

구형 압입이론에 관한 고찰

이진행* · 이형일[†] · 송원근**

(2000년 9월 26일 접수, 2001년 1월 26일 심사완료)

Some Remarks on the Spherical Indentation Theory

Jin Haeng Lee, Hyungyil Lee and Weon-Keun Song

Key Words: Spherical Indenter (구형 압입자), Effective Stress-strain Curve (유효응력-변형률 곡선), Deformation and Incremental Plasticity Theory (변형 및 증분소성이론), FEM (유한요소 해석), Optimal Data Acquisition Point (최적자료수집지점)

Abstract

In this work, some inaccuracies and limitation of prior indentation theory, which is based on the deformation theory of plasticity and experimental observations, are first investigated. Then effects of major material properties on the configuration of indentation load-deflection curve are examined via incremental plasticity theory based finite element analyses. It is confirmed that subindenter deformation and stress-strain distribution from the deformation theory of plasticity are quite dissimilar to those from incremental theory of plasticity. We finally suggest the optimal data acquisition location, where the strain gradient is the least and the effect of friction is negligible. This data acquisition point increases the strain range by a factor of five.

1. 서론

보편적 인장시험은 재료변형을 연속적으로 측정하여 기계적 물성에 관한 많은 유용한 정보를 제공한다. 그러나 인장시험은 시편 준비과정이 복잡하고 시험방법이 파괴적이어서, 국부영역에 걸쳐 재료의 성질이 연속적으로 변하는 용접부 같은 경우나 취성재료처럼 시편가공 또는 인장시험중 균열성장을 제어하기 어려운 경우에는 적용될 수 없다는 문제점이 있다. 먼저 발전소의 압력용기나 배관계의 용접부 및 열영향부에서는 미세조직 및 기계적 특성이 심한 구배를 보인다. 또한 생체조직

환경하에서 사용되는 인공관절의 경우 사용연수에 따른 재료특성 변화를 분석함에 있어서 사용되었던 인공관절로부터의 인장시험 제작이 어려우므로, 인장시험의 적용은 현실성이 없다. 한편 화이버와 모재 사이의 계면강도는 전체 복합재의 강도 및 인성을 결정하는 중요한 인자이다. 이 때 모재 내의 기존 미세기공이나 미세균열로 인해 계면강도의 결정은 주로 실험적인 측정에 의해 이루어진다. 화이버 직경이 $10\mu m$ 이하인 C-C 복합재에서 화이버를 밀어내며 계면전단강도를 측정할 때, 초소형 고정밀 측정장치를 필요로 한다. 따라서 이러한 부분의 재료 인장특성이나 파괴인성 등 기계적 특성들을 정확히 측정하기 위해 고정밀 비파괴 압입시험기를 개발할 필요가 있다.

비파괴 압입시험법시 압입자 하부의 복잡한 삼축응력상태로 인해 시험결과의 분석에 커다란 어려움이 따른다. 초기의 압입시험은 압입후 표면에 발생하는 압흔의 크기 측정으로부터 경도값

* 서강대학교 대학원 기계공학과
[†] 책임저자, 회원, 서강대학교 기계공학과
E-mail : hylee@ccs.sogang.ac.kr
TEL : (02)705-8636 FAX : (02)712-0799
** 회원, 시설안전기술공단 진단 2본부

만을 얻는 시험이 주로 행해져서, 소재의 다양한 기계적 물성평가에는 부적합하였다. 그러나 최근에는 압입상황에 대한 탄성 및 소성응력장의 정량적인 해석과 함께 압입시 재료거동을 연속적으로 측정하는 방법이 연구되어 이전의 제약을 많이 극복하였다. 즉 압입하중 증가 및 감소에 따른 압입깊이의 변화를 연속적으로 측정함으로써 하중-변위곡선을 얻고, 이 곡선의 해석을 통해 재료의 탄소성 응력-변형률 관계를 얻을 수 있다. 이러한 이론적인 연구를 바탕으로 현재 미국 ATC (Advanced Technology Corporation)⁽¹⁾에서는 배관계통의 기계부품에 대해 여러 기계적인 특성 (항복강도, 영률, 변형경화지수, 파괴인성, 잔류응력의 방향 등)을 측정할 수 있는 압입시험기인 Stress-Strain Microprobe™ system (SSM)을 개발하였다. 이러한 시험기에서 나오는 자료로부터 수식적으로 정확한 물성치를 얻을 수 있다면 원하는 부위의 표면처리만으로 재료의 다양한 성질을 빠르고 간단하게 파악할 수 있다. 그러나 압입시험은 압입시 발생하는 힘과 변위의 관계에 의해서만 물성치를 구해야 하기 때문에 물성치 예측이 쉽지 않다. 이로 인해 압입이론에 대한 많은 연구가 진행되고 있지만 현재까지는 그 성과에 있어 아직 미흡하다. 따라서 기존 압입이론에 대한 검증과 개선이 크게 요구되는 실정이다.

이를 배경으로 본 연구에서는 먼저 변형소성이론 및 실험식에 준해 유도된 기존 압입이론상의 오류 및 한계성을 살펴본다. 이어 증분소성이론에 기초한 유한요소해석 (ABAQUS, 1998)⁽²⁾을 통해, 주요 물성 변수들이 압입시 하중-변위 곡선 형상에 미치는 영향을 분석한다. 또한 압입변형형상 및 응력-변형률 분포를 관찰하여 변형소성이론을 적용한 압입해석의 한계성을 규명한 후, 종국적으로는 증분소성이론 적용시 유효변형률 및 응력의 최적 관측지점을 제시한다. 이렇게 얻어진 변형특성 자료들은 새 압입이론⁽³⁾전개에 활용될 것이다.

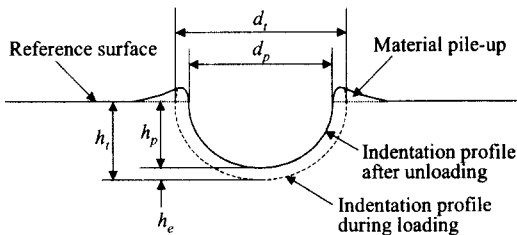


Fig. 1 Schematic of ideal indentation profiles: loaded (dashed line) and unloaded (solid line) states

2. 압입시험의 기존이론들

2.1 응력-변형률 곡선

자동화압입시험기는 구형압입자의 압입에 의해 생기는 압흔의 압입깊이와 그때의 힘을 측정하여 하중-변위 곡선을 구할 수 있다. 여기서 구한 하중과 압입깊이의 관계를 응력과 변형률의 관계로 변환하여야 한다. 구형압입자에 의한 압흔을 단순화하여 표현한 것이 Fig. 1이다. 여기서 d_i 는 압입시 압흔의 이상적인 압입직경이고 h_i 는 그때의 압입 깊이이며, 직경이 D 인 압입자를 사용하여 압입한 경우 구의 기하형상으로부터 둘 사이에 다음과 같은 관계를 얻는다.

$$d_i = 2\sqrt{h_i D - h_i^2} \quad (1)$$

또한 d_p 및 h_p 는 하중 제거시 압흔직경 및 깊이이며, 하첨자 p 는 소성량을 의미한다.

