

# 좌굴을 고려한 적층 복합재 구조의 강건 최적설계에 관한 연구

이정준\* · 정도현\* · 이병채†

(2001년 3월 10일 접수, 2001년 7월 10일 심사완료)

## A Study on Robust Optimal Design of Laminated Composite Structures with Buckling Constraints

Jeong Joon Lee, Do Hyun Jung and Byung Chai Lee

**Key Words :** Robust Design(강건설계), Laminated Composite(적층 복합재료), Buckling Load(좌굴하중), Variation(변동)

### Abstract

A robust optimization procedure is applied to determine the design of the laminated composite plates with buckling constraints. In order to investigate the variation effect to the whole performance of a structure, both design variables and system parameters are assumed as random variables about their nominal values. The robust optimization method has advantages that the mean value and the variation of the performance function are controlled simultaneously and the second order sensitivity information is not required. Considering the information of uncertainty, robust optima for the buckling load of the laminated composite plates with cut-out is obtained. The robustness of the structures is compared to that of the deterministic optimization using scaling factors.

### 1. 서론

섬유 강화 적층 복합재료는 기존의 금속재료보다 높은 비강도, 비강성 값을 가지고 있고, 좋은 피로특성, 높은 감쇠특성과 뛰어난 치수 안정성 등 우수한 재료특성을 나타낸다. 또, 설계자의 요구에 따라 강도와 강성을 조절하기가 용이하고, 정형가공이 가능하다는 등의 장점으로 인해 우주항공산업이나 자동차 산업 등 경량화가 요구되는 부품 재료로 많이 사용되고 있다. 적층 복합재료에 대한 최적설계는 1970년대 후반부터 연구되어 왔으며, 설계변수로는 적층각도, 적층순서, 적층두께, 플라이 개수, 섬유 또는 기지의 선택 등을 고려하고, 무게, 변형률 에너지, 고유진동수, 변위,

응력, 좌굴하중과 강도 등을 최적화하려는 연구가 이루어져 왔다. 기존의 최적설계 기법으로는 유한요소법과 연계된 수치적 방법이 주로 적용되고 있다. 설계변수의 연속성 관점에 따라 연속 비선형 계획법, 유전자 알고리즘과 정수 계획법 등의 최적설계 기법이 적용되고 있으며, 대개 설계변수 또는 시스템 파라미터의 불확실성을 고려하지 않은 결정론적 최적설계(deterministic optimization)에 대한 연구가 이루어져 왔다.

Walker<sup>(1)</sup>는 원형 구멍이 있는 복합재 평판의 좌굴하중의 최적화에 대해서 적층 각도와 경계조건이 미치는 영향을 검토하였다. Kam<sup>(2)</sup> 등은 두꺼운 적층 복합재료 평판에 대해 다중출발법(multi-start global optimization)을 이용하여 좌굴하중, 고유진동수와 감쇠량을 최대화하였다. Kalamkarov<sup>(3)</sup> 등은 적층 복합재의 유효 탄성 계수에 대한 최적 설계 문제를 해석적으로 풀어 최소 플라이 개수를 결정하였다. 이정석<sup>(4)</sup> 등은 여러 종횡비에 대한 복합적층판의 좌굴하중 최적설계를 다양한 하중 조건하에서 수행하였다. 설계변수는 적층각도이고 목적함수는 임계 좌굴하중으로 선정하였고, 성능지

\* 한국과학기술원 기계공학과

† 책임저자, 회원, 한국과학기술원 기계공학과  
E-mail : bclee@mail.kaist.ac.kr  
TEL: (042) 869-3031 FAX: (042) 869-3095

수의 개념을 도입하여 최적설계의 효율성을 보였다.

일반적인 최적 설계 기법은 설계 변수와 시스템 파라미터를 확정적인 값이라고 가정하고 설계를 수행한다. 즉, 부재 치수의 변동, 항복강도나 탄성계수와 같은 재료 물성치의 불확실성과 시스템에 작용하는 하중의 변동 등을 직접 고려하지 않고 설계를 수행하기 때문에 실제 시스템의 응답과 일치하지 않을 수 있으며 이로 인해 전체 시스템의 강건성과 안전성에 큰 영향을 미칠 수 있다. 강건 최적설계 방법은 이러한 변동을 직접 고려하여 목적함수의 강건성과 제한조건의 강건성을 확보할 수 있도록 설계하는 방법이다. 목적함수의 강건성이란 설계변수와 시스템 파라미터의 변동에 대해서 설계값에서의 목적함수 값의 변동이 민감하지 않는 것을 의미하고, 제한조건의 강건성은 이러한 변동에 대하여 제한조건을 위반하지 않고 가용한 영역에 설계점이 존재하도록 하는 것을 의미한다.<sup>(5)</sup> 이권희와 박경진<sup>(6,7)</sup>은 불확실성이 설계 변수에만 존재한다고 가정하여 이산설계 공간에서의 강건 최적설계에 품질공학 및 실험계획법에서 사용되는 다구찌법을 기초로 하여 기존의 결정론적 방법으로 구해진 최적설계의 후처리에 적용하였다. 이들은 제한조건이 없는 최적화 문제에 강건성을 고려한 해를 얻기 위해 원래 목적함수의 평균값과 표준편차의 블록 조합으로 이루어진 가목적함수를 제안하여, 불연속 설계공간과 연속 설계공간의 수학적 문제에 적용하였다. Yu 와 Ishii<sup>(8)</sup>는 설계변수 사이에 밀접한 연관이 있는 경우에 변동량을 고려하는 방법을 제안하였다. 설계변수의 변동량이 교차(coupled)되어 있는 경우 제작 오차는 설계변수에 대해 특징적인 패턴으로 영향을 미치게 되는데, 저자들은 이러한 제작 변동량 패턴(manufacturing variation patterns)을 이용하여 제한조건의 활성화를 새로 정의하였고, 이를 이용하여 강건한 가용 설계를 찾는 방법을 제안하였다.

