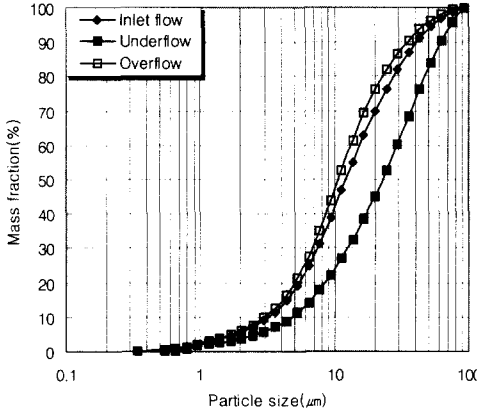
준서된 퇴적물 중에서 건설용 골재 및 토양개량제로 이용되는 입자는 비교적 큰 모래 입자로 점토질의 입자보다 비중이 크다. 그리고 작은 입자에 오염물질의 흡착이 잘 일어나는 특성이 있어본 실험을 통해 입자

의 비중에 따른 분급특성을 알아보려고 하였다.

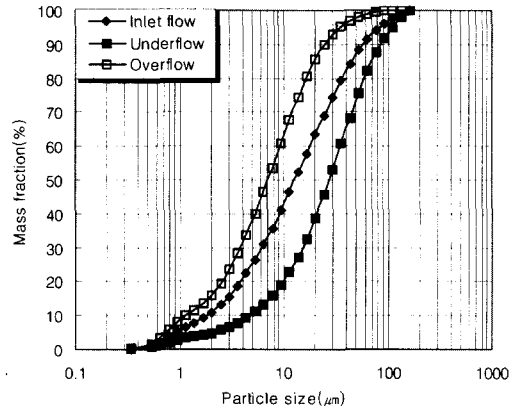
그림 6은 비중이 약 1.5인 퇴적물과 2.5인 폐석탄회를 이용했을 경우 유입수와 각각의 배출수에 대한 입자의 누적입경분포를 나타낸 그래프이다. 조제된 시료의 유입수의 경우 퇴적물 입경분포는 약 0.3 ~ 100 μm 이며, 폐석탄회 입자의 입경분포는 0.3 ~ 160 μm 로 퇴적물보다 넓은 입경분포를 보여주었으며, 평균입경은 모두 11 μm 로 같았다. Underflow의 경우 퇴적물과 폐석탄회의 평균입경은 각각 22, 28 μm 로 퇴적물의 평균입경이 작게 나타났고, 반대로 Overflow의 평균입경은 각각 10.5, 7 μm 로 폐석탄회가 더 작게 측정되었다. 이는 비중이 큰 폐석탄회를 사용했을 때 상부 및 하부배출구로의 입자의 분리가 확실하게 일어나고 있음을 의미한다.

퇴적물과 폐석탄회의 입경별 분리효율의 비교를 그림 7에 나타냈다. 유입시료로 퇴적물을 사용했을 경우 50 % 분리되는 입자의 크기 즉, 한계분리입경(d_{50})은 25 μm 로 측정되었으며, 폐석탄회를 사용했을 경우 한계분리입경(d_{50})이 21 μm 로 측정되었다. 그리고 퇴적물의 경우 8 μm 이하에서는 20 % 정도의 분리 효율을 보였으며, 가장 큰 입자의 경우도 89 % 정도의 분리 효율을 보였다. 반면에 폐석탄회는 6 μm 이하에서는 10 % 미만의 분리 효율을 보였으며, 80 μm 이상의 입자에서는 분리효율이 90 % 이상이었다.