Hertz⁽⁴⁾는 Fig. 2에서 보는 바와 같이 압입시와 해중시 압입직경의 변화가 없다는 가정하에 다음과 같은 d , r_1 , r_2 사이의 관계식을 정립하였다.

$$d = 2.22 \left\{ \frac{P}{2} \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right) \right\}^{1/3} \quad (2)$$

여기서 r_1 과 r_2 는 각각 하중이 제거되었을 때 압입자의 반경과 재료에 생기는 압흔의 반경을 의미하며, E_1 은 압입자의 영률, E_2 는 시험재료의 영률이다. 따라서 $r_1 = D/2$ 이고 r_2 는 구의 기하형상을 이용해 d 와 h_p 로 나타낼 수 있다. 이로부터 식 (3)과 같이 d 와 h_p 사이의 관계식을 얻을 수 있다.

$$d = \left\{ \frac{0.5CD[h_p^2 + (d/2)^2]}{h_p^2 + (d/2)^2 - h_p D} \right\}^{1/3} \quad (3)$$

여기서 C 는 $5.47P(1/E_1 + 1/E_2)$ 이다.

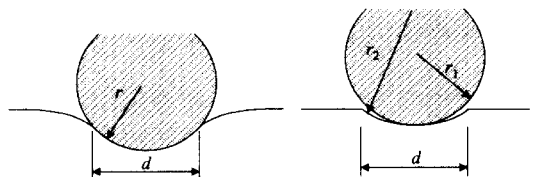


Fig. 2 Schematic of indentation profiles assuming that the same contact diameters of loaded and unloaded states

Tabor⁽⁵⁾는 Brinell 및 MicroVickers 압입자를 이용하여 압입 가장자리에서 유효변형률이 다음과 같이 표현될 수 있다는 실험적 결론에 도달했다.

$$\epsilon_p = 0.2 \left(\frac{d}{D} \right) \quad (4)$$

여기서 d 는 Fig. 2와 같이 압입시와 해중시 압입 직경의 변화가 없다는 가정하에서 Hertz가 이론적으로 유도한 식 (2)를 사용하여 계산된다. 반면 Haggag 등^(1,6)은 pile-up과 sink-in의 영향을 무시한 상태에서 압입시는 식 (1), 해중시는 식 (3)을 사용하여 압입직경을 계산하였으며, 해중시 압입직경을 식 (4)에 대입하여 소성변형률을 계산하였다.

압입하중 P 가 가해질 때 변형영역에서의 대표 유효응력 σ 는 압입자와 시험재료간의 평균접촉압력 p_m 에 비례한다. 여기서 평균접촉압력 p_m 은 다음과 같이 정의된다.

$$p_m \equiv \frac{4P}{\pi d^2} \quad (5)$$

유효응력과 평균접촉압력 사이의 비례계수는 유효 변형률의 함수로 표현된다.⁽⁷⁾ 따라서 변형영역의 유효응력에 대한 평균접촉압력의 비를 구속인자 (constraint factor) $\psi(\epsilon_p) \equiv p_m/\sigma$ 로 정의하면 유효응력은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\sigma = \frac{4P}{\pi d^2 \psi} \quad (6)$$

Francis⁽⁷⁾는 여러 재료에 대한 기존의 압입시험 결과를 종합하여 ψ 에 대한 실험식을 얻었으며, 다음과 같이 압입상태를 세 영역으로 나누어 구분하였다.

- (1) Hertz의 식에 의해 기술되는 가역변형이 일어나는 탄성영역
- (2) 탄소성변형이 일어나는 천이영역
- (3) 소성변형이 일어나는 완전소성영역

Haggag 등^(1,6)은 식 (6)에서 d 대신 d_p 를 사용하여 응력을 계산하였으며, 변형률속도 및 변형경화성에 따라 구속인자의 크기가 다르게 나타난다는 점을 고려해서 Francis의 식을 수정하여 다음과 같이 표현하였다.

$$\psi = \begin{cases} 1.12 & \phi \leq 1 \\ 1.12 + \tau \ln \phi & 1 < \phi \leq 27 \\ \psi_{\max} & \phi > 27 \end{cases} \quad (7a)$$

$$\psi_{\max} = 2.87 \alpha_m \quad (7b)$$

$$\tau \equiv (\psi_{\max} - 1.12)/\ln(27) \quad (7c)$$

α_m 은 구속인자지수 (constraint factor index)인데, 변형률속도에 비례하며 낮은 변형률속도를 갖는 재료에서는 약 1이다. Francis는 실험에 의해 압입 변수 ϕ 를 다음과 같이 나타내었다.

$$\phi = \frac{\epsilon_p E_2}{0.43 \sigma} \quad (8)$$

한편 구형압입자에 대해 작용하중 P 와 압흔의 압입직경 d 사이에는 다음과 같은 관계식이 성립되며 이 식을 Meyer⁽⁸⁾의 법칙이라 한다.

$$P = kd^m \quad (9)$$

여기서 k 와 m 은 압입자 직경 D 가 고정되었을 때의 재료상수이며, m 을 Meyer의 지수라 하고 보통 2-2.5 사이의 값을 갖는다. Meyer는 실험을 통해 다음과 같이 지수 m 은 압입자 직경 D 에 독립적이고, k 는 D 가 증가하면 감소함을 발견하였다.

$$A = k_1 D_1^{m-2} = k_2 D_2^{m-2} = k_3 D_3^{m-2} = \dots \quad (10)$$

여기서 A 는 상수이며, 따라서 식 (9)는 다음과 같이 정리된다.

$$\frac{P}{d^2} = A \left(\frac{d}{D} \right)^{m-2} \quad (11)$$

식 (6)은 식 (11)에 의해 다음과 같이 변환된다.

$$\sigma = \frac{4A}{\pi \psi} \left(\frac{d}{D} \right)^{m-2} \quad (12)$$

Haggag 등^(1,6)은 식 (11)의 d 를 d_t 로 놓고 George 등⁽⁹⁾이 실험을 통해 구한 다음과 같은 항복강도와 기울기 A 사이의 관계로써 재료의 항복강도 σ_o 를 계산하였다.

$$\sigma_o = \beta_m A \quad (13)$$

여기서 β_m 은 재료가 주어지면 결정되는 상수로 강재의 경우 약 0.229⁽⁹⁾ 정도의 값이며, 재료에 따른 인장항복강도와 A 의 회귀분석으로부터 구해진다.