적층 복합재료에 대한 강건최적설계 연구는 그렇게 활발하게 이루어지지 않고 있다. Chao<sup>(9)</sup> 등은 확률 최적화 문제에 따른 확률제한조건을 테일러 급수 전개와 확률론의 법칙을 이용하여 등가의 결정론적 최적설계문제로 변환하였다. 이들은 플라 이 두께, 적층각도와 섬유 부피비율이 설계변수인 복합재료로 만들어진 보의 과도 응답 문제의 최적화를 수행하였다. 또한, 최적해를 얻기 위한 선결 조건으로 복합 재료 구조물의 동적 응답에 대한 민감도 해석이 논의되었다. Cinquini<sup>(10)</sup> 등은 레일리-리츠 해석법을 이용해 준해석적인 2 차 설계

민감도를 계산하는 방법을 제안하여 얇은 비등방성 적층판의 고유진동수와 좌굴 하중을 구하는 최적설계 문제에 적용하였다. 또 밀도나 탄성 계수와 같은 재료 상수에 불확실성이 존재하는 경우를 고려할 수 있도록 레일리-리츠 해석법을 통계적으로 확장하여 간단한 평판의 최적설계에 적용하였다. Kristinsdottir<sup>(11)</sup> 등은 최적화가 이루어지면, 결정론적 설계는 대개 활성화된 제한조건의 경계면에 있게 되어, 제작시 나타나는 치수 변동이 공차 내에 있다 하더라도 구조의 안정성에 문제가 생길 수 있음을 감안하여 지정된 제작 공차에 대해 항상 가용한 준최적화(near-optimal) 설계값을 찾을 수 있는 방법론을 제안하였다. 특정 구조에 대해 공차를 점점 키워가면서 가용 설계점을 탐색하여 목적함수와 공차 사이의 손익을 고려할 수 있는 설계 후보점을 제안하였다. 김태욱<sup>(12)</sup> 등은 복합재료 적층 평판의 탄성 계수의 불확실성이 복합재료의 파괴거동에 미치는 영향을 블록체 모델링을 통해 평가하였다. 블록체 모델링은 정확한 확률분포 정보를 몰라도 확률의 범위만으로 확률량을 평가할 수 있는 모델링 방법이다. 불확실성을 고려하는 경우 물성치에 변동이 없다고 가정하는 경우보다 작은 하중에서 파괴가 발생함을 보였다. Lombardi 와 Haftka<sup>(13)</sup>는 최악조건에 근거한 반최적화(anti-optimization) 개념을 이용해 불확실성을 고려하는 방법을 제안하였다. 반최적화는 불확실성이 있는 경우의 구조설계에 있어서 불확실성에 대한 정보량이 제한될 경우 대개 설계자는 변동량을 가지는 변수의 한계값에 의해 정의된 영역 내에서 최악의 해를 찾게 됨을 의미하게 된다.

본 논문에서는 복합재 구조물의 강건성 확보를 위해 확률제한조건을 도입하고, 확률제한조건의 부문제 해결에 있어서 근사화된 방법을 이용하여 기존의 방법들보다 효율적인 방법으로 복합적층판 구조물의 최적설계에 적용하였다. 결정론적 최적설계와 강건 최적 설계 기법의 비교를 통해 강건 최적설계의 확률과 표준편차, 안전계수의 관계를 살펴보았다.

## 2. 복합재료 최적설계

### 2.1 연구 경향

적층 복합재료 구조물에 대한 최적설계 연구는 대략 네 분야, 즉 해석적 방법, 열거 방법(enumeration method), 경험 규칙에 의한 방법과 비선형 수치적 방법으로 분류할 수 있다.<sup>(14)</sup> 해석적 방법

은 하나 또는 두 개의 설계 변수에 대해 수치적 방법이 아닌 해석적 방법 또는 기하학적 기법(graphical solution)을 통해 강도, 강성이나 좌굴하중 등을 최적화하는 방법이다. 열거 방법은 적층 그룹의 적층각이나 두께와 같이 하나 또는 두 개의 설계 변수로 단순화된 모델에 대해, 설계 변수가 설계 공간 내에서 가질 수 있는 모든 값을 검사하여 최적 설계를 수행하는 방법이다. 설계 공간이 너무 크거나, 설계 변수가 많아지면 최적 설계 수행이 불가능하지만, 미리 선정된 값으로 제한하는 것과 같은 가정을 통해 면내하중이 걸리는 평판에 대해 강도나 좌굴하중 등을 최적화하였다. 경험 규칙에 의한 방법은 굽힘하중과 평면하중 사이의 연계를 방지하기 위해 중립축에 대해 대칭으로 적층되어야 한다는지, 층간분리의 방지를 위해 동일 적층각의 적층수는 4 개 이하로 제한되어야 한다는 것과 같은 경험적인 규칙에 따라 최적설계를 수행하는 방법이다. 이 방법은 적절한 경험 규칙을 결정해야 하고, 여러 규칙 중에서 어떤 것을 선택할 것인가 하는 선택의 문제가 있다. 비선형 수치적 방법은 적절한 제한조건 하의 연속함수의 극값을 찾는 다변수 미적분법에 근거한 방법이다. 이 방법은 실제 제작에서 필요한 플라이 수와 적층 각도를 정수값으로 얻을 수 없고, 시간이 많이 걸리며, 얻어진 최적값을 정수값으로 변환하기 위해 추가적인 정수화 알고리즘이 필요하다는 단점이 있다. 그렇지만 이 방법은 유한 요소법과 연계되어 강성, 강도, 감쇠량, 변위, 좌굴하중과 고유진동수 등에 대한 적층 복합재 구조물의 최적 설계에 이용되어 왔다. 최근까지 가장 활발하게 연구되어 오는 분야이며, 초기에는 설계변수의 연속성을 가정하였으나 설계변수의 이산성을 고려할 수 있는 정수 계획법이나 유전자 알고리즘 등의 적용을 통해 이산 최적 설계에도 적용되고 있다.