비중 차에 의한 분급 특성 실험에서는 비중이 큰 폐석탄회를 사용했을 경우 한계분리입경(d_{50})이 21 μm 로 퇴적물의 25 μm 보다 작게 나타났고, 이와 같은 결과는



(a) 퇴적물(Sediment)



(b) 폐석탄회(Fly ash)

그림 6. 유입수 및 각각의 배출수에 포함된 입자의 누적입경분포곡선

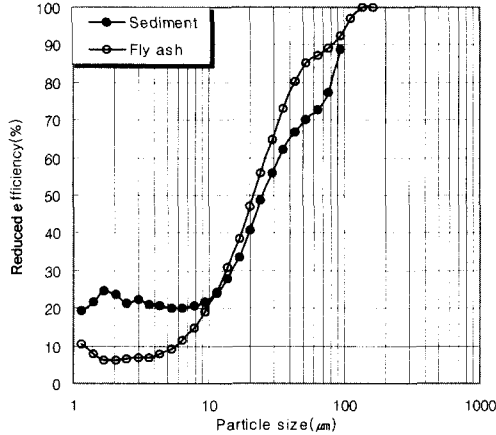


그림 7. 퇴적물과 폐석탄회의 입경별 분리효율곡선 비교

Bradley에 의한 식 (6)과 Rietema에 의한 식 (7)의 d_{50} 예측식에서 유입시료 중의 유체와 입자의 비중차이가 클수록 d_{50} 가 작아진다는 보고와 일치하는 결과를 나타냈다.

$$\frac{d_{50}}{D_c} = 17.6 \times 10^{-3} \left(\frac{\mu D_c}{Q \Delta \rho} \right)^{0.5} \quad (6)$$

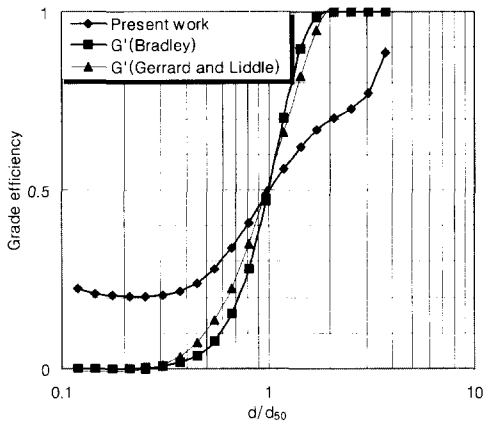
$$\frac{d_{50}}{D_c} = 16.34 \times 10^{-3} \left(\frac{D_c^{0.36} \mu^{0.5}}{Q^{0.53} \Delta \rho^{0.5}} \right) \quad (7)$$

그림 8은 서로 다른 비중을 가진 퇴적물과 폐석탄회의 입경별분리효율과 Grade efficiency를 비교한 그

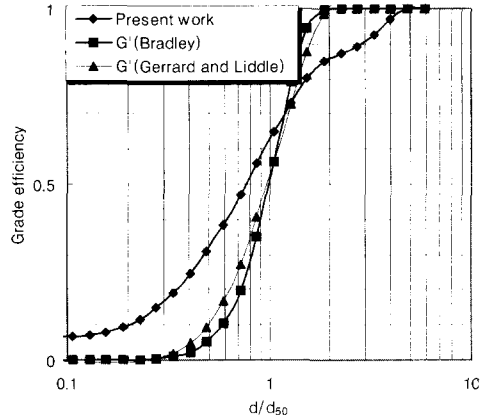
래프이다. 퇴적물보다 비중이 큰 폐석탄회를 사용했을 경우 이론적 효율 곡선인 Grade efficiency와 더 유사한 경향을 보이고 있다. 즉 유입시료 중에 포함된 고체입자의 비중이 클수록 연속상의 유체로부터 분산상의 입자를 분리하는데 효과적이며, 상부와 하부 배출구로 분리되는 입자의 분리가 확실하게 일어남을 알 수 있다.

4. 결 론

본 연구는 준설된 퇴적물의 전처리 장치로서 하이드로사이클론의 적용가능성을 평가하고, 효과적인 분리 및 농축을 위한 사이클론의 유효한 구조를 찾아내기



(a) 퇴적물(Sediment)



(b) 폐석탄회(Fly ash)

그림 8. 입경별 분리효율과 Grade efficiency 비교

위하여 폐석탄회와 실제 농업용 저수지의 퇴적물을 사용한 실험을 실시하였다. 싸이클론 형상 가운데 분리효율과 직접적인 관계가 있는 하부배출구(Apex)의 크기에 관하여 실험한 결과, D_w/D 의 비가 작을수록 한계 분리입경이 작게 나타났으며, 하부배출구로 배출되는 입자의 전체적인 분리효율이 높은 것을 알 수 있었다.

