

권상/권하 속도가 큰 경우 크레인의 비선형 무진동 제어

이호훈[†] · 진중학^{*} · 최승갑^{*}
(2001년 3월 2일 접수, 2001년 6월 19일 심사완료)

A Nonlinear Model-Based Anti-Swing Control for Overhead Cranes with High Hoisting Speeds

Ho-Hoon Lee, Jong-Hag Jeon and Seung-Gap Choi

Key Words: Overhead Crane(천정크레인), Anti-swing Control(무진동 제어), Load Hoisting Motion(권상/권하), Lyapunov Stability Theorem(Lyapunov 안정 이론)

Abstract

This paper proposes a new approach for the anti-swing control of overhead cranes. The proposed control consists of a model-based anti-swing control scheme and a practical path planning scheme. The anti-swing control scheme is designed based on the Lyapunov stability theorem; the proposed control does not require the usual constraints of small load mass, small load swing, slow hoisting speed, and small hoisting distance, but guarantees asymptotic stability while keeping all internal signals bounded. The path planning scheme is designed based on the concepts of minimum-time control and anti-swing control; the proposed path planning generates near-minimum-time trajectories independently of hoisting speed and distance. The effectiveness of the proposed control is shown by computer simulation.

1. 서론

크레인은 산업계 전반에 걸쳐서 중량물을 이동하는데 효율적으로 사용되고 있다. 그런데, 크레인 시스템에서는 시스템의 자체 중량을 감소시켜 작업 속도를 높이고 에너지를 절약할 수 있도록 유연한 줄을 기계 구조의 일부분으로 사용한다. 그러나, 이 줄로 인하여 크레인이 출발할 때와 정지할 때 크레인 이송물이 진동을 하게 되는 문제가 있다. 이와 같은 이송물의 진동은 작업 효율을 떨어뜨릴 뿐만 아니라 때로는 이송물을 파

손시키고 안전사고를 일으키기도 한다. 따라서, 이러한 문제를 해결하기 위하여 많은 연구가 진행되어왔다.⁽¹⁻⁶⁾ 그러나, 크레인은 자유도(degrees of freedom)보다 제어 입력의 수가 적고, 비최소 위상(non-minimum phase) 특징을 갖기 때문에 제어에 큰 어려움이 있다.

Mita와 Kanai는 최소시간 제어 문제를 풀어 흔들림을 최소화시키는 트롤리의 속도 궤적을 구했다.⁽¹⁾ Ridout은 근계적법을 이용하여 무진동 제어 시스템을 구성하였다.⁽²⁾ Ohnishi와 3인은 이송물의 흔들림 동역학 모델에 기초하여 무진동 제어기를 설계하였다.⁽³⁾ 우리는 전 단계 연구⁽⁴⁻⁶⁾에서 트롤리와 거더(girder)가 동시에 움직이는 3차원 천정 크레인에 대하여 비선형 동역학 모델을 유도하고, 비간섭(decoupled) 무진동 제어로직을 설계하

[†] 책임저자, 회원, 미국 Tulane University 기계공학과
E-mail : hhlee@tulane.edu
TEL : +1-504-865-5135 FAX : +1-504-865-5345
^{*} 포항제철 기술연구소 계측제어그룹

여, 3차원 크레인이 이동하는 동안 줄길이가 천천히 변하는 경우에 대하여서도 이송물의 흔들림을 효과적으로 감소시키고 트롤리의 위치를 정밀하게 제어할 수 있음을 보였다.^(5,6)

그런데, 지금까지 개발된 무진동 제어 로직은 제어 성능을 보장하기 위하여 이송물의 흔들림 진폭이 작으며, 권상/권하 속도가 낮고, 권상/권하 거리가 작아야 하는 구속 조건을 갖고 있다. 그런데, 이 구속 조건은 크레인의 생산성 향상을 저하시키는 주요 요인으로 작용한다.

본 논문에서는 상기 구속 조건으로부터 자유로운 새로운 개념의 고생산성 무진동 제어기법을 제시한다. 본 제어기법은 크레인 주행중 고속 권상/권하가 가능하기 때문에 작업 효율을 크게 향상시킬 수 있다. 우선, 비선형 무진동(anti-swing) 제어 로직을 Lyapunov 안정이론을 기초로 설계한다. 다음으로, 궤도생성(trjectory generation) 로직을 최소시간 제어 및 Lyapunov 안정이론을 적용하여 설계한다. 본 연구에서 새로운 무진동 제어기법은 비선형 무진동 제어 로직과 궤도생성 로직으로 구성된다.