본 논문에서는 이와 같이 적층 복합재 구조물에서 발생할 수 있는 변동에 대한 영향을 분석하고, 변동이 있을 경우 이를 고려하는 강건 최적 설계 알고리즘을 적용하여 좀 더 효율적인 복합재로 설계기법을 제시하고자 한다.

### 2.2 복합재료 최적 설계 정식화

적층 복합재료에 대한 최적 설계 정식화는 일반적인 최적설계 정식화와 크게 다르지 않고, 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다. 목적함수를 최소화 또는 최대화하면서 제한조건을 만족하는 설계변수 벡터  $x$  를 결정하는 것이다. 설계변수 벡터  $x$  는 적층 각도와 플라이 두께이며, 이산적인 값을 가질

수도 있고 연속적인 값을 가질 수도 있다. 제한조건으로는 변위, 강도, 강성, 좌굴하중, 고유진동수 등이며 목적함수는 무게가 대부분이다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(x) \\ & \text{Subject to } x'_i \leq x_i \leq x''_i \quad i=1, \dots, n \\ & \quad \quad \quad g_j(x) \leq 0 \quad j=1, \dots, m \end{aligned} \quad (1)$$

### 3. 강건 최적 설계 알고리즘

기존의 연구들은 서론에서 언급한 바와 같은 설계 변수나 시스템 파라미터에서 발생할 수 있는 변동을 고려하지 않고 최적 설계를 수행했으며, 변동을 고려하는 적층 복합재 구조물의 최적설계에 대한 연구는 그리 활발하지 않은 실정이다. 적층 복합재 구조물은 설계자가 적층 각도나 적층 개수 조절, 섬유 또는 기지의 선택 등을 통해 의도대로 설계할 수 있는 반면, 섬유방향 강성과 그에 수직인 횡방향 강성이 큰 차이를 보이므로, 변동에 취약한 것이라 예측할 수 있다. 이 절에서는 기존의 강건 최적설계 기법과 복합재 구조물의 강건 최적설계에 적용된 강건 설계기법에 대해서 논의하였다.

#### 3.1 민감도를 이용한 방법

민감도를 이용한 방법들은 목적함수나 제한조건인 민감도를 강건 설계 정식화에 직접 이용하는 방법과 목적함수와 제한조건인 분산을 구하기 위해 민감도를 이용하는 두 가지 방법으로 크게 분류할 수 있다. 강건 설계 정식화에 직접 민감도를 이용하는 방법은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } \alpha\mu_f + (1-\alpha)\sigma_f^2 \\ & \text{Subject to } G_j - k \sum \left| \frac{\partial G_j}{\partial x_i} \right| \Delta x_i \geq 0 \end{aligned} \quad (2)$$

이 방법은 가중값  $\alpha$ 를 이용하여 목적함수의 평균값  $\mu_f$ 와 분산  $\sigma_f^2$ 의 적절한 조합을 찾는 방법이지만 가중값을 정할 수 있는 명확한 방법이 없어 이 값을 바꿔가면서 최적해를 찾아야 한다는 단점이 있다. 또, 기존의 제한조건 식에 민감도와 변동량의 곱에 비례한 값을 추가함으로써 제한조건인 경계에서 떨어진 설계점을 얻을 수 있지만 변동량의 극한값을 이용하기 때문에 과도한 설계가 될 가능성이 있다. 목적함수와 제한조건인 분



$$G_j^* \geq 0$$

$$\text{where } G_j^* = \text{Min}_{\alpha \in D} G_j(\alpha) \quad (7)$$

$$D = \{ \alpha \mid \|\alpha\| = \beta_j^* \},$$

$$\beta_j^* = \Phi^{-1}(1-p_j)$$

식 (7)의 최소화 문제는 확률변수의 안전 범위 경계면에서 제한조건의 최소값을 찾는 문제가 된다. 기존의 방법들은 정확한 함수값을 계산하기 위해 많은 시간이 소요되지만 이 방법은 민감도 계산만으로 부문제를 축차적으로 해결할 수 있다. 이것은 정확한 안전지수를 구하는 것이 아니고 설계자가 원하는 안전확률에 해당하는 거리만큼 떨어진 설계점을 축차적으로 찾아내는 것이다.