비중 차에 의한 분급 특성 실험에서는 비중이 큰 폐석탄회가 더 작은 한계분리입경을 보여주어 기존의 Bradley와 Rietema의 d_{50} 예측식에서 유입시료 중의 유체와 입자의 비중차이가 클수록 d_{50} 가 작아진다는 보고와 일치하였다. 따라서 준설했던 퇴적물로부터 미세한 입자의 저니와 건설용 골재 및 토양개량재 등으로 이용가능한 유효자원의 분리가 가능할 것으로 생각된다. 특히 본 연구에서 사용한 미세입자에 대한 분급특성으로부터 하이드로싸이클론이 하·폐수 처리장의 슬러지 농축에도 적용될 수 있을 것으로 사료되며, 앞으로 좀 더 다양한 구조 및 형태의 실험을 통하여 보다 구체적인 동작 메카니즘을 규명하고, 효과적인 싸이클론 설계기준을 제시하고자 한다.

감사의 글

본 연구는 용인시의 재정적 지원으로 수행된 것으로 이에 감사를 드립니다. 아울러 2000학년도 교비지원을 해주신 경희대학교에도 감사의 말씀을 드립니다.

참 고 문 헌

국립환경연구원(1986), 호소의 수질보전.

전영길, 오준성, 최담천, 박일문 (1996). "SO₂ 제거를 위한 슬러리상 폐소석회 활용에 관한 연구." 한국폐기물학회지, 제13권, 제3호, pp. 339~346.
정연규, 김진욱, 김용학, 김성훈 (2000), "Hydrocyclone을 이용한 하상퇴적토의 활용방안과 cyclone의 전인자 도출에 관한 연구." G-7 환경기술 연구개발사업 성과 세미나 발표집, pp. 136~141.

Bradley D. (1965). *The Hydrocyclone*. Pergamon Press, Oxford.
Kelsall, D. F. (1966). "The Theory and Applications of the Hydrocyclones, In Pool and Doyle : Solid-liquid separation." H.M. S.O., London.
Mayer, F.W. (1966). Zement-Kalk-Gips, Vol. 19, No. 6, pp. 259~268.
Ortega Rivas E., Medina-Caballero H. P. (1996). "Wastewater Sludge Treatment by Hydrocyclones." *Powder handling & processing*, Vol. 8, No. 4, pp. 355~359.
Richard A. Arterburn (1992) *The Sizing and Selection of Hydrocyclones*, Krebs Engineers, Menlo Park, CA.
Rietema K. (1961). "Performance and Design of Hydrocyclones- I ~IV." *Chemical Engineering Science*, Vol. 15, No. 3 and No. 4, September, pp. 298~302.

Svarovsky L. (1981). "Solid-Liquid Separation 2nd ed"., Butterworths & Co(Publishers) Ltd, pp. 162~187.

(논문번호:01-016/접수:2001.02.19/심사완료:2001.05.02)

<기 호>

D : hydrocyclone diameter(mm)

D_i : inlet diameter(mm)

D_o : vortex finder diameter(mm)

D_u : underflow orifice diameter(mm)

d : particle size(μm)

d_{50} : particle size of 50 % reduced fractional recovery, cut diameter(μm)

E_T : total efficiency(%)

E'_T : reduced efficiency(%)

G' : grade efficiency(%)

H_1 : length of the cylindrical section of the hydrocyclone(mm)

H_2 : length of the conical section of the hydrocyclone(mm)

Q_i : cyclone feed rate(ℓ /min)

Q_u : cyclone underflow rate(ℓ /min)

M_f : the mass fraction of the feed

M_o : the mass fraction of the overflow

M_u : the mass fraction of the underflow

R_f : underflow-to-throughput ratio(by volume)