이렇게 구한 응력과 변형률은 다음과 같이 Rice와 Rosengren⁽¹⁰⁾이 제안한 piecewise power law를 사용하여 식 (14)와 같은 지수형태로 나타낼 수 있다.

$$\frac{\epsilon_t}{\epsilon_o} = \begin{cases} \frac{\sigma}{\sigma_o} & \text{for } \sigma \leq \sigma_o \\ \left(\frac{\sigma}{\sigma_o}\right)^n & \text{for } \sigma > \sigma_o; \quad 1 < n < \infty \end{cases} \quad (14)$$

여기서 σ_o 는 인장항복강도, ϵ_t 는 총변형률을 의미하며 $\epsilon_o = \sigma_o/E$ 는 항복변형률이고, n 은 변형경화 지수이다. 변형경화재료에 대한 대부분의 연구가 Ramberg-Osgood의 재료모델식을 통해 전개됨에도 불구하고 본 연구에서는 piecewise power law식을 사용하는데, 그 이유는 이와 같은 재료모델식을 사용함으로써 일반적으로 사용되는 Ramberg-Osgood 재료모델과는 달리 명시적인 선형탄성 구간과 그에 따른 동일한 항복응력을 정의할 수 있기 때문이다.

Fig. 3는 Haggag이 사용한 재료물성치 측정 과정을 도식화하여 나타낸 것으로, 별도의 재료상수 결정과정이 필요하다. 또한 응력과 변형률을 계산하는데 있어 압입시 및 해중시의 압입깊이가 사용된다. 따라서 하중-해중 반복횟수 만큼의 응력-변형률 데이터 점들을 얻을 수 있다.

2.2 Haggag 압입이론의 문제점

Haggag 등^(1,6)의 이론에서 압입시 압입직경은 재료의 pile-up과 sink-in을 고려하지 않은 이상적인 직경이며, 해중시 압입직경은 변형소성이론을 근거로 제시된 식이다. 그러나 실제 압입시험시 Fig. 1에서와 같은 이상적인 압입형상만으로는 정확한 실제 접촉직경을 얻을 수 없으며 Fig. 4와 같이 pile-up과 sink-in을 고려한 실제적인 압입 모델을 도입하여야 한다. Fig. 4의 왼쪽은 압입시 pile-up이, 오른쪽은 sink-in이 일어나는 경우를 도식적으로 나타내고 있다. 여기서 s 는 pile-up 또는 sink-in된 양을 나타내며, 하점자 t 와 p 는 각각 하중시와 해중시 기준표면에 대한 이상적 깊이, 하점자 ts 와 ps 는 pile-up과 sink-in을 고려한 실제깊이를 의미한다. 각각 압입시 그림에서 보는 바와 같이 재료 변형양상에 따라 압입접촉직경은 크게 달라지게 된다.

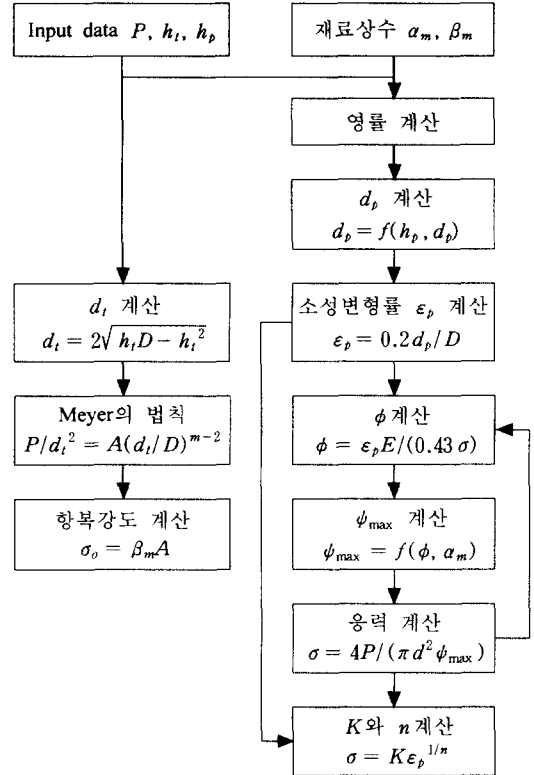


Fig. 3 Flow chart for determination of E , σ_o and n using Haggag's indentation theory

Hill 등⁽¹¹⁾은 해중시 pile-up이나 sink-in의 영향을 고려한 압입깊이와 기준표면에 대한 압입깊이의 비 h_{ps}/h_p 를 가공경화지수에 의해 결정되는 불변량 c^2 으로 나타내었다. 상대적으로 얇은 압입 ($d \ll D$)에 대해서 c^2 은 다음과 같이 정리된다.

$$c^2 = \frac{h_{ps}}{h_p} \approx \frac{h_{ts}}{h_t} \approx \frac{d^2}{d_t^2} \quad (15)$$

여기서 마지막 근사식인 압입깊이와 압입직경 사이의 관계는 얇은 압입에 대한 기하관계로부터 유도된다. Hill 등은 $D \gg h_t$ 인 얇은 압입에 대해서 불변량 c^2 을 다음과 같이 근사화시켰다.

$$c^2 = \frac{d^2}{4Dh_t} \quad (16)$$

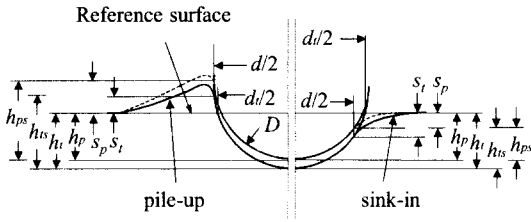


Fig. 4 Schematic of spherical indentation profiles considering pile-up and sink-in

Hill 등은 압입동안 각각의 변형역내의 각 점에서 변형률 성분의 비가 크게 변하지 않는다는 전제 하에 비선형 탄성체를 가정하여 c^2 과 n 사이의 관계를 이론적으로 나타내었다.

$$c^2 = \frac{5(2n - 1)}{2(4n + 1)} \quad (17)$$

그러나 압입자 하부의 실제 변형은 전혀 비례적이지 않기 때문에 변형소성이론에 근거한 Hill 등의 제안식은 결코 유효하지 않다. 이런 연유로 Biwa⁽¹²⁾ 등은 증분소성이론에 기초한 유한요소해석을 수행하여 n 에 따른 c^2 값이 0.5-1.5 사이에 있음을 보인 바 있다.