### 3.3 최적 설계 시스템 구성

적층 복합재 강건 최적 설계를 수행하기 위해 상용 최적화 프로그램인 DOT, 상용 유한요소해석 프로그램인 Msc/Nastran, 그리고 3.2 절에서 도입한 강건최적 설계 알고리즘을 연계하였다. 복합재료 구조물의 유한 요소해석의 경우, 상용유한요소해석 프로그램에서는 2 차원 평판 이론을 바탕으로 한 전단 변형적층 이론에 의한 유한요소가 대부분 채택되고 있다고 알려져 있다.<sup>(15)</sup> DOT 는 일반적인 제한조건이 있는 비선형 문제에 대해 수정 가용 방법, 순차 일차 계획법, 순차 이차 계획법 등의 최적화 알고리즘을 제공하고, 새로운 설계점은 강건최적 설계 알고리즘을 통해 DOT 에 연계된다. 유한요소로는 선형 탄성 응력 해석, 고유 진동 문제나 좌굴 문제 등 다양한 범위의 유한 요소 해석 기능과 전단 변형 적층 이론으로 수식화된 쉘 요소인 QUAD4, QUAD8 요소를 사용한다.

## 4. 복합재료 구조의 강건설계 예제

복합재료 적층 평판의 좌굴하중에 대한 강건 최적설계를 위해서 3 절에서 도입한 강건설계방법을 이용하고 결정론적 최적설계와의 비교를 통한 설계 지침을 제시한다. 실제로 제작되는 적층 복합재료 구조물은 플라이의 두께와 각도를 연속적인 변수로 취급할 수 없고 이산 변수로 취급해야 하지만, 본 논문에서는 도입한 강건 최적 설계 알고리즘의 적용성 및 그 효용성을 검증하는데 초점을 두고 있으므로, 설계변수로 다루는 플라이의 두께와 각도를 연속변수로 취급한다. 또, 복합재료 구조물 제작의 관점에서 최적설계 과정에서 얻어진 연속적인 설계변수를 후처리하여 근처의 이산

점을 취할 수도 있으나, 본 논문에서는 그러한 후처리는 하지 않았다.

적층 복합재료의 경우 성형 방법과 사용용도에 따라 설계변수의 변동량이 달라질 수 있는데, 설계변수의 분포는 정규 분포라 가정하였다. 플라이 두께는 설계변수가 아닌 경우에는 0.125 mm 이며 표준편차는 0.033mm 이고, 설계변수일 때는 예제에 따라 적절한 범위를 갖게 되고, 적층각도도 예제에 따라 적절한 범위를 갖게 되며 표준편차는 3.33°로 하였다. 최대화되는 목적함수가 좌굴하중인 경우에는 다음 식과 같이 무차원화된다.

$$k = \frac{N_0 b^2}{E_0 t^3} \quad (8)$$

여기서  $N_0$  는 좌굴해석을 통해서 얻어진 좌굴하중이고,  $b$  는 특성 길이,  $E_0$  는 무차원화를 위한 기준 강성,  $t$  는 특성 두께를 나타낸다. 제한조건은 특정한 절점에서의 변위 제한조건, 무게 제한조건과 설계변수의 상,하한값 등이 부과되었다.

### 4.1 복합재 적층 평판 구조물의 무게 최적화

이 수치예제에서는 설계변수나 시스템 파라미터에 존재할 수 있는 불확실성에 대한 영향을 평가한다. 여기에 쓰인 재료의 물성치는 다음과 같다.

$$E_{11} = 138GPa, \quad E_{22} = 10.3GPa, \quad G_{12} = 6.60GPa,$$

$$G_{33} = 2.60GPa, \quad \nu_{12} = 0.21, \quad \rho = 2768.0 \text{ kg/m}$$

기하학적 형상 및 하중, 경계 조건은 Fig. 1 에 제시되어 있다. Msc/Nastran 의 이차 사각형 요소인 QUAD8 요소 40 개, 149 개의 절점으로 유한 요소 모델을 구성하였다.  $[0^\circ/90^\circ/0^\circ]$ 의 순서로 적층된 세 개의 플라이가 있는 복합재료 평판이며 왼쪽 끝은 완전히 고정되어 있다. 하중 조건은 자유단의 양 끝 절점인 1 번, 3 번 절점과 가운데 절점인 2 번 절점에 복합재 평판에 수직한 방향으로 세 개의 집중하중이 가해지고, 2 번 절점에는 모멘트도 가해진다.

제한조건으로는 각 절점의 처짐이 10mm 보다 작아야 한다는 조건이 부과되고, 설계변수인 플라이 두께에 대한 하한은 0.132mm 로 주어진다.

참고문헌 (16)에서는 160 개의 선형 삼각 요소로 유한요소 모델을 구성하였는데, 여기서는 설계의 초기 모델을 최적화한다고 가정하고 다섯 개의 불

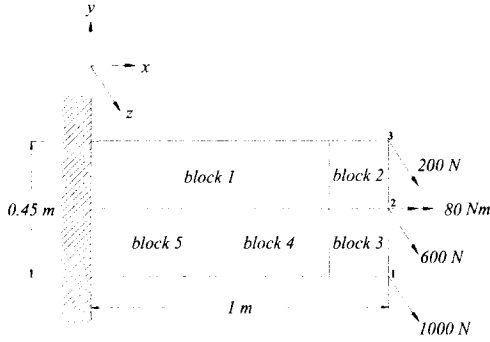


Fig. 1 Configuration and loading of the laminate plate

록으로 평판을 구분하여 최적 설계를 수행하였다. 각 블록에서 세 플라이의 두께는 일정하다고 가정하고, 주어진 제한조건을 만족하는 중량을 최소화하였다. 참고문헌보다 단순화된 모델이지만, 설계 파라미터로 주어지는 적층 각도나 물성치의 변동량과 설계 변수로 주어지는 플라이 두께의 변동량이 최적설계의 결과에 어떤 영향을 미치는지 평가할 수 있는 문제이다. 최적설계 정식은 다음과 같다.