본 논문은 2장에서 크레인의 동역학 모델을 기술하고, 3장에서는 상기 구속 조건으로부터 자유로운 무진동 제어기를 설계한다. 4장에서는 권상/권하 속도에 대한 구속 조건으로부터 자유로운 궤도생성 로직을 설계한다. 5장에서는 무진동 제어 로직의 안정성과 성능을 전산 모사를 통하여 검증하고, 마지막으로 6장에서 결론을 맺는다.

2. 크레인의 동역학 모델링

2.1 크레인 좌표계의 정의

크레인이 움직일 때 크레인 이동 방향으로 이송물의 자체 회전은 크지 않다. 따라서, 본 연구에서 이송물의 자체 회전은 고려하지 않는다.

Fig. 1은 크레인의 평면 모델을 나타낸다. 관성 좌표계 XY에서 이송물의 위치 (x_m, y_m) 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} x_m &= x + l \sin \theta \\ y_m &= -l \cos \theta \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, l 은 이송물의 줄길이를, θ 는 이송물의 흔들림각을 나타낸다.

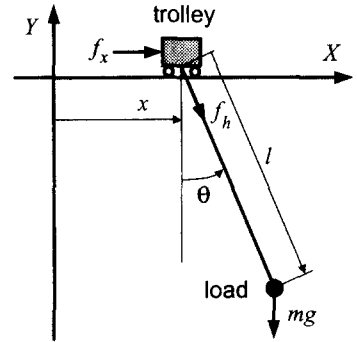


Fig. 1 A plane model of a crane

2.2 크레인과 이송물의 운동방정식

일반좌표 x, l, θ 에 대하여 트롤리와 이송물의 운동방정식은 아래와 같이 구할 수 있다.⁽⁶⁾

$$(m_x + m)\ddot{x} + ml \cos \theta \ddot{\theta} + m \sin \theta \dot{\theta}^2 + d_x \dot{x} + 2m \cos \theta \dot{l} \dot{\theta} - ml \sin \theta \dot{\theta}^2 = f_x \quad (2)$$

$$m \sin \theta \ddot{x} + (m_h + m)\dot{l} + d_h \dot{l} - ml \dot{\theta}^2 - mg \cos \theta = f_h \quad (3)$$

$$ml^2 \ddot{\theta} + ml \cos \theta \ddot{x} + mg l \sin \theta + 2ml \dot{l} \dot{\theta} = 0 \quad (4)$$

여기서, g 는 중력가속도를 나타내고, m_x, m_h, m 은 트롤리, 권상/권하계, 이송물의 질량을 각각 의미하며, d_x 과 d_h 는 각각 X축과 권상/권하축의 운동에 대한 점성 마찰계수를 나타내고, f_x 와 f_h 는 각각 X축과 권하 방향으로 트롤리에 가해지는 구동력이다. 크레인의 기어, 모터의 관성, 모터의 점성마찰 등은 운동방정식을 유도할 때 적당한 곳에서 반영할 수 있다.

위에서 유도한 크레인의 운동방정식은 벡터와 행렬을 사용하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

$$M(q)\ddot{q} + C(\dot{q}, q)\dot{q} + D\dot{q} + g(q) = f \quad (5)$$

여기서, q 는 상태 벡터로서 $q^T \equiv (x \ l \ \theta)$ 로 정의되고, f 는 입력 벡터로서 $f^T \equiv (f_x \ f_h \ 0)$ 로 정의되며, 관성 행렬 $M(q)$, 원심력 및 Coriolis 힘 행렬 $C(\dot{q}, q)$, 점성 마찰계수 행렬 D , 중력 벡터 $g(q)$ 는 아래와 같이 정의된다.

$$M \equiv \begin{bmatrix} m_x + m & m \sin \theta & ml \cos \theta \\ m \sin \theta & m_h + m & 0 \\ ml \cos \theta & 0 & ml^2 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$C \equiv \begin{bmatrix} 0 & m \cos \theta \dot{\theta} & -ml \sin \theta \dot{\theta} \\ 0 & 0 & -ml \dot{\theta} \\ 0 & ml \dot{\theta} & ml \dot{l} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$D \equiv \begin{bmatrix} d_x & 0 & 0 \\ 0 & d_h & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$g \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ -mg \cos \theta \\ mg l \sin \theta \end{pmatrix} \quad (9)$$

위에서, M 은 $ml > 0$ 일 때에 양한정 대칭이고, M 과 C 는 $(2C - \dot{M})^T = (\dot{M} - 2C)$ 를 만족한다.