한편 Matthews⁽¹³⁾는 얇은 압입에 대하여 다음과 같은 관계식으로 pile-up과 sink-in되는 양을 나타내었다.

$$h_s = h_t + s_t = \frac{d^2}{4D} \quad (18)$$

s_t 는 압입시 pile-up 혹은 sink-in되는 양이다. 또한 Matthews는 Norbury와 Samuel⁽¹⁴⁾이 실험적으로 측정된 변형경화지수와 s_t/h_t 의 관계를 다음과 같은 식으로 정리하였다.

$$\frac{s_t}{h_t} = \frac{1}{2} \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^{2(n-1)} - 1 \quad (19)$$

식 (18)과 (19)를 사용하면 c^2 과 n 사이에 다음 관계가 얻어진다.

$$c^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{2n+1}{2n} \right)^{2(n-1)} \quad (20)$$

식 (17)과 (20)은 변형경화지수가 대략 3.65보다 작은 재료에서는 sink-in이, 이보다 큰 재료에서는 pile-up이 일어남을 의미한다. 대부분의 실제 재료는 변형경화지수가 3.65보다 크므로 pile-up이 형성되고, 이 경우 실제 접촉직경이 이상 압입직경보다 커진다. 식 (17)과 (20)은 얇은 압입에 대해 c^2 을 n 의 함수로 표현한 식이다. 그러나 이형일과 이진행⁽³⁾은 압입시 c^2 을 압입깊이와 상관없이 변형경화지수만으로 결정되는 불변량으로 볼 수 없음을 확인하였다. 따라서 보다 정밀한 재료물성치들을 얻기 위해서는 근본적으로 새로운 수식이 필요하다.

실제에 있어 얇은 압입에 의해서도 쉽게 완전소성영역으로 발전하기 때문에 초기영역을 지나면 얇은 압입에서도 $\psi = \psi_{max}$ 에 수렴한다. 그러나 식 (7b)에 의하면 재료에 따라 a_m 을 알아야 ψ_{max} 를 구할 수 있는데, 재료의 물성치를 구하는 수식에서 재료상수를 정의하여 사용하는 것은 비합리적이다. 따라서 식 (7b) 대신에 ψ_{max} 가 변형경화지수 n 에 의존한다는 Matthews⁽¹³⁾와 Tirupataiah⁽¹⁵⁾의 제안에 준해 수식을 전개하는 것이 보다 합리적이다. Matthews는 Hertz의 탄성이론을 바탕으로 평균접촉압력 p_m 을 다음과 같이 변형경화지수 n 의 함수로 표현하였다.

$$p_m = \frac{6n\sigma_o}{(2n+1)} \left(\frac{8d}{9\pi D\epsilon_o} \right)^{1/n} \quad (21)$$

여기서 Tabor 식 (4)와 piecewise power law식 (14)를 사용하여 다음과 같이 구속인자 ψ_{max} 를 변형경화지수 n 의 함수로 나타낼 수 있다.

$$\psi_{max} = \frac{6n}{(2n+1)} \left(\frac{40}{9\pi} \right)^{1/n} \quad (22)$$

이 식으로부터 n 이 커질수록 ψ_{max} 가 커지며, n 이 작아질수록 ψ_{max} 가 작아짐을 알 수 있다. 식 (21)과 (12)의 관계로부터 다음 식을 유도할 수 있다.

$$m = n^{-1} + 2 \quad (23)$$

한편 항복강도 계산에 사용되는 식 (13)은 새로운 재료상수를 구해야 한다는 점에서, 식 (7b)와 마찬가지로 압입시험을 통한 재료 물성치 예측을 어렵게 한다. 식 (12)와 변형소성이론을 바탕으로 전개된 식 (21)로부터 시험재료변수 A 를 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$A = \frac{3\pi n \sigma_o}{2(2n+1)} \left(\frac{8}{9\pi\epsilon_o} \right)^{1/n} \quad (24)$$

따라서 항복강도 σ_o 는 다음과 같은 식으로 정리된다.

$$\sigma_o = \left[A \frac{2(2n+1)}{3\pi n} \right]^{\frac{n}{n-1}} \left(\frac{8E}{9\pi} \right)^{\frac{1}{1-n}} \quad (25)$$

Table 1 Material properties for FE analyses

| 모재 물성 | 사용 변수 |
|--------|---------------------------|
| 마찰계수 | 0.0, 0.1, 0.2, 1.0 |
| 영률 | 100, 200, 400 GPa |
| 항복강도 | 200, 400, 800 MPa |
| 변형경화지수 | 3, 5, 7, 10, 13, ∞ |

3. 압입시험의 유한요소 모델링 및 해석

3.1 압입시험의 유한요소해석 모델

구형압입자를 이용한 재료의 압입시험은 다음과 같이 간단화된 그림으로 표현할 수 있다 [Fig. 5(a)]. 여기서 하중과 형상이 모두 축대칭임을 고려하여 Fig. 5(b)와 같은 축대칭 유한요소모델을 형성하였다. 유한요소해석에는 J_2 증분소성이론을 따르는 등방성 탄소성 재료를 사용하며 대변형 이론을 적용한다. 해석에 사용한 요소는 4절점 축대칭요소 CAX4 (요소형태 ABAQUS 라이브러리, 1998)⁽²⁾이다. 실제 유한요소해석에 앞서 재료의 기본적인 물성치와 마찰계수에 따른 하중-변위 곡선의 경향성을 보기 위하여 모재와 압입자에 각각 700개와 50개의 축대칭 4절점 요소를 사용한 예비 유한요소해석을 수행한다. 실제 압입이론의 검증을 위해서는 보다 세밀한 요소망이 필요하다. 압입접촉부 표면의 미세변형을 감지하기 위해 재료 표면부에 압입자 직경의 0.25%인 미세요소를 배치한다. 요소크기가 바뀌는 경계에는 대개 MPC (Multi-Point Constraints, ABAQUS Library, 1998)⁽²⁾가 간편하게 사용되나, 이 경우 MPC 절점상의 응력과 변형률이 균일하지 않은 단점이 있다. 때문에 압입접촉부 근처의 요소크기 천이영역에는 사다리형 요소를 사용하였으며, 접촉부에서 충분히 떨어진 위치에서만 MPC 모델링을 하였다. 모재와 압입자의 최종 유한요소모델은 각각 약 2300개와 630개의 사각형 4절점 축대칭요소들로 구성된다 (Fig. 6). 압입자와 모재의 접촉면에는 압입자와 모재쪽 모두 접촉요소면 (Contact Surface, ABAQUS Library, 1998)⁽²⁾을 배치한다. 압입자와 모재의 대칭축상 절점들은 대칭축에 수직방향 변위성분을 구속하여 축대칭 조건을 만족시키고, 모재 밑면은 완전구속시킨 후, 압입자를 하강시킨다. 압입자는 직경 2mm, 영률 2×10^4 GPa의 준강재로 모델링하였다.

주요 물성변수들이 압입시 하중-변위 곡선 형상에 미치는 영향을 분석하기 위해 Table 1과 같이 4가지 변수를 설정하였다. 마찰계수 0.1, 영률 200GPa, 항복강도 400MPa, 변형경화지수 10을 기준 물성치로 설정하여, 해당 변수만을 변화시키고 나머지 변수들은 기준값으로 고정하여 유한요소 해석을 수행하였다. 설정된 값들은 그 범위에 있어 일반 금속재의 특성을 포괄적으로 포함하고 있음을 주목할 필요가 있다.