$$\text{Minimize } Weight(t)$$

$$\text{Subject to } g_j = w_j - w_j^* \leq 0 \quad (j=1,2,3) \quad (9)$$

$$t_i \leq t_i \quad (i=1,2,\dots,5)$$

여기서  $t_i$ 는 설계변수로서 Fig. 1에서 각 블록의 플라이 두께를 나타내는데, 세 플라이의 두께가 동일하다고 가정하였다. 또,  $g_j$ 은 강성 제한조건함수이고,  $w_j$ 은  $j$  번째 절점의  $z$  방향 변위를 나타내며,  $w_j^*$ 은 그 변위의 제한값인 10mm 이고,  $t_i$ 는 설계변수의 하한값으로 0.132mm 이다.

최적설계를 수행한 결과는 Table 1과 같고, 최적점에서의 시스템 변수의 변동에 따른 제한조건의 위반량 및 변동량은 Table 2에 나타나 있다. Table 2와 Table 3의 값들은 몬테카를로 모의실험을 1만회 수행하여 얻은 것이고, 변동량은 정규분포를 따른다고 가정하고 랜덤 변수는 각각 독립적인 정규분포를 따른다.

Table 2는 변동계수(COV, coefficient of variation)가 0.05 이고, 적층각도는 표준편차가 2°일때 변동량이 미치는 영향을 나타낸 것이고, Table 3은 변

Table 1 Deterministic optimization of the composite plate

Object function value (kg)		21.817
Design variable (mm)	$t_1$	0.132
	$t_2$	6.368
	$t_3$	7.953
	$t_4$	9.540
	$t_5$	12.26
Constraint function value (mm)	$g_1$	6.8
	$g_2$	10.0
	$g_3$	5.4

Table 2 Effect of variations in design variables and system parameters (COV = 0.05)

Variation	Constraint			
	$g_1$	$g_2$		$g_3$
	COV	COV	Satisfaction probability(%)	COV
$t, \theta, E_1$	0.122	0.122	50.9	0.125
$t$	0.103	0.088	53.2	0.111
$\theta$	0.048	0.076	57.1	0.026
$E_1$	0.044	0.035	69.9	0.055

Table 3 Effect of variations in design variables and system parameters (COV = 0.1)

Variation	Constraint			
	$g_1$	$g_2$		$g_3$
	COV	COV	Satisfaction probability(%)	COV
$t, \theta, E_1$	0.253	0.234	44.5	0.268
$t$	0.224	0.191	48.1	0.242
$\theta$	0.073	0.113	52.8	0.048
$E_1$	0.091	0.07	60.5	0.111

동계수가 0.1 이고, 적층각도의 표준편차는 3°일때의 영향을 나타낸 것이다. 여기서  $t$ 는 설계변수인 플라이 두께를 나타내며, 시스템 파라미터로는 적층각도  $\theta$ 와 섬유방향 인장강성  $E_1$ 이 도입되었다. 최적설계시 활성화된 제한조건이 나타나는 경우가 대부분인데, 변동이 있을 경우 구조물의 신뢰성에도 영향을 미치게 된다. 활성화 제한조건인  $g_2$ 에 대해서 설계변수인 각 플라이 두께가 변동할

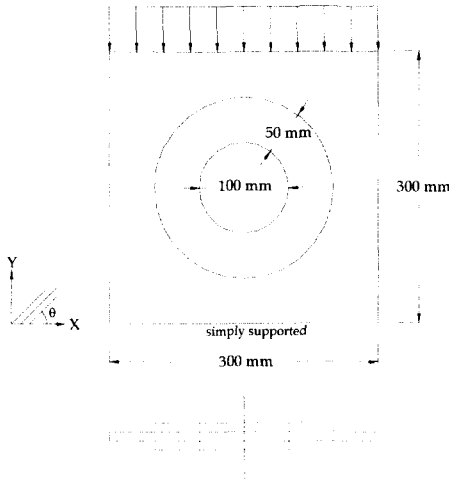


Fig. 2 Geometry and loading of the reinforcement ring composite panel with circular cut-outs

Table 4 Optimization of the buckling load of the reinforcement ring composite panel with cut-outs

		Deterministic optimization	Robust optimization
Design variables	$\theta_1$	62.6°	78.8°
	$\theta_2$	-59.3°	-56.4°
	$\theta_3$	88.6°	3.2°
	$\theta_4$	5.0°	53.6°
	$\theta_5$	58.3°	35.0°
	$\theta_6$	-49.8°	-88.6°
	$\theta_7$	18.0°	-50.4°
	$\theta_8$	85.5°	75.5°
Buckling load		210.4	210.5

때와 시스템 파라미터인 적층 각도  $\theta$  및 복합재의 섬유방향 인장강성  $E_1$  이 변동할 때의 영향을 살펴보면, 두께와 적층 각도가 변동할 경우가 인장강성이 변동할 경우보다 변동의 영향이 상대적으로 큰 것으로 나타났다.

따라서 변동량을 고려할 때는 각 플라이의 두께와 적층각도를 고려하는 것이 타당할 것으로 판단된다. 또한, 설계변수나 시스템 파라미터의 변동량이 커질수록 제한조건함수의 변동량도 커지는 것으로 나타났다.