3. 제어기 설계

본 절에서는 Lyapunov 안정이론에 기초하여 비선형 무진동 제어로직을 설계한다.

우선 동역학 모델 (5)를 아래와 같이 분할한다.

$$\begin{bmatrix} M_{cc} & M_c \\ M_{lc} & M_{ll} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_c \\ \ddot{q}_l \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_{cc} & C_{cl} \\ C_{lc} & C_{ll} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_l \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} D_{cc} & D_{cl} \\ D_{lc} & D_{ll} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_c \\ \dot{q}_l \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} g_c \\ g_l \sin q_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f_c \\ 0 \end{pmatrix} \quad (10)$$

여기서 하첨자 c 와 l 은 각각 크레인과 이송물 운동에 관련된 물리량을 의미하고, $q_c^T \equiv (x \ l)$, $q_l \equiv \theta$, $f_c^T \equiv (f_x \ f_h)$, $g_c^T \equiv (0 \ -mg \cos \theta)$, $g_l \equiv mgl$ 로 정의되며, 분할된 행렬은 분할된 벡터의 정의에 의하여 정의된다.

다음으로, 아래와 같이 추종오차 e , sliding surface s , 수정 기준명령(궤도) z 를 정의한다.

$$e = \begin{pmatrix} e_c \\ e_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_c - q_c \\ r_l - q_l \end{pmatrix} \quad (11)$$

$$s = \begin{pmatrix} s_c \\ s_l \end{pmatrix} = (\dot{e} + K_s e) = \begin{pmatrix} \dot{e}_c + K_{sc} e_c \\ \dot{e}_l + K_{sl} e_l \end{pmatrix} \quad (12)$$

$$z = \begin{pmatrix} z_c \\ z_l \end{pmatrix} = (\dot{r} + K_s e) = \begin{pmatrix} \dot{r}_c + K_{sc} e_c \\ \dot{r}_l + K_{sl} e_l \end{pmatrix} \quad (13)$$

여기서, r_c , r_l 은 각각 q_c , q_l 에 대한 기준궤도

를 나타내고, K_{sc} 는 2×2 양한정 대칭행렬이며, K_{sl} 는 양의 상수이다.

이제, 이송물 동역학으로부터 다음의 오차 동역학을 구한다.

$$\begin{bmatrix} M_{cc} & M_c \\ M_{lc} & M_{ll} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{s}_c \\ \dot{s}_l \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} C_{cc} & C_{cl} \\ C_{lc} & C_{ll} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} s_c \\ s_l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_c \dot{p} - f_c \\ W_l \dot{p} \end{pmatrix} \quad (14)$$

여기서,

$$W_c \dot{p} \equiv [M_{cc} \ M_{cl}] \dot{z}_c + [C_{cc} \ C_{cl}] z_r + [D_{cc} \ D_{cl}] \dot{q}_c + g_c \quad (15)$$

$$W_l \dot{p} \equiv [M_{lc} \ M_{ll}] \dot{z}_l + [C_{lc} \ C_{ll}] z_l + [D_{lc} \ D_{ll}] \dot{q}_l + g_l \sin q_l \quad (16)$$

그리고, W_c 와 W_l 은 각각 $2 \times n_p$ regressor 행렬과 $1 \times n_p$ regressor 벡터를 나타내고, p 는 $n_p \times 1$ 상수의 계수벡터를 나타내며, n_p 는 동역학 모델의 계수의 수를 나타낸다.

가정: 기준궤도 r_c 와 r_l 은 동역학 모델 (10)을 만족하도록 설정한다. 또한, 크레인을 제어하는 동안 줄길이가 0이 되지 않도록 줄길이 기준궤도 r_{cl} 는 0으로 접근시키지 않는다.

고찰 1: $mgl > 0$ 일 때 동역학 모델 (10)은 제어 가능하고, 이송물 동역학 (4)는 무감쇠(undamped) 안정하다. 이송물 동역학 (4)는 $M_{lc} \ddot{q}_c$ 에 의하여 가진(加振)된다. 따라서, $mgl > 0$ 일 때에 이송물의 흔들림은 트롤리의 가속도 $M_{lc} \ddot{q}_c$ 에 의하여 제어할 수 있다.