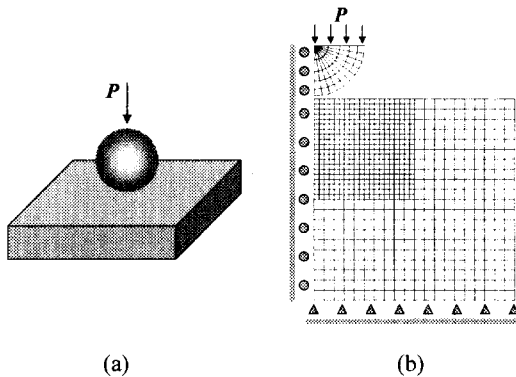


Fig. 5 (a) Schematic of indentation test model using spherical indenter. (b) Coarse FE mesh for investigating typical effects of friction coefficient and material properties

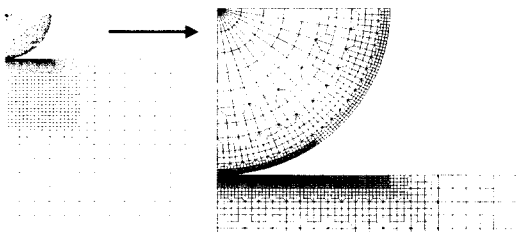


Fig. 6 Refined FE mesh for indentation analyses

3.2 압입변형형상

축대칭 조건을 적용한 유한요소해석에서 모재의 변형형상을 살펴보면 Fig. 7과 같다. Fig. 7(a)는 하중시, 7(b)는 해중시 모재의 변형과 Mises 등가 응력 분포를 나타낸다. Fig. 7에서 보는 바와 같이 모재는 축대칭요소를 사용하여 원통형 형상을 이루고 있으며, 압입이 일어나는 재료의 중심부에 변형이 집중되므로 세밀한 요소망이 형성되어 있다. 모재에 압입으로 인한 하중이 가해지면 Fig. 7(a)에서 보는 바와 같이 압입자 주변으로 pile-up 등이 나타나고 소성영역이 압입지점 주위로 광범위하게 자라나게 된다. Fig. 7(b)는 하중이 제거되었을 때 모재의 형상을 나타내는데, 모재 하부에서 약간의 탄성회복이 일어나고 소성변형 영역이 영구변형으로 자리잡으며 소성영역은 감소하게 된다. 또한 그림에서 보는 바와 같이 광범위한 영역에 걸쳐 잔류응력이 발생한다.

3.3 하중-변위 곡선 특성

압입시험의 전산모사를 통하여 마찰계수, 항복강도, 탄성계수, 변형경화지수 등 주요변수들의 하중-변위 곡선에 대한 영향을 살펴보았다 (Fig. 8). 각 그림은 해당 변수만을 변화시키고 나머지 변수들은 기준값으로 고정하여 얻은 것이며, 지름이 2mm인 압입자를 사용하여 해석하였다. Fig. 8(a)를 통해 마찰계수가 1인 경우 동일 압입깊이에서 가장 큰 하중을 갖고, 마찰이 없을 경우 가장 작은 하중을 가짐을 볼 수 있다. 일반적인 금속재료의 구형압입자를 이용한 압입시험에서는 마찰계수를 0.1~0.2로 가정한다. 한편 비금속을 비롯한 대부분의 재료는 0~0.2 사이의 마찰계수를 가지므로, 이를 하한과 상한으로 가정하여 재료의 마찰에 따른 하중을 예측할 수 있다. 그림에서 보는 바와 같이 하중-변위곡선이 마찰계수가 0~0.2로 변할 때 받는 영향은 비교적 적다. Fig. 8(b)는 영률의 변화에 따른 하중-변위 곡선을 보여주고 있다. 그림에서 영률의 변화에 따른 압입하중의 변화는 다른 변수들의 변화에 비해 미소한 영향을 받음을 볼 수 있다. 그러나 영률의 변화는 물성치 산정에 주요변수가 되는 해중곡선의 기울기에 큰 영향을 준다. Fig. 8(c)는 항복강도의 변화가 하중-변위 곡선에 미치는 영향을 보여주고 있다. 여기서 탄소성 재료임에도 불구하고 선형 하중-변위 곡선이 관찰되는 것은 “구형” 압입자에서 그 이유를 찾을 수 있다. 즉 비선형 “구형” 압입자가 비선형 탄소성

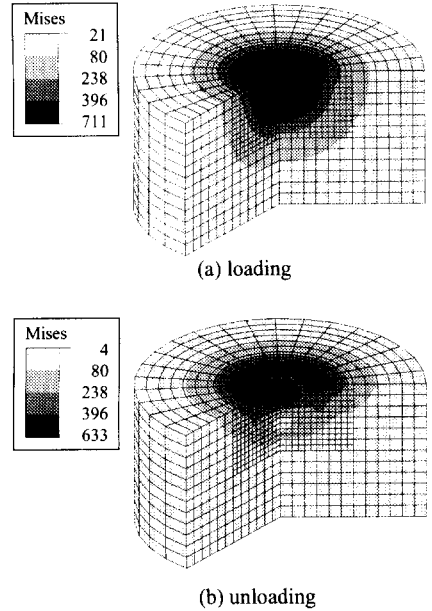


Fig. 7 Typical equivalent stress distribution at loading and unloading states ($h_i/D = 6\%$, $f = 0.1$, $n = 10$, $\sigma_0/E = 400/200 \times 10^3$)

재료를 변형시키면서 비선형성이 상쇄되어 거시적 하중-변위 곡선은 오히려 선형적이 된다. 또한 주어진 압입깊이에 대한 하중이 항복강도에 선형적으로 비례함이 주목된다. Fig. 8(d)는 변형경화지수의 변화에 따른 하중곡선의 변화를 보여준다. 선형탄성재료 ($n = 1$)에서는 하중곡선과 해중곡선이 거의 일치하고, 변형경화지수가 증가할수록 동일 압입깊이에서의 하중이 감소한다. 이를 종합하여 네 곡선을 비교해 볼 때 해중곡선의 기울기는 영률과 상관관계가 있으며 하중곡선의 기울기는 영률과는 거의 무관하고 항복강도와 변형경화지수와 관계가 있음을 관찰할 수 있다.