Table 5 Effect of variations of the buckling load with respect to the standard deviation of the ply angles

Standard deviation of the ply angles	Deterministic optimization				Robust optimization
	1°	2°	3.33°	4°	3.33°
Standard deviation of the buckling load	1.23	2.84	3.45	4.12	1.35

4.2 고리형 보강재로 보강된 원형 구멍이 있는 평판

보강재가 있는 평판 문제로서 참고문헌 (17)에서 찾아볼 수 있다. 평판의 치수, 하중 및 경계조건은 Fig. 2 와 같고 설계변수는 고리형 보강재의 플라이 각도이다. 여기서는 제한조건이 없는 경우, 변동에 대한 목적함수의 둔감성에 대해 논의한다. 스킨의 적층순서는  $[45_2/-45_2]_s$  이며 플라이의 두께는 0.125 mm 이다. 고리형 보강재는 위 4, 아래 4 개의 플라이로 구성되어 있으며 적층순서는 위쪽의 보강재는  $[\theta_1/\theta_2/\theta_3/\theta_4]_T$  이고, 아래쪽의 보강재는  $[\theta_5/\theta_6/\theta_7/\theta_8]_T$  의 순으로 스킨을 사이에 두고 적층되어 있고, 플라이 두께는 스킨과 동일하다.

여기에서 쓰인 재료는 CFRP T300/N5208 이고, 물성치는 다음과 같다.

$$E_1 = 181GPa, E_2 = 10.3GPa,$$

$$G = 7.17GPa, \nu = 0.28$$

목적함수는 좌굴하중이고, 제한조건은 설계변수에 가해지는 상,하한값 제한조건만 부과되었다. 유한요소 모델은 Msc/Nastran 의 4 절점 사각형 요소인 QUAD4 요소 128 개로 구성하였다. 또한, 보강재와 스킨 사이의 접착은 이상적이라 보고 모델링하였다.

여기서는 강건 최적 설계와 변동을 고려하지 않은 결정론적 최적설계 결과는 Table 4 에 제시되어 있다. 여기서 각 적층각도의 변동은 정규분포를 갖는 확률밀도함수의 영향을 받는다고 가정하고 표준편차는 3.33°로 가정하였다. 또, 목적함수는 식 (8)과 같이 무차원화된 임계좌굴하중이다.

적층각도의 표준편차 값에 따른 목적함수의 변동량이 Table 5 에 제시되어 있는데, 여기서의 결과는 몬테카를로 모의실험을 1 만회 수행하여 얻은 값이다. 강건 최적설계 결과는 결정론적 최적

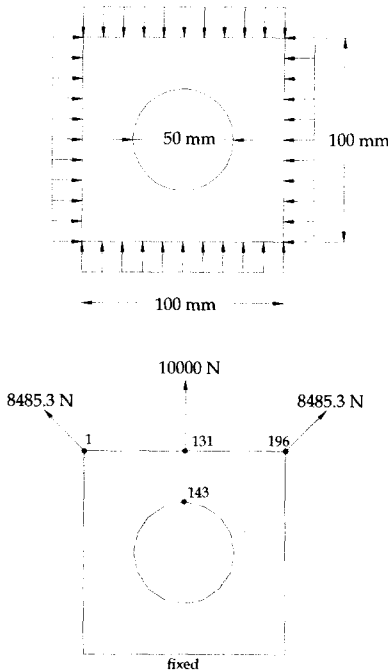


Fig. 3 Geometry and loading of the laminated plate with a central cut-out

설계 결과와 비교해 보면, Table 4 에서 보는 것과 같이 목적함수값, 즉 좌굴하중 값은 거의 차이가 나지 않는다. 이는 적층 복합재 구조물의 적층 각도를 설계변수로 고려하여 최적화하는 경우, 국부 최적점이 다수 존재할 수 있는 특수성 때문으로 추측된다. 결정론적 최적설계 값을 근거로 목적함수의 변동량을 줄이기 위해서 설계변수의 공차를 더 작게 주는 것을 고려할 수 있는데, Table 5 에 나타나 있는 바와 같이 적층각도의 원래 표준편차인 3.33°의 30% 정도에 해당하는 표준편차를 고려하게 되면 강건 최적설계와 비슷한 결과를 얻을 수 있다.

공차를 줄이는 것은 제작비용이 높아지는 손해를 감수해야 하지만, 강건 최적 설계는 동일한 공차에 대해서 목적함수의 변동량에 대해 더 좋은 특성을 가지고 있는 최적점을 찾을 수 있다. 또한, 결정론적 최적설계로는 설계변수에 변동이 있을 때, 목적함수의 변동량에 대한 특성을 직접 판정할 수 없고 몽테 카를로 모의실험과 같은 간접적인 도구로만 판정할 수 있다는 약점을 지니게 된다.

4.3 원형 구멍이 있는 평판

원형구멍이 있는 평판으로 Fig. 3 에 평판의 치수 및 하중, 경계 조건 등을 나타내었다.

여기서는 제한조건이 있는 최적설계 문제에 대해, 설계변수나 시스템 파라미터에서 발생할 수 있는 변동이 제한조건의 만족성에 어떤 영향을 미치는지 살펴볼 수 있다. 또한 강건 최적설계 알고리즘을 통해 제한조건의 만족성을 향상시키는 최적 설계값을 제시하였다.