이제 크레인의 무진동 제어 로직을 Lyapunov 안정이론을 사용하여 아래와 같이 설계한다.

정리: 크레인의 운동방정식을 (10)으로 나타내고 기준궤도 r_c 와 r_l 이 위의 가정을 만족할 때, 제어이득과 줄길이 기준궤도 r_{cl} 에 의존하는 유한한 양의 상수 δ_s 에 대하여 $\|s(0)\| < \delta_s$ 이 만족되면, 아래 비선형 제어로직 (17)은 $s, k \in L_\infty$ 을 보장하고, 시간 t 가 무한대로 접근(漸近)하면서

$e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 는 0으로 접근한다.

$$f_c = W_c p + (K_c + K_k) s_c - (\alpha + \sigma_a |k|) \widehat{M}_{cl} s_l \quad (17)$$

여기서,

$$\dot{k} = \sigma_k [(s_c^T K_k s_c - \alpha s_c^T \widehat{M}_{cl} s_l - s_l f_l) \operatorname{sgn}(k) - \sigma_a s_c^T \widehat{M}_{cl} s_l k] \quad (18)$$

$$f_l \equiv W_l p + \sigma_l (g_l / \sqrt{m}) s_l \quad (19)$$

$$\operatorname{sgn}(k) \equiv \begin{cases} 1, & k \geq 0 \\ -1, & k < 0 \end{cases} \quad (20)$$

그리고, $\|\cdot\|$ 은 벡터의 Euclidean Norm을 나타내며, $\alpha, \sigma_a, \sigma_k, \sigma_l$ 은 양의 상수이고, K_c 와 K_k 는 2×2 양한정대칭행렬이며 $\widehat{M}_{cl} \equiv M_{cl} / \sqrt{m}$ 이다.

고찰 2: 위의 정리에 제시한 제어 로직은 트롤리 제어 $W_c p + K_c s_c + K_k s_c$ 와 이송물의 무진동 제어 $(\alpha + \sigma_a |k|) \widehat{M}_{cl} s_l$ 로 구성되어 있다. 여기서, 이송물 진동에 대하여 충분한 감쇠를 보장하기 위해서 $\alpha \widehat{M}_{cl}$ 이 다른 제어 이득보다 충분히 커야하고, 트롤리의 위치와 줄길이를 정밀하게 제어하기 위하여 K_k 도 충분히 커야한다.

증명: 다음과 같은 Lyapunov 함수를 선택한다.

$$V(t) = \frac{1}{2} s^T M(q) s + \frac{1}{\sigma_k} |k| \geq 0 \quad (21)$$

그러면, 오차 동역학 (14)의 궤적과 제어 로직 (17)을 따라서 구한 $V(t)$ 의 시간 변화율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T M \dot{s} + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \frac{1}{\sigma_k} \frac{k}{|k|} \dot{k} \\ &= s^T \left(-C_s + \begin{pmatrix} W_c p - f_c \\ W_l p \end{pmatrix} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} s^T \dot{M} s + \frac{1}{\sigma_k} \frac{k}{|k|} \dot{k} \\ &= -s^T K_p s, \quad (k \neq 0 \text{ or } k = 0 \text{ with } \dot{k} = 0) \end{aligned} \quad (22)$$

여기서, $K_d = \operatorname{diag}(K_c, \sigma_l g_l / \sqrt{m})$ 이고, p 는 상수로 가정하였으며, $(2C - \dot{M})^T = (\dot{M} - 2C)$

와 $M^T = M$ 를 이용하였다.

식 (22)는 $k \neq 0$ 일 때 유효하다. $k = 0, \dot{k} = 0$ 일 때 $d|k|/dt = \dot{k}|k|/|k| = 0$ 이고, 식 (18)에 의하여 $(s_c^T K_k s_c - \alpha s_c^T \widehat{M}_{cl} s_l - s_l f_l) = 0$ 이 된다. 따라서, $k = 0, \dot{k} = 0$ 일 때 식 (22)는 유효하다.