4. 소성이론에 따른 압입특성

4.1 요소종류 및 적용소성이론의 영향

본 절에서는 실제 압입변형특성을 설명할 수 있는 유한요소종류 및 소성이론을 살펴보기로 한다. Fig. 9(a)에는 증분소성 유한요소해석시 축대칭 4절점 요소 CAX4, 축대칭 8절점 요소 CAX8, 축대칭 8절점 감차적분요소 CAX8R 요소 (ABAQUS 라이브러리, 1998)⁽²⁾에 따른 압입접촉

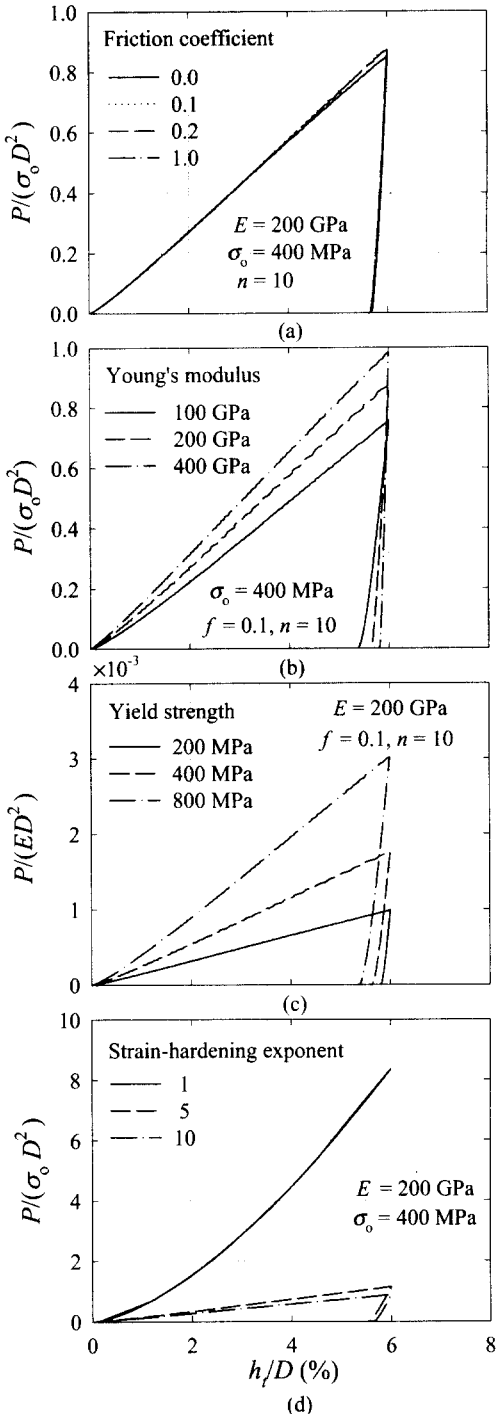


Fig. 8 Force vs indentation depth with respect to the variation (a) friction coefficient, (b) Young's modulus, (c) Yield strength and (d) strain hardening exponent

표면에서의 소성변형을 분포들이 비교되어 있다. 여기서 r 은 변형후 재료의 축대칭 중심으로부터의 거리를, l 은 재료표면으로부터 표면하부방향으로의 관측 깊이를 나타내며, 압입직경 d 는 압입자와 재료 질점의 접촉여부로 판단하였다. 이 경우 발생하는 최대 오차는 요소가 수평으로 놓인 상태에서 양 절점 중앙에 접촉이 이루어진 경우이며, 표면 요소의 크기가 압입자 직경의 0.25%이므로 그 오차는 압입자 직경의 약 0.125% 미만이다. CAX8의 경우, 각 요소의 중간절점이 양단절점의 변형률값보다 작은 값을 주어, 압입 접촉면에서 유효변형률이 진동하는 현상이 발생한다. 비록 CAX8 중간절점과 CAX8R이 같은 변형률분포를 주기는 하나, CAX8 진동 상하단부값중 어느 쪽이 실제 변형률값인지 판단하기 곤란하다. 중간절점이 없어 진동현상을 보이지 않는 CAX4 요소의 경우 대체로 CAX8의 상위 영역과 유사한 변형률 분포를 보여주고 있다. 이러한 요소특성들을 고려하여 본 연구에서는 진동 현상을 보이지 않는 CAX4요소를 채택하기로 한다. 이때 보간합수가 한 차수 낮은 것을 보완하며 미세 변형까지 충분히 감지할 수 있도록 압입하부 표면에 압입자직경의 0.25% 크기의 미세요소를 배치한다. Fig. 9(b)는 CAX4를 사용하여 각각 변형 소성이론과 증분소성이론을 적용한 유한요소해석을 한 경우 반경방향으로 따른 변형률 분포를 비교하여 나타낸 것이다. 같은 압입에 대해 증분소성이론에 비해 변형소성이론을 적용한 경우 소성변형률이 적게 발생하며, 이로부터 변형소성이론과 증분소성이론의 해가 매우 상이함을 확인할 수 있다.

압입시험에서 압입하부의 응력과 변형률 예측을 위해서는 변형률에 대응하는 응력을 예측하는 과정이 중요하다. Fig. 9(a)에서 알 수 있듯이 요소형태에 무관하게 압입중심 부근에서는 변형률이 영으로 수렴하며, 중심을 지나면서 변형률이 증가하다 압입접촉지점 끝부근에서 변형률이 감소함을 볼 수 있다. 압입중심부근은 강한 3축 압축응력상태에서 소성변형이 억제되며, 압입접촉지점을 지난 자유면에서도 소성변형률이 급격히 감소한다. 또한 Tabor식 (2)에서 d/D 가 0.5일 때 이론적 소성변형률의 값이 0.1을 나타내어야 하지만 Fig. 9(a)를 통해 압입접촉 직경보다 큰 지점에서 그 값에 도달함을 볼 수 있다. 즉 Tabor의 소성변형률 예측식은 그 자체가 정확하지 않고 또한 소성변형률이 반경방향으로 구배가 매우 급한 영역에 적용되기 때문에 정밀한 응력-변형률 곡선을 제시하기 어렵다.

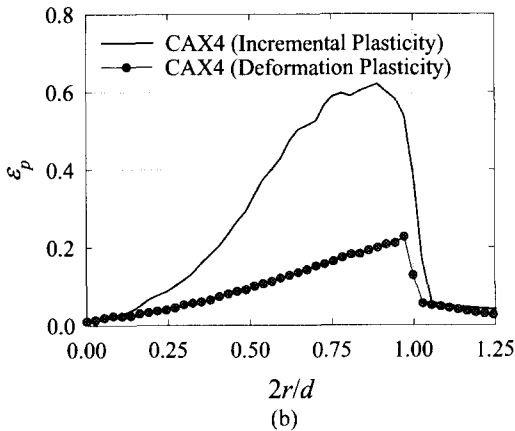
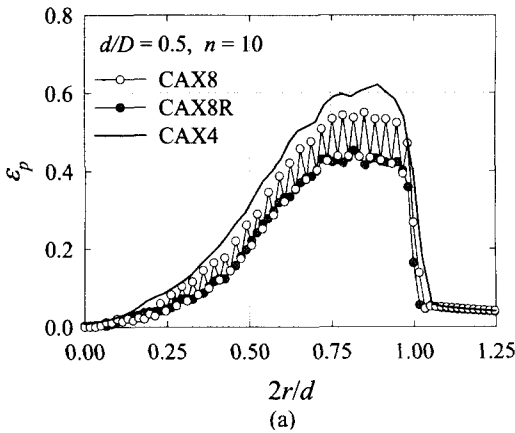


Fig. 9 Comparison of equivalent plastic strain distribution at the contact surface according to (a) element type and (b) plasticity theory

4.2 증분 및 변형소성이론의 비교

Matthews⁽¹³⁾나 Hill⁽¹¹⁾ 등은 변형소성이론을 토대로 압입이론을 전개하였다. 변형소성이론은 증분소성이론에 비해 이론전개가 쉽다는 점이 있지만, 두 이론의 압입해석시 응력-변형을 분포는 상이하다. 동일한 압입깊이하에서 변형소성이론과 증분소성이론으로 얻은 압입하부의 등가응력 분포가 Fig. 10에 나타나 있다. 압입시 최대응력은 변형소성이론에서는 압입중심의 하단부, 증분소성이론에서는 압입중심으로부터 0.4d 정도 떨어진 표면부에 위치한다. 비례하중을 가정한 비선형탄성해석을 하는 변형소성이론은 Fig. 9(b)에서 보는 바와 같이 압입접촉영역의 외부로 제외하면 실제와는 상당히 다른 소성변형률값을 준다. 또한 Fig. 10에서 볼 수 있듯이 압입시 pile-up양도 큰 차이를 보인다.