이 문제는 하중비가 1:1 인 2 축 압축하중이 가해지고, 단순지지된 경계를 가지는 복합재 평판의 좌굴하중 최적설계 문제로서, 제한조건으로 주어지는 정적 응답에 대한 하중조건 및 경계조건도 Fig. 3 에 제시되어 있다. 여기에서 쓰인 재료는 4.2 절과 같은 CFRP T300/N5208 이다.

목적함수는 좌굴 하중이고 설계변수로는 8 개의 플라이 중 대칭성을 고려하여 4 개 플라이의 두께  $[t_1, t_2, t_3, t_4]^T$  와 적층 각도  $[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4]^T$  를 고려하며, 적층순서는  $[\theta_1/\theta_2/\theta_3/\theta_4]_s$  이다. 제한조건은 전체 두께 제한조건, 하중점에서의 y 방향 변위 및 원형구멍의 원주 상에 위치하는 관심 절점의 변위 제한조건과 설계변수의 상,하한 조건이고 수식으로 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 h - h^* &\leq 0 \\
 v_i - v_i^* &\leq 0 \quad (i=1,131,143,196) \\
 t_j &\leq t_j \leq \bar{t}_j \quad (j=1,2,3,4) \\
 \theta_k &\leq \theta_k \leq \bar{\theta}_k \quad (k=1,2,3,4)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

여기서  $h$ 는 전체 두께를 나타내고,  $v_i$ 는  $i$ 번째 절점에서의 y 방향 변위를 나타내며  $t_j$ 는 각 플라이의 두께를,  $\theta_k$ 는 각 플라이의 적층 각도를 나타낸다. 제한조건의 상한값들인  $h^*$ 는 2 mm 로 주어지고,  $v_1^*, v_{196}^*$ 는 0.4 mm 로 주어지며,  $v_{131}^*, v_{143}^*$ 는 0.9mm 로, 두께나 각도의 상, 하한값은 각각 0.1mm, 0.4mm, 0°, 90°로 주어진다.

강건 설계 결과와 결정론적 최적 설계 결과를 Table 6 에 나타내었는데 목적함수값은 무차원시켰고, 제한조건은 표준화되었다. 여기서 제한조건 함수들은 식 (10)에서 설계 변수의 상,하한 제한조건을 제외한 제한조건의 순서대로 번호가 부여된 것이다.

제한조건이 부과되어 있을 경우 결정론적 최적설계 결과는 활성화된 제한조건에 위치하게 되는 경우가 대부분인데, 설계변수의 변동이 있을 경우



**Table 6** Optimization of the buckling load optimization of the composite plate with a central cut-out

Design variable	Deterministic optimization	Robust optimization
$t_1$ (mm)	0.170	0.373
$t_2$ (mm)	0.100	0.100
$t_3$ (mm)	0.335	0.100
$t_4$ (mm)	0.398	0.400
$\theta_1$ (°)	0	0
$\theta_2$ (°)	16.7	20.1
$\theta_3$ (°)	39.1	32.9
$\theta_4$ (°)	66.9	49.9
Buckling load (standard deviation)	10.93 (0.133)	8.27 (0.052)
Constraint $g_1$ (satisfaction probability,%)	0.003 (48.9)	-0.027 (99.9)
Constraint $g_2$	-0.300	-0.115
Constraint $g_3$ (satisfaction probability,%)	-0.005 (50.5)	-0.003 (99.9)
Constraint $g_4$	-0.244	-0.329
Constraint $g_5$	-0.411	-0.494

**Table 7** Constraint satisfaction probabilities corresponding to scaling factors

	Scaling factor	$g_1$ satisfaction probability, %	$g_3$ satisfaction probability, %
Deterministic optimization	1.0	48.9	50.5
	1.2	49.3	67.8
	1.5	68.9	99.9
	2.0	87.3	99.9
Robust optimization		99.9	99.9

제한조건을 만족하는 가용성에 문제가 생기는 경우도 발생하게 된다. 강건 최적설계값에서는 목적함수값은 약간 작아졌지만, 활성 제한조건의 강건성은 개선되었음을 볼 수 있다.

결정론적 최적설계시 설계변수의 변동량을 간접적으로 고려하기 위해서 제한조건에 안전 지수 (safety factor)와 비슷한 개념의 비율 계수 (scaling factor)를 제한조건의 우변에 곱해서 최적 설계한 결과를 Table 7에 제시했다. 비율 계수를 활성화된

제한조건의 우변에만 곱해서 새로운 제한조건을 구성한 후 최적설계를 수행하였고, 제한조건 만족 확률은 몽테카를로 모의실험을 만번 수행하여 얻은 확률값이다.

Table 7을 통해서 살펴보면, 비율 계수가 대략 1.5 ~ 2.0 사이에서는 변동량을 직접 고려하는 강건 최적 설계와 비율 계수를 통해 간접적으로 고려한 결정론적 최적 설계 결과가 비슷한 특성을 보임을 알 수 있다. 비율 계수를 통한 결정론적 최적 설계는 불확실성을 과도하게 고려하는 설계가 될 가능성이 있는데 반해, 제안한 강건 최적 설계는 주어진 제한조건을 수정하지 않고 설계점을 제시할 수 있다는 장점을 지닌다.