트롤리의 구동력 f_x 에 대한 이송물 흔들림은 비감쇠 안정하고 비최소위상(non-minimum phase) 특성을 갖는다. 그러므로, 트롤리의 구동력을 $f_c = -\alpha \widehat{M}_{cl} s_l$ 이 되도록 제어하면 흔들림 오차 s_l 를 억제할 수 있다. 따라서, $m g_l > 0$ 이고 α 가 충분히 크면 이송물 흔들림을 충분히 감쇠시킬 수 있다. 이는 이송물 동역학의 공진 주파수에서 트롤리 제어입력($W_c p + K_c s_c + K_k s_c$)이 이송물 동역학을 공진시키는 것을 α 항이 방지한다는 것을 의미한다. 따라서, 식 (19)의 f_l 은 $t \geq 0$ 에서 잘 정의되고 연속이다. 이에 따라, 식 (18)에 의하여 k 도 $t \geq 0$ 에서 잘 정의되고 연속이다.

이제, $t = t_0^-$ 에서 $\dot{V} = -s^T K_p s$ 이 만족되고, $t = t_0$ 에서 k 의 값이 순간적으로 변하여 $k = 0, \dot{k} \neq 0$ 이 된다고 가정하자. 그러면, \dot{V} 는 $t = t_0$ 에서 정의되지 않는다. 그런데, V 는 k 의 함수이고 k 는 $t \geq 0$ 에서 잘 정의되고 연속이므로, V 는 $t = t_0$ 에서 연속이다. 그런데, $t = t_0$ 에서 $\dot{k} \neq 0$ 이면 식 (18)에 의하여 $t = t_0^+$ 에서 $k \neq 0$ 이 된다. 따라서, 식 (22)는 모든 시간 $t \geq 0$ 에서 만족된다.

V 의 정의 (21)과 V 의 시간 변화율 (22)는 $l \neq 0$ 일 때 $s, k \in L_\infty$ 을 보장한다. 그런데, 제어 이득과 줄길이 기준궤도에 의존하는 유한한 양의 상수 δ_s 에 대하여 $\|s(0)\| < \delta_s$ 이 만족되면 $l \neq 0$ 가 만족된다. 따라서, $s, k \in L_\infty$ 이 만족되므로 오차 동역학 (14)와 제어로직 (17)에 의하여 $\dot{s} \in L_\infty$ 이 보장된다. 또한, 식 (22)를 적분하면 $s \in L_2$ 을 얻을 수 있다. 따라서, Barbalat의 정리(Lemma)에 의하여 시간 t 가 무한대로 접근(漸近)하면서 $s(t)$ 가 0으로 접근하고, 이에 따라 $e(t)$ 와 $\dot{e}(t)$ 가 0으로 접근한다. 증명끝

4. 기준궤도 설정

이 장에서는 권상/권하 속도와 권상/권하 거리에 관계없이 무진동 궤도를 계산할 수 있는 궤도 생성(trajecory generation) 로직을 Lyapunov 안정 이론과 최소시간 제어의 개념을 적용하여 아래와 같이 설계한다.

(I) 기준 궤도를 가속구간, 등속구간, 감속구간으로 나눈다. 이때, 가속시간과 감속시간 t_s 는 아래의 이송물 선형 동역학 모델 (23)의 한 흔들림 주기($2\pi/\sqrt{g/l_0}$ s)로 초기 값을 설정한다.

$$l_0\ddot{\theta} + \ddot{x} + g\theta = 0 \quad (23)$$

여기서, l_0 는 상수로서 가속구간 혹은 감속구간에서의 평균 줄길이를 나타내고, 선형 동역학 모델 (23)은 이송물 동역학 (4)를 흔들림이 작은 경우 ($|\theta| \ll 1$)에 대하여 선형화한 것이다.

(II) 각 구간에서 줄길이에 대한 기준 궤도를 독립적으로 설정한다. 이때, 권상/권하에 대하여 삼각형 혹은 사다리꼴 속도 프로파일을 사용할 수 있다.

(III) 가속구간에서 트롤리의 주행거리 및 속도, 이송물 흔들림각, 가속시간을 아래에서 설정하는 트롤리의 가속도에 의하여 계산한다.

이때, 흔들림각은 동역학 모델 (4)를 적분하여 구하고, 트롤리의 주행거리와 속도는 트롤리 가속도를 적분하여 구한다. 동역학 모델 (4)는 m 과 무관하고 동역학 계수에는 불확실성이 없다.