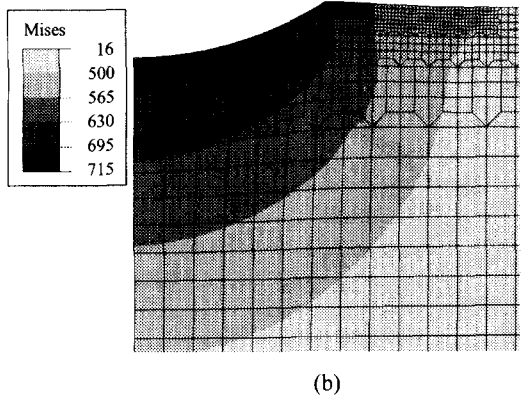
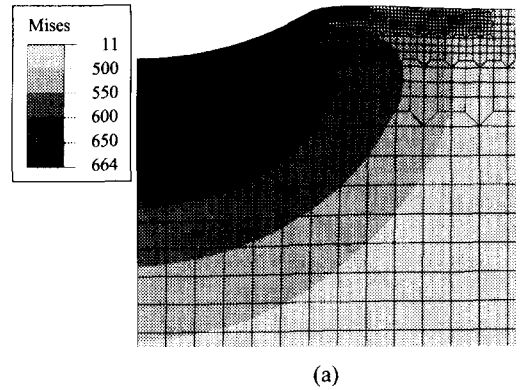


Fig. 10 The distribution of Mises stress using (a) deformation plasticity theory (b) incremental plasticity theory ($h_i/D = 6.5\%$, $f = 0.1$, $n = 10$, $\sigma_o/E = 400/200 \times 10^3$)

이는 압입직경에 직접 영향을 미치는 요소이므로 변형소성이론에 준해 계산된 압입직경은 실제와 상당한 차이를 보인다고 할 수 있다.

4.3 새 압입관측지점

Fig. 11은 변형경화지수 $n = 10$, 마찰계수는 각각 $f = 0, 0.1, 0.2$ 인 경우에 대해, $d/D = 0.5$ 로 압입시 재료 표면으로부터 지경깊이 (l/D)에서 반경방향 r 에 따른 소성변형률 ϵ_p 의 분포를 나타낸 것이다. 그림이 보여주듯 접촉문제에 의해 표면에서는 변형률이 진동하고 압입하부로 갈수록 진동과 마찰계수의 영향이 줄어든다.

마찰계수의 변화가 하중-변위 곡선에는 큰 영향을 주지 않지만 [Fig. 8(a)], 변형률의 분포에는 큰 영향을 줌을 알 수 있다 (Fig. 11). 실제 금속에

있어 마찰계수는 0-0.2 사이의 값으로 추정될 수 있으나, 마찰계수는 온도나 습도 등의 주변 환경에 의해 영향을 받기 때문에 정확한 측정이 어렵다. 또한 기존의 압입이론에서 Tabor⁽⁴⁾의 변형률 예측지점은 $r/(d/2) = 1$ 인 압입점측 경계부로, 변형률의 구배와 마찰계수의 영향에 따른 변화가 심하여 정확한 응력-변형률 관계를 얻기 어렵다. 따라서 본 연구에서는 압입중심으로부터 0.4 d 만큼 떨어진 점을 변형률 측정점으로 선택하였다. 이 위치는 i) 마찰계수의 변형률에 대한 영향이 적고 ii) 변형률의 기울기도 작으며, iii) 같은 압입에 대해 Tabor의 변형률 예측지점보다 5배 정도 큰 변형률이 측정되는 장점을 갖는다. 압입시 재료의 유효응력과 유효변형률은 각 지점과 압입깊이에 따라 변하지만 이와 같이 유효응력-소성변형률 관측지점을 임의로 선택할 수 있는 이유는 어느 지점의 유효응력과 유효변형률도 단축 응력-변형률 곡선상에 놓여야 하기 때문이다. 한편 이 지점은 증분소성이론과 변형소성이론의 응력-변형률분포의 차이가 크기 때문에 변형소성이론을 적용할 수 없으며, 따라서 새로운 압입이론 수식들⁽³⁾이 요구된다. Tabor가 제안한 변형률식은 최대측정 가능한 유효소성변형률이 반구가 재료에 완전히 접촉한 상태에서 최대 유효소성변형률값 0.2를 얻을 수 있지만, 측정시 반구를 완전히 압입할 수 없으므로 실제 얻어지는 최대변형률값은 이보다 상당히 작다. 본 연구의 새 응력-변형률 측정위치 ($r=0.4d$)는 기존 이론보다 작은 압입깊이에서도 큰 변형률을 구할 수 있어, 압입시 작은 하중으로 보다 넓은 구간의 응력-변형률 곡선을 얻을 수 있는 특징이 있다. 이는 기존 이론보다 정밀회귀를 가능케 하며, 또한 작은 하중범위의 로드셀을 사용할 수 있어 보다 정교한 하중 측정을 가능케 한다.

5. 결론

본 연구에서는 유한요소해석을 사용한 압입 시험의 전산모사를 통하여 각 물성치와 마찰계수가 하중-변위곡선에 미치는 영향을 분석하였다. 또한 비선형탄성해석을 하는 변형소성이론과 실제 소성 거동을 보여주는 증분소성이론에 기초한 유한요소 해석을 실시하여 압입형상 및 응력-변형률 분포를 비교하였으며, 이를 토대로 변형소성이론에 근거를 둔 기존 압입이론의 제한성을 검증하였다. 이상의 과정을 통하여 다음과 같은 결론을 도출하였다.