## 5. 결론

복합재료는 여러가지 장점 때문에 경량화가 요구되는 우주항공산업 등에서 널리 쓰이고 있는 재료인데, 일반적인 등방성 재료와는 다른 특성을 보이므로 설계시 그런 특성을 고려하여야 한다. 본 논문에서는 복합재료에 존재할 수 있는 불확실한 정보를 설계에 고려하기 위해서 확률제한조건을 기반으로 하는 강건 최적설계 방법은 도입하여 복합재 적층 구조물의 최적 설계에 적용하였다. 설계변수나 시스템 파라미터의 변동이 있을 때, 기존의 결정론적 최적설계와 강건최적설계 기법 사이의 비교를 통해 목적함수의 변동량 및 제한조건의 강건성에 대해 논의하였다. 적층 복합재에서 나타날 수 있는 변동 중에서 플라이 두께와 적층 각도에서 나타날 수 있는 변동이 상대적으로 더 중요하였고, 공차를 줄여서 변동량에 대한 영향을 줄이려는 시도는 비용의 증가를 유발할 수 있음을 알 수 있었다. 강건최적설계는 목적함수의 변동량에 대해 더 좋은 특성을 보이는 최적점을 찾을 수 있고, 변동량에 대한 정성적인 평가가 가능하며 제한조건의 강건성도 확보하는 결과를 보였다. 또, 제한조건의 강건성을 확보하기 위해 비율 계수를 통해 간접적으로 고려한 최적설계 역시 과도한 설계에 이르게 됨을 보였다.

본 논문에서는 설계 변수들이 연속변수라 가정하였으나, 실제 구조를 제작할 때는 이산값으로 나타나는 것이 일반적이므로, 실제 구조물의 최적 설계에 적용할 때 어려움이 발생할 수 있다. 앞으로 이산 최적설계로의 적용성과 전역 최적점을 찾을 수 있는 전체 최적화 알고리즘의 적용과의 연계에 대한 연구가 필요하다.

## 후 기

이 연구는 한국과학재단 지정 최적설계신기술 연구센터의 지원에 의해 수행되었습니다.

## 참고문헌

- (1) Walker M., 1999, "Optimal Design of Symmetric Laminates with Cut-Outs for Maximum Buckling Load," *Computers and Structures*, 70, pp. 337~343.
- (2) Kam T. Y. and Lai F. M., 1995, "Design of Laminated Composite Plates for Optimal Dynamic Characteristics Using a Constrained Global Optimization Technique," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 120, pp. 389~402.
- (3) Kalamkarov, A. L. and Kolpakov A. G., 1996, "On the Analysis and Design of Fiber-Reinforced Composite Shells," *Journal of Applied Mechanics*, 63, pp. 939~945.
- (4) 이정석, 김창완, 홍창호, 1997, "좌굴하중을 고려한 복합재료 적층판의 최적설계," 한국항공우주학회지, 제 25 권, 제 1 호, pp. 62~70.
- (5) 정도현, 이병채, 2000, "확률조건의 근사화를 통한 효율적인 강건 최적설계 기법의 개발," 대한기계학회논문집, 제 24 권, 제 12 호, pp. 3053~3060.
- (6) 이권희, 엄인섭, 박경진, 이완익, 1994, "제한조건이 없는 최적화 문제의 강건설계에 관한 연구," 대한기계학회논문집, 제 18 권, 제 11 호, pp. 2825~2836.
- (7) 이권희, 박경진, 1998, "제한조건이 있는 문제의 이산설계공간에서의 강건최적설계," 대한기계학회논문집, 제 22 권, 제 5 호, pp. 728~737.
- (8) Yu J. C. and Ishii K., 1994, "Robust Design by Matching the Design with Manufacturing Variation Patterns," *Advances In Design Automation*, Vol. 69, No. 2, pp. 7~14.
- (9) Chao L. P., Gandhi M. V. and Thompson B. S., 1993, "A Design-for-Manufacture Methodology for Incorporating Manufacturing Uncertainties in the Robust Design of Fibrous Laminated Composite Structures," *Journal of composite materials*, Vol. 27, No. 2, pp. 175~194.
- (10) Cinquini C., Mariani C., Venini P., 1997, "Optimal Robust Design of Novel Materials: Problems of Stability and Vibrations," *Eng. Opt.*, Vol. 29, pp. 323~345.
- (11) Kristinsdottir, B.P., Zabinsky, Z. B., Tuttle, M. E., Csendes T., 1996, "Incorporating Manufacturing Tolerances in Near-Optimal Design of Composite Structures," *Eng. Opt.*, Vol. 26, pp. 1~23.
- (12) 김태욱, 신호철, 2000, "불확실한 물성치를 갖는 복합재료 적층평판의 파괴 예측," 대한기계학회논문집, 제 24 권, 제 10 호, pp. 259~268.
- (13) Lombardi M., Haftka R. T., 1998, "Anti-Optimization Technique for Structural Design Under Local Uncertainties," *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, Vol. 157, pp.19~31.
- (14) Fang C., Springer G. S., 1993, "Design of Composite Laminates by a Monte Carlo Method," *Journal of Composite Materials*, Vol. 27, No. 7, pp. 721~753.
- (15) 오승환, 이병채, 2001, "삼각 패치 알고리즘을 이용한 복합재료 구조물의 전체 최적화," 대한기계학회논문집, 제 25 권, 제 4 호, pp. 671~684.
- (16) Huang, C. and Kroplin, B., 1995, "On the Optimization of Composite Laminated Plates," *Engineering computations*, Vol. 12, pp. 403~414.
- (17) Eiblmeier J., Loughlan J., 1997, "The Influence of Reinforcement Ring Width on the Buckling Response of Carbon Fibre Composite Panels with Circular Cut-Outs," *Composite Structures*, Vol. 38, No. 1-4, pp. 609~622.