가속 전반부, 즉, $0 \leq t \leq 0.5t_s$ 에서 $\ddot{x} = a_x$ 로 설정한다. 여기서, a_x 는 트롤리의 실제 최대 가속도를 의미한다. 따라서, 가속 전반부에서는 최소시간 제어를 구현한다. 가속 후반부에서는 트롤리 가속도를 아래와 같이 설정하여 무진동 제어를 구현한다.

$$\ddot{x} = (2\beta_a\sqrt{gl}\dot{\theta} - \frac{3}{2}l\dot{\theta})/\cos\theta \quad (24)$$

여기서, β_a 는 양의 상수이다. $|\theta(0)| < \pi/2$ 일 때 이송물 동역학 (4)와 무진동 제어 (24)는 시간이 무한대로 접근함에 따라 $\dot{x} \rightarrow \text{const.}$, $\dot{\theta} \rightarrow 0$,

$\theta \rightarrow 0$ 를 보장한다. 이것은 Lyapunov 안정이론을 사용하여 쉽게 증명할 수 있다.

$|\theta|$ 와 $|\dot{\theta}|$ 가 미리 설정한 임계값 이하로 되면 이송물 동역학 (4)와 트롤리 가속도 \ddot{x} 에 대한 적분을 멈추고 트롤리의 실제 주행거리와 가속시간을 계산한다. 이때, 최종 속도 \dot{x} 가 트롤리의 실제 최고 속도보다 크면 a_x 를 적절히 줄인 후 주행거리와 가속시간을 다시 계산한다.

(IV) 감속구간에서 트롤리의 주행거리와 감속시간을 아래의 기준에 의하여 계산한다.

감속 전반부($0 \leq t \leq 0.5t_s$)에서는 $\ddot{x} = -a_x$ 로 설정하여 최소시간 제어를 구현한다. 감속 후반부에서는 트롤리 가속도를 아래와 같이 설정하여 무진동 제어를 구현한다.

$$\ddot{x} = -K_v(\dot{x} - 2\beta_d\sqrt{gl}\dot{\theta}/\cos\theta) \quad (25)$$

여기서, β_d 는 양의 상수이다. $|\theta(0)| < \pi/2$ 일 때 이송물 동역학 (4)와 무진동 제어 (25)는 시간이 무한대로 접근함에 따라 $\dot{\theta} \rightarrow 0$, $\theta \rightarrow 0$, $\dot{x} \rightarrow 0$, $x \rightarrow \text{const.}$ 를 보장하고, Lyapunov 안정이론을 사용하여 쉽게 증명할 수 있다.

$|\theta|$, $|\dot{\theta}|$, $|\dot{x}|$ 가 미리 설정한 작은 임계값 이하로 되면 이송물 동역학 (4)와 크레인 가속도 \ddot{x} 에 대한 적분을 멈추고 트롤리의 실제의 주행거리와 감속시간을 계산한다.

(V) 위의 가속구간 및 감속구간에서 구한 주행거리를 합하여 두 구간에서 실제의 트롤리 주행거리를 구한다. 이때, 실제의 트롤리 주행거리가 목표 주행거리보다 클 경우에는 a_x 를 적절히 줄인 후 (III) 단계로 돌아간다.

실제의 트롤리 주행거리가 목표 주행거리보다 작을 경우에 등속구간에서 주행시간 및 주행거리를 계산한다. 등속구간에서는 $\ddot{x} = 0$ 을 유지하고 흔들림각을 0으로 유지한다.

(VI) 위에서 구한 a_x 와 각 구간에서 구한 주행시간을 기준으로 트롤리의 주행, 흔들림각, 줄길이에 대한 기준궤도를 실시간 제어에서 계산하여 사용한다.

고찰 3: 본 연구에서 궤도생성 로직을 가감속 구간 전반부에서는 최소시간 제어, 후반부에서는 무진동 제어를 적용하여 설계하였다. 그런데, 가감속 구간을 정확히 반으로 나눌 필요가 없다. 즉, 가속구간에서는 $0 \leq t \leq \beta_{ia}t_s$, 감속구간에서는 $0 \leq t \leq \beta_{id}t_s$ 로 최소시간 제어시간을 조정할 수 있다. 여기서, $0 \leq \beta_{ia} < 1$, $0 \leq \beta_{id} < 1$ 이다.

고찰 4: 본 연구에서 설계한 제어로직은 행렬과 벡터의 차원을 확장하면 3차원 천정크레인⁽⁶⁾에 그대로 적용할 수 있다. 또한, 3차원 천정크레인에 대한 궤도생성 로직도 위에서와 같은 방법으로 구할 수 있다.