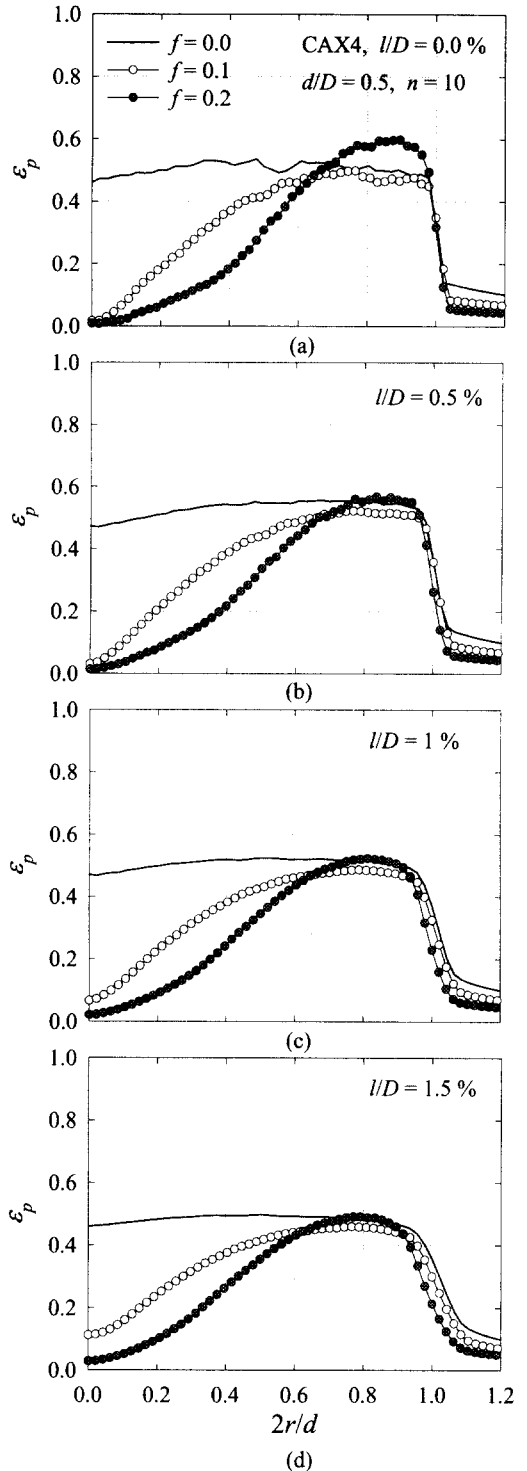


Fig. 11 Distribution of equivalent plastic strain at the depth of (a) $l/D = 0.0$, (b) $l/D = 0.5$, (c) $l/D = 1.0$, (d) $l/D = 1.5$ from the contact surface

(1) 유한요소해석을 통하여 재료의 물성치에 따른 하중-변위곡선의 특성을 연구하였다. 재료의 영률은 해중시 하중-변위 곡선과 관련이 있으며, 영률이 증가할수록 기울기가 증가함을 볼 수 있다. 또한 항복강도와 영률, 변형경화지수 모두는 압입시 하중-변위 곡선의 기울기와 상관관계가 있으며, 영률, 항복강도가 증가할수록, 변형경화지수가 감소할수록 기울기가 증가함을 볼 수 있다.

(2) 기존의 압입이론은 변형소성이론을 토대로 전개된 것인데, 유한요소해석으로부터 변형소성이론과 증분소성이론에 의한 압입변형양상은 상당한 차이를 보였다. 따라서 실제 압입변형을 구현하기 위해서는 증분소성이론을 바탕으로 압입이론을 전개하여야 한다.

(3) 마찰계수의 변화는 하중-변위곡선에 미치는 영향은 적으나 압입하부의 응력-변형률 분포와 밀접한 관련이 있다.

(4) 압입 관측 지점에 따른 소성변형률의 변화와 마찰계수의 영향이 적으면서도 같은 압입깊이에 대해 최대 변형률을 얻을 수 있는 지점으로 압입 중심으로부터 0.4d만큼 떨어진 지점 표면하부를 선택하여 응력과 변형률을 관측한다. 이를 통해 기존 압입시험법과 같은 압입깊이에서 5배 내외로 증가된 변형률을 얻을 수 있다.

참고문헌

- (1) Haggag, F. M., Wang, J. A., Sokolov, M. A. and Murty, K. L., 1997, "Use of Portable/In Situ Stress-Strain Microprobe System to Measure Stress-Strain Behavior and Damage in Metallic Materials and Structures," *Nontraditional Methods of Sensing Stress, Strain, and Damage in Materials and Structures*, ASTM STP 1318, pp. 85~98.
- (2) ABAQUS *User's Manual*, 1998, Version 5.8, Hibbit, Karlsson and Sorensen, Inc., Pawtucket, RI.
- (3) 이형일, 이진행, 2000, "유한요소해에 기초한 물성평가 압입이론," *대한기계학회 논문집 기고*.
- (4) Hertz, H., 1896, "Miscellaneous Papers by H. Hertz," Edited by Jones and Schott, Macmillan, London.
- (5) Tabor, D., 1948, "A Simple Theory of Static and Dynamic Hardness," *Proceedings of the Royal Society of London*, 192A, pp. 247~274.
- (6) Haggag, F. M., Nanstad, R. K., Hutton, J. T., Thomas, D. L. and Swain, R. L., 1990, "Use of Automated Ball Indentation Testing to Measure Flow Properties and Estimate Fracture Toughness in Metallic Materials," *Applications of Automation Technology to Fatigue and Fracture Testing*, ASTM STP 1092, pp. 188~208.
- (7) Francis, H. A., 1976, "Phenomenological Analysis of Plastic Spherical Indentation," *Transactions of the ASME*, pp. 272~281.
- (8) Meyer, E., 1908, *Z. Ver. Dtsch. Ing.* Vol. 52, pp. 645, 740 and 835.
- (9) George, R. A., Dinda, S. and Kasper, A. S., 1976, "Estimating Yield Strength from Hardness Data," *Metal Progress*, pp. 30~35.
- (10) Rice, J. R. and Rosengren, G. F., 1968, "Plane Strain Deformation Near a Crack-tip in a Power Law Hardening Material," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, pp. 1~12.
- (11) Hill, R., Storakers, B. and Zdunek, A. B., 1989, "A Theoretical Study of the Brinell Hardness Test," *Proceedings of the Royal Society of London*, A423, pp. 301~330.
- (12) Biwa, S. and Storakers, B., 1995, "An Analysis of Fully Plastic Brinell Indentation," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 43, No. 8, pp. 1303~1333.
- (13) Matthews, J. R., 1980, "Indentation Hardness and Hot Pressing," *Acta Metallurgica*, Vol. 28, pp. 311~318.
- (14) Norbury, A. L. and Samuel, T., 1928, "The Recovery and Sinking-in or Piling-up of Material in the Brinell Test, and the Effects of These Factors on the Correlation of the Brinell with Certain Other Hardness Tests," *Journal of the Iron and Steel Institute*, Vol. 117, pp. 673.
- (15) Tirupataiah, Y., 1991, "On the Constraint Factor Associated with the Indentation of Work-hardening Materials with a Spherical Ball," *Metallurgical Transactions A*, 22A, pp. 2375~2384.