고찰 5: 유연마디 로봇의 운동방정식도 동역학 모델 (10)으로 나타낼 수 있다. 따라서, 본 연구에서 설계한 제어로직을 유연마디 로봇의 제어에도 적용할 수 있다.

5. 전산모사

본 연구에서 제시한 제어 로직과 궤도생성 로직을 Fig. 1에 도시한 천정크레인 모델에 적용하여 우수성을 확인하였다. 본 전산 모사에 사용한 동역학 모델의 계수는 다음과 같다. $m_x = 1000$ kg, $m_h = 500$ kg, $d_x = 250$ kg/s, $d_h = 200$ kg/s, 이송물 질량 m 은 아래에서 설정한다.

궤도생성 로직에는 다음 계수를 사용하였다. $\beta_a = 1.2$, $\beta_d = 0.7$, $\beta_{ia} = \beta_{id} = 0.3$, $K_v = 100$. 트롤리의 최대 가속도와 속도는 실제의 경우에서 처럼 적절히 제한하였다. 제어 로직에는 다음 제어 이득을 사용하였다. $K_s = \text{diag}(10, 10, 10)$, $K_c = \text{diag}(50, 50)$, $K_k = \text{diag}(450, 450)$, $\alpha = 20$, $\sigma_a = 0.01$, $\sigma_k = 0.01$, $\sigma_l = 0.001$, $k(0) = 100$.

샘플링 주기는 500 Hz로 설정하였고, 실제의 제어에서처럼 한 주기를 지연시켰다. 제어 로직과 궤도생성 로직에는 사다리꼴 공식을 사용하였으며, 크레인의 동역학 모델은 4차 Runge-Kuta 공식⁽⁷⁾을 사용하여 적분하였다.

Fig. 2는 $m = 10$ kg의 이송물을 운반하면서 트롤리가 짧은 거리를 주행한 경우를 나타내고, Fig. 3에 이에 대한 제어 입력을 표시하였다. 여

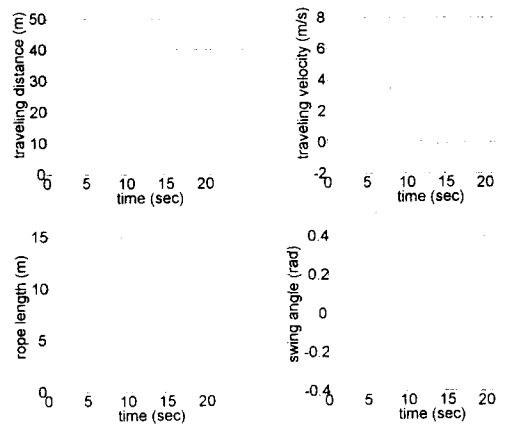


Fig. 2 Simulation results for short travelling with 10 kg load

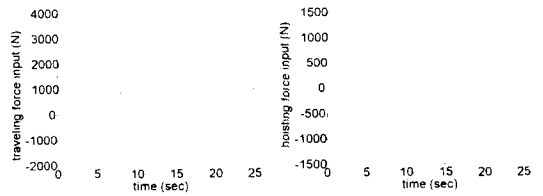


Fig. 3 Force inputs for short travelling distance with 10 kg mass

기서, 권상/권하 입력은 권하 방향이 양방향이다.

Fig. 4와 Fig. 5는 트롤리가 긴 거리를 주행할 때 각각 $m = 10$ kg과 $m = 500$ kg의 이송물을 운반한 것을 나타낸다. 동역학 모델의 계수에 대한 불확실성을 반영하기 위하여 실시간 제어 모사에는 실제 계수의 70%를 사용하여 크레인을 제어하였다. 30%의 계수 오차는 실제의 산업 적용에는 대단히 합리적인 값이다.

이송물의 흔들림은 등속구간에서 0을 유지하고 가감속 구간 끝에서 빠르게 0으로 안정되는 것을 알 수 있다. Fig. 2, Fig. 4, Fig. 5에서 기준 입력에 대하여 추종 오차가 매우 작기 때문에 기준궤도와 실제 궤도는 구별되지 않는다.

줄길이 l 은 실제의 경우에서처럼 출발점에서 트롤리가 가속하는 동안 최고 속도로 줄어 들고 목표지점 근처에서 감속하는 동안 최고 속도로 늘어나도록 하였다. 본 전산 모사에서는 가감속 구간에서 권상/권하 속도와 권상/권하 비율이 매우 높고 트롤리의 주행 가감속도 매우 크다. 이

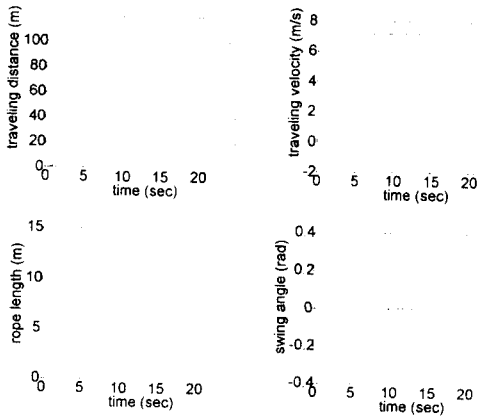


Fig. 4 Simulation results for long traveling with 10kg mass

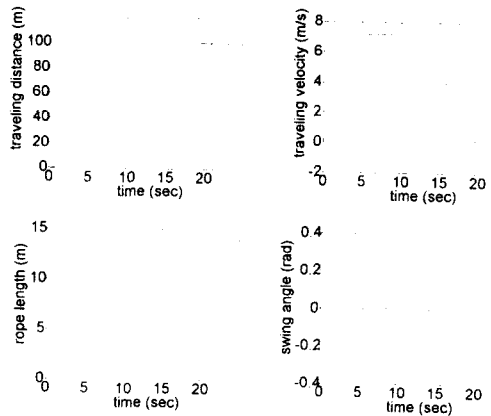


Fig. 5 Simulation results for long traveling with 500kg mass

로 인하여, 이송물의 흔들림이 작지 않다는 것을 알 수 있다.

또한, 제어 성능과 안정성은 이송물 질량, 이송물 흔들림각, 권상/권하 속도, 권상/권하 비율, 크레인의 가속도에 영향이 없이 보장됨을 알 수 있다. 따라서, 주행중 고속 권상/권하가 가능한 고성능, 고효율 산업용 크레인의 설계가 가능하게 되었다.

5. 결론

본 연구에서는 무진동 제어 로직과 궤도생성 로직으로 구성된 새로운 개념의 무진동 제어 기법을 제시하였다. 무진동 제어 로직은 Lyapunov 안정이론을 기초로 설계하였으며, 점근 안정성을 보장하고 모든 내부 신호의 크기를 제한(bounded)한다. 궤도생성 로직은 최소시간 제어 및 무진동 제어를 기초로 설계하여 거의 최소시간 궤도를 구현한다.

본 연구에서 제시한 새로운 개념의 무진동 제어 기법은 전산 모사를 통하여 그 유효성을 확인하였으며, 이송물 질량, 이송물 흔들림각, 권상/권하 속도 및 비율, 크레인의 가속도 등에 대한 기존의 구속 조건의 영향을 받지 않는다. 따라서, 본 연구 결과는 산업용 크레인의 고성능, 고효율, 고생산성 무진동 제어에 유용하게 적용할 수 있을 것으로 기대된다.

참고문헌

- (1) Mita, T. and Kanai, T., 1979, "Optimal Control of the Crane System Using the Maximum Speed of the Trolley," *日本計測自動制御學會論文集*, pp. 125~130.
- (2) Ridout, A. J., 1987, "New Feedback Control System for Overhead Cranes," *Electric Energy Conference*, Adelaide, pp. 135~140.
- (3) Ohnishi, E., Tsuboi, I., Egusa, T., and Uesugi, M., 1981, "Automatic Control of an Overhead Crane," *IFAC World Congress*, Kyoto, Japan, pp 1885~1890.
- (4) 이호훈, 조성근, 1997, "천정크레인 부하의 위치 및 흔들림 제어," *대한기계학회논문집(A)*, 제 21권, 제2호, pp. 297~304.
- (5) 이호훈, 조성근, 1997, "2차원 천정크레인의 위치 및 부하의 흔들림 제어," *대한기계학회논문집(A)*, 제21권, 제10호, pp. 1683~1693.
- (6) Lee, H.-H., 1998, "Modeling and Control of a Three-Dimensional Overhead Crane," *ASME Trans., J. of Dyn. Sys., Meas., and Cont.*, Vol. 120. No. 4, pp. 471~476.
- (7) Press, W., Flannery, B., Teukosky, S., and Vetterting, W., 1986, "Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing," Cambridge.